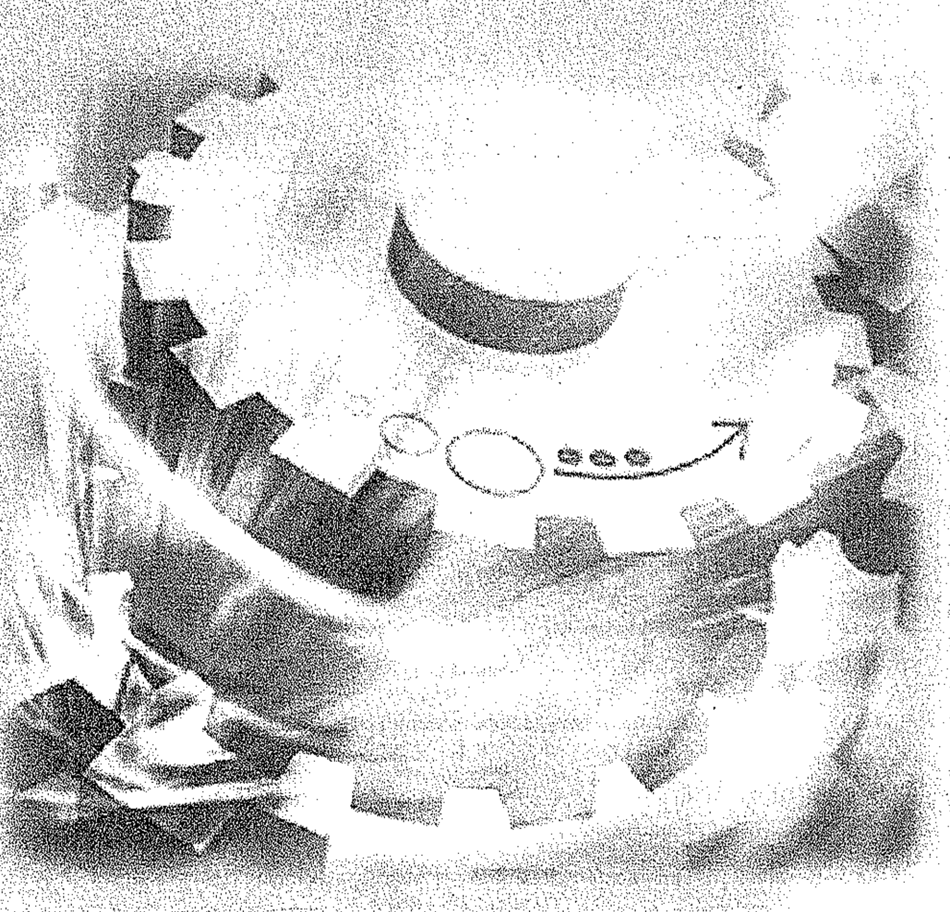
Física 1

GRUPO EDITORIAL norma

Liceo Salazar y Herrera
Ciencia y Virtud

Física 1



Pilar Cristina Barrera Silva

GRUPO EDITORIAL norma

Visite nuestra página www.norma.com

La autora

Pilar Cristina Barrera Silva

- Física, Universidad Nacional de Colombia.
- Magíster en Educación, Pontificia Universidad Javeriana.
- Licenciada en Artes Plásticas, Universidad de la Sabana.
- Profesora catedrática de Física, Pontificia Universidad Javeriana.
- Profesora catedrática de Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Investigadora en didáctica de la Física.

Adecuación a la equidad de género y diversidad cultural
María Claudia Malaver Fuentes
Jorge Enrique Peña Peña

Impreso por Disonex S.A.

Impreso en Colombia – Printed in Colombia
Noviembre, 2011

Director editorial, William Mejía B.
Editora de área, Luz Marina Sierra Fajardo
Editor júnior, John Freddy Moreno Trujillo
Dirección artística y cubierta, Harvey Cortés M.

Diseño y diagramación, María Victoria Mora H.
Ilustración, Mauricio Restrepo, Erik Riveros,
Ignacio Martínez-Villalba, Elena Ospina y Giry Checa.
Fotografía, Hemera, Archivo gráfico Editorial Norma
Fotografía de cubierta, Slide Depot.

Depósito legal.
ISBN del libro: 958-04-8863-0
ISBN de la serie: 958-04-8862-2

CONTENIDO

UNIDAD 1

UNIDAD 2

UNIDAD 3

UNIDAD 4

UNIDAD 5

UNIDAD 6

UNIDAD 7

UNIDAD 8

CONOCE TU LIBRO

En las 8 unidades de tu libro Física 1 encontrarás situaciones y condiciones que te permitirán descubrir la física como una ciencia natural, a través de la cual podrás comprender, comunicar y compartir experiencias, relacionar estas con tu vida diaria y profundizar en tus conocimientos del entorno. Al final del libro aparecen el **glosario** e **índice temático**.

Apertura de unidad

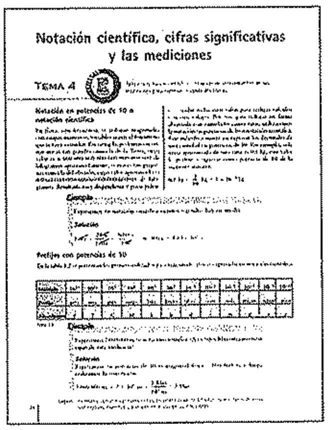
En esta sección hallarás el título de la unidad que empezarás a estudiar, junto con una fotografía motivante relacionada con los temas que vas a tratar. También aparecen las competencias que se busca sean desarrolladas a lo largo de la unidad, clasificadas en cuatro grupos de acciones de acuerdo con el carácter científico de la física; estas son:

I **Interpretar situaciones:** se involucran todas las acciones encaminadas hacia la interpretación y comprensión de situaciones que pueden ser estudiadas desde el punto de vista de la física.

E **Establecer condiciones:** son las acciones de tipo interpretativo y argumentativo que permiten describir un evento, mediante el establecimiento de características y condiciones sobre las variables cualitativas y/o cuantitativas presentes en una determinada situación.

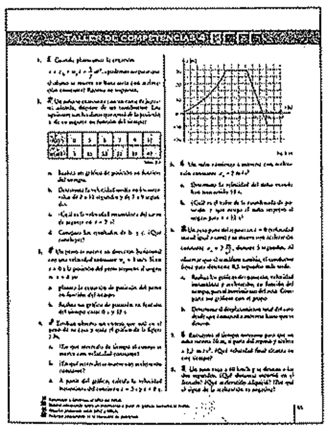
P **Plantear y argumentar hipótesis y regularidades:** acciones que buscan el planteamiento de las condiciones para que un evento pueda ocurrir, así como determinar las características y regularidades asociadas a un evento con base en la teoría física estudiada.

V **Valorar el trabajo en ciencias naturales:** son las acciones orientadas a la toma de una posición respecto a las actividades asociadas al trabajo en ciencias, así como a establecer la importancia del desarrollo científico en el bienestar general.



Temas

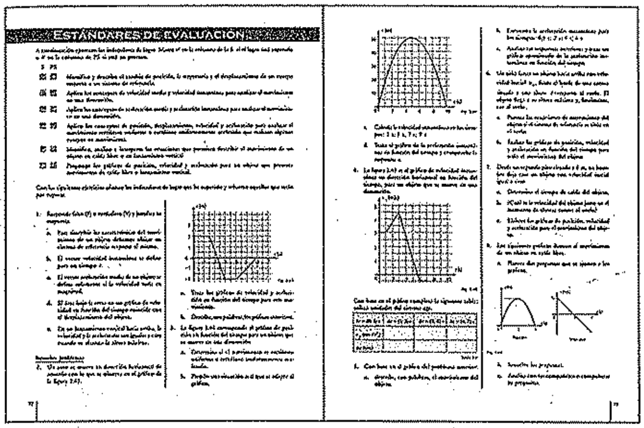
Los contenidos son desarrollados en forma secuencial, estableciendo las herramientas necesarias para una fácil comprensión de la física. Los temas se presentan y explican de forma suficiente, de acuerdo con el nivel de complejidad de cada uno. Se encuentran ejemplos claramente identificados, así como recuadros en los que se resaltan los conceptos relevantes.



Taller de competencias

Al final de cada tema encuentras un taller de competencias y estos están numerados secuencialmente en cada unidad.

En cada taller encuentras variedad de ejercicios que te permiten la comprensión, apropiación y refuerzo de los contenidos desarrollados en cada tema. Cada ejercicio del taller de competencias tiene un cuadro de colores, en el que están resaltados aquellos que identifican las competencias que se trabajan en cada uno, y que son descritas al final del taller.

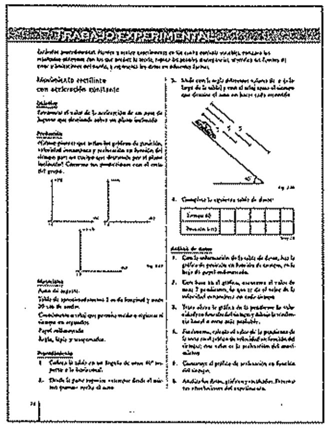


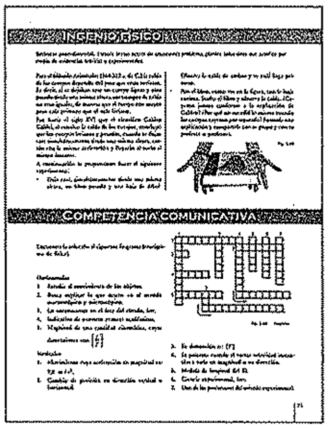
Estándares de evaluación

Al final de la unidad aparece la sección ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN la cual te permitirá establecer el nivel de competencia alcanzado en el desarrollo de la unidad. Al principio de esta sección aparecen los indicadores de logros asociados a los logros propuestos al inicio de cada tema.

Trabajo experimental

En esta sección se explican montajes del laboratorio con los que podrás hacer una aproximación experimental a los temas tratados a través de la unidad, mediante el desarrrollo y análisis de las prácticas descritas.





Ingenio físico

En esta sección aparecen ejercicios teóricos o prácticos en los cuales puedes aplicar la física en la resolución de un problema específico.

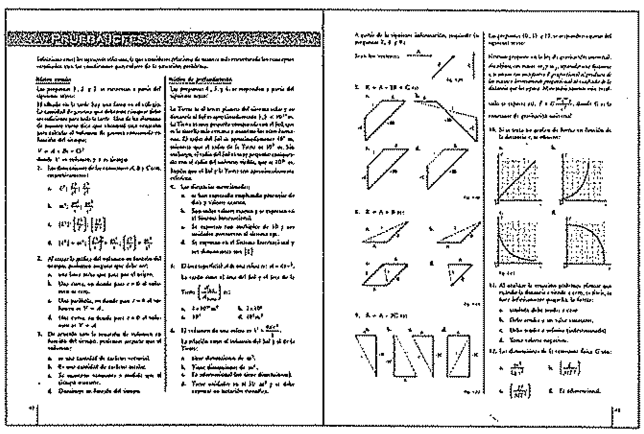
Competencia comunicativa

En esta sección se presentan ejercicios en los cuales pondrás en practica tu capacidad para comunicarte mediante un lenguaje propio de la ciencia física, así como profundizar en otros temas relacionados con la misma.

Prueba Icfes

En esta sección encontrarás preguntas de selección múltiple que te preparan para el nuevo examen de Estado ICFES. Las preguntas hacen referencia a los temas tratados en la unidad y están divididas en núcleo común y núcleo de profundización.

A medida que se avanza en el desarrollo, el grado de dificultad de cada pregunta aumenta.



Iniciación a la física

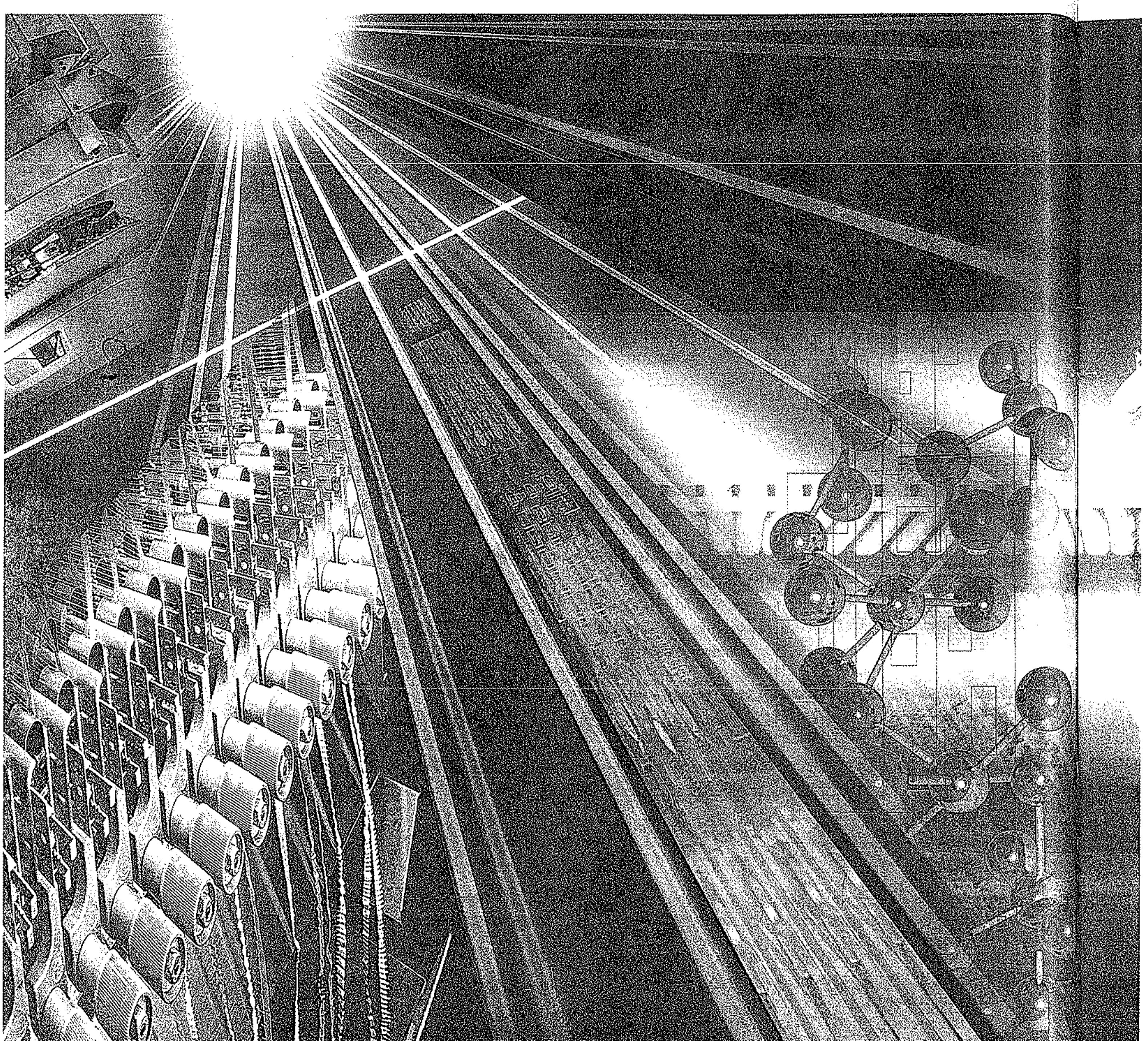
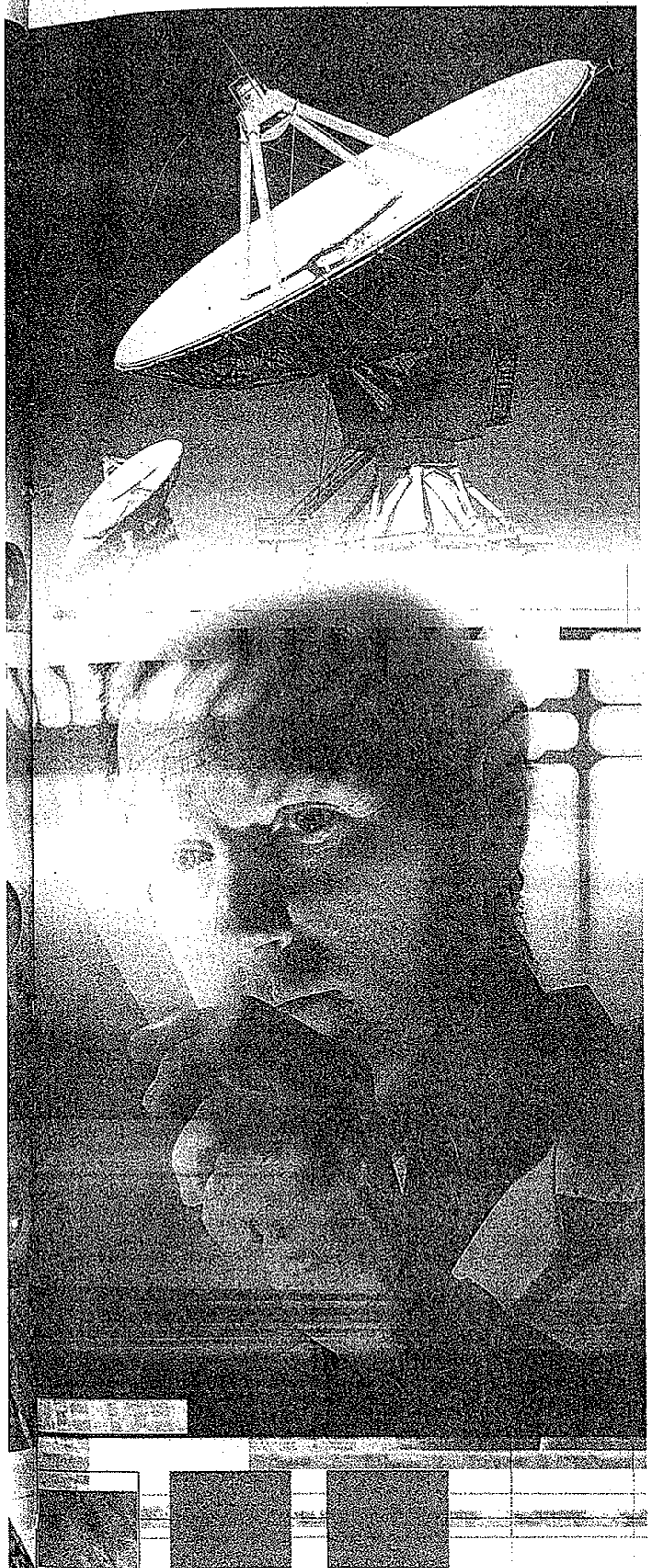


Fig. 1.1 Gracias a los avances científicos y tecnológicos, la vida de los seres humanos es cada vez mas cómoda y segura.



UNIDAD 1

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa de fenómenos.
- Identificación de las variables en un fenómeno.
- Medición con unidades patrón.

E Establecer condiciones

- Manejo de instrumentos de medida y análisis de resultados.
- Análisis de variables en una situación.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables.
- Toma y análisis de datos.
- Resolución de problemas a partir de sus observaciones.
- Utilización apropiada de los códigos de comunicación científica.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Verificación de resultados.
- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Verificación de hipótesis.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Posicionamiento sobre las relaciones entre ciencia, tecnología, ambiente y sociedad.
- Valoración del papel de la ciencia y de la tecnología en la calidad de vida.
- Respeto por la pluralidad de ideas.

La física, una ciencia natural

TEMA 1 ESTÁNDAR **E**

Describe las características generales de una ciencia y en especial de la física. Establece relaciones entre la física y otras ciencias naturales.

Orígenes de la ciencia

Desde la aparición de nuestra especie sobre la Tierra, los seres humanos hemos buscado vivir mejor. Hemos construido viviendas para resguardarnos del ataque de los animales y de las inclemencias del tiempo; hemos fabricado herramientas para poder sobrevivir en un medio hostil; hemos observado el cielo y hemos encontrado patrones de estrellas en el firmamento, y hemos relacionado esta distribución con las inundaciones y los ciclos del clima en los mismos intervalos de tiempo; hemos comenzado a desarrollar diferentes formas para medir la posición de los astros e indagar por la estructura del universo. Asimismo, nos hemos dado a la tarea de establecer relaciones y regularidades entre los distintos elementos de la naturaleza. Así, hemos aprendido a relacionar la producción de granos con la época de siembra, las enfermedades con los alimentos consumidos, el calor y los incendios con el manejo del fuego, y muchas otras situaciones que nos permitieron mejorar nuestras condiciones de vida y conocer el ambiente que nos rodeaba.

Las ciencias, en especial las ciencias naturales, han estado presentes en la vida de los seres humanos desde épocas primitivas y su objetivo ha sido y es, conocer el universo, los fenómenos y los procesos que tienen lugar en la naturaleza, desde los más sencillos hasta los más complejos.

En la ciencia, las relaciones que se establecen se llaman *leyes* naturales y su función es describir de manera concisa, pero general, la forma como se comporta la naturaleza. A lo largo de la historia de la ciencia se han enunciado diversas leyes científicas; algunas de ellas son: las leyes de Kepler, formuladas por el astrónomo aleman Johannes Kepler en el siglo XVI, las cuales describen el movimiento de los planetas en torno al Sol. En el siglo XVII el físico y matemático inglés Isaac Newton da a conocer las leyes del movimiento para objetos que se mueven con una velocidad mucho menor que la de la luz.

Una *teoría científica* es la explicación de las relaciones que existen en la naturaleza. Con ella se logra deducir las leyes ya establecidas y formular otras nuevas.

Hoy día contamos con teorías muy efectivas, que nos permiten predecir la trayectoria de algún planeta nuevo, la ocurrencia de un eclipse, la aparición de una epidemia, los procesos químicos que se dan en una planta o en un animal. No todas las teorías son acertadas, pero sí son un punto de partida para profundizar en el conocimiento de la naturaleza.

El científico Isaac Newton planteó la teoría de la gravitación universal. A partir de ella es posible anticipar la localización de los astros, no sólo de nuestro sistema solar, sino de cualquier sistema, así como la trayectoria de una nave. Gracias a esta teoría se han enviado objetos y animales al espacio, y los seres humanos han podido viajar a la Luna con el convencimiento que regresarán sanos y salvos. También con ella ha sido posible predecir los eclipses y la presencia de cometas y asteroides en nuestro sistema solar.

Fig. 1.2 El observatorio astronómico de Stonehene (Inglaterra), es una muestra del interés de los primitivos por el conocimiento y la comprensión del universo.

Logros: describir el proceso de desarrollo de la ciencia a través del tiempo y analizar la relación de la física con otras ciencias y con la calidad de vida de los seres humanos.

Fig. 1.3 Las leyes y las teorías científicas son válidas en cualquier parte del universo, en las mismas condiciones.

Los inventos también nos llevan a complementar las teorías; por ejemplo, la invención de la bombilla eléctrica surgió como resultado de experimentos de iluminación eléctrica. El invento de la máquina de vapor y su utilización, nos condujo a la termodinámica. El descubrimiento de la radiación y los elementos radiactivos, nos llevó al conocimiento del átomo y a profundizar en el estudio de las galaxias, a través de la física atómica y la física nuclear.

En la actualidad, diseñamos grandes centrales eléctricas, fabricamos vacunas que previenen enfermedades, construimos edificios en zonas que no presenten riesgo para sus habitantes y enviamos satélites al espacio para comunicarnos rápidamente.

En síntesis, podemos afirmar que la reunión de varias teorías constituye lo que llamamos una **ciencia**. La ciencia no sólo es el resultado de una acumulación de conocimientos, sino también tiene un carácter social, pues nos brinda herramientas para mejorar nuestra calidad de vida.

Algunas características de la ciencia

El conocimiento científico posee algunas características muy generales. Como producto del trabajo humano, presenta algunas limitaciones, pues en su proceso se puede llegar a errores o imprecisiones. De esta manera se formula o escribe la ciencia, de tal forma que pueda ser aceptada, refutada o mejorada.

Los principios enunciados por una teoría deben ser reproducibles, en las mismas circunstancias, en cualquier lugar de la Tierra. Quienes validan lo que es ciencia de lo que no lo es, son un grupo de científicos que trabajan en equipo y constituyen lo que se denomina **comunidad científica**. Cuando alguna teoría o ley es comprobada y validada por la comunidad científica, se constituye en una **teoría** o **ley científica**.

Otra característica es que la ciencia posee una estructura interna fundamentada en la lógica inductiva o deductiva. Esto ha llevado a pensar en la existencia de un método científico, que nos asegure la cientificidad de lo realizado. Sin embargo, hoy día podemos afirmar que el "método científico" no existe, más bien cada persona o grupo de personas establece una planificación de su actividad o un método de trabajo. No obstante, existen algunas exigencias para que esta labor sea fructífera: se debe realizar una buena observación para detectar elementos comunes a diversas situaciones, allí donde otros no han logrado ver nada especial (observación). Se precisa conocer con anticipación los aportes hechos por otras personas sobre el mismo tema (investigación). Se requiere de un ordenamiento de las ideas que nos permita construir una hipótesis que podamos evaluar (metodología). Es indispensable construir una explicación que dé lugar a una generalización de las ideas a través de leyes y teorías ya formuladas o novedosas para quien las construye (modelación y justificación). Por último, es necesario comunicar los resultados obtenidos, de manera que puedan ser evaluados por la comunidad científica.

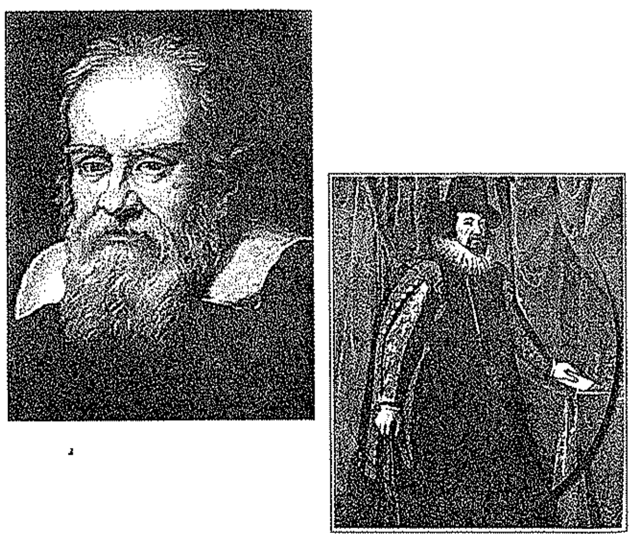


Fig. 1.4 Galileo Galilei y Francis Bacon, quienes vivieron en el siglo XVII, son considerados los precursores del método científico.

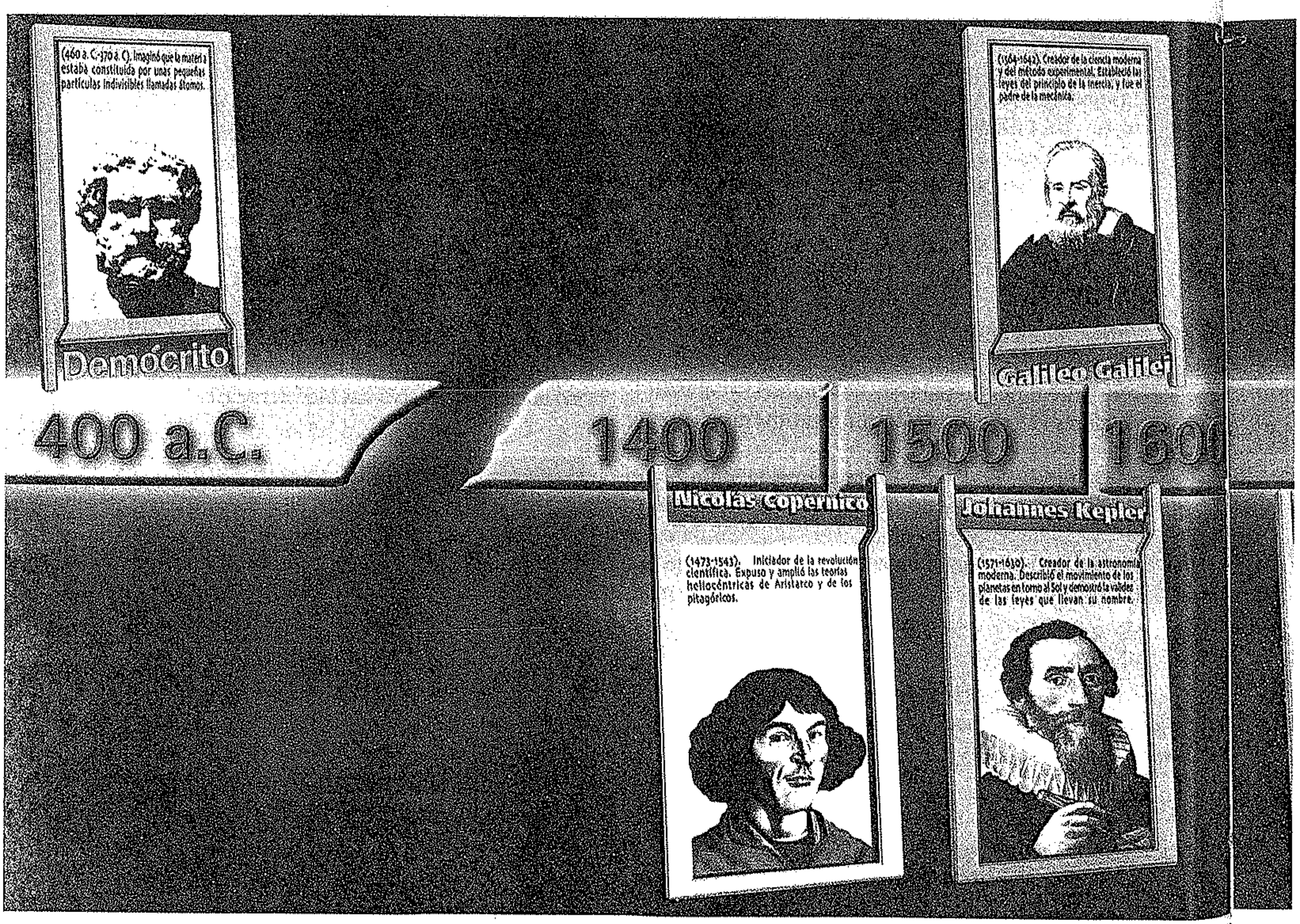
La ciencia evoluciona

Los avances científicos han sido el resultado del esfuerzo y dedicación de muchas personas que han contribuido en la formulación de las leyes y las teorías científicas, cada día más elaboradas. En la figura 1.5 ilustramos una línea del tiempo, donde se muestran algunos científicos quienes, con sus aportes, han participado en el avance de las ciencias naturales y, en especial, de la física.

La ciencia, una actividad humana

La ciencia busca explicar lo que ocurre tanto en el mundo macroscópico (nuestro entorno, incluidos los planetas y otros cuerpos celestes), como en el mundo microscópico (a nivel del átomo y lo que él contiene). Los seres humanos explicaban los fenómenos con el lenguaje del "sentido común". Posteriormente, desde el punto de vista de la ciencia, los fenómenos naturales han sido explicados con un lenguaje especializado llamado lenguaje científico, el cual incluye las matemáticas. Así, la ciencia como actividad humana que es, tiene un lenguaje propio.

La tecnología es un puente entre la ciencia y el arte, con el fin de crear objetos que además de ser bellos para nuestros ojos, también sean útiles. Existen ciertas especies de animales (como las avispas) que construyen un hogar para sus larvas y otros (como los chimpancés) que con las ramas de los árboles hacen herramientas para atrapar insectos; sin embargo, con el trascurrir del tiempo no evolucionan tan rápida-



mente como lo hacemos los seres humanos, que siempre innovamos y presentamos los objetos de manera que se crean nuevas necesidades. Esto podemos verlo fácilmente, por ejemplo, con la forma como ha evolucionado el teléfono, desde el original que era un lujo tenerlo en casa, hasta la línea portátil que actualmente tenemos gracias a la telefonía móvil.

La ciencia ayuda y nutre a la tecnología, ya que le permite utilizar sus aportes, con el fin de buscar el bienestar y comodidad de las personas.

La física y su relación con otras ciencias

La física es una ciencia natural como lo son la biología o la química; cuando realizamos investigación desde la perspectiva de la física, buscamos la comprensión de la naturaleza mediante la elaboración de teorías y leyes que surgen de cuidadosas observaciones de carácter experimental y de las explicaciones que se infieren de ellas.

Las teorías científicas poseen una estructura interna fundamentada en la experimentación y en la lógica, que debe ser dada a conocer a toda la comunidad científica especializada en la temática tratada, a través de los diferentes medios de publicación.

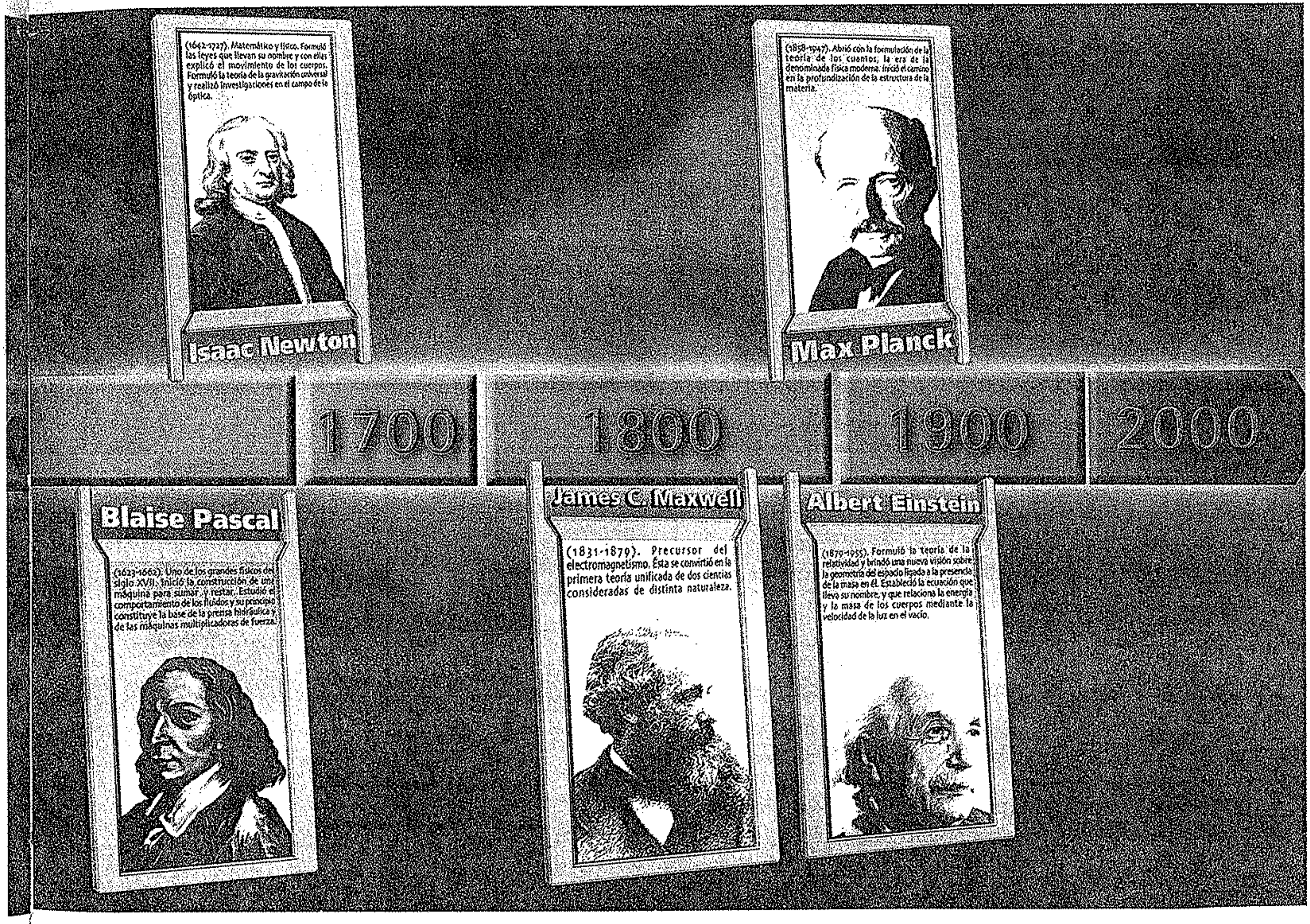


Fig. 1.5

Inicialmente se hablaba de las "ramas" de la física relacionándola con los sentidos que se utilizaban para su percepción. Así fue como a todos los fenómenos cuyo estudio se refería al movimiento de los objetos, se les llamó **mecánica** y a aquellos en los cuales estuviera presente la vista y la luz, se le asignó el estudio a la **óptica**. El calor con la temperatura se reunieron en el estudio de la **termodinámica**; el sonido y la audición en la **acústica**. La electricidad y el magnetismo que fueron estudiados de manera independiente, más tarde, en el siglo XIX, se fusionaron y constituyeron una sola teoría llamada **electromagnetismo**. A finales del siglo XIX y comienzos del XX se desarrolla la física cuántica, en respuesta a inconsistencias teóricas y datos recogidos para analizar e interpretar el mundo de lo muy pequeño (átomos y partículas subatómicas).

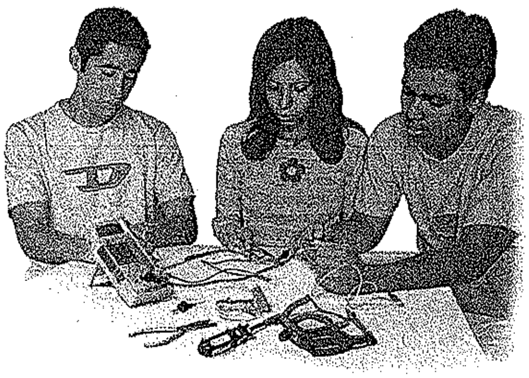


Fig. 1.6 Para evaluar las hipótesis formuladas es necesario realizar experimentos y hacer simulaciones en un laboratorio, del fenómeno que se va a estudiar.

También a principios del siglo XX se perfecciona la teoría de la relatividad, lo que produjo una nueva visión del espacio y el tiempo.

Si consideramos todos los posibles campos de estudio que cubre la física, no es difícil establecer relaciones de ésta con otras ciencias. Por ejemplo, la astronomía está fundamentada fuertemente en la física; muestra de ello es la ley de la gravitación universal planteada por Newton, que establece las bases para estudios sobre movimiento de astros, posicionamiento de satélites, viajes espaciales seguros, entre otras aplicaciones; también podemos establecer relaciones entre la física y la biología; por ejemplo, el trabajo sobre óptica desarrollado en la física ha permitido la magnificación de imágenes y el desarrollo de instrumentos tales como el microscopio, que posibilitó a los biólogos el estudio de la célula, bacterias y virus. Asimismo, el estudio de las ondas de radio y el descubrimiento de los rayos X ha permitido que los médicos obtengan radiografías de nuestro cuerpo para el tratamiento de lesiones y enfermedades, y la aplicación de tratamientos como la radioterapia y la quimioterapia.

Igualmente podemos encontrar relaciones de la física con los deportes; por ejemplo, el estudio físico del rozamiento ha permitido diseñar equipos de ciclismo más eficientes para la competencia. ¿Qué otras relaciones podrías establecer?

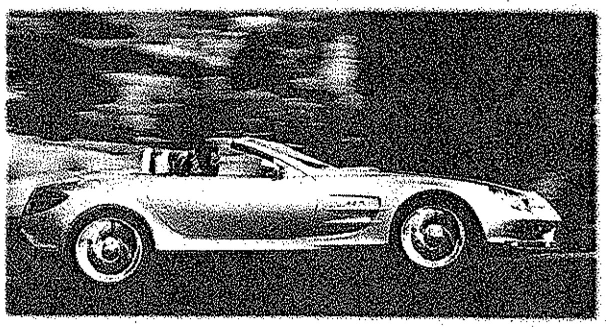


Fig. 1.7 La óptica es la rama de la física en la que nos apoyamos para explicar la coloración naranja del cielo.
¿Qué rama de la física podemos utilizar para describir el movimiento de un auto?

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. Galileo fue uno de los científicos que planteó el método experimental en las ciencias y para ello utilizó experimentos mentales. Un experimento mental consiste en imaginar lo que sucedería si una experiencia se lleva a cabo en un laboratorio. Galileo propuso el siguiente experimento mental:

   Toma un plano inclinado, muy liso, y suelta una esfera, como se aprecia en la figura 1.8. Observa hasta dónde llega. Luego, disminuye la inclinación del plano, como se ve en la figura, y suelta la esfera siempre a la misma altura. Continúa el mismo procedimiento, pero haz que el ángulo θ sea cada vez más pequeño, hasta llegar a 0°. ¿Hasta dónde piensas que llegará la esfera en este último caso, suponiendo que el plano es muy largo? Formula una explicación.

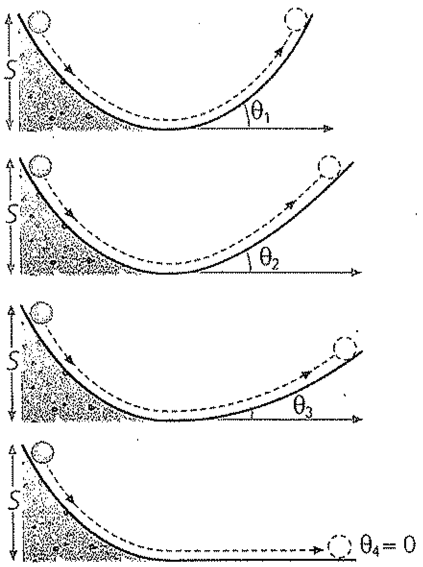


Fig. 1.8 Experimento de Galileo: al disminuir el ángulo θ, la esfera llega más lejos.

2. ¿Cómo piensas que la tecnología ha ayudado en la agricultura?

3. Plantea una idea que se relacione con las ciencias, utilizando las siguientes palabras: fenómeno, ley, explicación, imaginación y teoría. Puedes utilizar más palabras.

4. Copérnico aseveró que la Tierra gira alrededor del Sol. ¿Puedes comprobar esta afirmación mediante observaciones? Explica.

5. Galileo tomó un péndulo simple (un hilo y una masa suspendida en su extremo) y midió el tiempo que demoraba en realizar una oscilación completa (ida y vuelta al mismo punto).

   ¿Piensas que el tiempo de oscilación depende del valor de la masa suspendida? ¿Cómo puedes probar tu respuesta?

6. Observa detenidamente una obra en construcción (un edificio o una casa). Describe el proceso que piensas siguieron para llegar al estado actual de la obra.

7. Piensa en un fenómeno natural como por ejemplo la formación de la lluvia. Identifica y ordena las etapas de una metodología científica para explicar este fenómeno. Comparte tu respuesta con el resto del grupo.

8. En la prensa publicaron una noticia en la que afirman que los científicos encontraron otro planeta que pertenece a nuestro sistema solar. ¿A qué ciencia se refiere esta noticia? Explica.

9. ¿Qué relación encuentras entre la física y la ingeniería civil, y entre la física y la arquitectura?

10. Uno de los adelantos científicos más importantes es el denominado trasplante de córnea. ¿Qué busca este procedimiento? ¿Qué ciencias han intervenido para que este tratamiento sea realidad? Explica.

11. Los científicos acuden al nevado del Ruiz, con cierta frecuencia, para analizar las características de la región volcánica que se encuentra allí. ¿A qué disciplinas consideras pertenecen los científicos que se interesan por las investigaciones en ese lugar? Explica.

12. Realiza, en tu cuaderno, una breve biografía de los científicos mencionados durante el desarrollo del tema.

- Analiza situaciones y experimentos físicos.
- Relaciona situaciones cotidianas con el estudio de la física y otras ciencias.
- Argumenta el proceso de análisis de situaciones.
- Establece relaciones entre la física y otras ciencias.

Magnitudes físicas

TEMA 2

Aplica magnitudes físicas para el análisis dimensional en diversas situaciones.

Imaginemos que nos encontramos en el interior de un avión que parte de la ciudad de Cali con destino a Bogotá; el piloto de la aeronave nos proporciona la siguiente información: el tiempo de vuelo será 45 minutos. La distancia entre las dos ciudades es 464 kilómetros. La temperatura en la ciudad de Bogotá es 15 grados centígrados y la rapidez media del avión será 619 kilómetros por hora. ¿Qué medidas mencionó el piloto? Seguramente identificamos el tiempo, la longitud, la temperatura y la rapidez. Todas estas tienen en común que son propiedades mensurables (medibles).

Fig. 1.9 Muchas de las descripciones que hacemos a diario incluyen magnitudes físicas.

Una **magnitud física** es toda propiedad que caracteriza a los cuerpos o a los fenómenos y que puede ser medida. La física, como ciencia experimental que es, requiere de la medición para describir las propiedades o los fenómenos que se van a estudiar. Las magnitudes físicas se clasifican en *fundamentales* y *derivadas*.

Magnitudes fundamentales

Las llamamos magnitudes fundamentales porque en función de ellas expresamos las demás.

Cuando mencionamos las magnitudes fundamentales, estamos hablando de las *dimensiones* de cada una de ellas. Si nos referimos a 7 metros de tela, la dimensión de esta magnitud es la longitud; si decimos 3 horas, su dimensión es tiempo; si en el supermercado compramos 2 kilogramos de arroz, su dimensión es masa.

Para indicar las dimensiones de las magnitudes físicas utilizamos paréntesis cuadrados:

Longitud [L]
Masa [M]
Tiempo [T]
Temperatura [$°T$]

Estas son las magnitudes fundamentales que estudiaremos en este grado. En el siguiente emplearemos la intensidad de corriente eléctrica y la intensidad luminosa. En química se utiliza como magnitud fundamental la cantidad de sustancia.

La longitud [L]

La **longitud** es la primera magnitud fundamental, tiene relación con nuestro entorno y nos permite realizar ubicaciones espaciales. Son ejemplos: cuando nos desplazamos de un lugar a otro, cuando compramos una tela para que nos confeccionen un vestido, cuando pensamos en lo "lejos" o "cerca" que nos encontramos de un sitio. ¿Recuerdas en qué otras situaciones evocamos la longitud?

Para medir longitudes utilizamos instrumentos como la regla graduada o la cinta métrica. En el laboratorio se emplean algunos instrumentos tales como el calibrador y el tornillo micrométrico.

La masa [M]

En forma intuitiva, es la medida de la cantidad de materia que tiene un cuerpo. Nuestros antepasados se daban cuenta que debían realizar mucho esfuerzo para llevar una gran piedra de un sitio a otro. Siem-

Logros: identificar algunas magnitudes fundamentales y derivadas de la física. Conocer y aplicar el análisis dimensional a diversas situaciones.

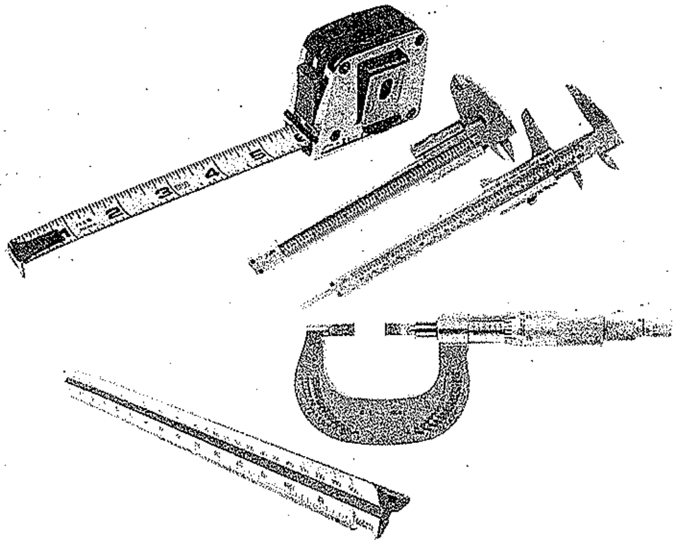


Fig. 1.10 Instrumentos para medir la longitud: regla graduada, cinta métrica, calibradores y tornillo micrométrico.

pre hemos medido masas, desde la antigüedad en los grandes comercios, hasta nuestros días.

Si enviamos una carta certificada, en el correo la colocan en una balanza y de acuerdo con su peso nos cobran; este valor depende de la masa de la carta.

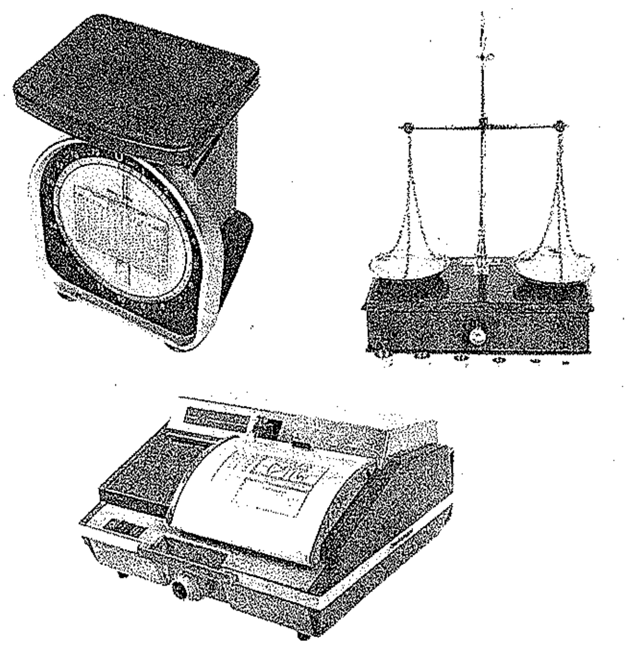


Fig. 1.11 Algunas clases de balanzas: platillos, analítica y automática.

Para medir la masa de un objeto se utiliza la balanza. Existen varias clases de balanzas. En el laboratorio se utilizan, por lo general, las de platillos, las analíticas y las de triple brazo. En la figura 1.11 observamos algunas de ellas.

El tiempo [7]

Es la tercera magnitud fundamental. Desde pequeños tenemos noción de su trascurrir; nuestra vida se enmarca en eventos importantes en él: nuestro nacimiento; el día que ingresamos al jardín infantil; cuando llegamos al colegio "grande"; ahora estamos en décimo y esperamos terminar pronto nuestros estudios de bachillerato.

Todos los anteriores eventos los enmarcamos en la magnitud tiempo. El tiempo no podemos definirlo en pocas palabras, pero sí entendemos su significado. En el tiempo se dan fenómenos llamados irreversibles; un ejemplo es nuestra propia vida, pues nosotros nacemos y con el trascurrir de los días, meses y años, nos covertimos en adultos, y es posible que lleguemos a ser ancianos y a tener nietos. Pero no podemos esperar que siendo personas mayores de pronto volvamos a ser niños.

Para medir el tiempo utilizamos el reloj. Existen varias clases de relojes. En la antigüedad usaban el reloj de arena o el de agua, denominado clepsidra. En la actualidad utilizamos el reloj mecánico o el electrónico y en el laboratorio, el cronómetro.

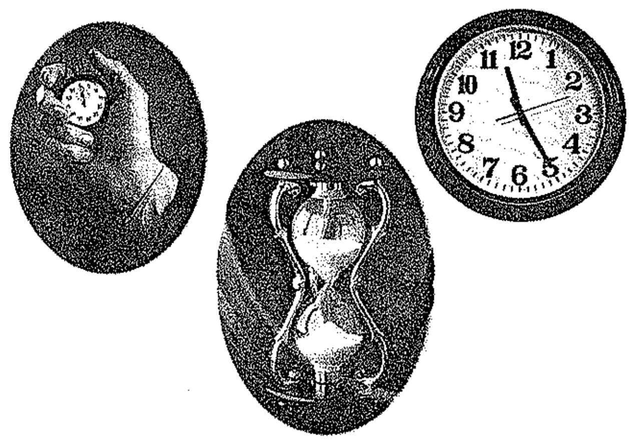


Fig. 1.12 Para medir el tiempo utilizamos el reloj.

Las magnitudes fundamentales son: **longitud, masa, tiempo, temperatura, cantidad de sustancia, intensidad de corriente eléctrica e intensidad luminosa.**

La temperatura [°T]

Es la cuarta magnitud fundamental. Diariamente nos referimos a la temperatura con mucha frecuencia. El concepto del "sentido común" de este término no coincide con el de la física. Cuando estamos en casa o charlando con un amigo, podemos decir: "hace mucho frío"; "el niño tiene fiebre". Hablamos de temperatura como si fuera calor, sin preguntarnos si estos términos son iguales o diferentes. En el desarrollo de nuestro curso nos daremos cuenta cómo para la física la **temperatura** la relacionamos con *sistemas en equilibrio térmico* mientras que el **calor** es *energía en tránsito en virtud de una diferencia de temperatura.*

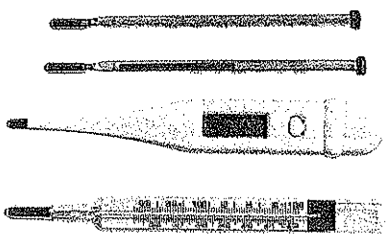


Fig. 1.13 Termómetros clínicos, termómetro ambiental, termómetro de laboratorio.

La temperatura la medimos con termómetros; de seguro en nuestra casa tenemos un termómetro clínico, con el que le tomamos la temperatura a algún miembro de la familia cuando consideramos que tiene fiebre.

Existen diferentes clases de termómetros, de acuerdo con la temperatura que deseemos medir. En la figura 1.13 podemos observar algunos.

Magnitudes derivadas

Las magnitudes derivadas son aquellas que se *expresan en función de las dimensiones fundamentales*, como por ejemplo el área, la densidad, el volumen, la fuerza, la presión, etc.

Por ejemplo, el volumen de una caja es una magnitud derivada, ya que para calcularlo es necesario medir el largo, el alto y el ancho de la misma. La dimensión del volumen es:

$[V] = [L L L] = [L]^3$

Ejemplo

La rapidez media de un cuerpo en movimiento se obtiene dividiendo la distancia que recorre el cuerpo entre el tiempo que tarda en hacerlo: $v_r = \frac{l}{t}$. ¿Qué dimensiones tiene la rapidez media?

Solución

Planteamos la ecuación de dimensiones: $[v_r] = \left[\frac{L}{T}\right]$.

Ejemplo

¿Qué dimensiones tiene la aceleración media que se define como: $a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$?

Solución

La ecuación de dimensiones para la aceleración media es:

$$[a_m] = \frac{\left[\frac{L}{T} - \frac{L}{T}\right]}{[T - T]} = \left[\frac{L}{T^2}\right]$$

El numerador de esta ecuación tiene dimensiones de velocidad y el denominador, dimensiones de tiempo; al realizar el cociente encontramos las dimensiones de aceleración. Es importante notar que no hacemos la diferencia en el numerador, sólo denotamos que las dimensiones del resultado son de velocidad.

Análisis dimensional

Las ecuaciones físicas deben tener las mismas dimensiones en los dos miembros de la igualdad. Lo que significa que todas las ecuaciones físicas deben ser **homogéneas**.

El análisis dimensional de las magnitudes físicas sirve para:

a. analizar la homogeneidad de las ecuaciones.

Si tenemos una ecuación de la forma $X = Y + Z$, esto implica que X, Y y Z deben tener las mismas dimensiones o ser magnitudes de **la misma** naturaleza. Con el criterio anterior, a partir del análisis dimensional, podemos determinar si una ecuación es correcta.

Es importante que tengamos certeza sobre la homogeneidad de las ecuaciones, ya que las magnitudes que adicionemos deben ser de la misma naturaleza.

Ejemplo

Una posible ecuación que relaciona la velocidad v de un objeto que se mueve en línea recta con la velocidad inicial v_0, la aceleración a y el desplazamiento Δx es:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

¿Es homogénea esta ecuación?

Solución

Para saber si es homogénea planteamos la ecuación de dimensiones.

Las dimensiones de velocidad son: $[v] = \left[\frac{L}{T}\right]$, la de desplazamiento es: $[\Delta x] = [L]$ y las de la aceleración son: $[a] = \left[\frac{L}{T^2}\right]$.

Luego las dimensiones de la ecuación física $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ son:

$$\left[\frac{L}{T}\right]^2 = \left[\frac{L}{T}\right]^2 + 2\left[\frac{L}{T^2}\right][L]$$

Si realizamos la operación del último término notamos que también el producto tiene dimensiones de velocidad al cuadrado, luego tenemos una ecuación homogénea:

$$\left[\frac{L}{T}\right]^2 = \left[\frac{L}{T}\right]^2 + 2\left[\frac{L}{T}\right]^2$$

¡Es importante recordar que no debemos adicionar los términos de la igualdad, lo que hacemos es comprobar que todos tengan las mismas dimensiones!

b. Encontrar las dimensiones de las constantes físicas.

El análisis dimensional lo podemos emplear para encontrar las dimensiones de constantes físicas. Éstas, usualmente, además de tener dimensiones y unidades, en la mayoría de los casos, también poseen un valor numérico que se determina experimentalmente.

Ejemplo

La fuerza F: $\left([F] = \left[\frac{ML}{T^2}\right]\right)$ que actúa sobre un resorte al suspenderle una masa m, se expresa como $F = -kx$, expresión que se obtiene experimentalmente, y donde x denota desplazamiento.

¿Qué dimensiones debe tener la constante física k para que la ecuación sea homogénea?

Solución

La ecuación de dimensiones de la fuerza la expresamos dejando en blanco el espacio para las dimensiones de la constante física k:

$$[F]=\left[\frac{ML}{T^2}\right]=[\ \ ][L]$$

¿Qué dimensiones debemos colocar en el paréntesis en blanco para que la ecuación sea homogénea?

Fácilmente vemos que estas dimensiones deben ser $\frac{M}{T^2}$.

Entonces las dimensiones de k son:

$$[k]=\left[\frac{M}{T^2}\right]$$

Si comprobamos en la ecuación de fuerza:

$$[F]=\left[\frac{ML}{T^2}\right]=\left[\frac{M}{T^2}\right][L]$$

nos damos cuenta que llegamos a una igualdad. El signo negativo no forma parte del análisis dimensional.

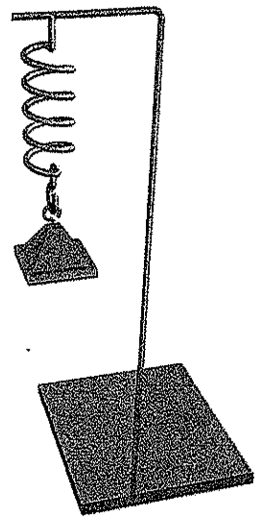


Fig. 1.14 Mediante el sistema masa-resorte es posible determinar experimentalmente la constante física k del resorte.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. Indica cuáles de las siguientes magnitudes físicas son fundamentales y cuáles derivadas. Justifica tu respuesta: masa, fuerza, aceleración, volumen, temperatura, velocidad y área.

2. ¿La aceleración tiene las mismas dimensiones que la velocidad? Explica.

3. ¿Las dimensiones de volumen deben ser diferentes a las de área? Explica.

4. ¿Es posible adicionar velocidad con aceleración y fuerza? Explica.

5. ¿Es posible multiplicar magnitudes físicas que tengan diferentes dimensiones? Explica.

6. Se tienen las magnitudes área y volumen. ¿Cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse? Explica en cada caso.

   a. Área × Volumen

   b. Área + Volumen

   c. Área – Volumen

   d. $\frac{\text{Área}}{\text{Volumen}}$

7. Encuentra las dimensiones de A y B para que la siguiente ecuación: $x = At^3 + Bt$, si x tiene dimensiones de longitud y t dimensiones de tiempo, sea homogénea.

8. Al viajar por carretera desde Bogotá hasta Cali, es posible que nos demoremos siete u ocho horas; la distancia entre estas ciudades es menor que entre Bogotá y Cartagena. Identifica las magnitudes fundamentales que se tendrían en cuenta para describir esta situación. Comparte tu respuesta con el resto del grupo.

9. Enumera las ventajas que suministra el análisis dimensional en las ecuaciones físicas. Comparte tu trabajo con el resto del grupo.

10. Newton definió una magnitud física llamada cantidad de movimiento lineal P: $P = mv$, donde m es la masa del objeto y v es la velocidad.

Encuentra las dimensiones de la cantidad de movimiento P.

11. Las siguientes son ecuaciones en función del tiempo para un objeto que se mueve en dirección horizontal, con aceleración a constante, velocidad v y x es la coordenada de posición. A, B y C son constantes físicas y t es el tiempo. Encuentra las dimensiones de las constantes físicas para que cada ecuación sea homogénea.

a. $v = A + Bt$

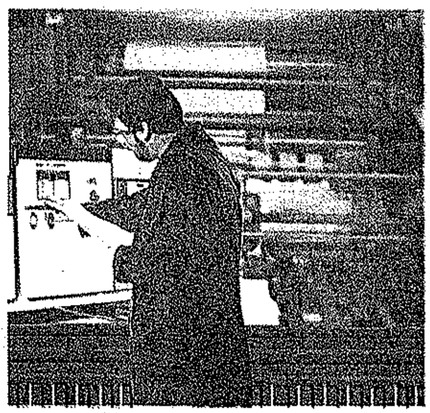
b. $x = A + Bt + Ct^2$

c. $v^2 = A + 2B\,\Delta x$ (Δx tiene dimensiones de longitud).

12. En una fábrica miden la velocidad de salida del agua para lavar grandes cantidades de ropa, como función del tiempo, con la siguiente ecuación calculada por un estudiante de décimo grado:

$$v^3 = A + Bt^3 + Ct^5$$

en donde v es velocidad y t es tiempo.



¿Qué dimensiones deben tener las constantes físicas A, B y C para que la ecuación empírica sea homogénea?

13. De acuerdo con el análisis dimensional, ¿cuál de las siguientes ecuaciones es correcta? En ellas, x es la coordenada de posición, v es velocidad, v_0 es velocidad inicial, a es aceleración constante y t es tiempo.

a. $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\, v^2$

b. $v = v_0 + ax$

c. $v = v_0 + at^2$

d. $x = x_0 + \frac{1}{2} at$

e. $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

14. La presión se define como fuerza por unidad de área: Presión $= \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área}}$. ¿Qué dimensiones tiene la presión?

15. Una clepsidra es un tipo de reloj antiguo. Investiga cómo funcionaba.

16. La fuerza F que actúa sobre una esfera cuando esta desciende por un líquido viscoso se expresa: $F = 6\pi r \eta v$, donde 6π es una constante, r es el radio de la esfera, η se denomina coeficiente de viscosidad y v es la velocidad de la esfera.

¿Qué dimensiones debe tener η para que la ecuación sea homogénea?

17. Investiga la expresión matemática que define la ley de gravitación universal. ¿Qué dimensión tiene cada variable en la expresión? Comparte el resultado con tus compañeros.

Identifica las magnitudes físicas fundamentales.
Analiza y determina la dimensión de las variables en una situación.
Resuelve problemas aplicando el concepto de magnitud y homogeneidad.
Respeta las ideas de los demás.

Unidades de medida y conversión

TEMA 3 — ESTÁNDAR E

Establece las unidades de medida de algunas magnitudes físicas y realiza conversiones de unidades de un sistema de medida a otro.

Unidades

Como vimos anteriormente, la física para su estudio requiere de la medición de magnitudes. *Medir* es comparar una magnitud física con otra que nos sirve como patrón denominada **unidad**.

Desde épocas remotas, los seres humanos utilizamos diversas unidades para realizar mediciones. Por ejemplo, para medir longitudes se emplearon algunas partes del cuerpo como el brazo, la palma de la mano o el codo, como vemos en la figura 1.15. Pero no tardaron en darse cuenta que no todas las personas tenían las mismas medidas en su cuerpo y esto condujo a serios problemas entre los comerciantes.

Con el fin de resolver esos inconvenientes, fue necesario establecer medidas estándar o patrón para cada una de las magnitudes fundamentales.

Diferencia entre dimensiones y unidades

Las dimensiones de una magnitud física son diferentes a las unidades de la misma, ya que las **dimensiones** se relacionan con la naturaleza de la magnitud, mientras que las **unidades** tienen que ver con un patrón de medida que permite comparar una característica de la magnitud que vamos a medir con la denominada unidad patrón. Esta característica puede ser: longitud, masa, tiempo, temperatura, etc.

Sistemas de unidades

Las magnitudes fundamentales y derivadas se expresan en sistemas de unidades. Estos son importantes porque con ellos se unifican los criterios de medida de cualquier magnitud física.

Veamos algunos de los sistemas de unidades:

1. El **Sistema Internacional (SI)** toma como unidades patrón las siguientes: de longitud, el metro (m); de masa, el kilogramo (kg); de tiempo, el segundo (s).

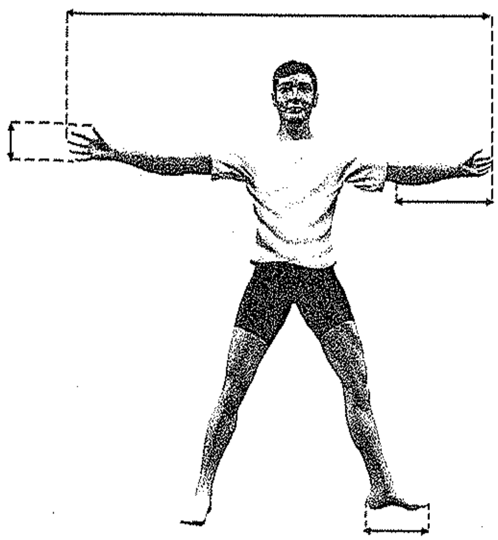


Fig. 1.15 Las primeras unidades de medida de longitud se basaban en las medidas del cuerpo humano.

El **metro (m)** se definió como la diezmillonésima parte del cuadrante terrestre; luego, esta distancia se hizo corresponder, por definición, con la que existe entre dos líneas grabadas sobre una barra de una aleación de platino e iridio, la cual se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París, en Sèvres, Francia.

Hoy el metro patrón se define como la distancia que recorre la luz en el vacío durante

$$\frac{1}{299\ 792\ 458} \text{ de segundo.}$$

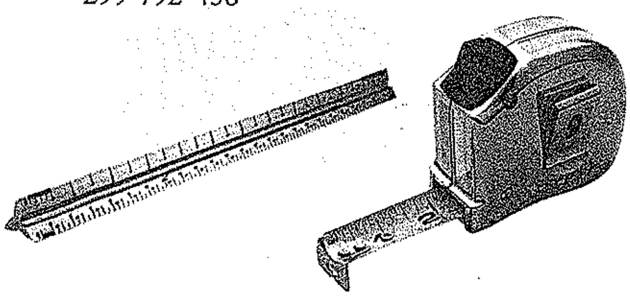


Fig. 1.16 Instrumentos para medir longitud.

Logros: identificar diversos sistemas de medida y realizar conversiones de un sistema de unidades a otro.

El **segundo (s)** inicialmente se tomó en función de la duración del día solar; así, 60 segundos equivalen a un minuto, 60 minutos corresponden a una hora y 24 horas equivalen a un día solar.

Ahora el segundo se asocia con la frecuencia que caracteriza al átomo de cesio 133.

El **kilogramo (kg)** es la unidad de masa equivalente a 1000 gramos. El patrón masa es un cilindro de platino e iridio, que también se conserva en Sèvres, Francia.

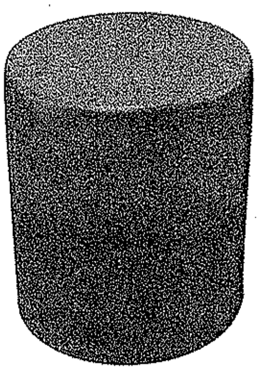


Fig. 1.17 El kilogramo patrón está hecho de platino iridiado y se encuentra en el pabellón de Breteuil, de Sèvres.

El **kelvin (K)** corresponde a la unidad de temperatura.

El **mol (mol)** es la unidad para la cantidad de sustancia y corresponde a $1{,}023 \times 10^{23}$.

El **ampere (A)** es la unidad de la intensidad de corriente eléctrica.

La **candela (cd)** es la unidad de intensidad luminosa.

Todas estas unidades pertenecen al **SI**.

Las unidades de las otras magnitudes físicas se expresan en función de estas unidades.

2. **Sistema cgs:** aquí el patrón longitud lo expresamos en centímetros (cm), el patrón masa en gramos (g) y el patrón tiempo en segundos (s).
3. **Sistema inglés:** en este sistema de medida el patrón longitud es el pie (ft), el patrón masa es el *slug* y el tiempo en segundos (s).

Al unificar los sistemas de unidades se han logrado acuerdos universales, que han permitido intercambiar mercancías en las mismas unidades, realizar transacciones comerciales, unificar unidades en maquinarias utilizadas en laboratorios e industrias.

Conversión de unidades

Las magnitudes físicas deben tener un número y una unidad. Por ejemplo, imaginémonos que necesitamos expresar en cm^3 el volumen de un prisma, cuya base tiene 36 m^2 de área y de altura 2 m.

El volumen V es área de la base A por la altura h:

$V = Ah = 36\ m^2 \times 2\ m = 72\ m^3$

Vemos que los dos valores se multiplican como se hace en álgebra y para las unidades sumamos los exponentes, porque son potencias de la misma base.

Para pasar m^3 a cm^3 procedemos así:

como 1 m = 100 cm, entonces elevamos al cubo ambos miembros:

$(1\ m)^3 = 1\ m^3 = (100\ cm)^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$,

es decir: $1\ m^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$.

Despejamos de la siguiente manera:

$$1 = \frac{1\ 000\ 000\ cm^3}{m^3}$$

y remplazamos este valor, al que denominamos **factor de conversión,** en el resultado encontrado para el volumen $V = 72\ m^3$:

$$V = 72\ m^3 \times \frac{1\ 000\ 000\ cm^3}{m^3} = 72\ 000\ 000\ cm^3$$

Simplificamos m^3 y la respuesta la expresamos en cm^3.

Factor de conversión

Se utiliza para convertir unidades de un sistema de medida a otro. El factor de conversión es un cociente de dos cantidades equivalentes expresadas en unidades diferentes. Todos los factores de conversión tienen como valor 1.

El método del factor de conversión consiste en la multiplicación de la cantidad conocida con su respectiva unidad(es) por uno o más factores de conversión para obtener la cantidad en las unidades deseadas.

En la tabla 1.1 se presentan algunas magnitudes físicas con sus conversiones a diferentes unidades.

Magnitud física	Factores de conversión
Longitud	1(metro) m = 10^2 cm = 39,37 pulg = $6{,}214 \times 10^{-4}$ mi 1(milla) mi = 5280 pie = 1,609 km 1(pulgada) pulg = 2,54 cm 1(yarda) yd = 0,914 m 1 pie = 0,3048 m = 12 pulg
Masa	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg
Tiempo	1 s = $1{,}667 \times 10^{-2}$ min = $2{,}778 \times 10^{-4}$ h 1 min = 60 s 1 h = 3600 s = 60 min 1 año = $3{,}156 \times 10^7$ s = $5{,}259 \times 10^5$ min = $8{,}766 \times 10^3$ h
Área	1 m^2 = 10^4 cm^2 = 10,76 pie^2 = $1{,}55 \times 10^3$ $pulg^2$
Volumen	1 m^3 = 10^6 cm^3 = 10^3 litros = 35,3 pie^3 = $6{,}1 \times 10^4$ $pulg^3$

Tabla 1.1

Ejemplo

Expresemos 700 m en cm y en mm.

Solución

Utilicemos dos factores de conversión. Primero pasemos de m a cm:

como 1 m = 100 cm, entonces si dividimos cada miembro de esta ecuación entre 1 m obtenemos:

$1 = \frac{100 \text{ cm}}{\text{m}}$. Este es el **factor de conversión.**

$$700 \text{ m} = 700 \text{ m} \times \frac{100 \text{ cm}}{\text{m}} = 70\ 000 \text{ cm}$$

Finalmente, trasformemos cm en mm:

1 cm = 10 mm, entonces

$1 = \frac{10 \text{ mm}}{\text{cm}}$.

$$70\ 000 \text{ cm} \times \frac{10 \text{ mm}}{\text{cm}} = 700\ 000 \text{ mm}$$

Las magnitudes fundamentales se miden comparándolas con un patrón, predeterminado, de la misma naturaleza. La medida del patrón se ha tomado de manera arbitraria. En consecuencia, se determinaron varios sistemas de medida: el Sistema Internacional, el sistema cegesimal (cgs) y el sistema inglés.

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. ¿Es posible convertir km^2 en m? Explica.
2. En términos del SI, ¿en qué unidades se debe medir:
   a. la masa del Sol?
   b. El volumen de la Tierra?
   c. La densidad del aire $\left(\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}\right)$?
3. Escribe frente a cada nombre de unidad su símbolo:

Candela: ____	Mol: ____
Kilogramo: ____	Segundo: ____
Ampere: ____	Kelvin: ____
Metro: ____	

4. Cuando hablamos de kilogramo, centímetro y segundo, ¿nos estamos refiriendo al SI? Explica.
5. ¿Cómo se define el kilogramo?
6. Para cada dimensión fundamental escribe el símbolo de su unidad en el sistema inglés.

   Tiempo: ____

   Masa: ____

   Longitud: ____
7. La velocidad máxima que puede llevar un auto en una curva es 70 km/h; expresa este valor en m/s.
8. Dos lados de un lote rectangular tienen las siguientes longitudes: largo 0,7 km y ancho 350 m.
   a. Expresa el perímetro del lote en km, m y yd.
   b. Indica el área del lote en km^2, m^2 y yd^2.
9. En un lote de 100 m^2 se proyecta construir una casa de dos pisos. El dueño desea vivir con toda su familia conformada por su esposa, tres hijos y un tío de su esposa. Ayúdale a diseñar, en m^2, la distribución de la casa, si en el primer piso quiere ubicar la sala, el comedor, la habitación del tío, un patio pequeño, cocina y un baño. En el segundo piso desea cuatro habitaciones. Presenta, en tu cuaderno, por lo menos dos posibles soluciones. Expresa la segunda solución en km^2.
10. Estima la distancia entre el colegio y tu casa en m, yd y km.
11. El laboratorio de física tiene las siguientes dimensiones: largo 9 m, ancho 7 m y alto 3,5 m. Determina:
    a. el perímetro en pies.
    b. El área en m^2.
    c. El volumen en m^3.
12. Una pieza sólida de cierto metal tiene 25,7 kg de masa y 3,57 m^3 de volumen. Encuentra la densidad de esta pieza en el sistema cgs con la relación $\rho \text{ (densidad)} = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}}$.
13. Convierte al Sistema Internacional las siguientes magnitudes físicas:

    10 000 km ____________

    560 000 mm ____________

    700 años ____________

    0,00078 horas ____________

    0,0098 pulg ____________

    650 000 000 cm ____________
14. Un cilindro tiene las siguientes dimensiones: 5 cm de radio y 4 cm de altura.
    a. Encuentra el área del cilindro en cm^2.
    b. Halla el volumen del cilindro en mm^3.
    c. Si la masa del cilindro es 2 g, encuentra la densidad del cilindro en el sistema cgs.

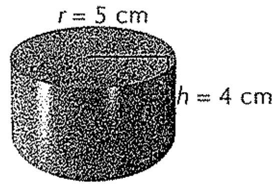


Fig. 1.18

- Identifica sistemas de unidades y realiza conversiones.
- Utiliza en forma apropiada los sistemas de medida.
- Aplica conversión de unidades en la resolución de problemas.
- Respeta las ideas de los demás.

Notación científica, cifras significativas y las mediciones

Tema 4

ESTÁNDAR E

Aplica la notación científica y el grado de incertidumbre de las mediciones para expresar magnitudes físicas.

Notación en potencias de 10 o notación científica

En física, con frecuencia, se trabajan magnitudes con rangos numéricos variables según el fenómeno que se vaya a estudiar. Por ejemplo, podemos encontrar masas tan grandes como la de la Tierra, cuyo valor es 6 000 000 000 000 000 000 000 000 de kilogramos aproximadamente, o masas tan pequeñas como la del electrón, cuyo valor aproximado es 0,000000000000000000000000000000911 de kilogramos. Resultaría muy dispendioso y poco práctico, escribir todas estas cifras para realizar cálculos con esos valores. Por eso, para trabajar en forma abreviada con cantidades como estas, utilizaremos la notación en potencias de 10 o notación científica. Este método consiste en expresar los decimales de una cantidad en potencias de 10. Por ejemplo, si la masa aproximada de una rana es 0,1 kg, este valor lo podemos expresar como potencia de 10 de la siguiente manera:

$$0{,}1\ \text{kg} = \frac{1}{10}\ \text{kg} = 1 \times 10^{-1}\ \text{kg}.$$

Ejemplo

Expresemos en notación científica cuántos segundos hay en un día.

Solución

$$1\ \cancel{\text{día}} \times \frac{24\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{día}}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \cancel{\text{h}}} = 86\ 400\ \text{s} = 8{,}64 \times 10^{4}\ \text{s}$$

Prefijos con potencias de 10

En la tabla 1.2 se presentan los prefijos utilizados para magnitudes físicas expresadas en notación científica.

Múltiplo	10^{15}	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Prefijo	peta	tera	giga	mega	kilo	hecto	deci	centi	mili	micro	nano	pico
Abreviatura	P	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p

Tabla 1.2

Ejemplo

Expresemos 7 000 000 m en notación científica. ¿A cuántos Mm (megametros) equivale esta medición?

Solución

Expresamos en potencias de 10 la magnitud física 7 000 000 m y luego realizamos la conversión.

$$7\ 000\ 000\ \text{m} = 7 \times 10^{6}\ \text{m} \times \frac{1\ \text{Mm}}{10^{6}\ \text{m}} = 7\ \text{Mm}$$

Logros: expresar y operar magnitudes físicas, en potencias de 10. Emplear los conceptos de cifras significativas, exactitud y precisión en el uso de las mediciones.

El orden de magnitud

El orden de magnitud es una forma de expresar de manera redondeada el valor de una magnitud física. Esto se realiza aproximando la cantidad a la potencia de 10 más cercana.

Ejemplo

La masa de una mosca es aproximadamente 5×10^{-4} gramos. ¿Qué orden de magnitud tiene esta masa?

Solución

El orden de magnitud de la masa es:

$5 \times 10^{-4} \approx 10^{1} \times 10^{-4} = 10^{-3}$ gramos.

(Aproximamos 5 a 10^{1}.)

Fig. 1.19 El orden de magnitud de la masa de una mosca es 10^{-3} gramos.

Cifras significativas

Las cifras significativas son aquellos dígitos que se consideran válidos en una medición. El valor de las cifras significativas depende de varios factores: precisión del instrumento de medida, habilidad del experimentador y número de mediciones que se realizan de cada magnitud física.

Por ejemplo, se desea medir la longitud de una barra con una regla graduada, como la que vemos en la figura 1.20.

Al hacerlo, encontramos que la barra mide entre 13,5 cm y 13,6 cm; esta medición podemos expresarla como 13,55 cm. Esta medida presenta cuatro cifras significativas, de las cuales tres son seguras y la última es aproximada. Para determinar el número de cifras significativas de una medición vamos a tener en cuenta las siguientes normas:

- Los dígitos diferentes de cero son siempre cifras significativas.
- Los ceros finales después del punto decimal, son cifras significativas.
- Los ceros entre dos dígitos son cifras significativas.
- Los ceros empleados para ubicar la coma decimal no son cifras significativas.

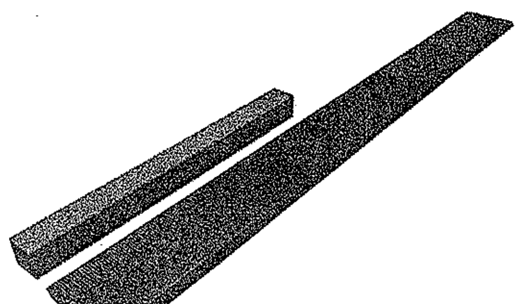


Fig. 1.20 La barra metálica mide 13,55 cm.

Ejemplo

¿Cuántas cifras significativas tiene el número $1,6 \times 10^{-19}$?

Solución

Este número tiene dos cifras significativas: 1,6.
El número que lo acompaña 10^{-19} corresponde a lo que denominamos **orden de magnitud.**

Instrumentos de medida

En física medimos básicamente longitudes, masas y tiempos.

Cuando especificamos el valor de una cantidad física debemos tener en cuenta:

a. Un número.

b. La unidad de este número.

c. Establecer la dirección, si la magnitud física es una cantidad vectorial, como lo veremos más adelante.

d. La confiabilidad de la lectura.

Al hacer una medición de una magnitud física, siempre estamos sujetos a errores; a esto se le denomina **incertidumbre** de carácter experimental. Usualmente la incertidumbre se indica en forma aproximada con el número de dígitos expresados. La magnitud del error depende de factores como la habilidad del experimentador y del instrumento de medición; por tanto, sólo puede estimarse.

Cuando en el laboratorio tomamos lecturas de determinadas magnitudes físicas, debemos tener en cuenta: la **precisión**, la **exactitud** y la **sensibilidad** del instrumento de medida.

Precisión

La **precisión de un instrumento de medición** es la capacidad de éste para discriminar y valorar pequeñas variaciones de la magnitud que se va a medir. Decimos que un instrumento es más preciso cuanto "mejor" es su resolución. Esta característica se relaciona con la construcción de su escala y el elemento indicador de medición. Un instrumento es preciso si la diferencia entre las distintas mediciones de una magnitud física es pequeña.

Ejemplo

Encontremos el perímetro de una hoja de nuestro cuaderno, a partir de la siguiente información: la precisión del instrumento de medida es $\pm$ 0,1 cm. El largo de la hoja es 15 cm, por consiguiente, podemos aseverar que este valor se encuentra entre 14,9 cm y 15,1 cm; el ancho de la hoja es 13,4 cm, luego podemos afirmar que este valor está entre 13,3 cm y 13,5 cm.

Solución

El perímetro de nuestra hoja es:

Perímetro $= 2$ largo $+ 2$ ancho $= 2 \times 15$ cm $+ 2 \times 13{,}4$ cm $= 56{,}8$ cm

En este caso la respuesta tiene tres cifras significativas. ¿Por qué?

Exactitud

La **exactitud** se define como el grado de concordancia entre la cantidad medida y su valor "real" o teórico.

Exactitud = |Medida experimental – Valor teórico|

Por ejemplo, si determinamos el número π a partir de la medición de la longitud de un círculo del cual conocemos su radio y obtenemos un valor experimental de 3,18, la exactitud de esta medida es:

Exactitud = |Medida experimental – Valor teórico|

Exactitud $= |3{,}18 - 3{,}14| = 0{,}04$

Sensibilidad

La **sensibilidad** se relaciona con la capacidad de respuesta a variaciones muy pequeñas de la magnitud que se va a medir, es decir, con el valor mínimo de la magnitud que puede medir el aparato. Los aparatos precisos tienen, por lo general, la cualidad de ser sensibles y exactos. Sin embargo, a veces, pese a lo precisos, presentan errores por falta de calibración.

TALLER DE COMPETENCIAS 4

1. Utiliza notación con potencias de 10 y realiza un estimativo de cuánto tiempo tardaría una tortuga en ir de Bogotá a Girardot. Asume valores razonables tanto para la velocidad de la tortuga como para la distancia entre las dos ciudades.

2. Estima cuántos latidos realiza el corazón de uno de tus compañeros o compañeras en un año; menciona qué errores crees se involucran en este resultado. Utiliza notación con potencias de 10.

   Sugerencia: toma, en forma aproximada, el número de latidos del corazón en un minuto y luego multiplica ese resultado por los valores adecuados.

3. Estima cuántos colegios oficiales y privados existen en Colombia. Expresa el resultado como potencia de 10.

4. Determina el orden de magnitud del área de la pasta de tu libro de física.

5. Expresa en notación científica el resultado de las siguientes operaciones:

   a. $$\frac{(3 \times 10^{8})^{2}\,(5 \times 10^{-2})}{7 \times 10^{-3}}$$

   b. $$\frac{(3{,}27 \times 10^{5})\,(1{,}28 \times 10^{3})}{(1{,}25 \times 10^{4})\,(0{,}38)}$$

6. Cuántas cifras significativas tiene el número 0,0062.

7. La tesis de grado de mi hermano tiene 341,3 hojas escritas. ¿Cuántas cifras significativas tiene este número?

8. Encuentra el área, en cm^2, de tu cuaderno de física. ¿Cuántas cifras significativas tiene este resultado? Comparte tus resultados con el resto del grupo.

9. Calcula el área de un circulo de radio $r = 5{,}8\,\text{m}$ y expresa tu respuesta en notación científica.

10. El radio promedio de la Tierra es $6{,}37 \times 10^{6}$ m. Si se asume que la Tierra es aproximadamente esférica, encuentra:

    a. el área de la Tierra en cm^2.

    b. El volumen de la Tierra en m^3.

11. Utilizando notación científica, expresa $14\,\mu m$ en mm.

12. Efectúa un estimativo del número de respiraciones que has realizado en tu vida. Expresa tu respuesta en notación científica.

    Sugerencia: cuenta las respiraciones que realizas en un minuto.

13. Calcula la densidad promedio de la Tierra en g / cm^3, si su masa aproximada es $5{,}98 \times 10^{24}$ kg.

14. El radio promedio del Sol es aproximadamente $6{,}96 \times 10^{8}$ m. Calcula:

    a. el área del Sol en cm^2.

    b. El volumen del Sol en km^3.

15. Realiza un estimativo de tu edad en segundos. Expresa el resultado en notación científica.

16. Expresa tu estatura en milímetros.

17. ¿Cuántos segundos demora una clase de física?

18. ¿Cuál es la edad en meses de todos tus compañeros y compañeras de clase?

- Identifica y utiliza correctamente la notación en potencias de 10.
- Formula condiciones para el manejo de instrumentos de medida.
- Resuelve problemas y expresa las respuestas utilizando notación científica.
- Valora el trabajo en grupo.

Cantidades escalares y vectoriales. Adición de vectores

TEMA 5

Relaciona cantidades escalares y vectoriales con algunas magnitudes físicas. Realiza operaciones con vectores.

Imaginemos que un amigo nos pide que le informemos sobre la temperatura del ambiente o sobre el volumen de un líquido en el interior de una probeta. Para poder hacerlo, basta leer el termómetro o el registro del volumen del líquido en la probeta. Tanto la temperatura como el volumen, sólo requerirán de un número y una unidad para tener una información completa.

Aquellas magnitudes físicas que quedan totalmente descritas con un número y una unidad, reciben el nombre de **cantidades escalares.**

Ahora, si nuestro amigo nos pide que nos movamos 5 m del lugar en donde nos encontramos, seguramente le diremos que hacia dónde, pues la petición no resulta completa sólo con un número y una unidad.

Aquellas magnitudes físicas que quedan definidas por un número, una unidad y una dirección se llaman **cantidades vectoriales.**

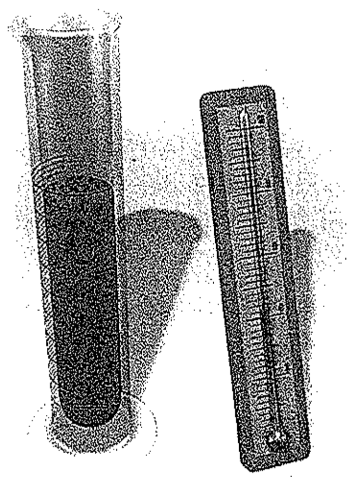


Fig. 1.21 El volumen y la temperatura son cantidades escalares.

Ejemplo

Para evitar dañar el prado del parque cuando sale de su casa hacia el colegio, Paola camina 400 m en diagonal como muestra la figura 1.22 (línea de color rojo), y luego anda otros 700 m en línea recta hacia el norte (línea de color azul); ¿cuál fue la distancia total recorrida y el desplazamiento de Paola?

Solución

La distancia total recorrida podemos encontrarla sencillamente sumando las longitudes, es decir, 1100 m; por otra parte, para determinar el desplazamiento construimos un diagrama a escala para poder medir con una regla graduada, en la misma escala, la distancia (línea de color verde); con este procedimiento obtenemos como resultado 1020 m.

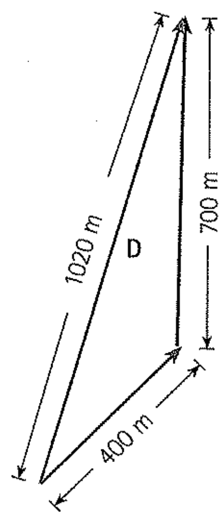


Fig. 1.22 El desplazamiento D es una cantidad vectorial.

Logros: diferenciar cantidades escalares de vectoriales. Adicionar y sustraer vectores por los métodos gráfico y analítico.

Definición de vector

Un *vector* es una cantidad física que para ser definida debe tenerse en cuenta tanto su *magnitud* (un número con su unidad) como su *dirección*; son ejemplos de vectores el desplazamiento, la velocidad y la fuerza, entre otros; a manera de síntesis podemos decir que *un vector es un segmento dirigido.*

Definir la dirección de un vector exige primero establecer un sistema de coordenadas respecto al cual se determine el ángulo del vector; este se mide respecto al eje positivo de las $X\left(X^{+}\right)$.

Notación de vectores

Para expresar una cantidad como vectorial se emplean símbolos. A lo largo del texto utilizaremos la letra **resaltada** para indicar vector y la letra *inclinada* para la magnitud del mismo.

Igualdad de vectores

Atendiendo a la definición dada, un **B** es igual a otro **A** si la magnitud y dirección son las mismas. En la figura 1.23 los **A** y **B** son iguales, y **D** y **C** son diferentes.

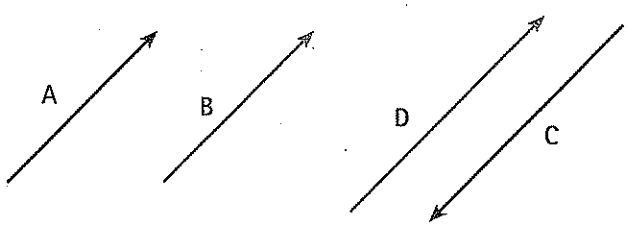


Fig. 1.23 Vectores iguales y vectores opuestos.

Vectores opuestos

El **D** es el opuesto al **C**, pues tiene la misma magnitud pero dirección contraria. Diremos, entonces, que el **D** es equivalente al **–C**.

Adición de vectores

Para adicionar vectores nos podemos valer de los métodos gráficos o del método analítico.

• Método gráfico de triangulación

El método de triangulación se basa en trazar el primer vector como una flecha a escala, teniendo en cuenta su dirección (**A** en la figura 1.24); a continuación y también a escala, se traza el segundo vector iniciando donde terminó el primero (**B** en la misma figura), tomando en cuenta su dirección. El vector resultante es el que se traza desde el origen del primer vector hasta el final del último (**S** en la figura); su magnitud se determina con base en la escala empleada para representar los vectores, y el ángulo con ayuda de un trasportador.

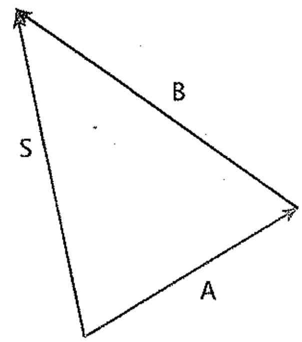


Fig. 1.24 Método de triangulación.

• Método gráfico del paralelogramo

Ubicamos el origen de los dos vectores en un punto común, regularmente el origen del sistema de coordenadas; luego trazamos líneas paralelas a cada vector, que pasen por el final del otro. El vector suma es la diagonal del paralelogramo, que va desde el origen común de los vectores hasta la intersección de las paralelas, tal como lo apreciamos en la figura 1.25.

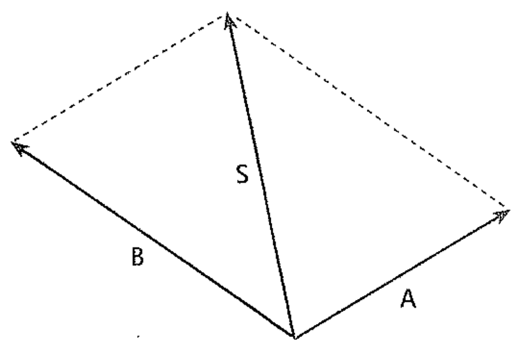


Fig. 1.25 Método del paralelogramo. En este caso los dos vectores se ubican en un origen común.

Si hay necesidad de adicionar varios vectores, simplemente se adiciona la suma de los dos primeros con el tercero y así sucesivamente se continúa con los demás.

Método analítico

La adición de los **A** y **B** podemos realizarla analíticamente por el método llamado de *componentes rectangulares*. Veamos inicialmente su sustentación teórica.

En la figura 1.26 podemos apreciar que el **A** tiene como componentes o proyecciones A_x y A_y sobre los ejes X y Y respectivamente; en forma similar, el **B** tiene como componentes a B_x y B_y sobre los mismos ejes; la suma de los vectores es otro **S**, que tiene como componentes a S_x y S_y. Si observamos cuidadosamente la figura notamos que la componente S_x es la suma de A_x y B_x y la componente S_y es la suma de A_y y B_y, así:

$$S_x = A_x + B_x$$

$$S_y = A_y + B_y$$

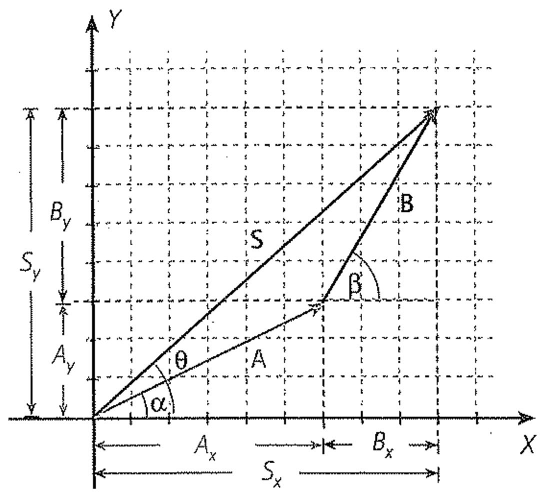


Fig. 1.26 Adición analítica de vectores.

Componentes rectangulares de un vector

Ahora determinemos el valor de la proyección de un **A** sobre el eje X y sobre el eje Y.

Aplicando la definición de las relaciones trigonométricas sen θ y cos θ al triángulo rectángulo de la figura 1.27, obtenemos:

$$\text{sen } \theta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos \theta = \frac{A_x}{A}$$

Despejamos las componentes A_x y A_y:

$$A_y = A \text{ sen } \theta; \quad A_x = A \cos \theta \qquad 1.1$$

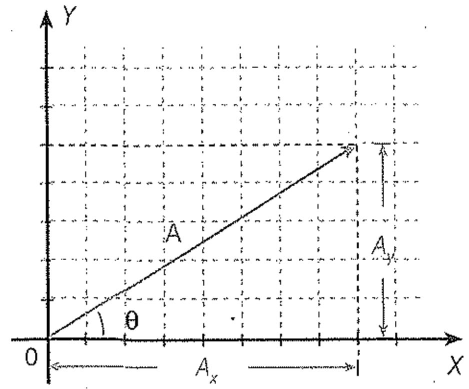


Fig. 1.27 Componentes rectangulares del A en dos dimensiones.

Con ayuda de las componentes rectangulares podemos escribir el **A** en la forma:

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y).$$

Por ejemplo, el **D** = (3 m, – 4 m) corresponde a un vector con componentes 3 m en el eje X y 4 m en dirección negativa del eje Y.

Realicemos el mismo procedimiento para el **B** y luego adicionemos las componentes en X y en Y:

resultante en X $\left(\sum_x\right)$:

$$S_x = A_x + B_x = A\cos \theta + B \cos \beta,$$

resultante en Y $\left(\sum_y\right)$:

$$S_y = A_y + B_y = A \text{ sen } \theta + B \text{ sen } \beta$$

Una vez obtenidas las componentes determinamos la magnitud de la resultante utilizando el teorema de Pitágoras:

$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ y la dirección de la resultante es el ángulo δ tal que: $\delta = \tan^{-1}\left(\dfrac{S_y}{S_x}\right)$

Ejemplo

Daniel va a visitar a una amiga, para lo cual realiza los siguientes desplazamientos: camina 50 m hacia el norte (90°) y luego 30 m hacia el noreste (45°). Encontremos el desplazamiento total de Daniel.

Solución

Para hallar la solución gráfica empleamos el método de triangulación. Para hacerlo, dibujamos cada vector a escala; el **B** lo trazamos desde el punto final del **A** y el vector resultante **R** desde el punto inicial del **A** hasta el punto final del **B**. Con una regla medimos la longitud del vector resultante y a escala obtenemos 75 m. Con ayuda de un trasportador medimos el ángulo que forma con el eje X, y encontramos que mide 75°.

Por el método analítico también podemos encontrar el desplazamiento de Daniel, utilizando componentes rectangulares.

De acuerdo con la figura 1.28 las componentes rectangulares de cada desplazamiento son:

$A_x = (50 \text{ m}) \cos 90° = 0 \text{ m}$

$B_x = (30 \text{ m}) \cos 45° = 21{,}21 \text{ m}$

$A_y = (50 \text{ m}) \text{ sen } 90° = 50 \text{ m}$

$B_y = (30 \text{ m}) \text{ sen } 45° = 21{,}21 \text{ m}$

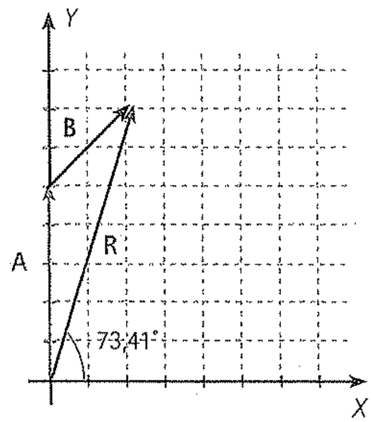


Fig. 1.28

De acuerdo con las ecuaciones

$R_x = A_x + B_x = 0 \text{ m} + 21{,}21 \text{ m} = 21{,}21 \text{ m}$

$R_y = A_y + B_y = 50 \text{ m} + 21{,}21 \text{ m} = 71{,}21 \text{ m}$

El vector desplazamiento de Daniel es:

$\mathbf{R} = (21{,}21 \text{ m}, 71{,}21 \text{ m})$, es decir, en la dirección horizontal X se desplazó 21,21 m y en la dirección vertical Y se desplazó 71,21 m.

La magnitud del desplazamiento de Daniel es:

$R = \sqrt{(21{,}21)^2 + (71{,}21)^2} = 74{,}30 \text{ m}$ en la dirección:

$\delta = \tan^{-1}\left(\dfrac{71{,}21}{21{,}21}\right) = 73{,}41°$ ángulo medido siempre respecto al eje positivo X.

En los procedimientos notamos una ligera diferencia entre las respuestas debido a errores en la medición y por la aproximación de la calculadora.

Ejemplo

Catalina debe ir al centro comercial a comprar algunos artículos de papelería, para hacer la tarea de física. El trasporte en el que viaja recorre inicialmente 5 km en dirección sureste de su casa (– 45°); a continuación, 3,5 km en dirección 30° respecto al eje positivo X y, finalmente, 7 km en dirección noreste (45°). Ayudémosle a Catalina a determinar su desplazamiento total.

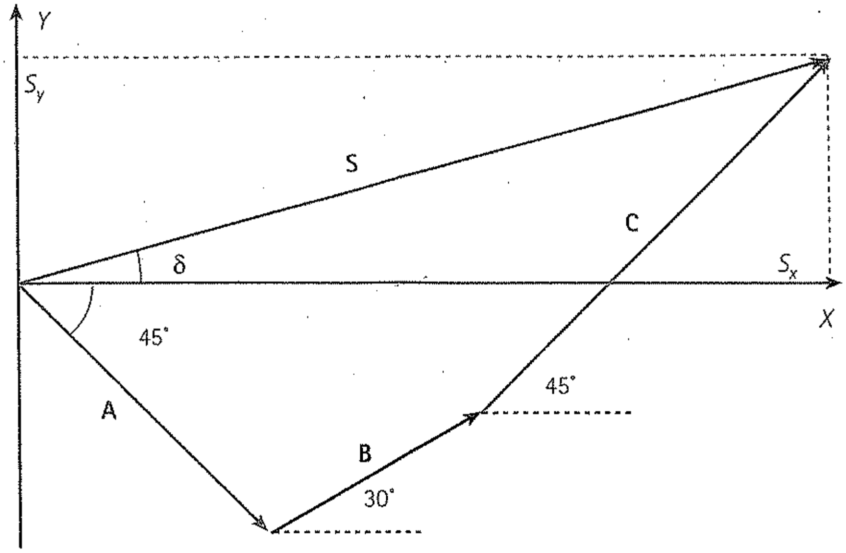


Fig. 1.29

Solución

En la figura 1.29 vemos gráficamente la situación problema: cada vector está dibujado uno a continuación del otro, uniendo el extremo del primero con el origen del segundo y el extremo del segundo con el origen del tercero. La resultante es la unión del origen del primer vector con el extremo del último.

A escala, la magnitud de la resultante es $S = 12$ km.

La dirección: $\delta = 15°$.

Para la solución analítica, inicialmente determinamos las componentes rectangulares de cada vector.

En el eje X $\left(\sum_x\right)$:

$$S_x = A_x + B_x + C_x = (5\text{ km})\cos(-45°) + (3{,}5\text{ km})\cos 30° + (7\text{ km})\cos 45°$$
$$= (5\text{ km})(0{,}707) + (3{,}5\text{ km})(0{,}866) + (7\text{ km})(0{,}707)$$
$$= 3{,}54\text{ km} + 3{,}03\text{ km} + 4{,}95\text{ km} = 11{,}52\text{ km}$$

En el eje Y $\left(\sum_y\right)$:

$$S_y = A_y + B_y + C_y = (5\text{ km})\operatorname{sen}(-45°) + (3{,}5\text{ km})\operatorname{sen} 30° + (7\text{ km})\operatorname{sen} 45°$$
$$= (5\text{ km})(-0{,}707) + (3{,}5\text{ km})(0{,}500) + (7\text{ km})(0{,}707)$$
$$= -3{,}54\text{ km} + 1{,}75\text{ km} + 4{,}95\text{ km} = 3{,}16\text{ km}$$

La magnitud del desplazamiento es:

$$S = \sqrt{(11{,}52)^2 + (3{,}16)^2} = 11{,}95\text{ km}$$

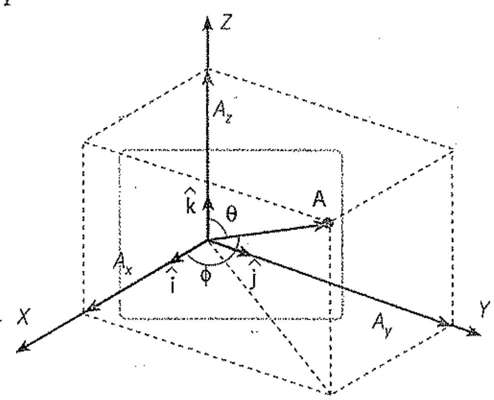
La dirección respecto a X es: $\delta = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}16}{11{,}52}\right) = 15{,}33°$.

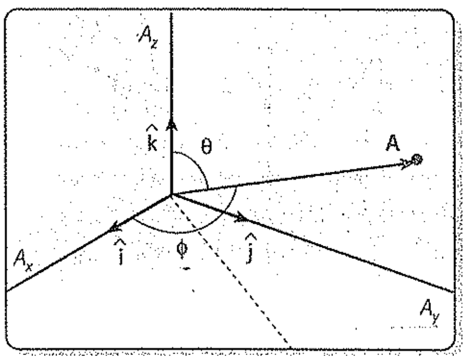
Como vemos, los dos resultados son similares.

Componentes rectangulares de un vector en tres dimensiones y vectores unitarios

Cualquier punto P con coordenadas en el espacio puede ser ubicado con la ayuda de un **A** con coordenadas $\left(A_x, A_y, A_z\right)$, tal como vemos en la figura 1.30. Allí también pueden apreciarse **los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$,** con magnitud 1 y dirección X^+, $\hat{\mathbf{j}}$, con magnitud 1 y dirección Y^+, y $\hat{\mathbf{k}}$, con magnitud 1 y dirección Z^+.

Los vectores unitarios nos facilitan la escritura de cualquier vector, porque basta con indicar la componente en cada eje para establecerlo en forma completa.





Detalle del centro

Fig. 1.30 Componentes rectangulares del A en el sistema de tres dimensiones.

Por ejemplo, el $\mathbf{P} = 3\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 5\hat{\mathbf{k}}$ nos indica que tiene 3 unidades en la dirección positiva del eje X, 2 unidades en la dirección negativa del eje Y y 5 unidades en la dirección positiva del eje Z.

Cuando los vectores están en dos dimensiones, es decir, en el plano, basta con emplear los ejes X, Y y sus respectivos vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$. Adicionalmente, si para describir un vector es suficiente con una dirección, empleamos el eje X y su vector unitario $\hat{\mathbf{i}}$. Esto podemos verlo en al figura 1.31.

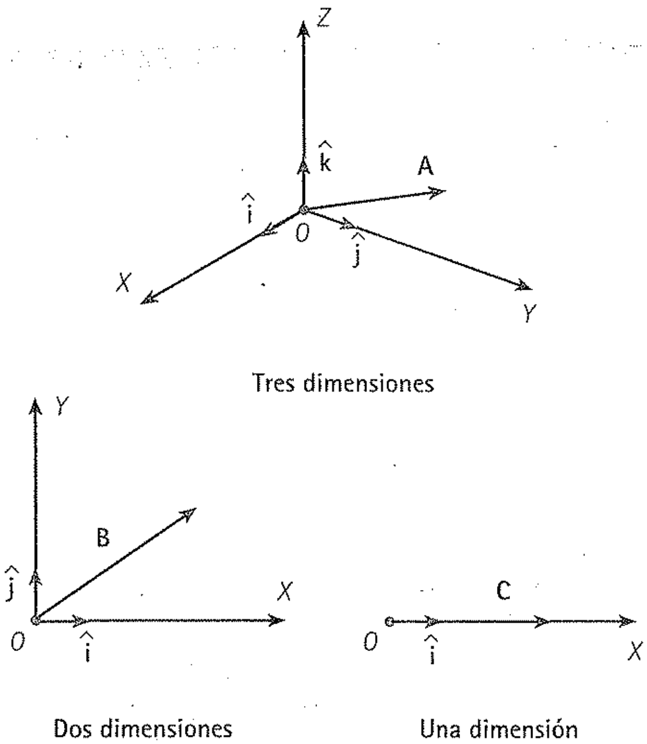


Fig. 1.31 Sistemas de referencia tridimensional, bidimensional y unidimensional.

Diferencia de vectores

La suma de los vectores **A** y el opuesto de **B**, escrito **–B**, se denomina *diferencia.*

$\mathbf{D} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{A} - \mathbf{B}$

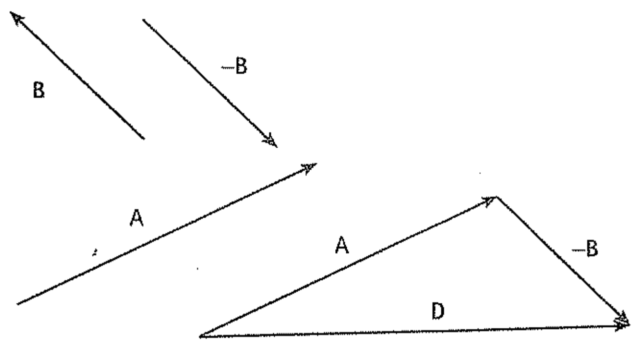


Fig. 1.32 Diferencia de vectores: D = A – B.

Multiplicación de un escalar por un vector

La suma de n veces un **A** nos genera otro **P** con magnitud nA y dirección la misma del vector original, como vemos en la figura 1.33. Si n es negativo, la magnitud será nA y la dirección la opuesta del **A**.

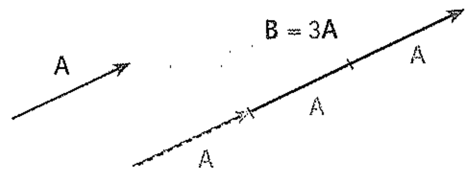


Fig. 1.33 Producto de un vector por un escalar.

TALLER DE COMPETENCIAS 5

1. Indica cuáles de las siguientes cantidades son de carácter escalar y cuáles vectorial.
   a. La fuerza realizada por un caballo al halar una carreta.
   b. La velocidad de una lancha.
   c. El volumen de un bulto de arroz.
   d. 4 cuadernos.
   e. La aceleración de un vehículo al arrancar.
2. Haz un estimativo del volumen de tu habitación. ¿Este resultado es de carácter vectorial o escalar? Explica.
3. Si te solicitan que adiciones los siguientes vectores por el método gráfico: una velocidad de 3 m/s a 30° con el eje X positivo; una fuerza de 5 newton a 60° con el eje Y positivo y un desplazamiento de 5 m en dirección horizontal, ¿qué responderías? (El newton es la unidad de fuerza, se representa con la letra N y $[F] = \left[\frac{ML}{T^2}\right]$.)
4. Se dice que la fuerza es una cantidad de carácter vectorial; ¿cómo puedes mostrar que esta afirmación es correcta?
5. Menciona por lo menos cinco cantidades físicas que sean de carácter vectorial y explica por qué lo son.

Resuelve en tu cuaderno los siguientes problemas.

6. Sobre un objeto se aplican tres fuerzas: la primera horizontalmente con un valor de 5 newton, la segunda con un valor de 15 newton en una dirección que forma 35° con el eje X^+ y la tercera de 45 newton en una dirección de 50° respecto al eje Y^+. Encuentra la fuerza resultante.
7. Determina las componentes rectangulares del vector velocidad que tiene como magnitud 150 m/s y forma un ángulo de 170° con el eje positivo Y.
8. Para desplazarse de su casa al colegio un alumno de décimo grado lo hace de la siguiente manera: 2 km al norte 30° este, luego 2 km al este y finalmente 5 km al sur. Calcula el desplazamiento neto del estudiante.
9. Determina la resultante de las fuerzas que se muestran en la figura 1.34.

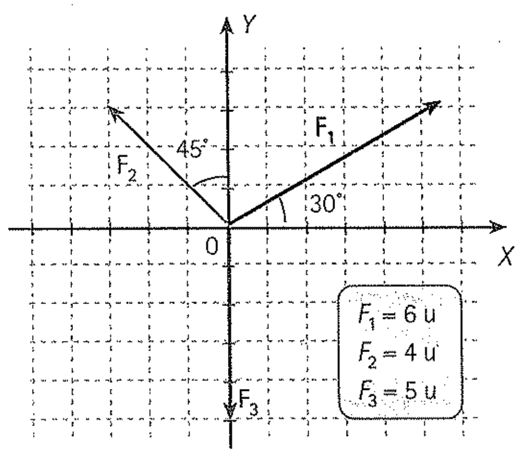


Fig. 1.34

10. Encuentra la resultante de las siguientes fuerzas: $\mathbf{F}_1 =$ (4,0; 7,0) newton, $\mathbf{F}_2 =$ (5,0; 8,5) newton, $\mathbf{F}_3 =$ (7,0; 5,6) newton.
11. Con los vectores A = 5 unidades formando un ángulo de 30° con el eje X^+, B = 7 unidades formando un ángulo de 36° con el eje Y^+

y $C = 9$ unidades formando un ángulo de 60° con el eje X^+, diseña un problema y resuélvelo. Compara con los problemas de otros compañeros o compañeras.

12. Un **A** tiene 76 unidades y forma un ángulo de 270° con el eje X^+. Encuentra las componentes rectangulares A_x y A_y.

13. Sobre un objeto se aplican las siguientes fuerzas: $\mathbf{F}_1 = (6{,}0;\ 8{,}0)$ N,

$\mathbf{F}_2 = (5{,}5;\ 8{,}0)$ N, $\mathbf{F}_3 = (-3{,}0;\ 6{,}0)$ N y

$\mathbf{F}_4 = (5{,}0;\ 6{,}5)$ N. (La letra N es la unidad de fuerza y recibe el nombre de newton.)

Determina:

a. la fuerza resultante sobre el objeto.

b. La magnitud y dirección de una quinta fuerza para equilibrar la resultante anterior, es decir, una fuerza que sumada con la resultante dé como resultado 0.

14. El vector $\mathbf{R} = (2\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})$ cm es la resultante de adicionar $\mathbf{A} = 5\hat{\mathbf{i}}$ con $\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}}$. Determina:

a. B_x y B_y.

b. La magnitud de **B**.

c. La dirección de **B**.

15. Dos vectores tienen 12 unidades y 15 unidades y forman un ángulo de 75° entre sí (es decir, cuando sus orígenes coinciden). Determina:

a. la suma gráfica de estos vectores.

b. La suma analítica.

16. Resuelve el ejercicio 15., pero en lugar de la suma halla la diferencia de los vectores.

17. Sean: $\mathbf{A} = 3\hat{\mathbf{i}}$, $\mathbf{B} = 2\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}}$ y $\mathbf{C} = -7\hat{\mathbf{j}}$. Determina gráfica y analíticamente:

a. $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$.

b. $2\mathbf{A} - \mathbf{B} + 2\mathbf{C}$.

c. $\mathbf{A} - \mathbf{B} - 3\mathbf{C}$.

18. Juanita realiza los siguientes desplazamientos en el plano XY:

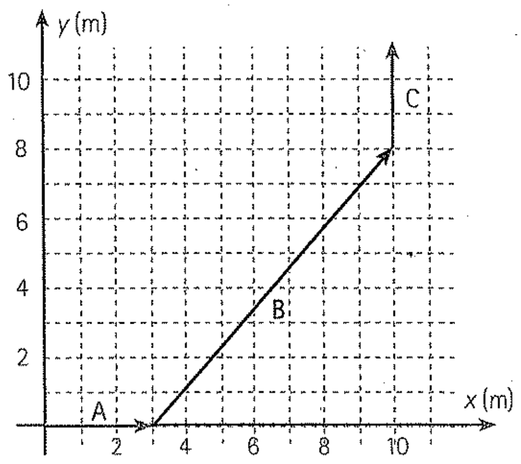


Fig. 1.35

a. Determina el desplazamiento total de Juanita en forma gráfica y analítica.

b. Expresa cada vector desplazamiento y el vector desplazamiento total en términos de $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$.

c. ¿Qué distancia caminó Juanita?

19. Sean los vectores $\mathbf{v}_1 = (7\hat{\mathbf{i}} - 12\hat{\mathbf{j}})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$;

$\mathbf{F}_1 = (5\hat{\mathbf{i}} + 8\hat{\mathbf{j}})$ N;

$\mathbf{F}_2 = (7\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}})$ N;

$\mathbf{v}_2 = (\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}})\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Determina cuál de las siguientes operaciones puedes realizar y da la respuesta en forma gráfica y analítica. Compara tus respuestas con un compañero o compañera.

a. $\mathbf{R} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{F}_1 + 2\mathbf{F}_2$.

b. $\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + 2\mathbf{F}_2$.

c. $\mathbf{R} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{F}_1$.

Identifica cantidades escalares y vectoriales.
Opera cantidades escalares y vectoriales.
Resuelve problemas con magnitudes escalares y vectoriales.
Valora el trabajo en grupo.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
		Describo el proceso de desarrollo de la ciencia a través del tiempo.
		Analizo la relación de la física con otras ciencias y con la calidad de vida de los seres humanos.
		Identifico las magnitudes fundamentales y derivadas de la física.
		Conozco y aplico el análisis dimensional a diversas situaciones.
		Identifico diversos sistemas de medida.
		Realizo conversiones de un sistema de unidades a otro.
		Expreso y opero magnitudes físicas en potencias de 10.
		Empleo los conceptos de cifras significativas, exactitud y precisión en el uso de las mediciones.
		Diferencio cantidades escalares de cantidades vectoriales.
		Adiciono y sustraigo vectores por los métodos: gráfico y analítico.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta:

a. Isaac Newton fue el primer científico en estudiar el movimiento de los planetas.

b. La química se conocía como filosofía natural.

c. La temperatura es una cantidad derivada.

d. El análisis dimensional permite analizar homogeneidad de ecuaciones.

e. El pie es una unidad del Sistema Internacional.

f. La notación científica utiliza potencias de 10.

g. Un escalar se define por completo con un número.

h. $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ son vectores unitarios mutuamente perpendiculares.

i. Es posible sumar vectores por el método de triangulación.

Resuelvo problemas

2. Paul Davies, científico australiano, estudió las propiedades de un rayo de luz de doce mil millones de años, que no cumple las leyes de la física. Llegó a la conclusión que la velocidad de la luz ha disminuido. Esta declaración ha generado muchas reacciones en la comunidad científica, porque cuestiona la teoría de la relatividad de Einstein. (*El Tiempo*, 12 de agosto de 2002.)

La comunidad científica mencionada debe estar conformada por:

a. físicos y arquitectos.

b. Físicos y matemáticos.

c. Geólogos, médicos y físicos.

d. Físicos, ingenieros industriales y matemáticos.

3. Las leyes de Kepler:

a. se formularon tiempo después de la ley de gravitación universal.

b. Explican las causas del movimiento de los planetas en torno al Sol.

c. Describen el movimiento de los planetas en torno al Sol.

d. Postulan la Tierra como centro del sistema solar.

4. Andrea acompaña a la mamá, a la plaza más cercana de su casa, a comprar parte de la canasta familiar. Les ofrecen el "montón" de plátanos maduros en \$ 3000 y, además, les dan ñapa. Andrea se da cuenta que la oferta consta de 8 plátanos. En el supermercado venden el kilo de plátanos en \$ 2500; aproximadamente el kilo puede tener unos 4 ó 5 plátanos. A la mamá y a la hija les conviene comprar en:

- **a.** el supermercado, porque la medida es precisa aunque los plátanos sean más costosos.
- **b.** La plaza, porque es más barato.
- **c.** El supermercado, porque es más económico.
- **d.** El supermercado o en la plaza, porque en ambos sitios es igual de costoso.

5. En algunos sitios de comidas venden pizza por metros. ¿A qué magnitud fundamental se refiere la llamativa oferta?

6. Une con una línea la magnitud con su respectiva dimensión.

Área	$[L^3]$
Perímetro	$[L^2]$
Velocidad	$[L]$
Fuerza	$[T]$
$\left(\text{Presión} = \dfrac{\text{Fuerza}}{\text{Área}}\right)$	$\left[\dfrac{L}{T^2}\right]$
Volumen	$\left[\dfrac{M}{LT^2}\right]$
Tiempo	$\left[\dfrac{L}{T}\right]$
Aceleración	$\left[\dfrac{ML}{T^2}\right]$

7. El período de un péndulo simple se expresa como:

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

donde el período P corresponde al tiempo que tarda el péndulo en realizar una oscilación completa, es decir, el tiempo de ida y vuelta. $\pi = 3{,}1416$ (aproximación), l es la longitud de la cuerda, g es la aceleración de la gravedad $[g] = \left[\dfrac{L}{T^2}\right]$.

Analiza si esta ecuación es homogénea.

8. De acuerdo con el Sistema Internacional tres de las magnitudes fundamentales son:

- **a.** newton, kilogramo, segundo.
- **b.** Segundo, kilogramo, metro.
- **c.** Candela, kilogramo, pie.
- **d.** Mol, yarda, centímetro.

9. Sean $\mathbf{A} = \left(3\,\hat{\mathbf{i}} - 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ unidades y

$\mathbf{B} = \left(-14\,\hat{\mathbf{i}} + 6\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ unidades. Completa:

I.

- a. $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} =$
- b. $R =$
- c. $\theta_{\text{Resultante}} =$

II.

- a. $\mathbf{S} = \mathbf{A} + 3\mathbf{B} =$
- b. $S =$
- c. $\theta_{\text{Resultante}} =$

10. Para restar dos vectores **A** y **B** se aplica el método del paralelogramo, pero sumando al **A** el opuesto del **B**. Dibuja dos vectores en un sistema de coordenadas y halla la diferencia gráficamente. Muestra que la resultante, en este caso, coincide con la otra diagonal del paralelogramo.

11. Dados los vectores $\mathbf{A} = (8\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{j}} - 7\hat{\mathbf{k}})$,

$\mathbf{B} = (-2\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + 1\hat{\mathbf{k}})$ y

$\mathbf{C} = (3\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}} + 10\hat{\mathbf{k}})$ determina:

- **a.** $2\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$
- **b.** $8\mathbf{C} - 2\mathbf{B}$
- **c.** $\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - 3\mathbf{C}$

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Práctica 1
Medidas

Objetivo

A partir de una unidad patrón de longitud, analizar la medición de algunas magnitudes físicas.

Material

Regla.

Procedimiento

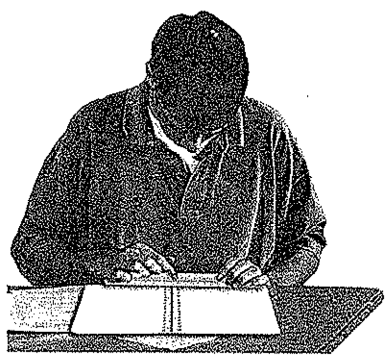
1. Elige una unidad arbitraria como patrón de longitud (una unidad arbitraria puede ser el ancho de tu cuaderno) y determina el perímetro y el área de tu salón de clases en términos de esa medida.
2. Toma una regla graduada en cm y mide tu unidad arbitraria.
3. Pasa a cm los resultados que obtuviste con tu unidad arbitraria.
4. Con la regla graduada, toma nuevamente las medidas y calcula una vez más el perímetro y el área de tu salón de clases.
5. Realiza un estimativo del error relativo de la medida del perímetro y el área:

$$\text{Error relativo} = \frac{|\,\text{Valor del numeral 3} - \text{Valor del numeral 4}\,|}{|\,\text{Valor del numeral 4}\,|}$$

   En esta ecuación las barras significan valor absoluto.

6. Presenta un trabajo escrito con el objetivo, procedimiento, análisis de datos y resultados.

Práctica 2
Vectores



Objetivo

Aplicar los métodos gráficos en la adición de vectores.

Materiales

Regla.
Papel milimetrado.

Procedimiento

Mide, con pasos, la longitud de dos lados que formen ángulo recto de la cancha de baloncesto del colegio. Dibuja en una hoja de papel milimetrado, con una escala aproximada, la longitud de cada lado con su respectiva dirección; luego, adiciona gráficamente los lados.

¿Cuántos pasos tiene la resultante?

Regresa nuevamente a la cancha y mide cuántos pasos tiene la diagonal. Compara ese resultado con el valor obtenido gráficamente. Por último, determina el error relativo en la medida. Comenta con tu grupo los resultados que obtuviste.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

- Describe un procedimiento, lo más completo posible, para determinar el volumen de una gota de agua, si sólo cuentas con el material que observas en la figura 1.36: una probeta graduada, un gotero y agua.
- Pon a prueba el procedimiento que propusiste y determina el volumen de una gota de agua.
- Comparte tu procedimiento con el resto del grupo y pon a prueba tu imaginación.

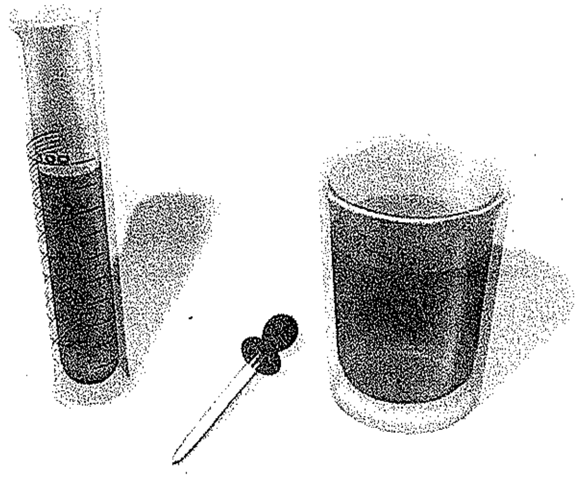
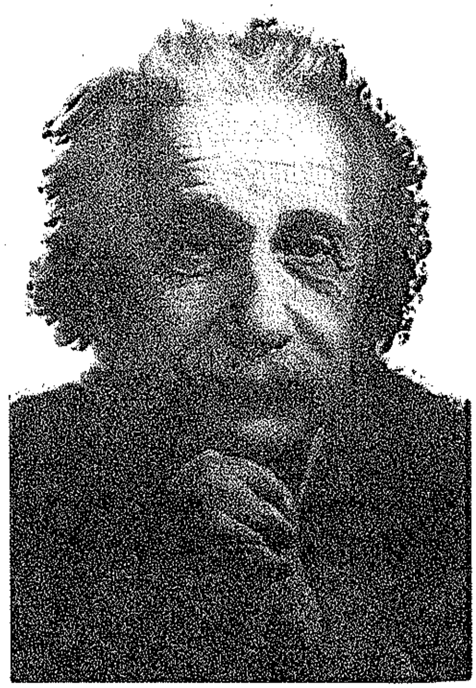


Fig. 1.36

COMPETENCIA COMUNICATIVA

En el 2005 se conmemoran 50 años de la muerte del científico alemán Albert Einstein, cuyo legado aún continúa expandiéndose.

- Investiga acerca de la vida de Albert Einstein y escribe una biografía sobre él, de no menos de diez renglones.
- Investiga cómo se llamaba la primera esposa de Albert Einstein, qué profesión tenía y cómo contribuyó al trabajo del científico.
- Consulta y discute en clase con tu profesor o profesora y compañeros o compañeras los siguientes conceptos.
  - Relatividad general.
  - Relatividad restringida.
  - Movimiento browniano.



PRUEBA ICFES

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

Las preguntas 1., 2. y 3. se contestan a partir del siguiente texto:

El sábado en la tarde hay una fiesta en el colegio. La cantidad de gaseosa que debemos comprar debe ser suficiente para toda la tarde. Uno de los alumnos de nuestro curso dice que encontró una ecuación para calcular el volumen de gaseosa consumida en función del tiempo:

$V = A + Bt + Ct^3$

donde V es volumen y t es tiempo.

1. Las dimensiones de las constantes A, B y C son, respectivamente:

a. $L^2;\ \frac{L^3}{t^3};\ \frac{L^3}{t^3}$

b. $\mathrm{m}^3;\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^3}$

c. $[L^3];\ \left[\frac{L^3}{T}\right];\ \left[\frac{L^3}{T^3}\right]$

d. $[L^3] = \mathrm{m}^3;\ \left[\frac{L^3}{\mathrm{s}}\right] = \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}};\ \left[\frac{L^3}{\mathrm{s}^3}\right] = \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^3}$

2. Al trazar la gráfica del volumen en función del tiempo, podemos asegurar que debe ser:

a. una línea recta que pasa por el origen.

b. Una curva, en donde para $t = 0$ el volumen es cero.

c. Una parábola, en donde para $t = 0$ el volumen es $V = A$.

d. Una curva, en donde para $t = 0$ el volumen es $V = A$.

3. De acuerdo con la ecuación de volumen en función del tiempo, podemos asegurar que el volumen:

a. es una cantidad de carácter vectorial.

b. Es una cantidad de carácter escalar.

c. Se mantiene constante a medida que el tiempo trascurre.

d. Disminuye en función del tiempo.

Las preguntas 4., 5. y 6. se responden a partir del siguiente texto:

La Tierra es el tercer planeta del sistema solar y su distancia al Sol es aproximadamente $1,5 \times 10^{11}$ m. La Tierra es muy pequeña comparada con el Sol, que es la estrella más cercana a nosotros los seres humanos. El radio del Sol es aproximadamente 10^9 m, mientras que el radio de la Tierra es 10^7 m. Sin embargo, el radio del Sol es muy pequeño comparado con el radio del universo visible, que es 10^{26} m. Supón que el Sol y la Tierra son aproximadamente esféricos.

4. Las distancias mencionadas:

a. se han expresado empleando potencias de diez y valores exactos.

b. Son todos valores exactos y se expresan en el Sistema Internacional.

c. Se expresan con múltiplos de 10 y sus unidades pertenecen al sistema cgs.

d. Se expresan en el Sistema Internacional y sus dimensiones son $[L]$.

5. El área superficial A de una esfera es: $A = 4\pi r^2$.

La razón entre el área del Sol y el área de la Tierra $\left(\frac{A_{\text{Sol}}}{A_{\text{Tierra}}}\right)$ es:

a. $1\times10^{10}\,\mathrm{m}^2$ **b.** 1×10^8

c. 10^4 **d.** $10^4\,\mathrm{m}^2$

6. El volumen de una esfera es $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

La relación entre el volumen del Sol y el de la Tierra:

a. tiene dimensiones de m^3.

b. Tiene dimensiones de m^2.

c. Es adimensional (no tiene dimensiones).

d. Tiene unidades en el SI: m^3 y se debe expresar en notación científica.

A partir de la siguiente información, responde las preguntas 7., 8. y 9.:

Sean los vectores:

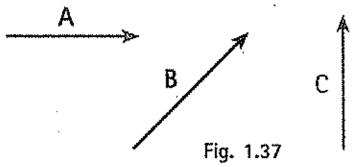


Fig. 1.37

7. $R = A - 2B + C$ es:

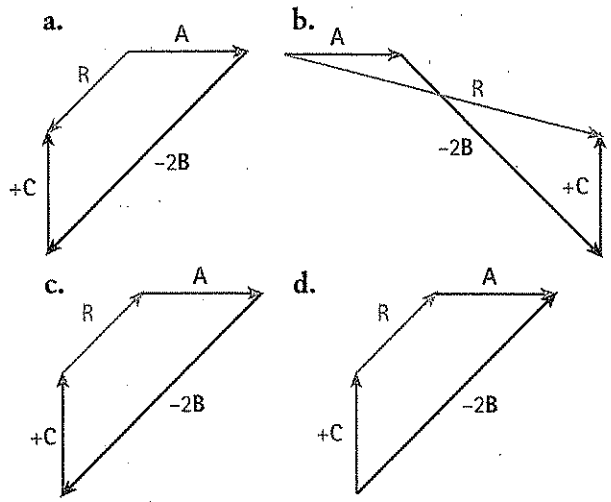


Fig. 1.38

8. $R = A + B$ es:

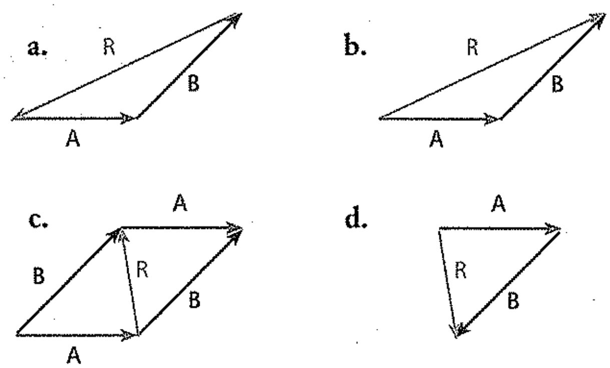


Fig. 1.39

9. $R = A - 2C$ es:

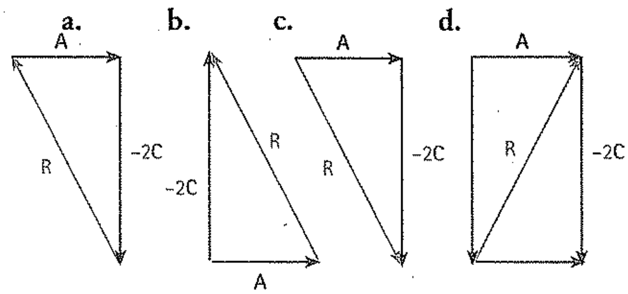


Fig. 1.40

Las preguntas 10., 11. y 12. se responden a partir del siguiente texto:

Newton propone en la ley de gravitación universal: *dos objetos, con masas m_1 y m_2, separados una distancia r, se atraen con una fuerza F proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.* Matemáticamente este resultado se expresa así: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, donde G es la constante de gravitación universal.

10. Si se traza un gráfico de fuerza en función de la distancia r, se obtiene:

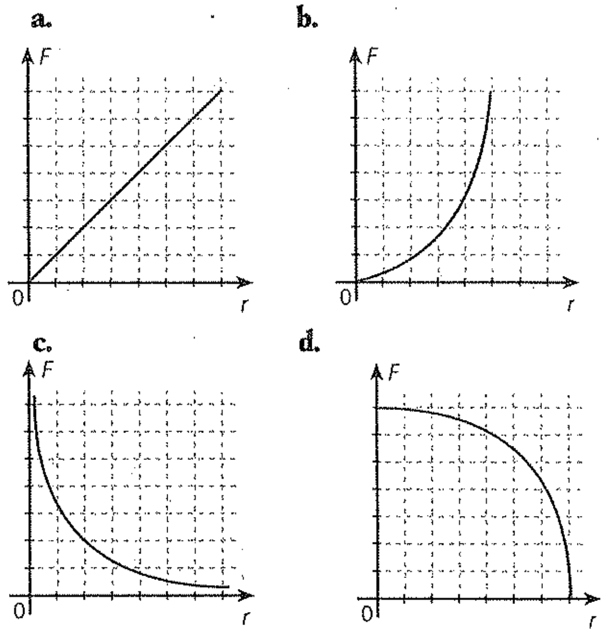


Fig. 1.41

11. Al analizar la ecuación podemos afirmar que cuando la distancia r tiende a cero, es decir, se hace infinitamente pequeña, la fuerza:
   - **a.** también debe tender a cero.
   - **b.** Debe tender a un valor constante.
   - **c.** Debe tender a infinito (indeterminado).
   - **d.** Toma valores negativos.

12. Las dimensiones de la constante física G son:
   - **a.** $\dfrac{m^3}{kg\ s^2}$
   - **b.** $\left[\dfrac{L}{MT^2}\right]$
   - **c.** $\left[\dfrac{L^3}{MT^2}\right]$
   - **d.** Es adimensional.

Movimiento. Generalidades

Fig. 2.1 Las motocicletas de carreras se mueven con gran rapidez.

UNIDAD 2

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Identificación de situaciones en esquemas ilustrativos.
- Descripción cualitativa y cuantitativa del movimiento de un cuerpo.
- Recolección y organización de la información, relacionada con el movimiento de un cuerpo.

E Establecer condiciones

- Análisis de variables en una situación.
- Construcción y análisis de gráficos.
- Establecimiento de condiciones para la descripción del movimiento.
- Resolución de problemas a partir de observaciones.
- Utilización apropiada de los códigos de comunicación científica.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Planteamiento y resolución de problemas relacionados con movimiento.
- Verificación de hipótesis.
- Elaboración de conclusiones.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Participación activa en la toma de decisiones para la solución de problemas.
- Valoración del papel de la ciencia y de la tecnología en la calidad de vida.
- Respeto por la pluralidad de ideas.
- Valoración del trabajo en grupo.

Relatividad del movimiento y sistemas de referencia

Tema 1

Describe la trayectoria y la posición de un cuerpo en movimiento respecto a un sistema de referencia.

La cinemática *es una parte de la mecánica, que se ocupa de describir el movimiento de los objetos. Por simple observación, sabemos que un avión puede desplazarse en línea recta –movimiento unidimensional–; también puede hacerlo con una trayectoria circular –dos dimensiones– o, mediante un movimiento más complicado, cuando además de describir una circunferencia notamos que avanza verticalmente –movimiento en tres dimensiones. En este tema estudiaremos sólo movimientos unidimensionales. Además, analizaremos lo que se ha denominado relatividad del movimiento y los sistemas de referencia.*

El movimiento es relativo

Cuando hablamos del movimiento de un objeto se dice que éste es relativo, ya que siempre debemos decir respecto a "qué" o a "quién" lo describimos.

Analicemos el movimiento de un pasajero que viaja sentado en un tren –llamado sistema de referencia en movimiento–; para un posible observador o persona ubicada en el andén –sistema de referencia en reposo– tanto el pasajero como el tren se mueven respecto a él, mientras que el pasajero dirá que él se encuentra en reposo respecto al vehículo. Sin embargo, tanto el observador como el pasajero se mueven simultáneamente respecto a la Tierra y ésta, a su vez, gira sobre sí misma y también respecto al Sol, en una órbita elíptica.

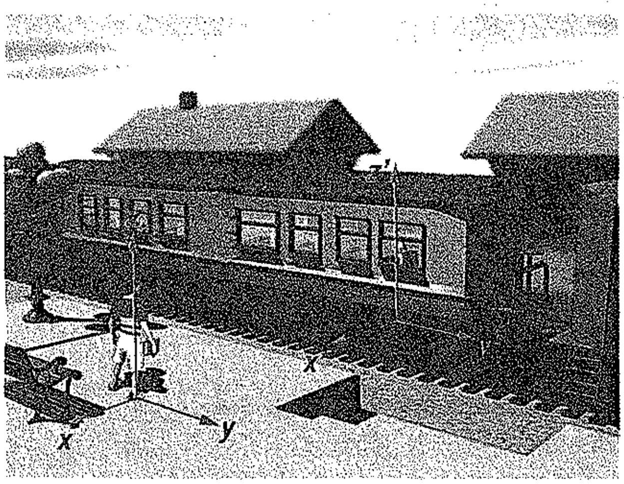


Fig. 2.2 Cada observador puede asumir que quien se mueve es el otro.

Es así como podemos afirmar que la descripción del movimiento de un cuerpo es relativa, es decir, depende del sistema de referencia elegido.

Sistema de referencia

El análisis de un evento físico nos exige determinar dónde ocurrió y cuándo se presentó el fenómeno. Para hacerlo, elegimos arbitrariamente un punto en el espacio y respecto a él describimos y explicamos el evento; a ese punto le hacemos corresponder un sistema de coordenadas X, Y y Z, como se ilustra en la figura 2.3; asumimos que en el origen del sistema se halla el observador, quien describirá la situación de nuestro interés.

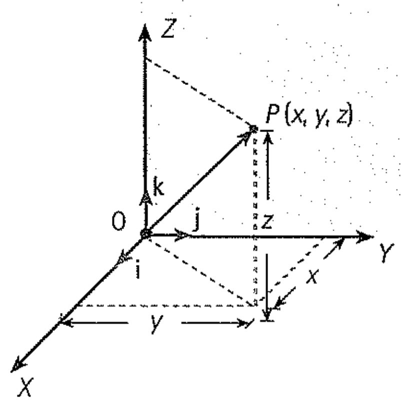


Fig. 2.3 Coordenadas rectangulares de un punto $P\ (x,\ y,\ z)$ respecto a un sistema de referencia.

Logros: identificar y describir el cambio de posición, la trayectoria y el desplazamiento de un cuerpo respecto a un sistema de referencia.

Reposo

En la figura 2.4 vemos a un perro sentado a 3 m de un niño. Escogimos como origen del sistema de referencia el sitio donde se encuentra el niño y en el eje X situamos los 3 m a los que está el animal; la ubicación del perro la denominamos *coordenada de posición del cuerpo*. Cuando la coordenada de posición de un cuerpo se mantiene constante diremos que se encuentra en reposo respecto a ese sistema de referencia.

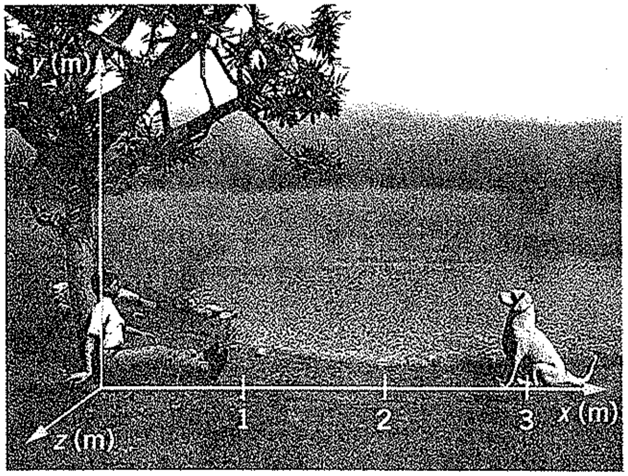


Fig. 2.4 El perro se encuentra en reposo respecto al observador (niño) ubicado en el origen del sistema de referencia.

Movimiento

Un objeto –en este caso el perro– se encuentra en movimiento cuando cambia su coordenada de posición en el sistema de referencia. Al cambio de posición se le denomina **desplazamiento**.

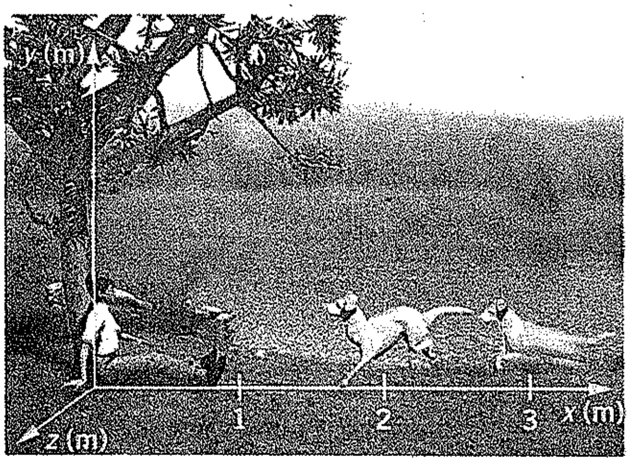


Fig. 2.5 Movimiento del perro respecto al sistema de referencia.

Trayectoria

Es el camino que describe el movimiento que sigue un objeto. Gráficamente es la línea que resulta de unir las diferentes posiciones del objeto.

Los objetos pueden moverse en diferentes trayectorias, como lo veremos en los siguientes ejemplos.

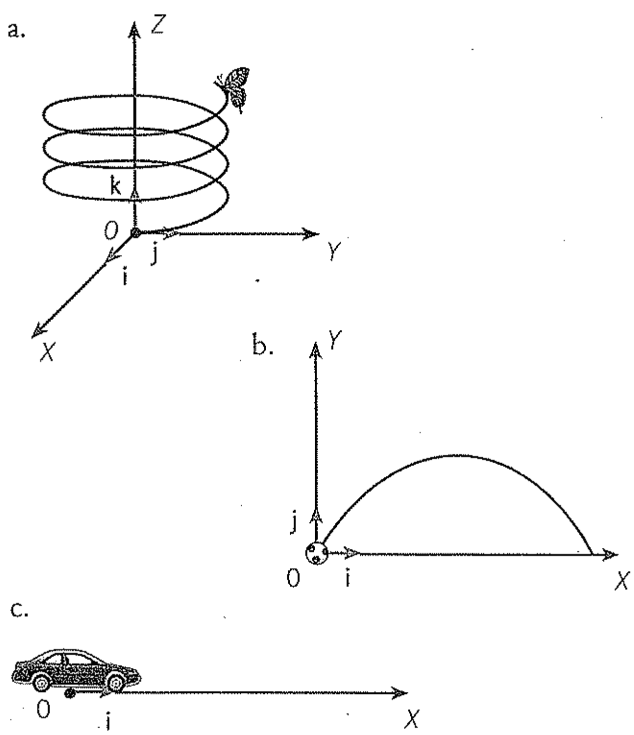


Fig. 2.6 Trayectorias de algunos objetos en sistemas de referencia en tres, dos y una dimensión.

En tres dimensiones: una mariposa vuela en el plano XY y avanza en dirección Z, como lo vemos en la figura 2.6 a.

En dos dimensiones: si lanzamos un balón de fútbol de manera que forme un ángulo con la horizontal, decimos que se mueve en dos dimensiones porque el movimiento del balón tiene una componente vertical y una horizontal respecto a un origen fijo, como se muestra en la figura 2.6 b.

En una dimensión o en línea recta: un auto se mueve a lo largo de una carretera recta y horizontal. En la figura 2.6 c. apreciamos que en este movimiento restringido sólo hay dos direcciones posibles, una positiva y otra negativa respecto al sistema de referencia.

Coordenadas de posición de un punto en el plano

Las coordenadas de posición del punto P en el plano donde se ubica un cuerpo, pueden expresarse respecto a un sistema de referencia con notación vectorial así:

$$\mathbf{r} = x\,\hat{\mathbf{i}} + y\,\hat{\mathbf{j}} = (x,\ y) \qquad 2.1$$

tal como se muestra en la figura 2.7, es decir, a cada cuerpo podemos asociarle un vector de posición respecto al sistema de referencia elegido.

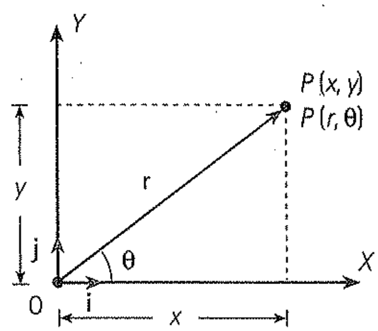


Fig. 2.7 Coordenadas de un punto en el plano XY. El eje Z es perpendicular a la hoja.

La distancia entre el observador (origen del sistema de referencia) y el objeto es:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ y la dirección es: } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \qquad 2.2$$

Las ecuaciones 2.3 son las coordenadas polares del vector y corresponden a las componentes rectangulares del mismo así:

$$r_x = r\cos\theta = x \qquad r_y = r\,\mathrm{sen}\,\theta = y \qquad 2.3$$

Recordemos que la distancia entre los puntos $P_1 = (x_1,\ y_1)$ y $P_2 = (x_2,\ y_2)$ la denotamos con d; en la figura 2.8, d corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo $P_1 Q\, P_2$. Para hallar su valor aplicamos el teorema de Pitágoras:

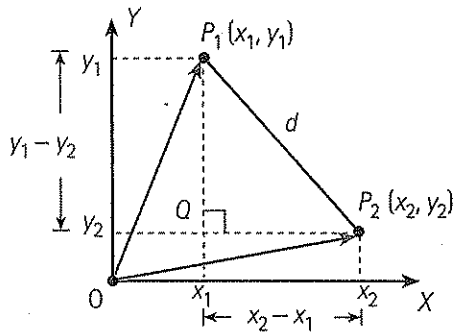


Fig. 2.8 Distancia entre dos puntos.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad 2.4$$

Ejemplo

Pilar está en la posición $\mathbf{r} = (3 \text{ m})\,\hat{\mathbf{i}} + (5 \text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}$ respecto a su casa. Encontremos a qué distancia se halla Pilar de donde vive y la dirección (ángulo) en la que se encuentra.

Solución

De acuerdo con la figura 2.9 podemos encontrar la distancia aplicando las ecuaciones 2.2:

$$r = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5{,}83 \text{ m y la dirección es:}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right) = 59°$$

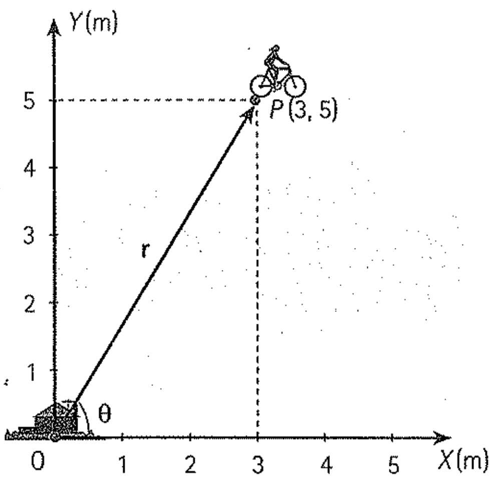


Fig. 2.9 Coordenadas de la posición de Pilar respecto a su casa.

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. Cuando paseamos por un centro comercial, vemos personas en movimiento y en reposo, objetos ubicados en ciertos lugares, niños y niñas jugando y muchas otras situaciones. Visita un centro comercial y elabora una lista de cinco movimientos en una, dos y tres dimensiones. Explica cada uno y comparte tu explicación con el resto del grupo.

2. Jorge, un joven de décimo grado, sale a pasear con su amiga Claudia; los dos observan que un avión que lleva propaganda se mueve, aproximadamente, en forma circular y además vuela a diferentes alturas. Igualmente ven cómo a una señora que sale del supermercado, se le cae un paquete al suelo y se le rompen unos vasos. Continúan de paseo y miran a un niño y la mamá que está jugando a lanzarse una pelota. Clasifica los movimientos observados por Jorge y su amiga según sean en una, dos o tres dimensiones.

3. Claudia es una niña de cuarto grado que viaja en autobús hacia el colegio; en sus manos lleva una tortuga que le regaló su mamá. David está en el andén y ve pasar a su compañera con la tortuga en la mano. Cuando se encuentran en el colegio, Claudia le dice a David que la tortuga siempre estuvo en reposo, ya que el animal no se movió respecto al autobús. David dice que no está de acuerdo, ya que más bien los dos eran los que se movían respecto al andén. ¿Cuál niño tiene la razón? Formula un argumento que explique la situación.

4. Shakira fue la figura central del espectáculo de entrega de los premios MTV, realizado en agosto de 2002. La barranquillera cautivó con su éxito *Objection* (*Te aviso, te anuncio*), donde hizo gala de sus grandes dotes como bailarina. ¿Puede afirmarse que Shakira bailaba en el escenario describiendo movimientos en una, dos o tres dimensiones? Argumenta tu respuesta.

5. Laura se encuentra en $(x, y) = (15, 6)$ m y Darío –su hermano– está en $(x, y) = (9, 12)$ m, como se ve en la figura 2.10. Si el origen de coordenadas lo ubicamos en la casa, ¿a qué distancia se encuentra cada uno de ella? ¿A qué distancia se encuentran los hermanos entre sí?

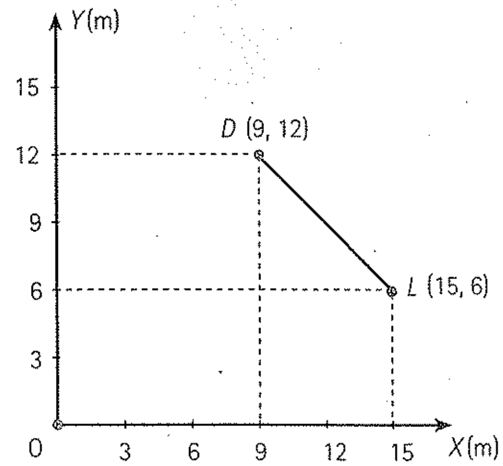


Fig. 2.10

6. Nicolás se dirige al colegio sentado en un autobús que se desplaza horizontalmente. Describe el movimiento de Nicolás para un:
   a. pasajero que viaja sentado frente a él.
   b. Señor que se encuentra sentado en una cafetería y observa pasar el autobús donde va el niño.

7. Jaime –un niño de segundo grado– corre 5 m en línea recta, desde la puerta de su casa, en dirección horizontal; luego, camina 2 m a 90° respecto a la dirección original.
   a. En un gráfico de posición en Y en función de posición en X, traza las coordenadas de Jaime.
   b. Calcula la distancia a la que Jaime se halla de la puerta de su casa.

8. Un perro se desplaza en un parque desde el punto $P_1 = (x_1, y_1)$ con coordenadas $(x_1, y_1) = (7, 2)$ m, hasta el punto $P_2 = (x_2, y_2)$ de coordenadas $(x_2, y_2) = (-3, 8)$ m.
   a. Ubica estas coordenadas en un sistema de referencia XY.
   b. Determina la distancia que se desplazó el perro.

Describe en forma cualitativa un determinado movimiento.
Establece relaciones entre movimientos y su representación.
Resuelve problemas respecto a un sistema de referencia dado.
Respeta la diversidad de explicaciones y argumentaciones.

Velocidad media e instantánea de un objeto en movimiento

TEMA 2

Analiza las relaciones entre desplazamiento, velocidad media, velocidad instantánea y rapidez para cuerpos en movimiento.

Imaginemos un guepardo que corre a 114 km/h tras un antílope que avanza a 95 km/h; lo más probable es que el depredador atrape a su presa. ¿Cómo piensas que se calculó la velocidad de cada animal? Con el desarrollo de este tema aprenderemos a diferenciar y calcular la velocidad media de la instantánea.

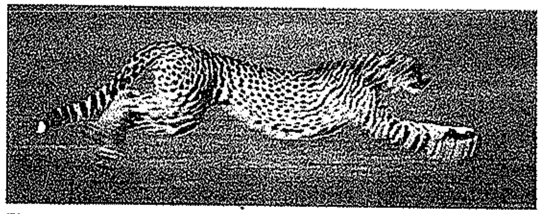


Fig. 2.11 Guepardo tras su presa.

Vector desplazamiento

Supongamos que un objeto –en este caso una araña– se mueve en dirección vertical, desde la coordenada y_1 hasta la y_2, tal como muestra la figura 2.12; el vector desplazamiento $\Delta \mathbf{y}\,\hat{\mathbf{j}}$ respecto al origen O del sistema de coordenadas, es el cambio de posición del objeto dado por la coordenada de posición final y_2 menos la coordenada de posición inicial y_1, es decir, la magnitud del vector desplazamiento $\Delta \mathbf{y}$ está dada por $(y_2 - y_1)$. 2.5

La componente vectorial en dirección vertical del desplazamiento es:

$$\Delta \mathbf{y}\,\hat{\mathbf{j}} = (y_2 - y_1)\,\hat{\mathbf{j}} \qquad 2.6$$

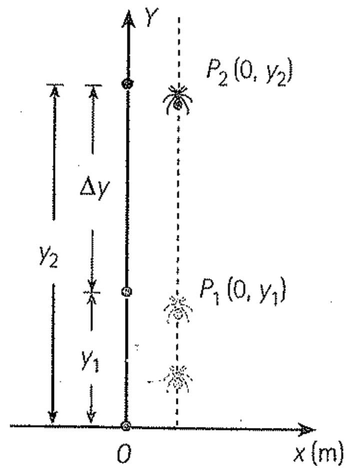


Fig. 2.12 La araña se desplaza en dirección vertical.

donde Δ significa cambio, en este caso "cambio de posición". Según el sistema de referencia, el vector desplazamiento puede ser positivo o negativo. Un mismo cambio en la posición puede ser positivo para un observador y negativo para otro, pues depende de dónde esté ubicado cada uno. El desplazamiento es una cantidad de carácter vectorial.

Algunas unidades de desplazamiento son: metro (m), centímetro (cm), kilómetro (km), pie (ft), pulgada (pulg) y milla (mi).

Las dimensiones del desplazamiento son: $[\Delta y] = [L]$.

Ejemplo

Supongamos que con una regla y un reloj registramos las coordenadas de posición y el tiempo, para una araña que se desplaza en dirección vertical sobre una pared, respecto a un origen determinado.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y(cm)	0	35	60	75	80	75	60	34	0	−45	−100

Tabla 2.1

Logros: aplicar los conceptos de velocidad media y velocidad instantánea para analizar el movimiento de un cuerpo en una dimensión.

a. Tracemos la trayectoria de la araña.

b. Representemos con una gráfica, la posición de la araña en función del tiempo.

c. Determinemos la componente vertical del desplazamiento en los siguientes intervalos: 0 – 4 segundos; 0 – 8 segundos; 0 – 10 segundos y 2 – 8 segundos.

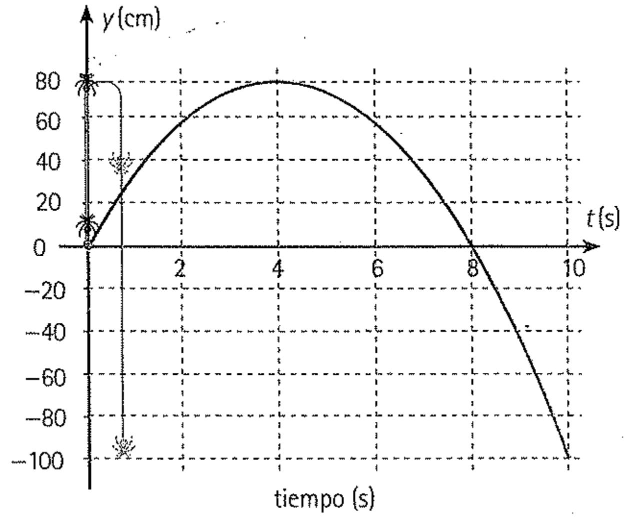


Fig. 2.13 Observemos la trayectoria unidimensional que sigue la araña; vemos cómo un movimiento unidimensional puede generar una curva en la gráfica de posición en función del tiempo.

Solución

a. En la figura 2.13 vemos que la línea verde es la trayectoria de la araña: parte del origen y se desplaza 80 cm verticalmente hacia arriba; en ese punto se devuelve, pasa de nuevo por el origen y desde allí baja 100 cm. ¿Cuántos cm en total recorrió la araña?

b. En la figura 2.13 la línea morada corresponde al gráfico para la coordenada de posición en función del tiempo.

c. De acuerdo con la línea morada de la figura 2.13 el desplazamiento en cada uno de los intervalos es:

entre 0 y 4 segundos: $\Delta y = (80 \text{ cm} - 0) = 80$ cm. Vectorialmente

$\Delta \mathbf{y} = 80 \text{ cm}\,\hat{\mathbf{j}}$.

Entre 0 y 8 segundos: $\Delta y = 0 - 0 = 0$. Vectorialmente $\Delta \mathbf{y} = 0 \text{ cm}\,\hat{\mathbf{j}}$.

Entre 0 y 10 segundos: $\Delta y = (-100 \text{ cm} - 0) = -100$ cm. Vectorialmente

$\Delta \mathbf{y} = -100 \text{ cm}\,\hat{\mathbf{j}}$.

Entre 2 segundos y 8 segundos: $\Delta y = (0 - 60 \text{ cm}) = -60$ cm.

Vectorialmente $\Delta \mathbf{y} = -60 \text{ cm}\,\hat{\mathbf{j}}$.

Como vemos, el vector desplazamiento de la araña depende del sistema de referencia. Los desplazamientos positivos indican que la araña avanza por la pared hacia arriba y los negativos, que baja.

Vector velocidad media

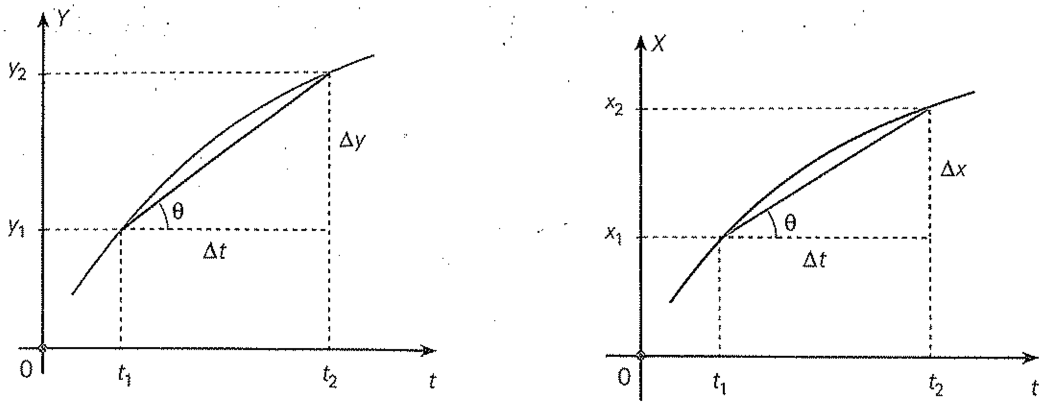


Fig. 2.14 Gráficos de posición en función del tiempo para un objeto con trayectoria unidimensional en el eje Y y en el eje X.

La *velocidad media* se define como el vector desplazamiento dividido por intervalo de tiempo:

$$\mathbf{v}_{mx} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}\,\hat{\mathbf{i}} \text{ o}$$

$$\mathbf{v}_{my} = \frac{\Delta \mathbf{y}}{\Delta t} = \frac{(y_2 - y_1)}{(t_2 - t_1)}\,\hat{\mathbf{j}} \qquad 2.7$$

Las unidades del vector velocidad media son: m/s, cm/s, km/h, mi/h y pie/s.

En la figura 2.14 vemos que la tangente del ángulo θ en el triángulo formado por el cambio en la posición Δy y el cambio en el tiempo Δt en la dirección vertical es:

$$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta t} = v_{my} \qquad 2.8$$

Si el objeto se mueve en dirección horizontal, la $\tan\theta$ del triángulo es:

$$\tan\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{mx} \qquad 2.9$$

De este resultado concluimos que la componente (en la dirección X y Y) del vector velocidad media es igual a la pendiente de la recta que une la posición inicial y la posición final del objeto.

Ejemplo

Con base en los datos del ejemplo anterior, hallemos la componente vertical del vector velocidad media de la araña para los mismos intervalos de tiempo.

Solución

Entre 0 y 4 s: $v_m = \dfrac{80\text{ cm} - 0\text{ cm}}{4\text{ s} - 0\text{ s}} = 20\ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Entre 0 y 8 s: $v_m = \dfrac{0\text{ cm} - 0\text{ cm}}{8\text{ s} - 0\text{ s}} = 0\ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Entre 0 y 10 s: $v_m = \dfrac{-100\text{ cm} - 0\text{ cm}}{10\text{ s} - 0\text{ s}} = -10\ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Entre 2 y 8 s: $v_m = \dfrac{0\text{ cm} - 60\text{ cm}}{8\text{ s} - 2\text{ s}} = -10\ \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

En la siguiente tabla mostramos los resultados:

Δt (s)	0 – 4	0 – 8	0 – 10	2 – 8
v_m (cm/s)	20	0	–10	–10

Tabla 2.2

Ejemplo

Un niño se mueve en línea recta como muestra la figura 2.15.

a. Describamos el movimiento.

b. Determinemos la componente horizontal del vector velocidad media en cada intervalo de 2 segundos.

c. Calculemos el vector velocidad media para el intervalo entre 2 y 8 segundos.

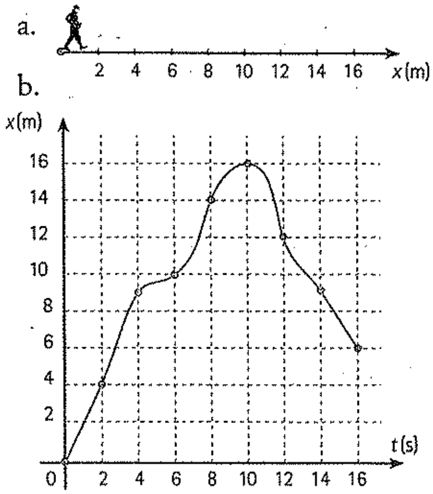


Fig. 2.15 a. Trayectoria seguida por el niño. b. Gráfico de posición en función del tiempo.

Solución

a. El niño sale de $x = 0$ m en $t = 0$ s, avanza hasta alcanzar $x = 16$ m en $t = 10$ s y regresa a $x = 6$ m en $t = 16$ s.

b.

Δt (s)	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14	14 – 16
v_m (m / s)	2	2,5	0,5	2	1	–2	–1,5	–1,5

Tabla 2.3

c. La componente horizontal del vector velocidad media es:

$$v_m = \frac{14\text{ m} - 4\text{ m}}{8\text{ s} - 2\text{ s}} = \frac{10}{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vectorialmente: $\mathbf{v}_m = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\mathbf{i}}$.

Vector velocidad instantánea

Ya analizamos movimientos en intervalos de tiempo Δt. Ahora, estudiaremos cómo se determina la velocidad de un objeto en un "instante". Un instante es un tiempo muy corto, como el que tardamos en pestañear o en disparar el obturador de una cámara fotográfica.

Para que podamos comprender cómo se determina la velocidad instantánea, imaginémonos un auto que se mueve en una carretera recta, en dirección horizontal, como lo vemos en el gráfico de la posición en función del tiempo de la figura 2.16. Observemos que el auto parte de una posición x_0 distinta a cero, luego avanza hasta una posición x_1, después a una posición x_2 y, por último, a una posición x_3, en los tiempos t_0, t_1, t_2 y t_3, respectivamente.

Para calcular la componente horizontal de la velocidad media del auto entre t_0 y el t_3 tenemos:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\frac{x_3 - x_0}{t_3 - t_0}\right)$$

Si tomamos, ahora, un intervalo de tiempo más pequeño, la velocidad media (línea roja) será:

$$v'_m = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_0}$$

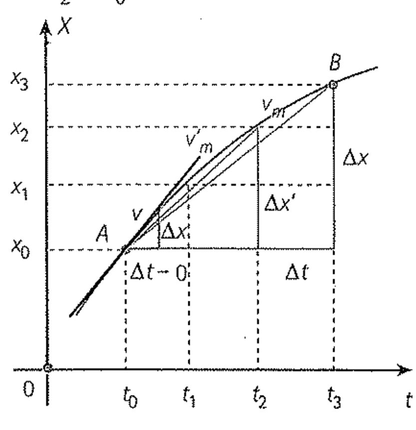


Fig. 2.16 La velocidad instantánea es un vector tangente a la curva en un punto de un gráfico de posición en función del tiempo.

Ahora bien, si tomamos un intervalo de tiempo aún más pequeño, es decir que Δt se acerque a 0 (matemáticamente se expresa como $\Delta t \to 0$ y se lee Δt tiende a cero), la velocidad instantánea es la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto A (línea azul). Este vector velocidad es la velocidad instantánea del auto.

De manera más precisa, la *velocidad instantánea* v la podemos definir como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δt se hace tan pequeño que tiende a cero. Matemáticamente podemos expresar esta definición como:

$$\mathbf{v}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\mathbf{i}} \qquad 2.10$$

Como notamos, la velocidad instantánea es un vector que podemos determinar a partir de un gráfico de posición en función del tiempo, si trazamos la tangente a la curva en el punto de interés y encontramos valor de su pendiente.

En el lenguaje común, los términos rapidez y velocidad se utilizan indiscriminadamente. Sin embargo, en física su significado es diferente. La *rapidez* es un escalar y se define como la magnitud del vector velocidad instantánea. Al hablar de velocidad, debemos distinguir si es media o instantánea

Cuando un cuerpo se mueve en dirección vertical, la componente de la velocidad instantánea como vector es:

$$\mathbf{v}_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\hat{\mathbf{j}} \qquad 2.11$$

Ejemplo

El gráfico de posición en función del tiempo, de la figura 2.17, corresponde a un bebé que gatea en línea recta; encontremos:

a. el vector velocidad instantánea en $t = 2$ segundos.

b. La rapidez y determinemos si el bebé se acerca o se aleja del sistema de referencia en ese instante.

Solución

a. Dibujamos la tangente a la curva, en $t = 2$ segundos, y luego encontramos la pendiente tomando algunos valores sobre la recta tangente de acuerdo con la gráfica; este valor corresponde a la componente horizontal del vector velocidad instantánea.

$$v_x = \frac{5{,}2\text{ m} - 2\text{ m}}{3{,}5\text{ s} - 0{,}5\text{ s}} = \frac{3{,}2\text{ m}}{3\text{ s}} = 1{,}06\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como vector: $\mathbf{v} = 1{,}06\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}}$.

b. La rapidez es $1{,}06\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; como la pendiente de la recta tangente a la curva es menor que 90° la velocidad es positiva, es decir que el bebé se aleja del sistema de referencia.

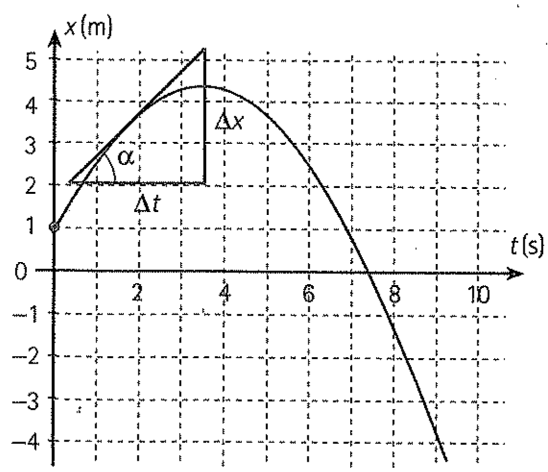


Fig. 2.17 Gráfico de posición en función del tiempo para un bebé que gatea en línea recta.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. ¿Tienen las mismas dimensiones el desplazamiento y la velocidad media de un objeto que se mueve en una dimensión? Comparte tu explicación con el grupo.

2. Claudia sale del salón de clases hacia la dirección del colegio, desplazándose en línea recta. Minutos más tarde regresa al salón. ¿Puede afirmarse que la velocidad media de Claudia es igual a cero? Explica. Comenta con tu grupo la explicación.

3. En un circuito de Fórmula 1, ¿es correcto afirmar que la velocidad media de uno de los participantes fue 150 m/s a cierta hora de la prueba? Explica. Comparte tu explicación.

4. ¿Es posible que las velocidades media e instantánea de un objeto coincidan? Si es así, ¿en qué condiciones sucede? Comenta con tu grupo.

5. Nadia camina 15 m hacia la derecha a lo largo del eje X, en 12 segundos; luego se devuelve 18 m también en dirección horizontal, en 18 segundos.
   a. Encuentra el desplazamiento de Nadia en cada intervalo.
   b. Calcula su velocidad media en cada intervalo.

6. Jaime está en la posición $x = 9$ m en $t = 0$; en $x = -12$ m en $t = 18$ s; en $x = 36$ m en $t = 30$ s. Calcula la velocidad media en x, en cada intervalo.

7. La mascota de David recorre 50 m desde donde está el niño, en dirección horizontal, en 20 segundos; luego se devuelve la tercera parte del camino, en 12 segundos.
   a. Traza la gráfica de posición en función del tiempo para el movimiento de la mascota, suponiendo que David está en el origen del sistema de coordenadas.
   b. Encuentra el desplazamiento total de la mascota respecto al niño.
   c. Calcula las velocidades media y total en cada intervalo.

8. En la figura 2.18 vemos el gráfico de posición en función del tiempo para un pez que está en un acuario.
   a. Encuentra el desplazamiento del pez entre 0 y 9 segundos.
   b. Halla la velocidad media del pez en el mismo intervalo.

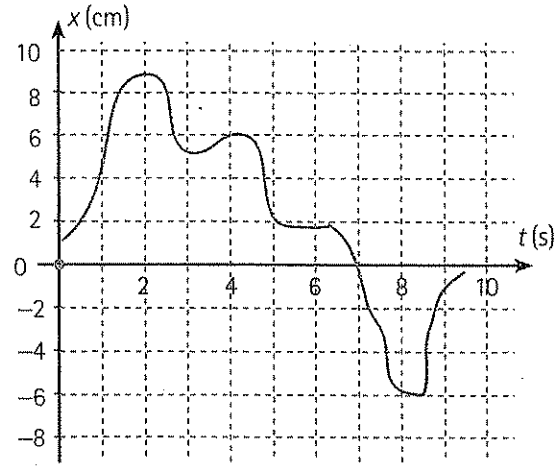


Fig. 2.18

9. Una paloma vuela en línea recta, de acuerdo con la siguiente tabla de datos:

t(s)	0	10	20	30
x(m)	5	205	405	605

Tabla 2.4

   a. Representa gráficamente el desplazamiento de la paloma en función del tiempo.
   b. A partir de este gráfico, encuentra la velocidad instantánea en los siguientes tiempos:

t(s)	15	18	23	28
v(m/s)				

Tabla 2.5

Determina las características que definen la velocidad en un movimiento.
Analiza gráficas y situaciones, para determinar la velocidad media e instantánea.
Resuelve problemas utilizando velocidad media e instantánea.
Respeta el trabajo de los demás.

Aceleración media e instantánea de un objeto en movimiento

TEMA 3

ESTÁNDAR E

Analiza las relaciones entre velocidad, aceleración media y aceleración instantánea para cuerpos que se mueven en una dimensión.

Para vencer la atracción gravitacional de la Tierra, una nave espacial tiene que desarrollar una gran aceleración. A lo largo de este tema aprenderemos acerca de la aceleración media e instantánea de un cuerpo.

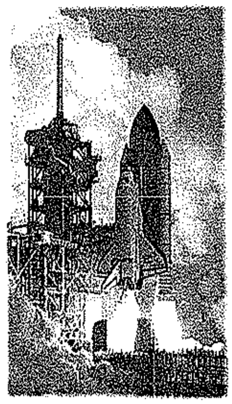


Fig. 2.19

Vector aceleración media

Imaginémonos que viajamos en un auto por una autopista, en dirección horizontal, y vemos que la aguja del velocímetro marca un aumento de la velocidad. Esto se debe a que la velocidad instantánea del auto va en aumento y, por consiguiente, el móvil se ha acelerado.

Cuando el vector velocidad instantánea varía en magnitud o en dirección, o en ambas, se afirma que el cuerpo se acelera.

El *vector aceleración media* en x se define como el cambio del vector velocidad instantánea $\Delta\mathbf{v}$ sobre el cambio de tiempo Δt, y se escribe como:

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad 2.12$$

En la figura 2.20 se ilustra la variación (de la componente horizontal) de la velocidad instantánea de un objeto que se mueve en línea recta.

Si unimos con una recta los puntos P y Q (línea azul) que corresponden a la velocidad v_1 en el tiempo t_1 y a la velocidad v_2 en el tiempo t_2 y luego completamos el triángulo rectángulo, vemos que la componente horizontal de la aceleración media coincide con la tangente del ángulo θ en el triángulo PTQ:

$$\tan\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{mx} \qquad 2.13$$

Las unidades para la aceleración media son: m/s^2, cm/s^2, mi/h^2 y $pies/s^2$.

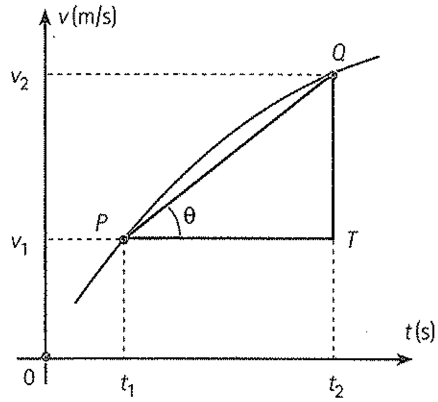


Fig. 2.20 Componente horizontal de la velocidad instantánea en función del tiempo, para un objeto en movimiento unidimensional.

Ejemplo

La figura 2.21 representa la componente horizontal de la velocidad instantánea en función del tiempo, para un objeto que se mueve en línea recta sobre el eje X. Determinemos la componente horizontal de la aceleración media entre:

a. 1 s y 7 s

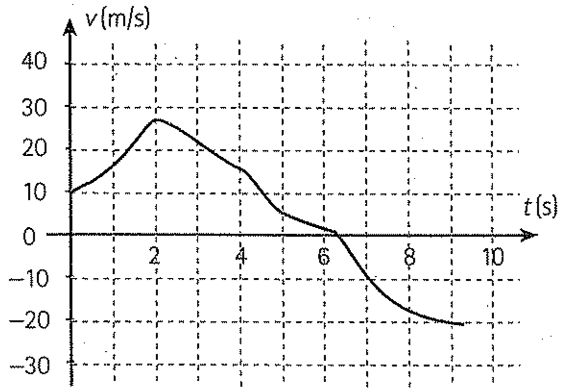
b. 1 s y 4 s

c. 1 s y 3 s

Logros: aplicar los conceptos de aceleración media y aceleración instantánea en el análisis de movimiento en una dimensión.

Solución

Para calcular la aceleración media en el intervalo de 1 segundo a 7 segundos aplicamos la ecuación 2.12. Como el movimiento es en una dimensión podemos omitir la notación vectorial, pues ya sabemos que el cambio de velocidad es en dirección horizontal:



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
v(m/s)	10	15	27	23	15	5	3	−10	−18

Fig. 2.21 Objeto moviéndose en una dimensión con velocidad instantánea variable.

a. $a_{mx} = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} = \dfrac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$

$$= \frac{-10 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 15 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7 \ \mathrm{s} - 1 \ \mathrm{s}} = -4{,}2 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

En forma similar:

b. De 1 s a 4 s: $a_{mx} = \dfrac{15 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 15 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4 \ \mathrm{s} - 1 \ \mathrm{s}} = 0 \ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$

c. De 1 s a 3 s: $a_{mx} = \dfrac{23 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 15 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3 \ \mathrm{s} - 1 \ \mathrm{s}} = 4 \ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$

Como podemos ver, la aceleración media depende del intervalo de tiempo que se toma para su determinación.

Vector aceleración instantánea

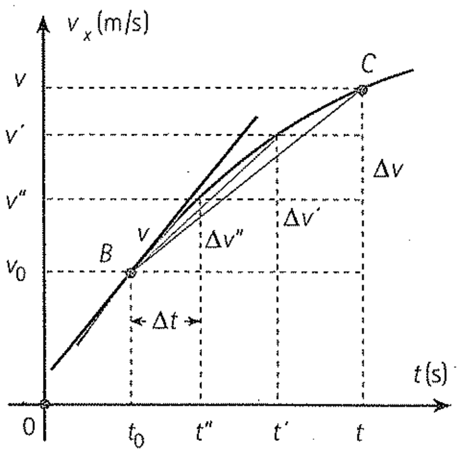


Fig. 2.22 Determinación de la aceleración instantánea.

En la figura 2.22 observamos un cuerpo con movimiento unidimensional. Si acercamos el punto C al punto B notamos que: el intervalo disminuye de $\Delta t = t - t_0$ a $\Delta t' = t' - t_0$ hasta $\Delta t'' = t'' - t_0$ o se hace tan pequeño que Δt tiende a cero ($\Delta t \to 0$). La inclinación de la recta que une B y C empieza a aumentar, acercándose cada vez más a la curva BC y, por último, a medida que nos acercamos a B cuando $\Delta t \to 0$, la recta se convierte en una tangente a la curva BC en el punto B (línea color azul). De manera que la componente *aceleración instantánea* **a** podemos definirla como el límite de la aceleración media cuando Δt tiende a 0. Matemáticamente lo podemos expresar como:

$$\mathbf{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \qquad 2.14$$

La componente en dirección horizontal es:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Ejemplo

A partir de la figura 2.23 determinemos la componente de la aceleración instantánea para $t = 1{,}5$ s y $t = 3$ s, de un objeto que se mueve en dirección horizontal.

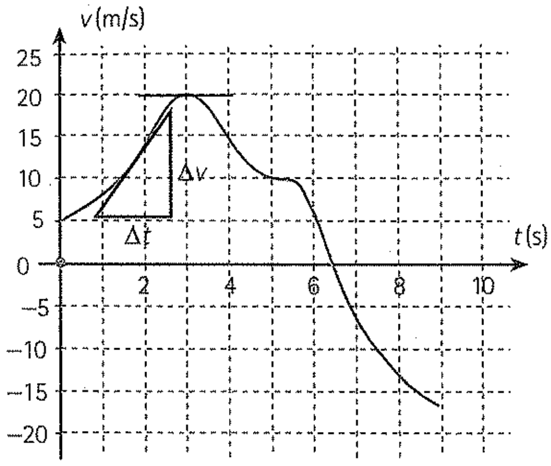


Fig. 2.23 Determinación gráfica de la aceleración instantánea.

Solución

En la figura 2.23 vemos que la velocidad cambia, por tanto, debe presentarse aceleración.

Para hallar la aceleración en $t = 1{,}5$ s, primero ubicamos el punto en el gráfico, luego dibujamos una tangente a la curva en ese tiempo (línea azul) y hallamos su pendiente; para hacerlo, completamos el triángulo y aplicamos la definición de tangente:

$$a_x = \frac{17{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}5\ \text{s} - 0{,}8\ \text{s}} = 7{,}35\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

En $t = 3$ s la pendiente vale cero, ya que la tangente (línea en negro) a la curva es paralela al eje del tiempo, luego en este momento la aceleración instantánea vale cero.

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. En el juego de ping–pong, ¿podemos asegurar que la pelota presenta un movimiento acelerado en una dimensión? Explica tu respuesta.

2. ¿Es correcto afirmar que la aceleración media de un objeto puede encontrarse en un tiempo t? Razona tu respuesta y coméntala con tu grupo.

3. Al calcular la aceleración media de un objeto en diferentes intervalos se encuentra que en unos casos es positiva y en otros negativa. ¿Esto implica que la velocidad media del objeto —evaluada en los mismos intervalos— también sea negativa?

4. Al afirmar que un objeto se mueve con velocidad constante en magnitud en una trayectoria rectilínea, ¿podemos también aseverar que la aceleración instantánea del objeto es constante? Explica tu respuesta.

5. Con base en la figura 2.24:

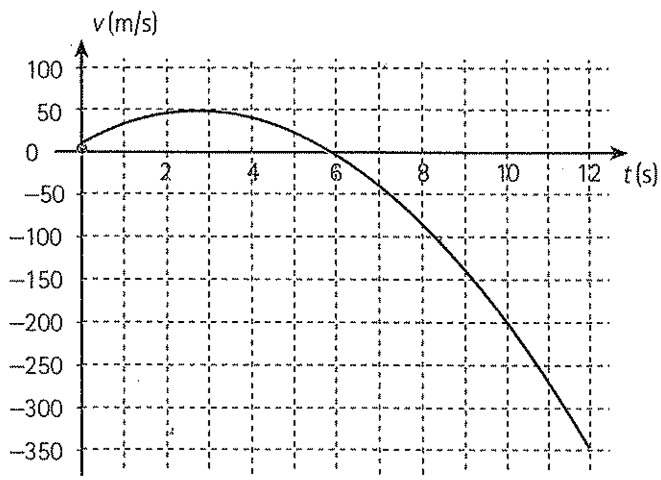


Fig. 2.24

   a. describe, con palabras, el movimiento.

b. Encuentra la aceleración media en los intervalos de: 3 a 12 segundos; 3 a 9 segundos; 3 a 6 segundos y 3 a 4 segundos.

c. Determina la aceleración instantánea en $t = 3$ s.

6. La figura 2.25 corresponde a la componente de la velocidad instantánea de un niño, en dirección horizontal.

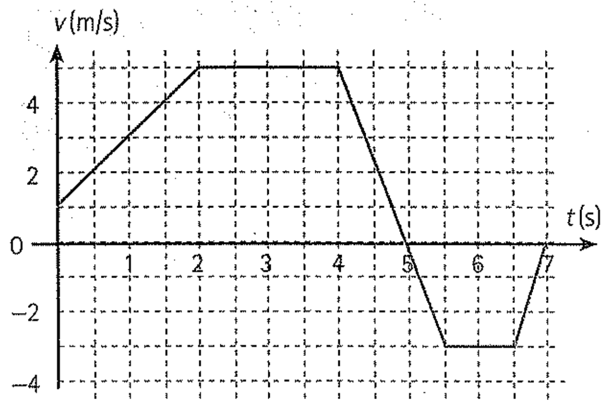


Fig. 2.25

a. ¿En qué intervalos de tiempo el niño se traslada con velocidad constante?

b. Determina la aceleración media para los siguientes intervalos de tiempo: de 0 a 1 segundo; de 1 a 2 segundos y de 2 a 3 segundos.

c. Elabora la gráfica de aceleración en función del tiempo.

7. Los datos de la siguiente tabla corresponden a la velocidad instantánea en función del tiempo, de un móvil que se desplaza en línea recta.

t (s)	0	1	2	4	6	8
v (m/s)	5	9	5	−27	−91	−187

Tabla 2.6

a. Elabora la gráfica para la velocidad instantánea en función del tiempo.

b. Calcula la aceleración media para los siguientes intervalos de tiempo: de 0 a 2 segundos; de 1 a 6 segundos; de 4 a 8 segundos y de 1 a 8 segundos.

c. Halla la aceleración instantánea en: 1 s; 4 s; 6,5 s.

8. La figura 2.26 representa la velocidad en función del tiempo para un objeto con movimiento rectilíneo.

a. Encuentra la aceleración media para los siguientes intervalos de tiempo: de 3 a 6 segundos; de 3 a 5 segundos y de 3 a 4 segundos.

b. Determina la aceleración instantánea en 3 segundos.

c. Describe el posible movimiento del cuerpo.

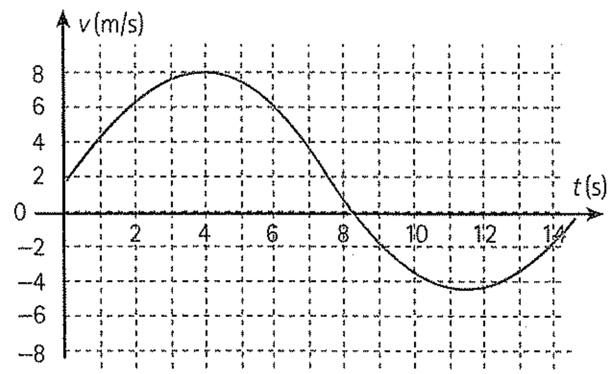


Fig. 2.26

9. Jorge se encuentra en $x = 0$ m en $t = 0$ s y tiene una velocidad de 4 m/s en dirección horizontal. Para $t = 10$ s se halla en $x = 12$ m y tiene una velocidad de 3 m/s, también en dirección horizontal.

a. Calcula la aceleración media de Jorge.

b. Halla su velocidad media.

10. Un objeto se encuentra para $t = 0$ s en $x = 4$ m y tiene una velocidad instantánea de 6 m/s. Para $t = 8$ s el objeto está en $x = -8$ m y posee velocidad instantánea de 6 m/s. Con base en esos datos plantea dos preguntas relacionadas con los conceptos del tema y respóndelas. Analiza con tus compañeros o compañeras y tu profesor o profesora tus propuestas.

- Determina características que definen la aceleración de un cuerpo.
- Analiza gráficas y situaciones, para determinar la aceleración media e instantánea.
- Resuelve problemas utilizando aceleración media e instantánea.
- Respeta el trabajo de los demás.

Movimiento rectilíneo

TEMA 4

Analiza las relaciones entre posición, desplazamiento, velocidad y aceleración de los cuerpos que describen un movimiento rectilíneo.

Como ya lo hemos estudiado, el movimiento de un cuerpo puede darse en una, dos o tres dimensiones. Si un cuerpo tiene un movimiento unidimensional y la trayectoria que describe es recta, el movimiento que éste realiza se denomina ***movimiento rectilíneo.***
En el desarrollo de este tema estudiaremos dos casos particulares del movimiento rectilíneo: uno, en el que el movimiento se realiza con velocidad instantánea constante y otro, en el que la aceleración instantánea es constante.

Fig. 2.27 El niño describe un movimiento rectilíneo con aceleración constante.

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

Supongamos que un caracol como el de la figura 2.28 a., se mueve a lo largo de un camino recto. Observemos que recorre distancias iguales en tiempos iguales. Si calculamos la rapidez media en cada punto, notaremos que:

$$v_x = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = \ldots \qquad 2.15$$

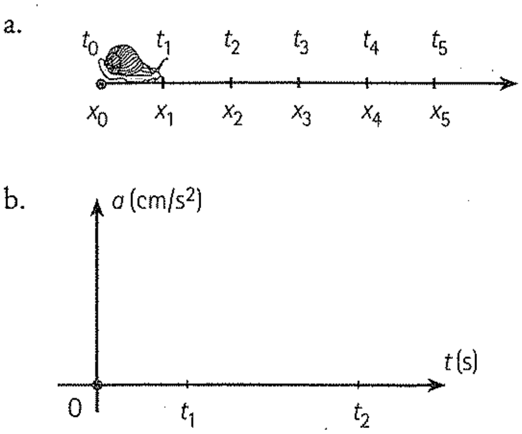


Fig. 2.28 a. El caracol recorre distancias iguales en tiempos iguales. b. Cuando la velocidad instantánea es constante, la aceleración es nula.

Por tanto, la rapidez media se mantiene constante, lo que implica que $\Delta v_x = 0$; esto significa que la aceleración del caracol es nula, pues la componente horizontal de la aceleración media es:

$$a_{mx} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \qquad 2.16$$

Pero como $\Delta v_x = 0$, entonces:

$$a_{mx} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

Luego $a_{mx} = 0$

como lo observamos en la figura 2.28 b.

Cuando el movimiento rectilíneo que realiza un cuerpo se caracteriza porque el vector velocidad instantánea es constante y, por consiguiente, su aceleración media es nula, se dice que el móvil realiza un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

En la figura 2.29 observamos el gráfico de la velocidad instantánea en función del tiempo; en él se representa el movimiento del caracol. Como la componente horizontal del vector velocidad instantánea permanece constante vemos que la gráfica es una recta horizontal. Si hallamos el área bajo la recta, obtenemos dimensiones de longitud así:

Área del rectángulo = base × altura

$$[\text{Área del rectángulo}] = [\cancel{T}] \times \left[\frac{L}{\cancel{T}}\right]$$

donde $[T]$ es la dimensión del tiempo y $\left[\frac{L}{T}\right]$ es la dimensión de la velocidad.

Luego, [Área del rectángulo] $= [L]$.

Logros: aplicar los conceptos estudiados para analizar el movimiento rectilíneo uniforme o el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado que realizan algunos cuerpos.

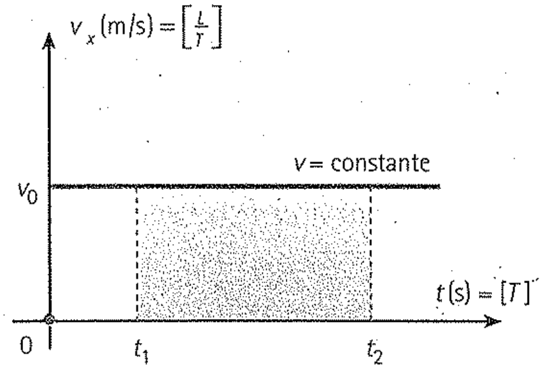


Fig. 2.29 En el movimiento rectilíneo uniforme la velocidad se mantiene constante.

Esta longitud representa el desplazamiento del móvil:

$\Delta x = x_2 - x_1$

Entonces:

Área $= v\ \Delta t = \Delta x$ o $x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1)$.

Para obtener la posición final despejamos x_2:

$x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1)$, que es igual a:

$$x_2 = x_1 + vt, \text{ si } t_1 = 0 \text{ s y } t_2 = t \qquad 2.17$$

Como vemos, la relación 2.17 y la figura 2.30 corresponden a una recta que representa la gráfica de posición en función del tiempo para un movimiento rectilíneo uniforme.

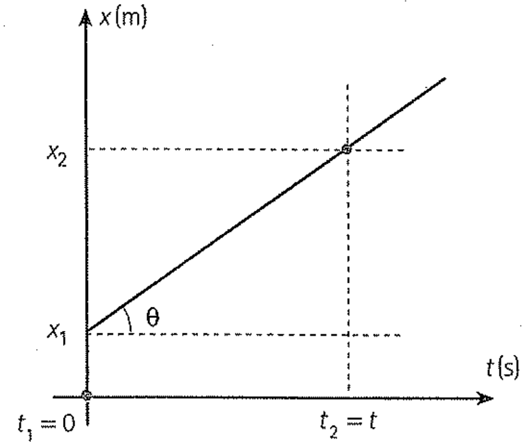


Fig. 2.30 Posición de un objeto con movimiento rectilíneo uniforme.

Como ya sabemos, la pendiente de una recta es la misma a lo largo de esta. Si observamos la ecuación 2.17, la pendiente de esta corresponde a la velocidad instantánea del móvil.

$$v = \tan\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Además, la velocidad media y la velocidad instantánea coinciden, porque esta última es constante.

Ejemplo

Jorge se mueve en línea recta por el patio del colegio. La siguiente es la información de su recorrido tomando como origen de coordenadas una columna del patio: primero se desplaza 3 m hacia la derecha durante 3 s, con velocidad constante; luego se queda en reposo (quieto) durante 4 segundos; después recorre 5 m en la misma dirección en 5 s, con velocidad constante y, finalmente, se devuelve 12 m en 7 s, también con velocidad constante.

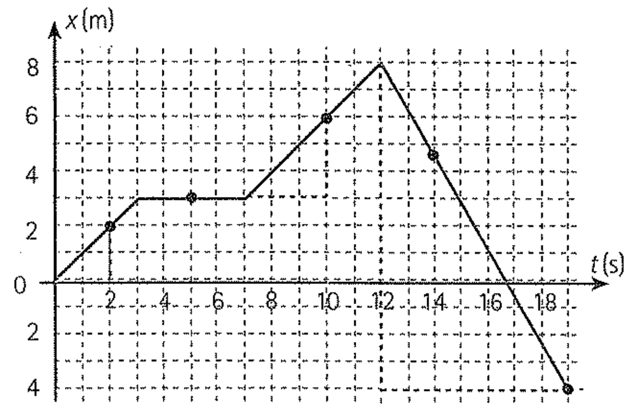


Fig. 2.31 Gráfica de la posición de Jorge en función del tiempo.

a. Realicemos la gráfica de posición para el movimiento de Jorge.

b. Hallemos la componente del vector velocidad instantánea de Jorge en dirección horizontal para: $t = 2$ s; $t = 5$ s; $t = 10$ s y $t = 14$ s.

Solución

a. La gráfica 2.31 nos muestra las diferentes posiciones que ocupa Jorge.

b. Para hallar la componente de la velocidad instantánea de Jorge en $t = 2$ s, calculamos la pendiente de la tangente en ese punto así:

$v = \dfrac{2\ \text{m} - 0\ \text{m}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 1\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Por tanto, la componente horizontal de la velocidad instantánea de Jorge en $t = 2$ s es 1 m/s.

En $t = 5$ es: $v = \dfrac{3\ \text{m} - 3\ \text{m}}{5\ \text{s} - 3\ \text{s}} = 0\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, porque la pendiente es nula.

Para determinar la componente horizontal de la velocidad instantánea de Jorge en $t = 10$ s construimos un triángulo desde $t = 7$ s hasta $t = 10$ s. Luego:

$$v = \frac{6\ \text{m} - 3\ \text{m}}{10\ \text{s} - 7\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Observemos que en $t = 2$ s y $t = 10$ s la componente de la velocidad instantánea es la misma, porque la inclinación de la recta es igual.

Para el instante $t = 14$ s también podemos trazar un triángulo desde $t = 12$ s hasta $t = 19$ s, y hallar la pendiente. Este valor corresponde a la velocidad de Jorge para $t = 14$ s.

Entonces: $v = \dfrac{-4\ \text{m} - 8\ \text{m}}{19\ \text{s} - 12\ \text{s}} = -1{,}7\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

En este caso la velocidad es negativa porque la pendiente de la recta tangente es negativa.

Ejemplo

Con base en los resultados del ejemplo anterior, dibujemos el gráfico de velocidad en función del tiempo.

Solución

Representamos en un gráfico los resultados anteriores en sus respectivos intervalos de tiempo.

Como observamos en la figura 2.32 este es un gráfico "escalonado", en el que el móvil (Jorge) cambia de movimiento a reposo, de reposo a movimiento y, finalmente, cambia de dirección (se devuelve).

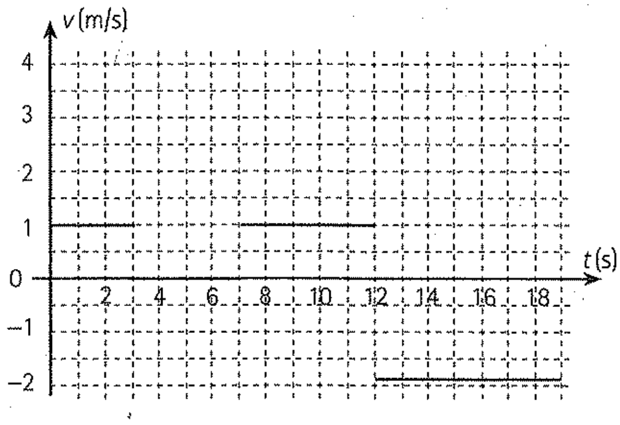


Fig. 2.32 Velocidad instantánea para un objeto con MRU.

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

En este movimiento el objeto se desplaza con su componente horizontal de aceleración constante.

$$a_x = \text{constante} \qquad 2.18$$

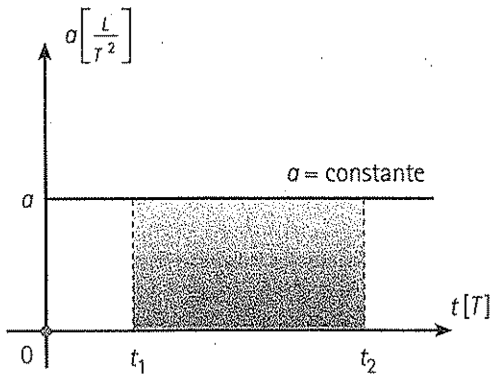


Fig. 2.33 Aceleración constante de un objeto con movimiento rectilíneo.

La figura 2.33 nos ilustra el gráfico de un objeto que se mueve con aceleración constante.

Velocidad instantánea

En la figura 2.33 se presenta un gráfico de la aceleración en función del tiempo. Si determinamos el área bajo la gráfica y analizamos sus dimensiones tenemos:

Área del rectángulo $=$ base $\times$ altura

Área del rectángulo $= \Delta t \times a = a(t_2 - t_1)$

Como la aceleración tiene dimensiones $\left[\frac{L}{T^2}\right]$ y el tiempo dimensiones $[T]$, entonces las dimensiones del área son de velocidad: $\left[\frac{L}{T^{\cancel{2}}}\right][\cancel{T}] = \left[\frac{L}{T}\right]$.

Por consiguiente, el área bajo un gráfico de aceleración en función del tiempo, corresponde al cambio de velocidad del móvil:

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

La velocidad v_1 es el valor de esta variable para el tiempo inicial t_1; usualmente este tiempo se toma como cero $(t_1 = 0 \text{ s})$.

Luego el área del rectángulo queda:

Área del rectángulo $= \Delta v = v_2 - v_1 = at$.

Si despejamos v_2 tenemos:

$$v_2 = v_1 + at \qquad 2.19$$

La ecuación 2.19 corresponde a una recta con pendiente a (aceleración) y punto de corte v_1 en v.

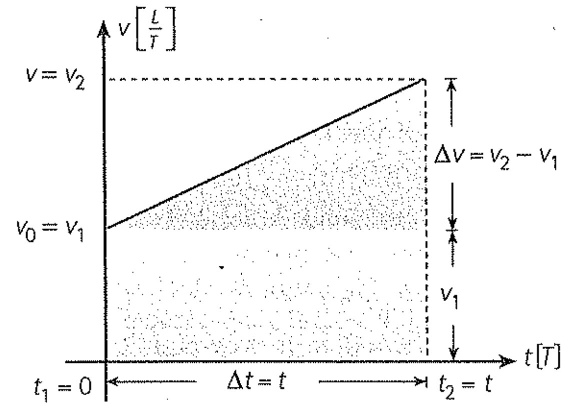


Fig. 2.34 Análisis del gráfico velocidad en función del tiempo.

Al examinar el gráfico de la figura 2.34 vemos que la velocidad aumenta linealmente en función del tiempo.

Ahora analicemos el área coloreada en el gráfico de velocidad en función del tiempo.

Podemos ver que las dimensiones del área son de longitud. Si determinamos el área total, esta corresponde al desplazamiento del móvil así:

Área total $=$ Área del triángulo $+$ Área del rectángulo

$$\text{Área total} = \frac{(v_2 - v_1)\,t}{2} + v_1 t$$

Como Área total $= \Delta x$, entonces:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{1}{2}(v_2 - v_1)\,t + v_1 t \qquad 2.20$$

Despejamos x_2 de la ecuación 2.20 y sustituimos v_2 de la ecuación 2.19:

$$x_2 = x_1 + \frac{1}{2}(v_1 + at)\,t - \frac{1}{2}v_1 t + v_1 t$$

$$x_2 = x_1 + \frac{1}{2}v_1 t + \frac{1}{2}at^2 - \frac{1}{2}v_1 t + v_1 t$$

$$x_2 = x_1 + \frac{1}{2}at^2 + v_1 t$$

Organizamos la ecuación y obtenemos:

$$x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2} at^2 \qquad 2.21$$

Ahora, si hacemos que la v_1 coincida con la v_0, v_2 con v, x_1 con x_0 y x_2 con x, las ecuaciones 2.19 y 2.21 se expresan como:

$$v = v_0 + at \qquad 2.22$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \qquad 2.23$$

En la figura 2.35 ilustramos el gráfico de posición en función del tiempo.

Finalmente, si tomamos la relación 2.22 y la elevamos al cuadrado, obtenemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2av_0 t + a^2 t^2$$

Agrupando y factorizando tenemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\left(v_0 t + \frac{1}{2} at^2\right).$$

Despejando en 2.23 y sustituyendo en la ecuación anterior tenemos:

$$v^2 = v_0^{\ 2} + 2a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad 2.24$$

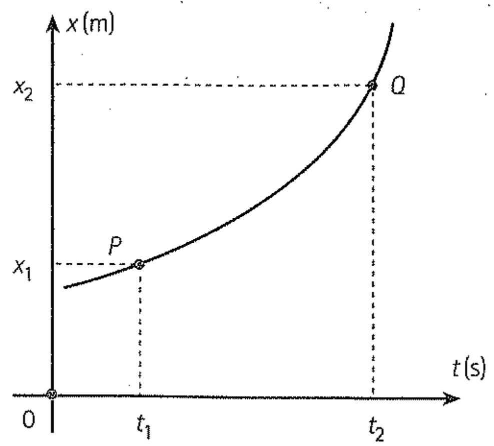


Fig. 2.35 Gráfico de posición en función del tiempo para un objeto con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Esta última relación nos completa el cuadro de posibilidades:

Relación	Variables
$v = v_0 + at$	$v,\ v_0,\ a,\ t$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$v,\ v_0,\ a,\ x,\ x_0$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$x,\ x_0,\ v_0,\ t,\ a$

Ejemplo

Un automóvil que se desplaza a $v_x = 50$ m/s, acelera a razón de $a_x = 5\ \text{m}/\text{s}^2$, durante 14 segundos. Encontremos la velocidad en dirección horizontal del vehículo y la posición al cabo de los 14 segundos.

Solución

En este caso tenemos un movimiento uniformemente acelerado, pues la velocidad varía. Además, conocemos la velocidad inicial v_0, la aceleración a y el tiempo t.

Para hallar la velocidad aplicamos la ecuación 2.22:

$$v_x = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(14\ \text{s}) = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 70\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 120\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular la posición en $t = 14$ s aplicamos la ecuación 2.23:

$$x = 0 + 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}(14\ \text{s}) + \frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(14\ \text{s})^2}{2} = 700\ \text{m} + \frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 196\ \text{s}^2}{2} = 1190\ \text{m}$$

Taller de competencias 4

1. Cuando planteamos la ecuación $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, ¿podemos asegurar que el objeto se mueve en línea recta con aceleración constante? Razona tu respuesta.

2. Un niño se entretiene con un carro de juguete; además, dispone de un cronómetro. Los siguientes son los datos que tomó de la posición x de su juguete en función del tiempo:

t (s)	0	3	5	7	9	11
x (m)	3	15	23	31	39	47

Tabla 2.7

   a. Realiza un gráfico de posición en función del tiempo.
   b. Determina la velocidad media en los intervalos de 7 a 11 segundos y de 7 a 9 segundos.
   c. ¿Cuál es la velocidad instantánea del carro de juguete en $t = 7$ s?
   d. Compara los resultados de b. y c. ¿Qué concluyes?

3. Un perro se mueve en dirección horizontal con una velocidad constante $v_x = 3$ m/s. Si en $t = 0$ s la posición del perro respecto al origen es $x = 8$ m:
   a. plantea la ecuación de posición del perro en función del tiempo.
   b. Realiza un gráfico de posición en función del tiempo entre 0 s y 12 s.

4. Esteban observa un conejo que está en el patio de su casa y traza el gráfico de la figura 2.36.
   a. ¿En qué intervalo de tiempo el conejo se mueve con velocidad constante?
   b. ¿En qué intervalo se mueve con aceleración constante?
   c. A partir del gráfico, calcula la velocidad instantánea del conejo en $t = 2$ s y $t = 8$ s.

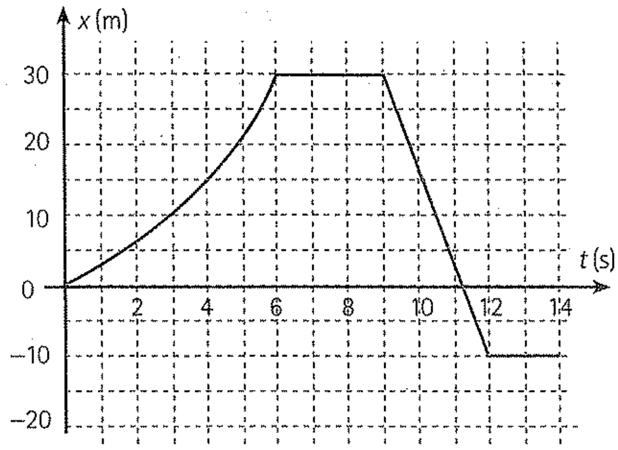


Fig. 2.36

5. Un niño comienza a moverse con aceleración constante $a_x = 1\ \text{m/s}^2$.
   a. Determina la velocidad del niño cuando han trascurrido 12 s.
   b. ¿Cuál es el valor de la coordenada de posición x que ocupa el niño respecto al origen para $t = 12$ s?

6. Un auto parte del reposo en $t = 0$ (velocidad inicial igual a cero) y se mueve con aceleración constante $a_x = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, durante 5 segundos. Al observar que el semáforo cambia, el conductor frena para detenerse 0,5 segundos más tarde.
   a. Realiza los gráficos de: posición, velocidad instantánea y aceleración, en función del tiempo, para el movimiento del auto. Comparte tus gráficos con el grupo.
   b. Determina el desplazamiento total del auto desde que comenzó a moverse hasta que se detuvo.

7. Encuentra el tiempo necesario para que un niño recorra 20 m, si parte del reposo y acelera a 1,2 m/s^2. ¿Qué velocidad final alcanza en este tiempo?

8. Un auto viaja a 60 km/h y se detiene a los dos segundos. ¿Qué distancia recorrió en el frenado? ¿Qué aceleración adquirió? ¿Por qué el signo de la aceleración es negativo?

- Caracteriza y diferencia el MRU del MRUA.
- Obtiene información sobre un movimiento a partir de gráficas asociadas al mismo.
- Resuelve problemas sobre MRU y MRUA.
- Participa activamente en la resolución de problemas.

Caída libre y lanzamiento vertical

TEMA 5 — ESTÁNDAR **E**

Relaciona los conceptos trabajados y los aplica en el estudio de la caída libre y el lanzamiento vertical.

La figura 2.37 nos muestra la fotografía estroboscópica de una bola de billar mientras cae al suelo. Esta clase de fotografía consiste en registrar durante intervalos de tiempo muy cortos, la trayectoria que sigue un cuerpo en movimiento. Al caer, la bola realiza un movimiento denominado caída libre. La caída libre no es otra cosa que una aplicación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Como podemos notar, la bola sigue una trayectoria unidimensional, vertical y parte sin velocidad inicial. Durante la caída, su velocidad aumenta poco a poco. A lo largo de este tema analizaremos el movimiento de caída libre y el lanzamiento vertical hacia arriba de un objeto.

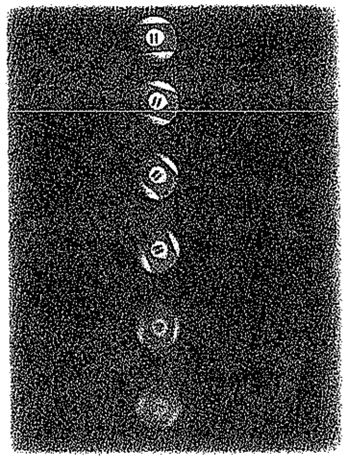


Fig. 2.37 Fotografía estroboscópica de la caída de una pelota.

Caída de los cuerpos

Desde el siglo IV a. de C., los seres humanos se han interesado en el estudio de la caída de los cuerpos. Para el filósofo griego Aristóteles, los cuerpos más pesados caían con más velocidad que los cuerpos livianos. En el año 1589 el astrónomo y físico Galileo Galilei realizó una serie de experimentos para comprobar que todos los objetos, sin interesar su peso, caen a la superficie terrestre con una aceleración constante, siempre que el aire no ofrezca ninguna resistencia.

Cerca de la superficie terrestre los objetos caen con una aceleración constante denominada *aceleración gravitacional.* Esta aceleración tiene como valor experimental en magnitud: $a_y = g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

Vectorialmente esta aceleración se expresa como:

$$\mathbf{a} = -\mathbf{g} = -9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,\hat{\mathbf{j}} \qquad 2.25$$

El signo negativo indica la dirección del vector aceleración.

Para los objetos en caída libre empleamos las ecuaciones 2.22, 2.23 y 2.24, en donde para la aceleración utilizaremos $a_y = -g = -9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$; igualmente, como el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado con dirección vertical, sustituiremos a x por y. Por tanto, las nuevas ecuaciones que describen velocidad instantánea y posición en y son:

$$v = v_0 - gt \qquad 2.26$$

y su posición cambia con el tiempo en la forma:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{g}{2}t^2 \qquad 2.27$$

Finalmente, la velocidad en función del tiempo es:

$$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y \qquad 2.28$$

con la cual completamos el grupo de ecuaciones.

Ejemplo

Claudia suelta las llaves del laboratorio de física –desde el tercer piso– a su compañera de clase Natalia, como se ve en la figura 2.38 a.

a. ¿Cómo deben ser los gráficos de posición, velocidad instantánea y aceleración en función del tiempo, para el movimiento en la dirección vertical

Logros: identificar, analizar e interpretar las ecuaciones y gráficas que permiten describir el movimiento de un objeto en caída libre o en lanzamiento vertical.

de las llaves, si el sistema de referencia está ubicado en la calzada del primer piso?

b. Expresemos las ecuaciones para posición, velocidad y aceleración en función del tiempo, de acuerdo con los gráficos anteriores.

Solución

a. En la figura 2.38 a. vemos la trayectoria en línea recta de las llaves.

Si el sistema de referencia es la calzada del primer piso, las llaves se mueven en dirección negativa respecto a este origen, porque parten de una posición inicial y_0 igual a la altura del tercer piso; el gráfico de posición en función del tiempo es una parábola (véase la figura 2.38 b.), lo que indica que en cada segundo las llaves recorren una distancia proporcional al cuadrado del tiempo trascurrido.

El gráfico de la componente vertical de la velocidad en función del tiempo: parte del origen, porque la velocidad inicial de las llaves es cero, ya que se dejaron caer libremente; es una recta con pendiente negativa y constante con valor $-9{,}8\ \text{m/s}^2$, que corresponde a la aceleración gravitacional.

La gráfica de aceleración en función del tiempo es una recta horizontal cuyo valor es $-g$.

b. Como el sistema de referencia es la calzada del primer piso, las ecuaciones son:

$y = y_0 - \dfrac{gt^2}{2}$, $v = -gt$ y $a = -g$; recordemos que en esta situación $v_0 = 0$.

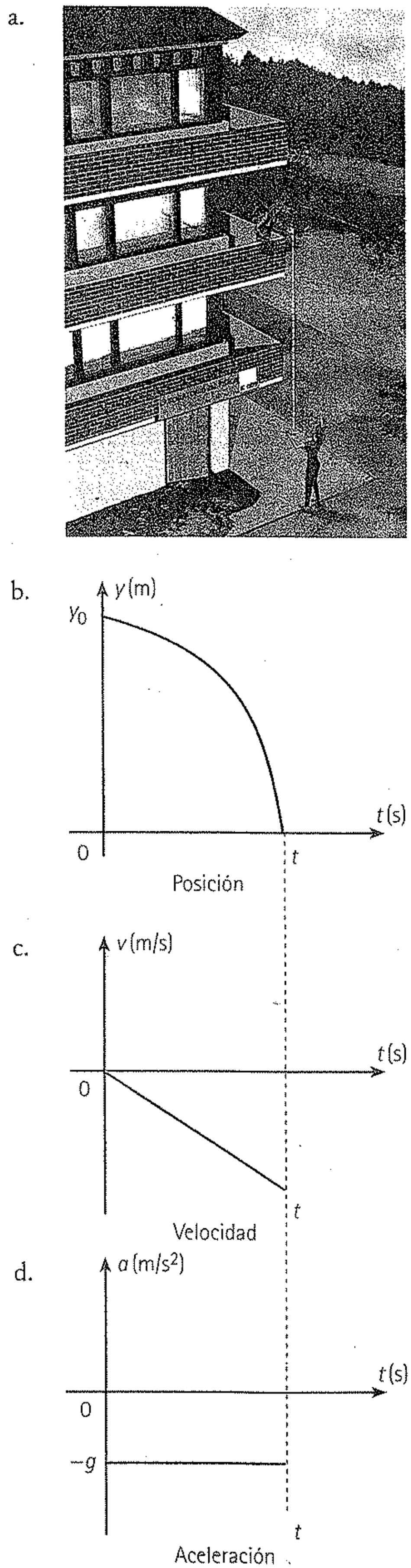


Fig. 2.38 Interpretación gráfica.

Ejemplo

Si para la situación anterior el tercer piso del edificio está a 15 m del suelo, hallemos:

a. el tiempo que tardan las llaves en llegar a la calzada.

b. La velocidad instantánea final de las llaves.

Solución

a. Para calcular cuánto tiempo demoran las llaves en llegar al suelo, utilizamos la ecuación de posición:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2.$$

Remplazamos $y_0 = 15$ m y la ecuación nos queda:

$$y = 15\ \text{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2.$$

Esta ecuación describe la posición de las llaves en función del tiempo. En el instante en que ellas tocan el suelo, es decir cuando $y = 0$, tendremos el tiempo que las llaves permanecieron en el aire. A este lapso lo llamamos "tiempo de vuelo".

$$0 = 15\ \text{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$

Ahora despejamos el tiempo y simplificamos unidades:

$$t = \sqrt{\frac{2(-15\ \text{m})}{-\left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}} = 1{,}75\ \text{s}$$

b. Para calcular la velocidad final de las llaves remplazamos los valores de t y de g en la ecuación $v = -gt$:

$$v = -9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(1{,}75\ \text{s}) = -17{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

El signo negativo nos indica que Natalia observa las llaves moverse en dirección negativa respecto al sistema de referencia, que se asumió hacia arriba como positivo.

Vectorialmente esta velocidad se expresa así:

$$\mathbf{v} = -17{,}15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$$

Ejemplo

Un niño lanza verticalmente hacia arriba una esfera con una rapidez inicial de 20 m/s y la recibe en el punto de lanzamiento.

a. Planteemos las ecuaciones de movimiento para la esfera.

b. ¿Cuánto tiempo demora la esfera en alcanzar la altura máxima?

c. Determinemos la altura máxima que logra la esfera.

d. Elaboremos las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para el movimiento de la esfera.

e. ¿Cuánto tiempo permanece la esfera en el aire?

Solución

a. Si asumimos que el sistema de coordenadas es la mano del niño, y como la velocidad inicial es hacia arriba, tendrá un valor positivo, luego las ecuaciones de movimiento son:

$v_0 = 20\ \frac{m}{s}$; además, $y_0 = 0$ m. Remplazando en 2.27 tenemos:

$$y = 20\ \frac{m}{s}\ t - \frac{9{,}8\ m}{2\ s^2}\ t^2$$

Simplificando tenemos: $y = 20\ \frac{m}{s}\ t - 4{,}9\ \frac{m}{s^2}\ t^2$.

Y para la velocidad obtenemos: $v = 20\ \frac{m}{s} - 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ t$.

b. En el punto de altura máxima la velocidad de la esfera, por un instante, es igual a cero; entonces, aplicamos este valor en la ecuación de velocidad así:

$$0 = 20\ \frac{m}{s} - 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ t.$$

A partir de esta ecuación podemos hallar el tiempo que tarda la esfera en alcanzar la altura máxima. Despejamos el tiempo que llamamos de subida (t_s):

$$t_s = \frac{-20\ \frac{m}{s}}{-9{,}8\ \frac{m}{s^2}} = 2\ s$$

c. Para determinar la altura máxima que alcanza la esfera aplicamos la ecuación de posición para y con el tiempo que acabamos de hallar:

$$y = 20\ \frac{m}{s}\ (2\ s) - 4{,}9\ \frac{m}{s^2}\ (2\ s)^2 = 20{,}4\ m$$

d. En la figura 2.39 observamos los gráficos de posición, velocidad y aceleración, con la mano del niño como origen del sistema de referencia.

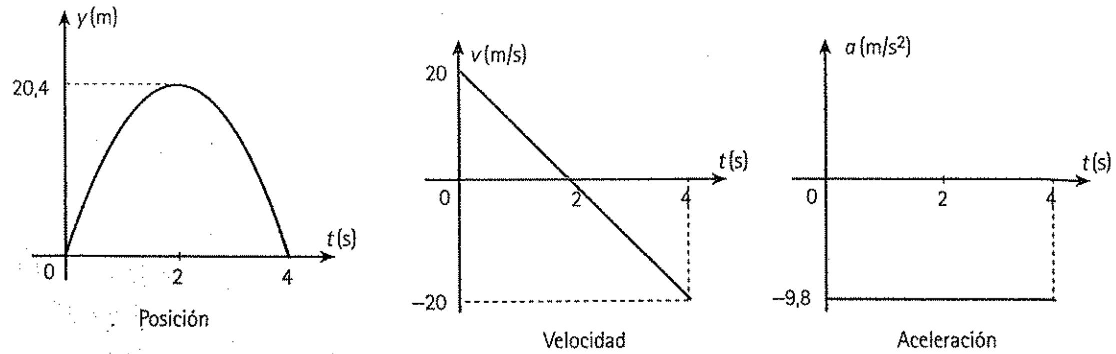


Fig. 2.39 Gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para una esfera lanzada verticalmente.

El gráfico de posición nos muestra la simetría del movimiento: el tiempo que demora la esfera para lograr la altura máxima es el mismo que emplea para volver al punto de lanzamiento. Esto se expresa como $t_s = t_b$, donde t_b es tiempo de bajada.

En el gráfico de velocidad vemos que el movimiento comienza con velocidad inicial en dirección vertical positiva de 20 m/s, la cual disminuye hasta cero en la altura máxima y luego comienza a aumentar en forma negativa hasta llegar de nuevo al valor inicial, pero en dirección contraria.

En el gráfico de aceleración se nota que su valor es constante y negativo durante todo el tiempo.

e. Para determinar cuánto tiempo permanece en el aire la esfera notemos que $t_s = t_b$, por tanto, el tiempo de vuelo es:

$t_v = t_s + t_b$ o también $t_v = 2\,t_s$.

Como ya conocemos cuánto tiempo tarda la esfera en subir, lo remplazamos en la relación anterior:

$t_v = 2\text{ s} + 2\text{ s} = 4\text{ s}.$

TALLER DE COMPETENCIAS 5

1. Un objeto se lanza hacia arriba con velocidad inicial v_0 y se recibe en el punto de lanzamiento. ¿Puede afirmarse que el desplazamiento del objeto es igual a cero? Explica tu respuesta y compártela con tu grupo.

2. Imagina un lugar en donde hay vacío. En este lugar, ¿los objetos flotan o caen? Formula una explicación y compártela con tu grupo.

3. Un objeto se lanza hacia arriba con rapidez inicial v_0 y se recibe en el punto de lanzamiento. Dibuja los vectores posición, velocidad y aceleración en los puntos A, B, C, D y E (en C el objeto se encuentra momentáneamente en la altura máxima), que se muestran en la figura 2.40.

Fig. 2.40

4. ¿Son $[g] = \left[\frac{L}{T}\right]$ las dimensiones de la aceleración gravitacional? Explica.

5. ¿Cómo cambiaría la vida en la Tierra si la aceleración gravitacional terrestre g tuviera un valor de 2 m/s^2?

6. Un niño juega en el parque a lanzar hacia arriba una canica, con una velocidad inicial $v_y = 5$ m/s.

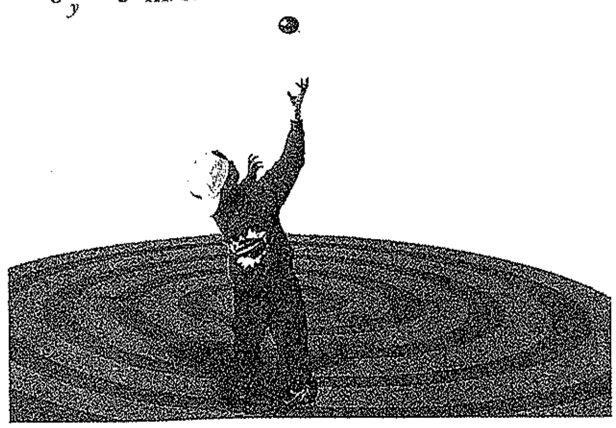


Fig. 2.41

a. Determina cuánto tiempo permanece la canica en el aire si el niño la recibe en el punto de lanzamiento.

b. Halla la altura máxima alcanzada por la canica.

7. Realiza las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para la canica del problema anterior, mientras permanece en movimiento.

8. Jaime deja caer unas llaves desde la terraza de un edificio y se da cuenta que 1 s después golpean el suelo.

a. ¿Cuál es la altura del edificio?

b. Traza la gráfica de posición en función del tiempo para el movimiento de las llaves. Ubica el sistema de referencia en la mano de Jaime.

c. Determina la velocidad de las llaves justo cuando tocan el suelo.

9. Un insecto salta verticalmente con velocidad inicial $v_y = 0{,}5$ cm/s. Si asumimos que el animal se mueve con aceleración constante

$\mathbf{a} = -980 \, \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \, \hat{\mathbf{j}}$:

a. encuentra el tiempo total que el insecto está en el aire.

b. ¿Qué velocidad tiene el insecto en el instante que toca de nuevo el suelo?

10. Un niño lanza una piedra hacia abajo con velocidad inicial $v_y = -2 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$, desde una altura de 25 m.

a. ¿Cuánto tiempo demora la piedra en llegar al suelo?

b. Determina la velocidad para ese tiempo.

c. Realiza las gráficas de posición, velocidad y aceleración para el desplazamiento de la piedra mientras está en movimiento.

11. Se lanza una moneda hacia arriba, con velocidad inicial $v_y = 3{,}3$ m / s.

a. ¿Qué velocidad tiene al cabo de $t = 0{,}2$ s?

b. ¿A qué altura se encuentra la moneda en ese instante?

c. Elabora una gráfica de posición y velocidad en función del tiempo e interpreta tus respuestas anteriores.

12. Desde el fondo de un pozo de 80 m de profundidad se lanza una piedra con velocidad inicial $v_y = 45$ m / s. ¿Qué velocidad o velocidades debe tener la piedra al pasar por el borde del pozo?

13. Diana desea mostrar que el tiempo que demora un objeto en llegar a su altura máxima es el mismo que tarda en caer al punto de lanzamiento. Ayúdale a verificar este resultado.

14. Una forma aproximada de establecer la profundidad de un pozo es dejar caer una pequeña piedra en él y tomar el tiempo que trascurre entre ese instante y el del sonido que hace al golpear el fondo. Determina la profundidad aproximada de un pozo en el que el sonido de la piedra que dejamos caer se escucha 0,5 s después.

Fig. 2.42

15. Un objeto se deja caer libremente desde una altura de 3 m. ¿Qué velocidad final adquiere el cuerpo? ¿Cuánto tiempo tarda en caer?

Describe correctamente movimientos de caída libre y lanzamiento vertical.
Analiza variables y resuelve problemas de caída libre y lanzamiento vertical.
Plantea y argumenta regularidades en el análisis de los movimientos estudiados.
Respeta los argumentos dados por otros.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
▒	▒	Identifico y describo el cambio de posición, la trayectoria y el desplazamiento de un cuerpo respecto a un sistema de referencia.
▒	▒	Aplico los conceptos de velocidad media y velocidad instantánea para analizar el movimiento en una dimensión.
▒	▒	Aplico los conceptos de aceleración media y aceleración instantánea para analizar el movimiento en una dimensión.
▒	▒	Aplico los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración para analizar el movimiento rectilíneo uniforme o rectilíneo uniformemente acelerado que realizan algunos cuerpos en movimiento.
▒	▒	Identifico, analizo e interpreto las ecuaciones que permiten describir el movimiento de un objeto en caída libre o en lanzamiento vertical.
▒	▒	Propongo los gráficos de posición, velocidad y aceleración para un objeto que presenta movimiento de caída libre o lanzamiento vertical.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. Para describir las características del movimiento de un objeto debemos ubicar un sistema de referencia respecto al mismo.

b. El vector velocidad instantánea se define para un tiempo t.

c. El vector aceleración media de un objeto se define solamente si la velocidad varía en magnitud.

d. El área bajo la recta en un gráfico de velocidad en función del tiempo coincide con el desplazamiento del objeto.

e. En un lanzamiento vertical hacia arriba, la velocidad y la aceleración son iguales a cero cuando se alcanza la altura máxima.

Resuelvo problemas

2. Un auto se mueve en dirección horizontal de acuerdo con lo que se observa en el gráfico de la figura 2.43.

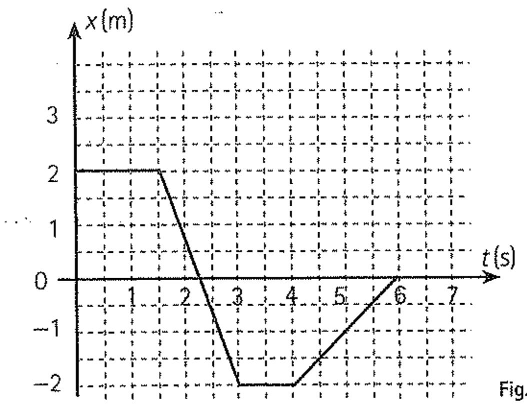


Fig. 2.43

a. Traza los gráficos de velocidad y aceleración en función del tiempo para este movimiento.

b. Describe, con palabras, los gráficos anteriores.

3. La figura 2.44 corresponde al gráfico de posición en función del tiempo para un objeto que se mueve en una dimensión.

a. Determina si el movimiento es rectilíneo uniforme o rectilíneo uniformemente acelerado.

b. Propón una situación real que se adapte al gráfico.

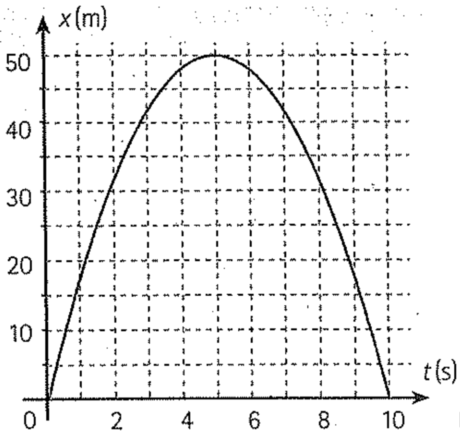


Fig. 2.44

c. Calcula la velocidad instantánea en los tiempos: 3 s; 5 s; 7 s; 9 s.

d. Traza el gráfico de la aceleración instantánea en función del tiempo y comprueba la respuesta a.

4. La figura 2.45 es el gráfico de velocidad instantánea en dirección horizontal en función del tiempo, para un objeto que se mueve en una dimensión.

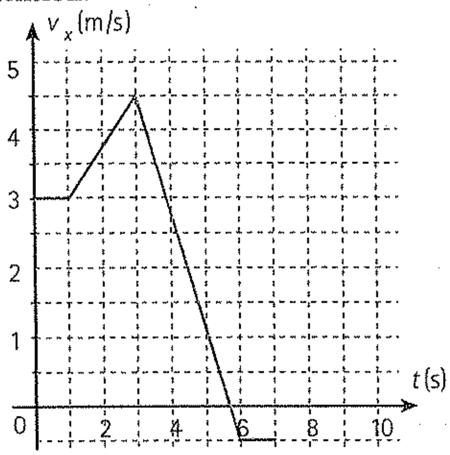


Fig. 2.45

Con base en el gráfico completa la siguiente tabla; utiliza unidades del sistema cgs.

	$\Delta t = (1; 3)$ s	$\Delta t = (3; 6)$ s	$\Delta t = (6; 7)$ s
a_m (cm/s^2)			
Δx (cm)			

Tabla 2.8

5. Con base en el gráfico del problema anterior:

a. describe, con palabras, el movimiento del objeto.

b. Encuentra la aceleración instantánea para los tiempos: 0,5 s; 2 s; 4 s; 6 s.

c. Analiza tus respuestas anteriores y traza un gráfico aproximado de la aceleración instantánea en función del tiempo.

6. Un niño lanza un objeto hacia arriba con velocidad inicial v_0, desde el borde de una azotea situada a una altura h respecto al suelo. El objeto llega a su altura máxima y, finalmente, cae al suelo.

a. Plantea las ecuaciones de movimiento del objeto si el sistema de referencia se sitúa en el suelo.

b. Realiza las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo para todo el movimiento del objeto.

7. Desde un segundo piso situado a 8 m, un hombre deja caer un objeto con velocidad inicial igual a cero.

a. Determina el tiempo de caída del objeto.

b. ¿Cuál es la velocidad del objeto justo en el momento de chocar contra el suelo?

c. Elabora las gráficas de posición, velocidad y aceleración para el movimiento del objeto.

8. Los siguientes gráficos ilustran el movimiento de un objeto en caída libre.

a. Plantea dos preguntas que se ajusten a los gráficos.

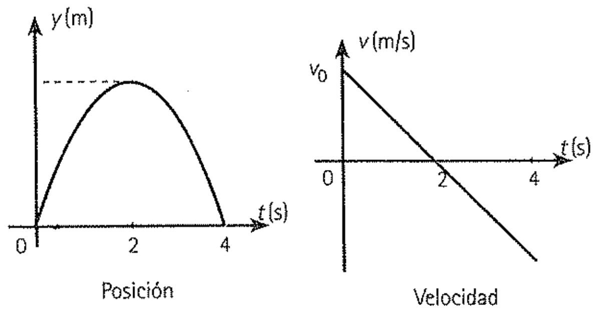


Fig. 2.46

b. Resuelve las preguntas.

c. Analiza con tus compañeros o compañeras tu propuesta.

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Movimiento rectilíneo con aceleración constante

Objetivo

Encontrar el valor de la aceleración de un auto de juguete que desciende sobre un plano inclinado.

Predicción

¿Cómo piensas que serían los gráficos de posición, velocidad instantánea y aceleración en función del tiempo para un cuerpo que desciende por el plano inclinado? Comenta tus predicciones con el resto del grupo.

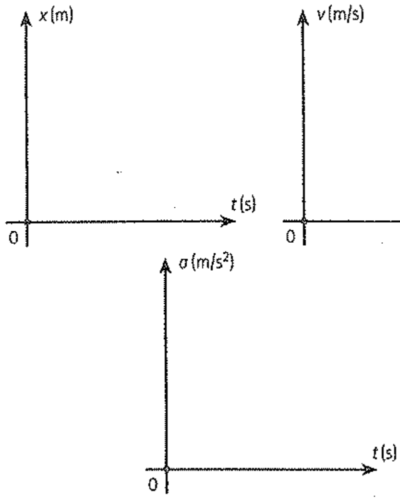


Fig. 2.47

Materiales

Auto de juguete.

Tabla de aproximadamente 1 m de longitud y unos 20 cm de ancho.

Cronómetro o reloj que permita medir o registrar el tiempo en segundos.

Papel milimetrado.

Regla, lápiz y trasportador.

Procedimiento

1. Coloca la tabla en un ángulo de aproximadamente 40° respecto a la horizontal.
2. Desde la parte superior –siempre desde el mismo punto– suelta el auto.
3. Mide con la regla diferentes valores de x (a lo largo de la tabla) y con el reloj toma el tiempo que demora el auto en hacer cada recorrido.

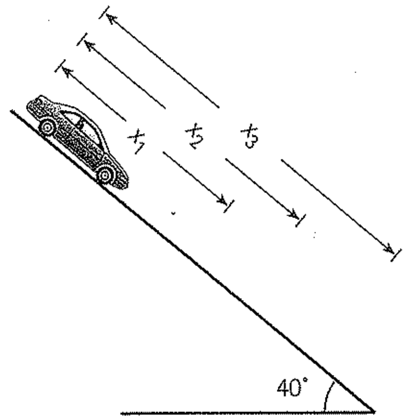


Fig. 2.48

4. Completa la siguiente tabla de datos:

Tiempo (s)					
Posición (cm)					

Tabla 2.9

Análisis de datos

1. Con la información de la tabla de datos, haz la gráfica de posición en función de tiempo, en la hoja de papel milimetrado.
2. Con base en el gráfico, encuentra el valor de 7 pendientes, lo que te da el valor de la velocidad instantánea en cada tiempo.
3. Traza ahora la gráfica de la pendiente (o velocidad) en función del tiempo y dibuja la tendencia lineal o recta más probable.
4. Finalmente, calcula el valor de la pendiente de la recta en el gráfico de velocidad en función del tiempo; este valor es la aceleración del movimiento.
5. Construye el gráfico de aceleración en función del tiempo.
6. Analiza los datos, gráficos y resultados. Presenta tus conclusiones del experimento.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

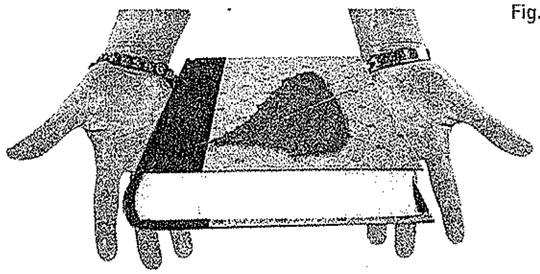
Para el filósofo Aristóteles (384-322 a. de C.) la caída de los cuerpos dependía del peso que estos tuvieran. Es decir, si se dejaban caer un cuerpo ligero y otro pesado desde una misma altura, sus tiempos de caída no eran iguales, de manera que el cuerpo con mayor peso caía primero que el más liviano.

Fue hacia el siglo XVI que el científico Galileo Galilei, al estudiar la caída de los cuerpos, concluyó que los cuerpos livianos y pesados, cuando se dejan caer simultáneamente desde una misma altura, caerán con la misma aceleración y llegarán al suelo al mismo instante.

A continuación te proponemos hacer el siguiente experimento:

- Deja caer, simultáneamente desde una misma altura, un libro pesado y una hoja de árbol. Observa la caída de ambos y ve cuál llega primero.
- Pon el libro, como ves en la figura, con la hoja encima. Suelta el libro y observa la caída. ¿Cayeron juntos conforme a la explicación de Galileo? ¿Por qué no sucedió lo mismo cuando los cuerpos cayeron por separado? Formula una explicación y compártela con tu grupo y con tu profesor o profesora.

Fig. 2.49



COMPETENCIA COMUNICATIVA

Encuentra la solución al siguiente fisigrama (crucigrama de física).

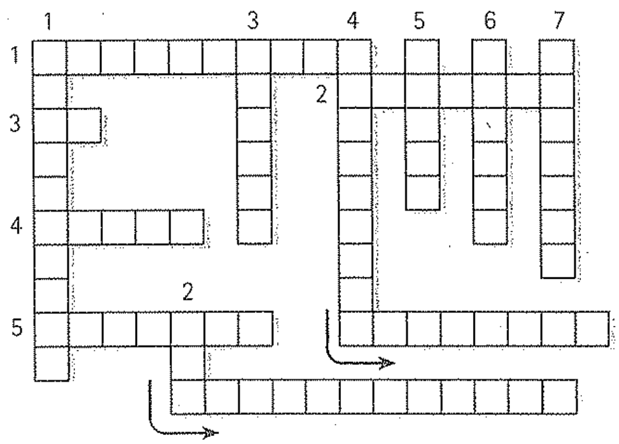


Fig. 2.50 Fisigrama

Horizontales

1. Estudia el movimiento de los objetos.
2. Busca explicar lo que ocurre en el mundo macroscópico y microscópico.
3. Lo encontramos en el área del círculo, Inv.
4. Indicativo de nuestros avances académicos.
5. Magnitud de una cantidad cinemática, cuyas dimensiones son $\left[\frac{L}{T}\right]$.

Verticales

1. Movimiento cuya aceleración en magnitud es: $9{,}8\ \text{m}/\text{s}^2$.
2. Cambio de posición en dirección vertical u horizontal.
3. Su dimensión es: $[T]$.
4. Se presenta cuando el vector velocidad instantánea varía en magnitud o en dirección.
5. Medida de longitud del SI.
6. Ciencia experimental, Inv.
7. Uno de los precursores del método experimental.

PRUEBA ICFES

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

Contesta las preguntas 1., 2. y 3. de acuerdo con la siguiente información.

Seis horas para gozar

Llega al calendario colombiano la carrera de autos más importante y esperada del año. La programación comienza mañana sábado en Tocancipá (un pequeño municipio de Cundinamarca) a las 10 de la mañana, con ensayos de los carros de calle y el *warm up* de los profesionales. La primera competencia, reservada para los carros de calle y que durará 30 minutos por un trazado que incluye la difícil curva Motor, será a la 1:30 p. m. La carrera importante será: las seis horas 2002; los autos parten a las 3 de la tarde y finalizan a las 9:00 p. m.

(Tomado de *El Tiempo*, viernes 13 de diciembre de 2002.)

1. Para narrar la competencia de autos de calle el sistema de referencia debe ubicarse:
   - **a.** en Bogotá.
   - **b.** En uno de los autos participantes.
   - **c.** En la capilla de Tocancipá.
   - **d.** En el autódromo de Tocancipá.
2. El trazado de la carrera de los autos de calle es:
   - **a.** unidimensional
   - **b.** Bidimensional
   - **c.** Tridimensional
   - **d.** Unidimensional, bidimensional y curvilíneo.
3. La carrera importante:
   - **a.** durará 30 minutos.
   - **b.** Durará 6 horas.
   - **c.** Tendrá el mismo trazado que la de los carros de calle.
   - **d.** Durará 6 horas y 30 minutos.

La información de la figura 2.51 permite responder las preguntas 4. y 5.

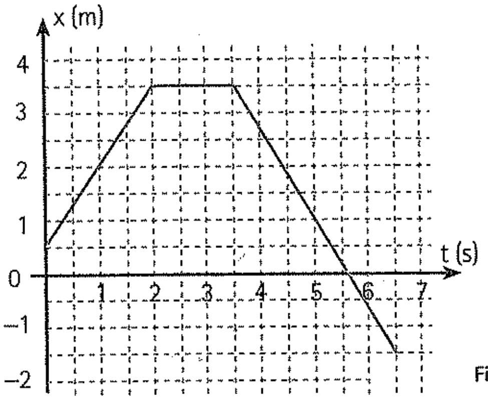


Fig. 2.51

El gráfico de posición en función del tiempo describe el movimiento de un objeto con trayectoria rectilínea.

4. Con base en el gráfico se puede afirmar:
   - **a.** en $t = 0$ el objeto está en el origen.
   - **b.** Entre 1 s y 3 s la aceleración es negativa.
   - **c.** En $t = 5$ s la velocidad instantánea es igual a $1 \ m/s^2$.
   - **d.** El objeto está en reposo entre 2 s y 3,5 s.
5. Al trazar la gráfica velocidad en función del tiempo para el movimiento anterior se obtiene:

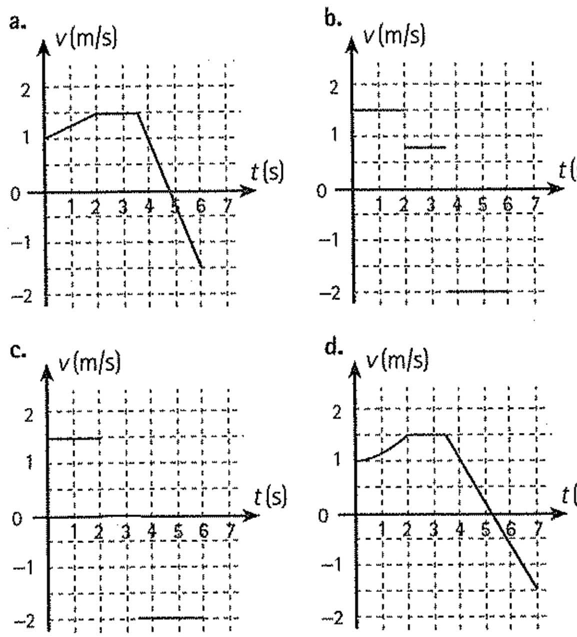


Fig. 2.52

La siguiente información permite contestar las preguntas 6., 7. y 8.

Un auto parte del reposo en $t = 0$ y se mueve con velocidad instantánea constante a 6 m/s durante 6 s; en seguida acelera a $1\ m/s^2$ durante 7 s; finalmente se le aplican los frenos y el auto se detiene a los 4 s con una aceleración de $-0{,}2\ m/s^2$.

6. El gráfico aproximado de posición para el auto es:

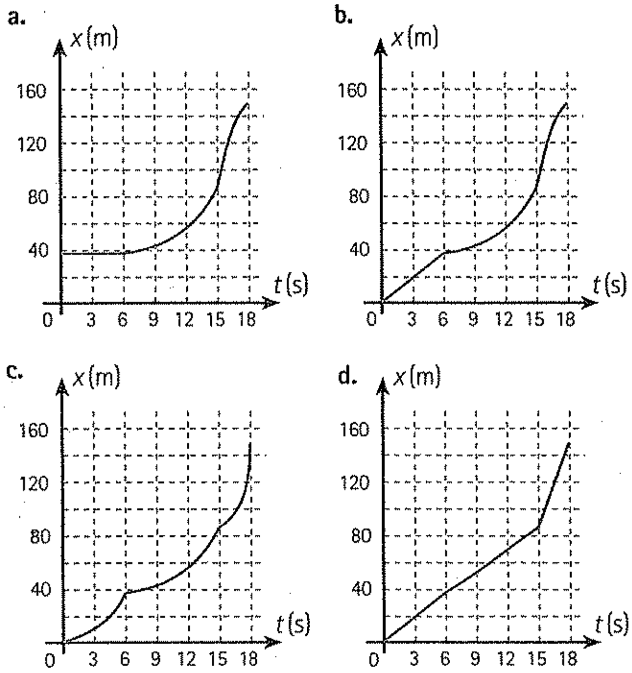
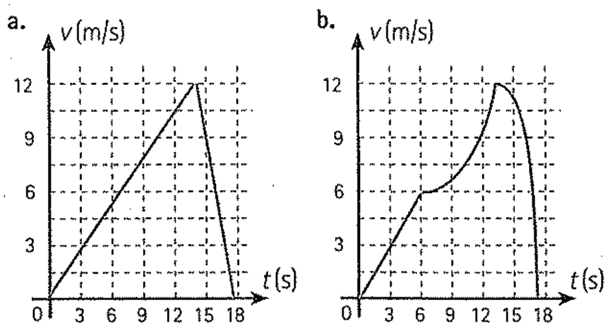


Fig. 2.53

7. El gráfico de velocidad instantánea en x para el auto es:



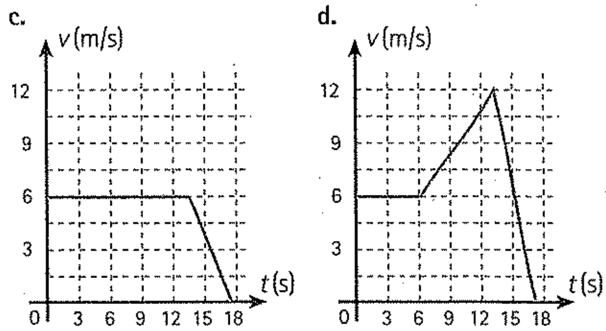


Fig. 2.54

8. El desplazamiento y la velocidad final del auto fueron:

a. (0; 0)

b. 52,1 m; 13 m/s

c. 152,9 m; 0

d. 152,9 m; 13 m/s

Responde la pregunta 9 de acuerdo con la siguiente información.

Se lanza una esfera hacia abajo con velocidad inicial -20 m/s, desde el cuarto piso de un edificio situado a 15 m del suelo. El sistema de referencia se ubica en el punto de lanzamiento.

9. El gráfico de velocidad en función de la esfera es:

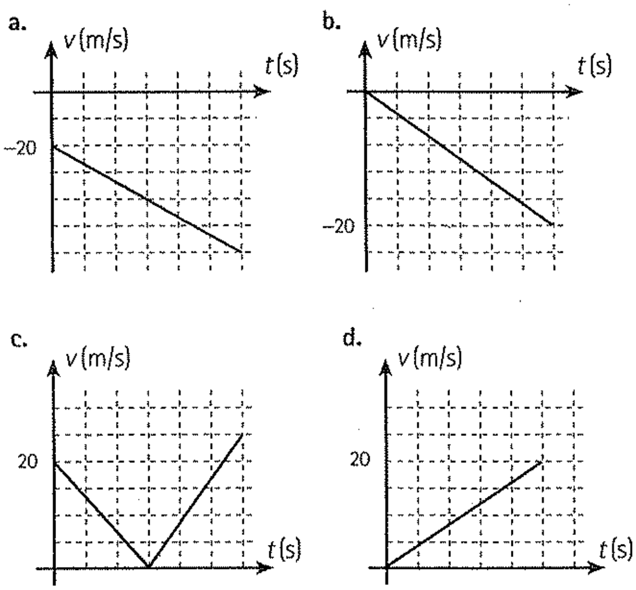
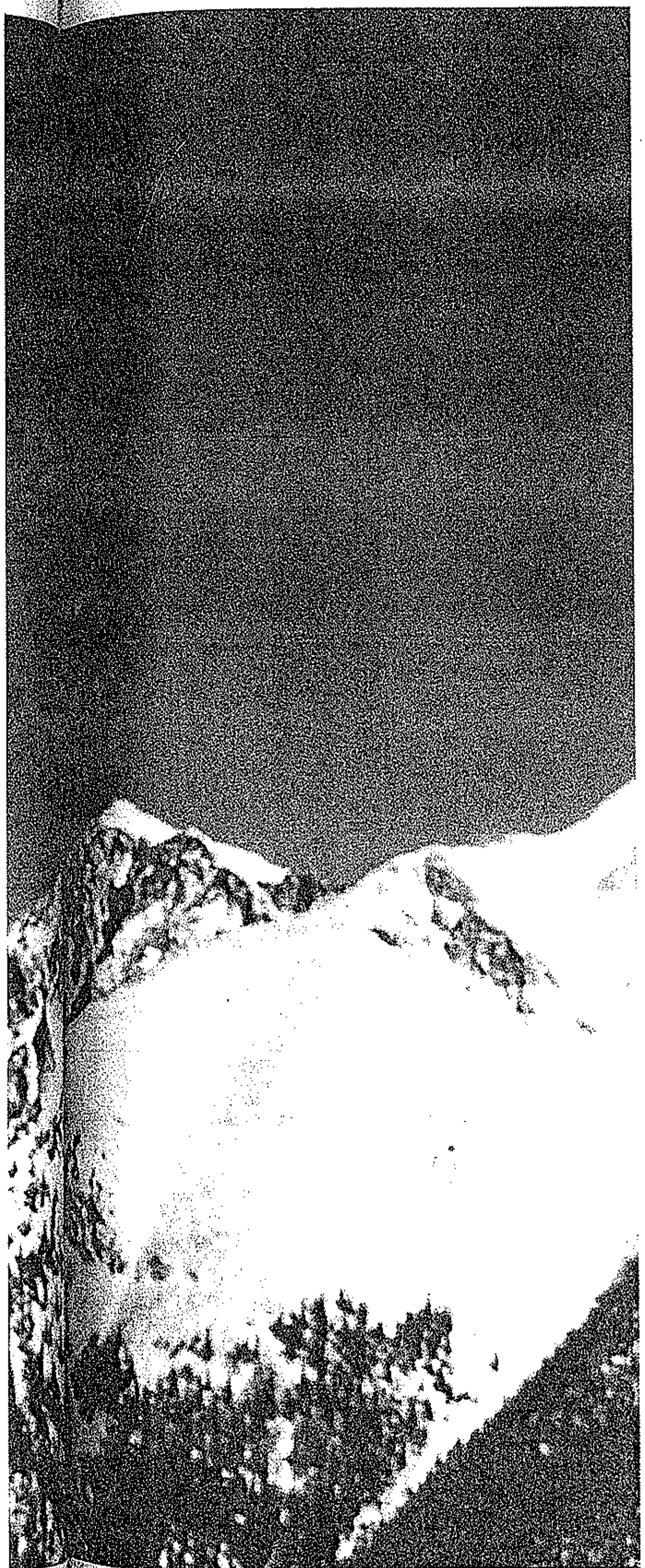


Fig. 2.55

Movimiento en el plano

Fig. 3.1 El deportista describe una trayectoria bidimensional.



UNIDAD 3

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa del movimiento de un cuerpo en dos dimensiones.
- Identificación e interpretación de situaciones en esquemas ilustrativos.
- Resolución de problemas asociados al movimiento en dos dimensiones.

E Establecer condiciones

- Análisis de variables en una situación.
- Aplicación de los conocimientos en la solución de problemas teóricos y experimentales.
- Construcción y análisis de gráficos.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables, para el movimiento en el plano.
- Utilización apropiada de los códigos de comunicación científica.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Planteamiento, montaje y ejecución de experimentos.
- Elaboración de conclusiones a partir de los conocimientos construidos.
- Predicción de resultados en un proceso.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Participación activa en la toma de decisiones para la solución de problemas.
- Respeto por la pluralidad de criterios.
- Valoración del trabajo en grupo.

Descripción de un movimiento en dos dimensiones

TEMA 1

ESTÁNDAR E

Identifica y relaciona los vectores posición, desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea para cuerpos que describen un movimiento en el plano.

Imaginemos que deseamos atravesar un río en una embarcación y la corriente hace que ésta se desvíe, tal como vemos en la figura 3.2. Para el observador que se encuentra en la orilla, la nave se mueve hacia adelante y al mismo tiempo, por acción de la corriente del río, hacia el lado. Así, la embarcación está sometida simultáneamente a dos movimientos y la trayectoria que describe es bidimensional. Cuando un motociclista salta un obstáculo se mueve en el plano XY; cuando un tigre se arroja en busca de su presa también se mueve en dos dimensiones; cuando hacemos girar una piedra atada al extremo de un hilo, el movimiento es circular y en dos dimensiones.

Durante el estudio de este tema, analizaremos el movimiento de los cuerpos que describen trayectorias en un plano.

Fig. 3.2 A medida que la embarcación se mueve a través del río, la corriente hace que ésta se desvíe.

Vector posición

Como estudiamos en la unidad anterior, la posición de un cuerpo se puede describir con un vector. En la figura 3.3 observamos la trayectoria que describe un objeto al moverse en un plano *XY*.

En este gráfico vemos que el objeto pasa por los puntos P y Q. En el punto P el vector posición del objeto se define como:

$$\mathbf{r}_1 = x_1\hat{\mathbf{i}} + y_1\hat{\mathbf{j}} \qquad 3.1$$

x_1 y y_1 son las coordenadas de posición del objeto respecto al origen.

Al trascurrir cierto tiempo el objeto cambia de posición; ahora se encuentra en el punto Q y el vector posición es:

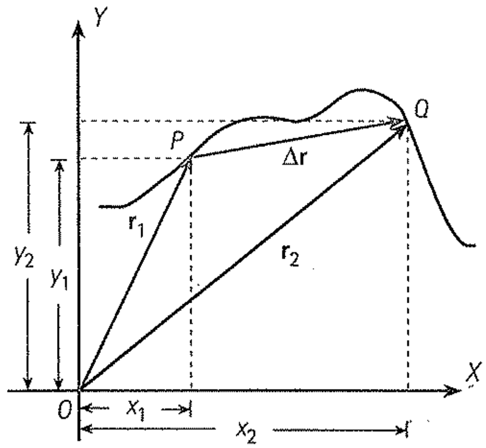
$$\mathbf{r}_2 = x_2\hat{\mathbf{i}} + y_2\hat{\mathbf{j}} \qquad 3.2$$

Con estos vectores de posición podemos definir el vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ como:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

$$\Delta\mathbf{r} = (x_2 - x_1)\hat{\mathbf{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathbf{j}} \qquad 3.3$$

De acuerdo con la figura 3.3, el vector desplazamiento es menor que la longitud de la trayectoria.



Este es un gráfico de posición en *y* como función de posición en *x*. Es diferente al que estudiamos en el capítulo anterior de posición en función del tiempo. ¿Por qué?

Fig. 3.3 Trayectoria de un objeto en el plano *XY*.

Logros: aplicar los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea para describir y analizar el movimiento bidimensional de un objeto.

Ejemplo

Una mariposa vuela en el plano *XY*, tal como lo muestra la figura 3.4. En $t = 0$ s su posición es $\mathbf{r}_1 = \left(3\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m. En $t = 6$ s se encuentra en $\mathbf{r}_2 = \left(10\,\hat{\mathbf{i}} + 3{,}5\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m. Determinemos:

a. El vector desplazamiento de la mariposa.

b. La magnitud y dirección de este desplazamiento.

Solución

a. La figura 3.4 corresponde a la trayectoria que sigue la mariposa.

El desplazamiento en el intervalo de 0 a 6 segundos es:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \left(10\,\hat{\mathbf{i}} + 3{,}5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m} - \left(3\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

$$= (10 - 3)\,\hat{\mathbf{i}}\,\text{m} + (3{,}5 - 2)\,\hat{\mathbf{j}}\,\text{m}$$

$$= \left(7\,\hat{\mathbf{i}} + 1{,}5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

b. La magnitud del desplazamiento es:

$$\Delta r = \sqrt{(7\text{ m})^2 + (1{,}5\text{ m})^2} = 7{,}15\text{ m}$$

La dirección del desplazamiento es:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1{,}5}{7}\right) = 12{,}1°$$

Como podemos notar, el desplazamiento neto es menor que la trayectoria descrita por la mariposa.

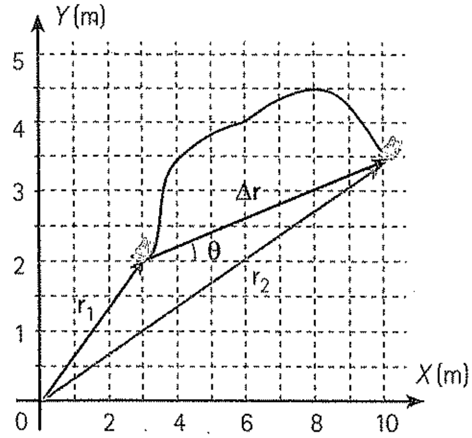


Fig. 3.4 Trayectoria bidimensional de la mariposa.

Vector velocidad media

En la figura 3.5 vemos la trayectoria de un objeto moviéndose en dos dimensiones.

Ahora tomamos el vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ y lo multiplicamos por el escalar $\left(\frac{1}{\Delta t}\right)$: $\Delta\mathbf{r}\left(\frac{1}{\Delta t}\right)$.

Como ya sabemos, al multiplicar un vector por un escalar obtenemos otro vector. A este lo llamamos velocidad media:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \qquad 3.4$$

Este vector tiene magnitud diferente a la del vector desplazamiento, pero igual dirección.

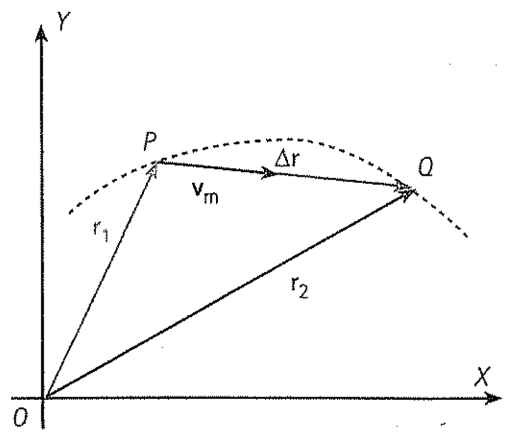


Fig. 3.5 Vector velocidad media.

Ejemplo

Una ballena nada con una trayectoria bidimensional, de acuerdo con los siguientes datos: en $t = 0$ s se encuentra en $\mathbf{r}_1 = \left(-2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m; en $t = 8$ s se halla en $\mathbf{r}_2 = \left(7\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m y en $t = 12$ s está en $\mathbf{r}_3 = \left(9\,\hat{\mathbf{i}} + 12\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m.

a. Determinemos el vector desplazamiento para los intervalos de tiempo: de 0 s a 8 s; de 8 s a 12 s y de 0 s a 12 s.

b. Calculemos el vector velocidad media para cada uno de los intervalos anteriores.

Solución

a. El vector desplazamiento para cada uno de los intervalos de tiempo lo determinamos así:

Entre 0 y 8 segundos:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \left(7\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m} - \left(-2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

$$= (7+2)\,\hat{\mathbf{i}}\text{ m} + (8-4)\,\hat{\mathbf{j}}\text{ m} = \left(9\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

Entre 8 y 12 segundos:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2 = \left(9\,\hat{\mathbf{i}} + 12\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m} - \left(7\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

$$= (9-7)\,\hat{\mathbf{i}}\text{ m} + (12-8)\,\hat{\mathbf{j}}\text{ m} = \left(2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

Entre 0 y 12 segundos:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1 = \left(9\,\hat{\mathbf{i}} + 12\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m} - \left(-2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

$$= (9+2)\,\hat{\mathbf{i}}\text{ m} + (12-4)\,\hat{\mathbf{j}}\text{ m} = \left(11\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

b. Ahora hallamos el vector velocidad media para los mismos intervalos de tiempo así:

Entre 0 y 8 segundos:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\left(9\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}}{(8-0)\text{ s}} = \left(1{,}1\,\hat{\mathbf{i}} + 0{,}5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Entre 8 y 12 segundos:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\left(2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}}{(12-8)\text{ s}} = \left(0{,}5\,\hat{\mathbf{i}} + 1\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Entre 0 y 12 segundos:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\left(11\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m}}{(12-0)\text{ s}} = \left(0{,}9\,\hat{\mathbf{i}} + 0{,}7\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De acuerdo con los resultados anteriores, los vectores velocidad media y desplazamiento son diferentes en magnitud, pero no en dirección. ¿Por qué?

Vector velocidad instantánea

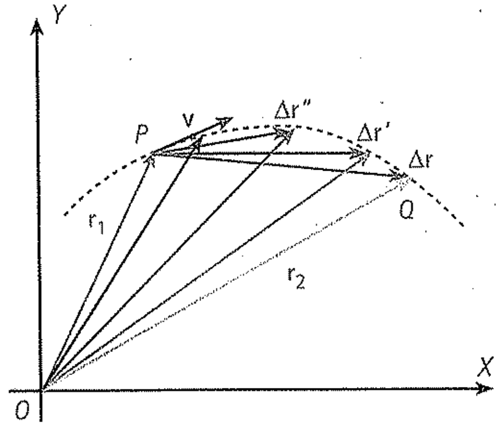


Fig. 3.6 El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria.

El gráfico de la figura 3.6 corresponde a la trayectoria de un objeto que se mueve en dos dimensiones; notemos cómo a medida que tomamos el punto Q más cerca del punto P, la magnitud del $\Delta \mathbf{r}$ disminuye, de manera que la recta que une los dos puntos se acerca cada vez más a la tangente de la trayectoria cuando el intervalo de tiempo Δt tiende a cero.

Utilizando notación matemática, la velocidad instantánea se define como el límite cuando $\Delta t \to 0$. Por tanto, el vector velocidad instantánea para un objeto que se mueve en un plano lo podemos expresar como:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \qquad 3.5$$

La expresión anterior nos indica que para ubicar el vector velocidad instantánea de un objeto que se mueve en dos dimensiones, lo que debemos hacer es trazar una tangente a la trayectoria en el punto considerado; esta tangente coincide con la *dirección* de la velocidad instantánea.

Vectorialmente la velocidad instantánea la expresamos:

$$\mathbf{v} = v_x \hat{\mathbf{i}} + v_y \hat{\mathbf{j}} \qquad 3.6$$

Esta expresión nos permite concluir que el vector velocidad instantánea tiene dos componentes, una en X y otra en Y. Cada componente podemos encontrarla a partir del gráfico de posición en función del tiempo.

Ejemplo

Un objeto se mueve siguiendo una trayectoria bidimensional, de acuerdo con la siguiente tabla de tiempos y posiciones:

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (m)	0	3	12	27	48	75	108	147	192
y (m)	2	4	6	8	10	12	14	16	18

Tabla 3.1

a. Realicemos una gráfica de la trayectoria del objeto, otra de la posición en x en función del tiempo y una tercera gráfica de la posición en y en función del tiempo.

b. Tracemos el vector velocidad instantánea en $t = 6$ s, en el gráfico de trayectoria.

c. Determinemos el vector velocidad instantánea en $t = 6$ s.

Solución

a. De acuerdo con los datos de la tabla los gráficos son:

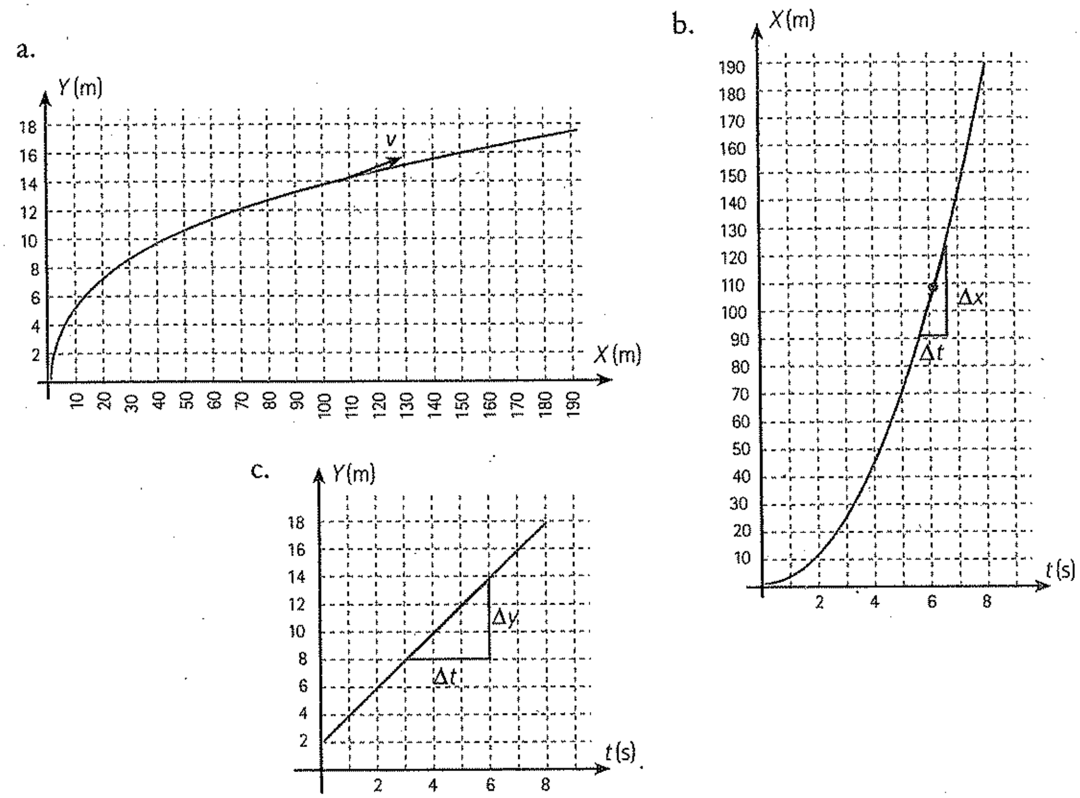


Fig. 3.7 a. Trayectoria de un objeto en movimiento. b. Posición en x en función del tiempo. c. Posición en y en función del tiempo.

En el gráfico de la figura 3.7 a. vemos que la trayectoria del objeto se describe en un plano.

Los gráficos de posición para x y para y en función del tiempo los ilustramos en las figuras 3.7 b. y 3.7 c., respectivamente. De acuerdo con esos gráficos, nos damos cuenta que horizontalmente el objeto se mueve con aceleración constante, mientras que verticalmente lo hace con velocidad constante. ¿Por qué?

b. En el gráfico de trayectoria (figura 3.7 a.) trazamos el vector velocidad instantánea tangente a la trayectoria en $t = 6$ s; notemos cómo en este tiempo, según la tabla de datos, el objeto se encuentra en

$$\mathbf{r} = \left(108\ \hat{\mathbf{i}} + 14\ \hat{\mathbf{j}}\right) \text{m}.$$

c. Para calcular el vector velocidad instantánea en $t = 6$ s utilizamos los gráficos de posición en función del tiempo. ¿Recuerdas cómo se halla la velocidad instantánea a partir de esos gráficos? Veamos.

En la dirección horizontal x, de acuerdo con la figura 3.7 b., dibujamos la línea tangente en $t = 6$ s y encontramos el valor de la pendiente (o velocidad instantánea):

$$v_x = \frac{(127 - 91)\ \text{m}}{(6{,}5 - 5{,}5)\ \text{s}} = \frac{36\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 36\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Con un proceso similar para la dirección en y, en la figura 3.7 c. calculamos v_y:

$$v_y = \frac{(14 - 8)\ \text{m}}{(6 - 3)\ \text{s}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como el vector velocidad instantánea tiene dos componentes, lo expresamos así:

$$\mathbf{v} = \left(36\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La magnitud es: $v = \sqrt{\left(36\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 36{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

y la dirección de este vector es: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{36}\right) = 3{,}18°$.

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. Un perro parte a correr desde el origen del sistema de coordenadas en $t = 0$ s. En $t = 2$ s se encuentra en $\mathbf{r}_1 = \left(4\ \hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m; en $t = 6$ s se halla en $\mathbf{r}_2 = \left(7\,\hat{\mathbf{i}} - 8\ \hat{\mathbf{j}}\right)$ m. Determina el vector:
   - **a.** desplazamiento del perro en los intervalos de tiempo de: 0 a 2 segundos y 2 a 6 segundos.
   - **b.** Velocidad media en esos intervalos de tiempo.

2. Un bebé gatea en la sala de su casa, de acuerdo con las siguientes ecuaciones de posición en función del tiempo: $x = 2t$; $y = 5t$, donde x y y se expresan en unidades del SI.
   - **a.** ¿Qué dimensiones deben tener las constantes 2 y 5 para que las ecuaciones propuestas sean homogéneas?
   - **b.** Elabora una tabla de posiciones en x y en y en función del tiempo, entre los 0 y los 12 segundos. Toma intervalos de tiempo de 2 segundos.
   - **c.** Traza los gráficos de posición en x y de posición en y en función del tiempo.
   - **d.** Con base en los gráficos anteriores encuentra el vector velocidad instantánea, su magnitud y su dirección, en tres tiempos distintos. ¿Qué clase de movimiento realiza el bebé en x y en y?

3. Un pez espada se mueve en el océano y un buzo le registra las siguientes posiciones y tiempos: en $t = 0$ s está en el origen del sistema de coordenadas; en $t = 8$ s se encuentra en $\mathbf{r}_2 = \left(12\,\hat{\mathbf{i}} + 4\ \hat{\mathbf{j}}\right)$m; en $t = 12$ s se halla en $\mathbf{r}_3 = \left(12\,\hat{\mathbf{i}} + 4\ \hat{\mathbf{j}}\right)$m.
   - **a.** Determina la magnitud y dirección del vector velocidad media entre: 0 y 8 segundos; 8 y 12 segundos y entre 0 y 12 segundos.
   - **b.** ¿Es posible trazar la trayectoria del pez? Si tu respuesta es afirmativa, inténtalo.

4. Un alumno de décimo grado juega en el patio del colegio y se mueve de acuerdo con las siguientes ecuaciones de posición en función del tiempo: $x = 2t^2$; $y = 4t + 3$; donde x y y se expresan en unidades del SI.
   - **a.** Encuentra el vector velocidad instantánea del alumno para $t = 14$ s.
   - **b.** Dibuja la trayectoria del alumno (y en función de x) y, en forma aproximada, el vector velocidad instantánea en $t = 14$ s.

Describe movimientos en dos dimensiones.
Construye y analiza gráficos en la solución de problemas.
Plantea hipótesis y resuelve problemas relacionados con movimientos en el plano.
Comparte sus resultados con el resto del grupo.

Aceleración media e instantánea de un cuerpo con movimiento en el plano

TEMA 2 ESTÁNDAR E

Analiza las relaciones entre velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea de cuerpos que describen movimientos en el plano.

La "rueda milenio" de la figura 3.8, se encuentra en el parque de diversiones Salitre Mágico, en la ciudad de Bogotá. Esta atracción mecánica gira muy lentamente; la magnitud de su velocidad instantánea es aproximadamente 1,5 m/s. Pero su dirección, en cada punto, varía ***constantemente****, razón por la cual su movimiento es acelerado.*

En este tema aprenderemos a determinar la aceleración media e instantánea de objetos que describen trayectorias en un plano.

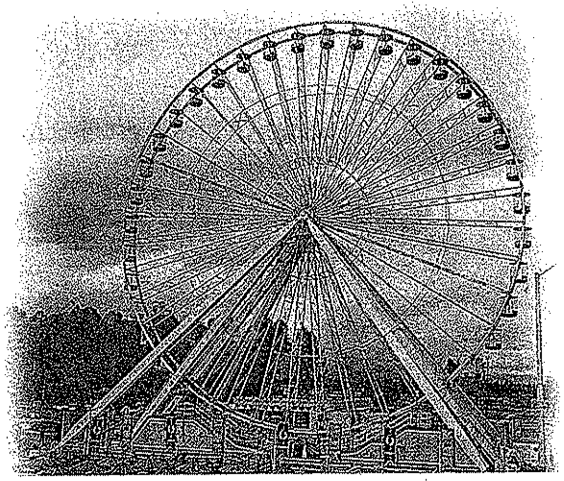


Fig. 3.8 "Rueda milenio" del parque Salitre Mágico.

Vector aceleración media

En la figura 3.9 representamos la trayectoria de un objeto que se mueve en dos dimensiones.

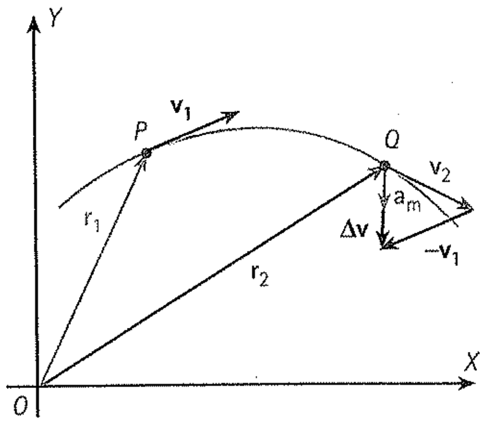


Fig. 3.9 El vector aceleración media coincide con la dirección del vector cambio de velocidad (Δv).

El vector velocidad instantánea se ha dibujado en los puntos P y Q; este vector puede cambiar tanto de magnitud como de dirección.

Como ya hemos visto, el *vector aceleración media* es el cambio que se presenta en el vector velocidad instantánea durante una unidad de tiempo Δt:

$$\mathbf{a}_m = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \qquad 3.7$$

El vector $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ se obtiene adicionándole al vector $\mathbf{v}_2$ el opuesto del $\mathbf{v}_1$, tal como vemos en la figura 3.9. El vector aceleración media tiene la misma dirección de $\Delta\mathbf{v}$, pero no la misma magnitud. Notemos que el vector $\Delta\mathbf{v}$ tiene componentes en X y en Y y que, por tanto, la aceleración media también las tendrá.

En el gráfico de trayectoria, observamos igualmente que el vector aceleración media apunta hacia la parte cóncava de la trayectoria.

Logros: aplicar los conceptos de aceleración media y aceleración instantánea para describir y analizar el movimiento de un cuerpo en el plano.

Ejemplo

Nicolás se desplaza en el plano XY y su padre registra los siguientes datos para el movimiento de su hijo:

en $t = 0$ s su vector velocidad instantánea es $\mathbf{v}_1 = \left(2\,\hat{\mathbf{i}} - 3\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$;

en $t = 10$ s su vector velocidad instantánea es $\mathbf{v}_2 = \left(7\,\hat{\mathbf{i}} - 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ayudémosle al padre de Nicolás a encontrar la aceleración media de su hijo en este intervalo de tiempo.

Solución

La aceleración media de Nicolás es:

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\left(7\,\hat{\mathbf{i}} - 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(2\,\hat{\mathbf{i}} - 3\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{\left(5\,\hat{\mathbf{i}} - 5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s}}$$

$$= \left(0{,}5\,\hat{\mathbf{i}} - 0{,}5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La magnitud del vector aceleración media es:

$$a_m = \sqrt{\left(0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = 0{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

La dirección es: $\theta = \tan^{-1}\left[\frac{-0{,}5}{0{,}5}\right] = -45°$.

Ejemplo

Un carro se mueve por una carretera de acuerdo con la trayectoria que se observa en la figura 3.10; los vectores velocidad instantánea se han indicado en los puntos P y Q. En $t = 3$ s el carro pasa por P y la magnitud del vector velocidad instantánea es $v_1 = 1\,\text{m/s}$ en dirección horizontal (0° respecto a X). En $t = 12$ s pasa por Q y la magnitud del vector velocidad instantánea es $v_2 = 5\,\text{m/s}$ en un ángulo de 45° respecto a X. Determinemos el valor de la aceleración media del auto en este intervalo.

Solución

En esta situación para encontrar la aceleración media, debemos expresar en forma vectorial las velocidades instantáneas.

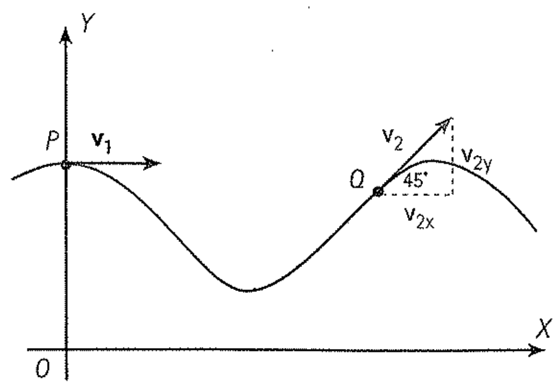


Fig. 3.10 En P y en Q el vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria seguida por el carro.

$$a_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\left(5 \cos 45° \,\hat{\mathbf{i}} + 5 \operatorname{sen} 45° \,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(1 \,\hat{\mathbf{i}}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12 \text{ s} - 3 \text{ s}}$$

$$= \frac{\left(2,54 \,\hat{\mathbf{i}} + 3,54 \,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9 \text{ s}} = \left(0,28 \,\hat{\mathbf{i}} + 0,39 \,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La magnitud del vector aceleración media es:

$$a_m = \sqrt{\left(0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(0,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = 0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

La dirección es: $\theta = \tan^{-1}\left[\frac{0,39}{0,28}\right] = 54,3°$.

Aceleración instantánea

La aceleración instantánea es un vector que se determina cuando el intervalo de tiempo en el cual se está calculando la aceleración media tiende a cero ($\Delta t \rightarrow 0$). Matemáticamente se expresa como:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \qquad 3.8$$

En un gráfico de trayectoria lo trazamos hacia la parte cóncava de la misma; en la figura 3.11 dibujamos este vector en dos puntos de la trayectoria.

El vector aceleración instantánea lo expresamos en función de sus componentes rectangulares así:

$$\mathbf{a} = a_x \,\hat{\mathbf{i}} + a_y \,\hat{\mathbf{j}}$$

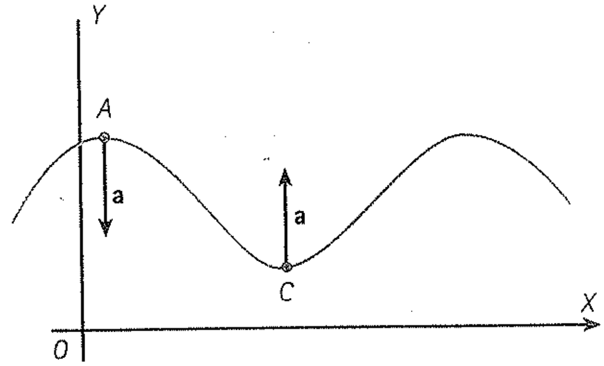


Fig. 3.11 Vector aceleración instantánea en un gráfico de trayectoria.

Para hallar las componentes rectangulares de la aceleración instantánea debemos contar con los gráficos de velocidad instantánea en X y en Y, en función del tiempo.

Ejemplo

Un niño se mueve en dos dimensiones de acuerdo con las ecuaciones de velocidad instantánea: $v_x = 2t$; $v_y = 2 + 4t$, donde las componentes se han expresado en el SI.

a. Tracemos los gráficos de las componentes de la velocidad instantánea en función del tiempo.

b. Determinemos el valor del vector aceleración instantánea en $t = 4\text{s}$.

Solución

a. Construimos una tabla de datos para encontrar las componentes del vector velocidad instantánea en X y en Y:

t (s)	0	2	4	6
v_x (m/s)	0	4	8	12
v_y (m/s)	2	10	18	26

Tabla 3.2

Los gráficos de las componentes del vector velocidad instantánea se presentan en la figura 3.12.

b. Para calcular las componentes rectangulares del vector aceleración instantánea averiguamos cuánto vale la pendiente en $t = 4$ s, en cada uno de los gráficos de componentes de velocidad.

De acuerdo con la figura 3.12 a.:

$$a_x = \frac{12\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6\text{ s} - 3\text{ s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De acuerdo con la figura 3.12 b.:

$$a_y = \frac{26\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6\text{ s} - 2\text{ s}} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El vector aceleración instantánea lo expresamos:

$$\mathbf{a} = \left(2\,\hat{\mathbf{i}} + 4\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Su magnitud es: $a = \sqrt{\left(2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = 4{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Su dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right) = 63{,}4°$.

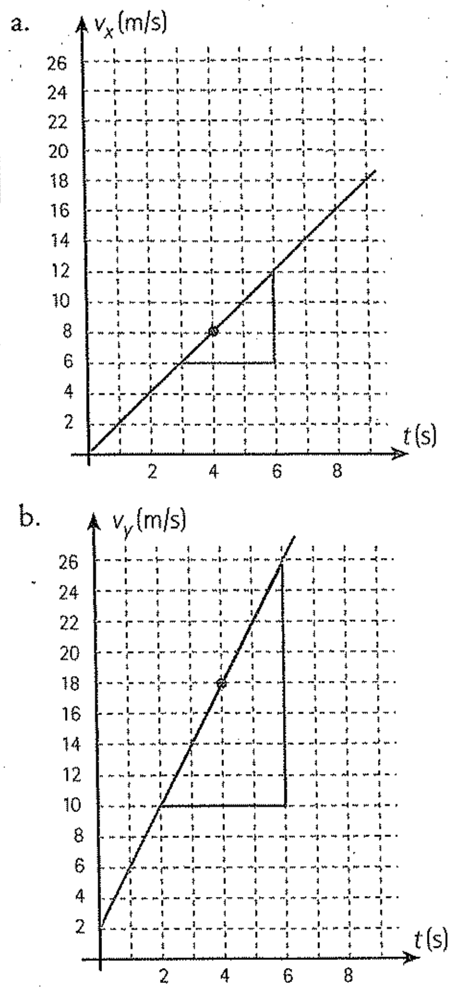


Fig. 3.12 Gráficos de las componentes del vector velocidad instantánea para un niño moviéndose en el plano *XY*.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. En un gráfico de trayectoria, ¿podemos afirmar que los vectores velocidad instantánea y aceleración instantánea son tangentes a la trayectoria? Justifica tu respuesta.

2. ¿Podemos determinar el vector aceleración instantánea a partir de los gráficos de velocidad instantánea en X y en Y como función del tiempo? Razona tu respuesta.

3. Un objeto que se mueve en el plano XY registra los siguientes vectores de velocidad instantánea en varios tiempos así:

para $t = 0$ s, $\mathbf{v}_1 = \left(4\,\hat{\mathbf{i}} + 8\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$;

para $t = 6$ s, $\mathbf{v}_2 = \left(2\,\hat{\mathbf{i}} - 5\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y

para $t = 12$ s, $\mathbf{v}_3 = \left(3\,\hat{\mathbf{i}} - 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Determina:

a. el vector aceleración media entre 0 y 6 segundos; entre 6 y 12 segundos y entre 0 y 12 segundos.

b. La magnitud y dirección de los vectores obtenidos en el literal anterior.

4. Nicolás juega en el patio del colegio, y se mueve con una aceleración media expresada como vector: $\mathbf{a}_m = \left(2\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right) \mathrm{m/s^2}$ durante un intervalo de tiempo $\Delta t = 12$ s. Determina el vector cambio de velocidad de Nicolás en este tiempo.

5. En la trayectoria descrita en la figura 3.13 se ilustra el movimiento de una tortuga. En los puntos A y B se indican los vectores velocidad instantánea y los respectivos tiempos.

a. Determina el vector aceleración media para el tiempo indicado.

b. Calcula la magnitud y dirección de este vector.

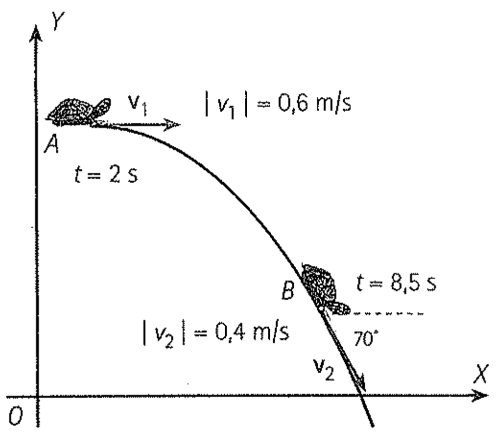


Fig. 3.13

6. Un gato corre sobre el tejado de una casa; un trabajador que lo observa registra los siguientes datos: en $t = 2$ s tiene una velocidad instantánea de magnitud 0,8 m/s, con un ángulo cuya dirección es 30° respecto al eje X positivo. En $t = 9$ s la magnitud de su velocidad instantánea es 0,4 m/s y forma un ángulo de 40° con el eje X positivo. Determina la magnitud de la aceleración media del gato.

7. Un atleta se encuentra en $\mathbf{r}_1 = 2\,\hat{\mathbf{i}}$ m en $t = 4$ s y tiene una velocidad instantánea $\mathbf{v}_1 = \left(5\,\hat{\mathbf{i}} - 3\,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Para $t = 7$ s su posición es $\mathbf{r}_2 = \left(4\,\hat{\mathbf{i}} + 2\,\hat{\mathbf{j}}\right)$ m y su velocidad instantánea es $\mathbf{v}_2 = \left(6\,\hat{\mathbf{i}} + 9\,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Encuentra:

a. el vector velocidad media entre 4 s y 7 s.

b. El vector aceleración media para el mismo intervalo de tiempo.

8. Las componentes rectangulares del vector velocidad instantánea de un canario que vuela en el plano XY son:

$v_x = 2\ \mathrm{m/s}$; $v_y = 4 + 2t$, donde v_y se expresa en unidades del SI.

a. Traza la gráfica de las componentes v_x y v_y en función del tiempo, entre 0 s y 7 s.

b. A partir de los gráficos anteriores determina las componentes del vector aceleración instantánea.

c. Expresa este vector en la forma:

$$\mathbf{a} = \left(a_x\,\hat{\mathbf{i}} + a_y\,\hat{\mathbf{j}}\right) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}.$$

d. Determina la dirección de este vector.

9. El gráfico de la figura 3.14 ilustra el movimiento de un objeto en una trayectoria bidimensional.

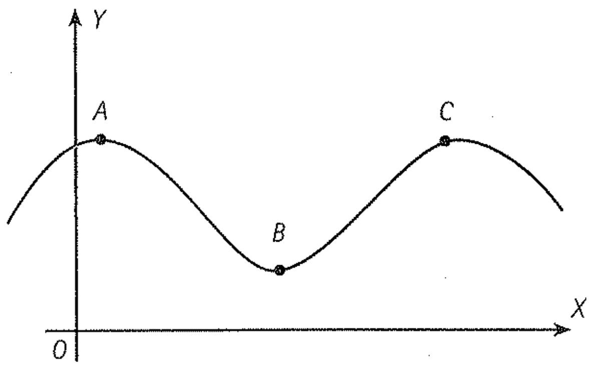


Fig. 3.14

Traza, de manera aproximada, los vectores velocidad instantánea y aceleración instantánea en los puntos A, B y C. Comparte tu trabajo con el resto del grupo.

Interpreta el movimiento de objetos en el plano.
Analiza gráficos y aplica sus conocimientos en la solución de problemas.
Resuelve problemas que implican movimiento en dos dimensiones.
Valora el trabajo en grupo.

Movimiento parabólico

TEMA 3

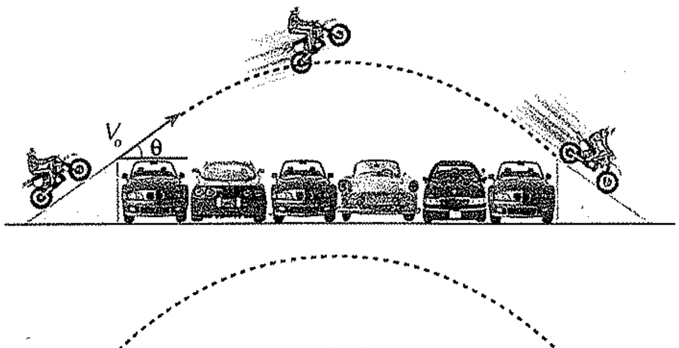
ESTÁNDAR E

Relaciona los conceptos estudiados para movimientos en el plano y los aplica en el estudio y análisis del movimiento parabólico.

Cuando un motociclista se lanza sobre una rampa –con velocidad inicial instantánea $\mathbf{v}_0$ *formando un ángulo* θ *con la horizontal– tratando de superar un obstáculo, la trayectoria que describe es parabólica. El movimiento parabólico lo analizaremos como la composición de dos movimientos: uno en dirección horizontal* x, *con velocidad constante, y el otro en dirección vertical* y, *con aceleración constante* (g). *Sin embargo, el motociclista está sometido a la resistencia del aire, a la rotación de la Tierra y a las variaciones de la aceleración gravitacional.*

En este tema estudiaremos el movimiento parabólico en condiciones ideales, es decir, sin tener en cuenta la resistencia del aire.

Se denomina movimiento parabólico al que describe cualquier objeto que es lanzado formando un ángulo θ *con el eje* X.



x	0	1	2	3	4	4,5	5	6	7	8	9
y	0	0,8	1,4	1,8	2,0	2,03	2,0	1,8	1,4	0,8	0

Fig. 3.15 La trayectoria que sigue el motociclista describe una parábola. Por esto se llama movimiento parabólico.

Movimiento parabólico

Con el fin de describir el movimiento parabólico, asumamos inicialmente un sistema de referencia.

En la figura 3.16 el vector velocidad inicial $\mathbf{v}_0$, forma un ángulo θ_0 con la horizontal. Sus componentes rectangulares son:

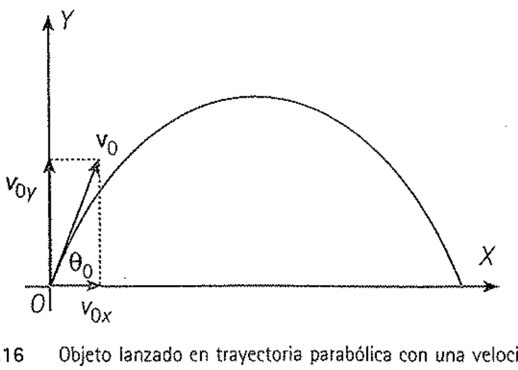


Fig. 3.16 Objeto lanzado en trayectoria parabólica con una velocidad inicial v_0.

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \qquad 3.9$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 \qquad 3.10$$

En dirección horizontal el movimiento es rectilíneo uniforme, es decir, la aceleración es cero y la componente del vector velocidad instantánea v_x es constante, luego:

$$v_x = v_{0x}$$

Sustituyendo v_{0x} por su valor en 3.9 tenemos:

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \qquad 3.11$$

La coordenada de posición en x es $x = x_0 + vt$; remplazando v por v_x y haciendo $x_0 = 0$, tenemos:

$$x = v_{0x}\, t \qquad 3.12$$

$$x = v_0\, t \cos\theta_0 \qquad 3.13$$

En la dirección vertical el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, pues el objeto es atraído hacia la superficie terrestre con una aceleración constante, que corresponde a la aceleración de la gravedad.

Logros: analizar el movimiento parabólico a partir de los conceptos estudiados en el movimiento rectilíneo uniforme y en el movimiento uniformemente acelerado.

Para la posición en y, recordemos que para un movimiento uniformemente acelerado:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Si en esta expresión sustituimos x por y, x_0 por y_0, v_0 por v_{0y} y a por $-g$, obtenemos:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

Con base en la relación 3.10 sustituimos v_{0y}:

$$y = y_0 + v_0 t \operatorname{sen} \theta_0 - \frac{gt^2}{2} \qquad 3.14$$

Para determinar la componente de la velocidad instantánea en y, tomemos la ecuación: $v = v_0 + at$.

Si sustituimos v por v_y, v_0 por v_{0y} y a por $-g$, resulta:

$v_y = v_{0y} - gt$, y por la expresión 3.10:

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt \qquad 3.15$$

En la figura 3.17 ilustramos los vectores posición, velocidad instantánea y aceleración instantánea en diferentes puntos de la trayectoria de un movimiento parabólico.

Observamos las variaciones en magnitud y dirección de los vectores posición y velocidad instantánea, mientras el vector aceleración permanece constante a medida que el tiempo trascurre.

Notemos que la componente en y del vector velocidad varía mientras la componente en x se mantiene constante.

De la gráfica concluimos que el vector posición varía en magnitud y dirección en todos los puntos.

En el punto O el vector velocidad instantánea (inicial) tiene dos componentes; en el punto A la

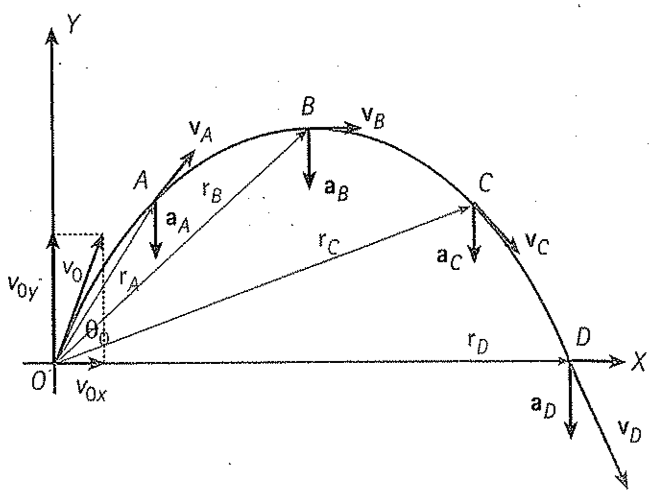


Fig. 3.17 Vectores posición, velocidad instantánea y aceleración instantánea para un movimiento parabólico.

magnitud de la componente vertical de este vector ha disminuido; en el punto B el vector velocidad instantánea sólo tiene componente horizontal; en C, que es el punto simétrico de A, la componente vertical de la velocidad instantánea es igual en magnitud a la componente vertical del vector en el punto A, pero en dirección contraria. Por último, en el punto D tenemos el vector velocidad instantánea final igual en magnitud al vector velocidad instantánea inicial, pero la componente vertical se ha invertido.

De acuerdo con el gráfico 3.17, la trayectoria OB es simétrica a la trayectoria BD. De manera que el tiempo que tarda el proyectil en subir al punto B desde O es igual al tiempo que tarda en llegar a D desde B. Cuando el proyectil se encuentra en B, la velocidad instantánea en y es cero y el objeto se encuentra a la máxima altura. A medida que cae, la velocidad instantánea en y va aumentando. Cuando está en D, la altura es cero y el alcance o posición final r_D es máxima.

Ejemplo

Se lanza un objeto con velocidad inicial de magnitud v_0 con un ángulo θ_0 con la horizontal, como muestra la figura 3.18. Determinemos:

a. una expresión matemática que nos permita calcular la altura máxima $y_{\text{máx.}}$.

b. Una expresión matemática para calcular el alcance máximo $x_{\text{máx.}}$.

Solución

a. Inicialmente ubicamos el sistema de referencia en el punto (0, 0), con lo cual $x_0 = 0\text{ m}$ y $y_0 = 0\text{ m}$.

Como en la altura máxima la componente en y de la velocidad es cero, entonces:

$$v_y = v_0 \text{ sen } \theta_0 - gt_s = 0$$

Al tiempo empleado para llegar a la altura máxima lo llamamos *tiempo de subida* (t_s). Despejando t_s de la ecuación anterior tenemos:

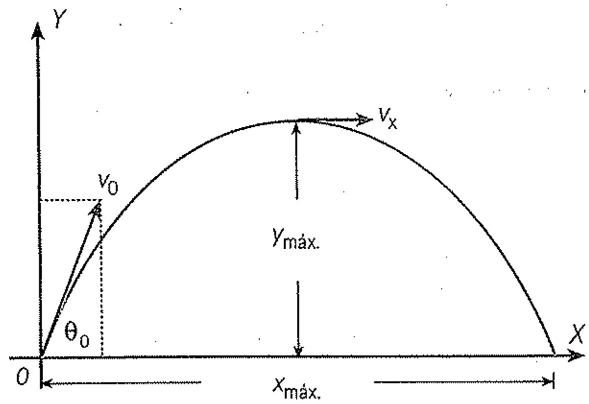


Fig. 3.18 Movimiento parabólico de un objeto.

$$t_s = \frac{v_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \qquad 3.16$$

Sustituyendo este valor en la expresión 3.14, podemos determinar la altura máxima:

$$y_{máx.} = 0 + v_0 \text{ sen } \theta_0 \left(\frac{v_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \right)^2$$

$$y_{máx.} = \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \theta_0}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \theta_0}{g}$$

Simplificando y adicionando términos semejantes tenemos:

$$y_{máx.} = \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \theta_0}{2g} = \frac{(v_0 \text{ sen } \theta_0)^2}{2g} \qquad 3.17$$

b. Para calcular el alcance máximo partimos de $x = v_0 t \cos \theta_0$. Por simetría del movimiento, el tiempo que el objeto tarda en alcanzar la altura máxima es el mismo que demora en regresar de ésta a la altura de lanzamiento, entonces $t_v = 2\, t_s$, donde t_v es el *tiempo de vuelo* y t_s es el tiempo de subida.

Si remplazamos esta condición en $x = v_0 t \cos \theta_0$ y en lugar de x escribimos $x_{máx.}$, tenemos:

$$x_{máx.} = v_0 \cos \theta_0 \left(\frac{2 v_0 \text{ sen } \theta_0}{g} \right) = \frac{v_0^2\, 2 \cos \theta_0 \text{ sen } \theta_0}{g}$$

$$x_{máx.} = \frac{v_0^2 \text{ sen } 2\theta_0}{g} \qquad 3.18$$

donde hemos utilizado la identidad trigonométrica $2 \cos \theta \text{ sen } \theta = \text{sen } 2\theta$.

Ejemplo

Se lanza una moneda con una rapidez de 30 m/s, formando un ángulo de 37° con la horizontal; determinemos:

a. el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima (t_s).

b. La altura máxima alcanzada por la moneda ($y_{máx.}$).

c. El alcance máximo ($x_{máx.}$).

Solución

a. En la ecuación 3.16 remplazamos los valores para hallar el tiempo de subida t_s:

$$t_s = \frac{v_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(\operatorname{sen} 37°)}{\left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{(30)(0{,}6) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(9{,}8) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}84 \text{ s}$$

b. La altura máxima que alcanza la moneda podemos calcularla con la relación 3.17:

$$y_{máx.} = \frac{(v_0 \operatorname{sen} \theta_0)^2}{2g} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \operatorname{sen} 37°\right)^2}{2\left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 16{,}53 \text{ m}$$

c. Para hallar el alcance máximo nos valemos de la ecuación 3.18:

$$x_{máx.} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g} = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \operatorname{sen} 2(37°)}{9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 88{,}27 \text{ m}$$

Movimiento semiparabólico

Es el movimiento descrito por un cuerpo cuando es lanzado horizontalmente desde una altura diferente de cero con una velocidad inicial v_0, como lo vemos en la figura 3.19.

Para la descripción y análisis del movimiento semiparabólico utilizamos las ecuaciones del movimiento parabólico, teniendo en cuenta que el ángulo de lanzamiento es 0°, luego las expresiones 3.14 y 3.15 se trasforman en:

$$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}(0°) - \frac{gt^2}{2}$$

Luego:

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2} \qquad 3.19$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}(0°) - gt$$

$$v_y = -gt \qquad 3.20$$

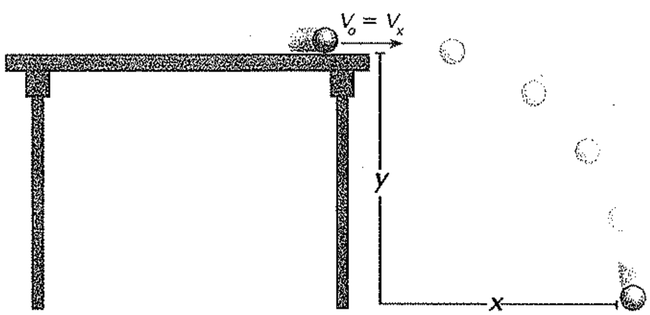


Fig. 3.19 En el lanzamiento horizontal el objeto describe media parábola.

Ejemplo

Un avión deja caer un paquete de alimentos a un grupo de excursionistas situado horizontalmente a 225 m, como se ilustra en la figura 3.20. El avión vuela en forma horizontal a 120 m de altura y su vector velocidad instantánea es $\mathbf{v} = 45\ \mathrm{m/s}\ \hat{\mathbf{i}}$. ¿A qué distancia caerá el paquete de alimentos y cuánto deben caminar los excursionistas para recogerlo?

Solución

En este caso la velocidad inicial es horizontal, por tanto: $v_{0x} = v_0 = 45\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

y el ángulo de lanzamiento θ_0 es cero.

De acuerdo con la ecuación 3.12 el alcance en dirección horizontal es: $x = v_{0x}t = v_0 t$.

Como no conocemos el tiempo de caída del paquete, podemos determinarlo a partir del dato de la altura utilizando 3.19:

$$y_{\text{caída}} = y_0 - \frac{g t_{\text{caída}}^2}{2}.$$

Remplazamos en esta ecuación los valores numéricos y tenemos en cuenta que la altura de caída es igual a cero respecto al sistema de referencia:

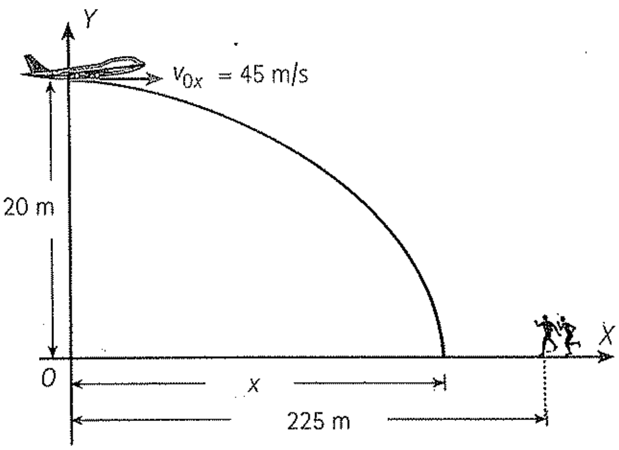


Fig. 3.20 La rapidez inicial del paquete es la misma que la del avión.

$$-120\ \mathrm{m} = -\frac{9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ t_{\text{caída}}^2}{2}$$

Despejando el tiempo de caída encontramos:

$$t_{\text{caída}} = \sqrt{\frac{2 \times 120\ \mathrm{m}}{9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 4{,}94\ \mathrm{s}$$

Como ya conocemos el tiempo de caída, podemos calcular el alcance horizontal del paquete:

$$x = v_0 t_{\text{caída}}$$

$$x = \left(45\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(4{,}94\ \mathrm{s}) = 222{,}3\ \mathrm{m}$$

El paquete caerá a 222,3 m, luego los turistas deben caminar 2,7 m del sitio donde están al lugar donde cae el paquete, para poder disfrutar de sus alimentos. Este es un ejemplo de movimiento semiparabólico. ¿Por qué?

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. En un movimiento parabólico, ¿la magnitud del vector velocidad instantánea se mantiene constante durante todo tiempo? Justifica tu respuesta.

2. ¿Con qué ángulo debe lanzar el balón un jugador de fútbol para lograr el mayor alcance? Justifica tu respuesta y compártela con el grupo.

3. Un objeto se lanza al aire formando un ángulo con la horizontal. ¿Va en la dirección del movimiento el vector aceleración instantánea? Justifica tu respuesta.

4. ¿Forman un ángulo de 90° en la altura máxima los vectores velocidad instantánea y aceleración instantánea? Justifica tu respuesta.

5. Un proyectil se dispara con rapidez inicial de 56 m/s y un ángulo de 55° con la horizontal. Determina la magnitud del vector velocidad instantánea en el punto más alto de la trayectoria.

6. Un cañón que dispara balas con rapidez de 350 m/s, se ajusta para que realice el lanzamiento con un ángulo de 45°, como muestra la figura 3.21. Determina:

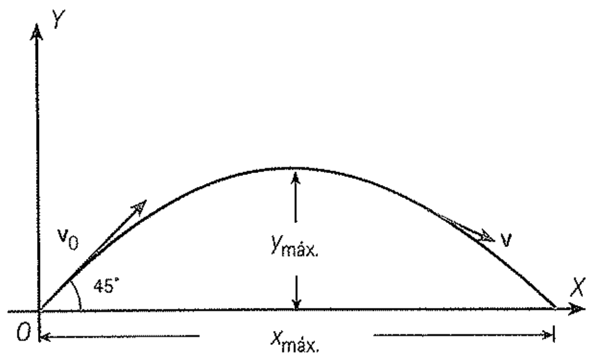


Fig. 3.21

a. la magnitud de la velocidad instantánea para un tiempo de 30 s.

b. La altura máxima alcanzada por el proyectil.

c. El alcance horizontal.

7. Un proyectil se dispara horizontalmente con rapidez inicial de 300 m/s, desde una montaña cuya altura es 500 m.

a. Determina las componentes horizontal y vertical del vector velocidad inicial.

b. Halla el tiempo que el proyectil está en el aire.

c. Calcula el alcance horizontal del proyectil.

8. Un atleta arroja un disco con un ángulo de 60° y alcanza una distancia de 40 m desde el punto de lanzamiento. Halla el vector velocidad inicial con el cual lanzó el disco.

9. Un niño lanza un balón horizontalmente desde la azotea de un edificio cuya altura es 40 m, como se observa en la figura 3.22. Si el balón golpea el suelo en un punto ubicado a 85 m de la base del edificio, determina:

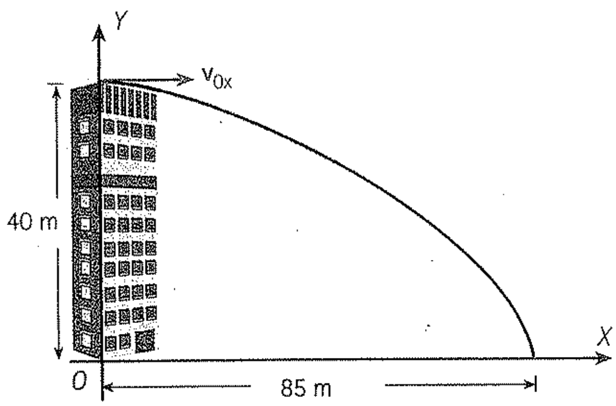


Fig. 3.22

a. tiempo que el balón está en el aire.

b. La magnitud del vector velocidad inicial.

c. La magnitud del vector velocidad final.

10. Se lanza una pelota con una velocidad instantánea en x de $v_x = 20\ \text{m/s}$ y una componente de velocidad en y de $v_y = 30\ \text{m/s}$. Determina:

a. la posición (magnitud del vector posición) de la pelota para un tiempo de 3 s.

b. ~~El~~ tiempo que la pelota está en el aire y su alcance horizontal.

- Describe movimientos parabólicos y semiparabólicos.
- Analiza e interpreta situaciones con movimientos en el plano.
- Resuelve problemas asociados al tema.
- Participa activamente del trabajo en grupo.

Movimiento circular uniforme (MCU)

TEMA 4

ESTÁNDAR E

Comprende conceptos relacionados con objetos moviéndose en trayectorias circulares.

Muchos movimientos que a diario observamos describen trayectorias circulares: el desplazamiento de las ruedas de los autos al avanzar; los mecanismos de muchas máquinas presentan engranajes que se mueven con trayectorias circulares, al igual que los corredores en una competencia de pista. ¿Qué otros movimientos con trayectorias circulares conoces? A lo largo de este tema analizaremos el movimiento circular que describen algunos objetos.

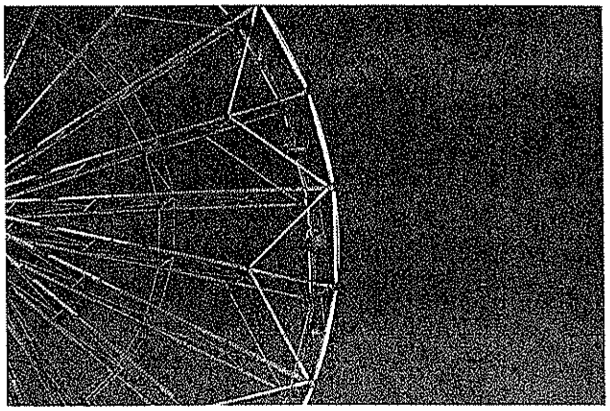


Fig. 3.23 Cada persona en la rueda de Chicago realiza un movimiento circular.

Decimos que un objeto se mueve con *movimiento circular uniforme* cuando sigue una trayectoria circular y la magnitud del vector velocidad instantánea (o velocidad lineal) se mantiene constante.

En la figura 3.24 ilustramos un objeto moviéndose en una trayectoria circular. Allí trazamos los vectores posición $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ y $\mathbf{r}_3$ respecto al centro O del círculo. Cuando el objeto se desplaza desde P hasta Q trascurre un tiempo t_1 y barre el ángulo θ_1; igualmente, al desplazarse desde P hasta Z pasa un tiempo t_2 y barre el ángulo θ_2. También trazamos los vectores velocidad instantánea en los puntos P, Q y Z; estos –como ya sabemos– son tangentes a la trayectoria y varían en dirección, manteniéndose constantes en magnitud.

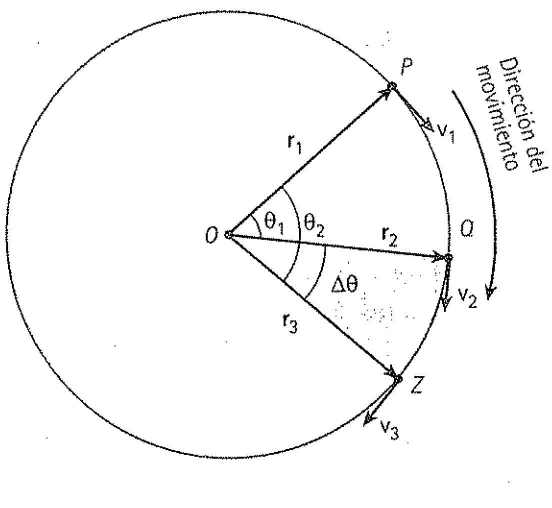


Fig. 3.24 Vectores posición y velocidad de un cuerpo con movimiento circular.

Desplazamiento angular

El *desplazamiento angular* $\Delta\theta$ se define de manera análoga al desplazamiento lineal Δx, es decir, es el cambio de la posición angular.

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \qquad 3.21$$

En la figura 3.24 resaltamos con color el desplazamiento angular.

Las unidades del desplazamiento angular son los *radianes* o los *grados*. Veamos cómo utilizar estas unidades. Si el objeto de la figura 3.24 recorre una vuelta completa, su desplazamiento angular es 360°.

$$1 \text{ vuelta} = 360° \qquad 3.22$$

El desplazamiento angular también puede expresarse como el ángulo θ que barre un objeto cuando gira, respecto a un radio fijo R, y describe un arco s.

Logros: aplicar los conceptos de desplazamiento angular, velocidad angular, velocidad lineal y aceleración centrípeta para interpretar el movimiento circular uniforme que describe un objeto.

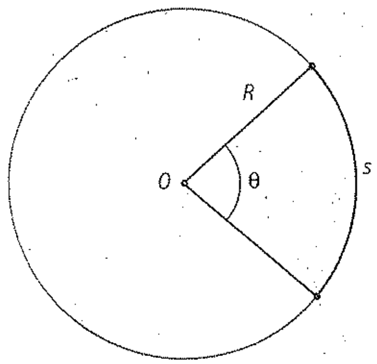


Fig. 3.25 Arco s de una circunferencia.

En la figura 3.25 el arco s corresponde a la distancia medida sobre la circunferencia. En este caso para expresar el ángulo θ se utiliza el radián. *Un radián* –cuyo símbolo es rad– es un ángulo θ cuyo arco s es igual en longitud al radio R.

A una vuelta completa le corresponden un ángulo de 2π radianes y un arco s igual a la longitud de la circunferencia. Con base en esta relación, para un ángulo θ cualquiera, el arco s estaría dado por:

$$2\pi \rightarrow 2\pi R$$

$$\theta \rightarrow s \qquad s = \frac{2\pi R\theta}{2\pi}$$

Entonces: $s = R\theta$ 3.23

Factor de conversión

A partir del factor de conversión podemos trasformar el desplazamiento angular medido en radianes a grados.

Como ya sabemos, cuando un objeto recorre una vuelta completa el arco s es igual a la longitud de la circunferencia: $s = 2\pi R$. Ahora sustituimos este valor en 3.23:

$2\pi R = R\theta$.

Simplificamos R y nos queda:

$$\theta = 2\pi \text{ rad} \qquad 3.24$$

Como este resultado es válido para una vuelta completa, entonces a partir de la relación 3.22 podemos escribir la equivalencia:

$$1 \text{ vuelta} = 360° = 2\pi \text{ rad} \qquad 3.25$$

Por consiguiente, el factor de conversión para pasar de radianes a grados es:

$$\frac{360°}{2\pi \text{ rad}} = 1 \qquad \rightarrow \qquad \frac{360°}{2\,(3{,}14)\text{ rad}} = 1$$

(Tomando 3,14 como aproximación de π.) Luego:

$$\frac{360°}{6{,}28 \text{ rad}} = 1 \qquad \rightarrow \qquad 1 = \frac{57{,}3°}{\text{rad}} \qquad 3.26$$

Igualmente, de la relación 3.25 podemos obtener el factor de conversión para pasar de radianes a vueltas:

$$1 = \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} \qquad 3.27$$

Las vueltas las conocemos también como *revoluciones*. Si por ejemplo decimos que una rueda gira a 3 revoluciones por minuto (3 rpm), debemos entender que la rueda demora 60 segundos en dar 3 revoluciones o vueltas.

Ejemplo

Un niño patina en una trayectoria circular de 5 m de radio. Si la longitud del arco que avanza es 3 m, encontremos el ángulo que describe el niño en su trayectoria en radianes y en grados. ¿Qué parte de vuelta recorre el niño en su trayectoria?

Solución

El ángulo en radianes es: $\theta = \dfrac{s}{R}$

luego $\theta = \dfrac{3 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 0{,}6$ rad.

Para expresar nuestra respuesta en grados utilizamos el factor de conversión de la expresión 3.26:

$$\theta = 0{,}6 \text{ rad} \cdot \frac{57{,}3°}{1 \text{ rad}} = 34{,}4°$$

Para calcular la parte de vuelta utilizamos la ecuación 3.27:

$$\theta = 0{,}6 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0{,}09 \text{ vueltas.}$$

Velocidad angular media

Así como expresamos la velocidad media como el cambio en la posición por unidad de tiempo, la *velocidad angular media* es la razón entre el desplazamiento angular y el intervalo de tiempo:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} \qquad 3.28$$

Las unidades de velocidad angular son: rad/s y grados/segundo; en el SI las unidades son rad/s.

Es importante tener en cuenta que en el movimiento circular uniforme:

$$\omega = \text{constante} \qquad 3.29$$

es decir, *el objeto barre ángulos iguales en tiempos iguales.*

Cuando un objeto efectúa una vuelta completa $\Delta\theta = 2\pi$ rad, se dice que el intervalo Δt corresponde a un período T, es decir, **el período T es el tiempo que emplea el objeto en dar una vuelta o revolución.** Si denotamos con n el número de vueltas en un tiempo t, entonces:

$$T = \frac{t}{n} \qquad 3.30$$

La unidad del período es el segundo.

Entonces, la velocidad angular ω podemos expresarla en función del período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad 3.31$$

La *frecuencia* f corresponde al número n de vueltas dadas en un tiempo t. Matemáticamente denominamos la frecuencia como el inverso del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t} \qquad 3.32$$

La unidad de frecuencia es $\frac{1}{s}$ = hertz, cuyo símbolo es Hz.

La velocidad angular también podemos expresarla en función de la frecuencia como:

$$\omega = 2\pi f \qquad 3.33$$

Los términos período y frecuencia se aplican en situaciones en donde se tratan movimientos periódicos, es decir, aquellos movimientos que se repiten, como por ejemplo el movimiento de rotación de la Tierra o el movimiento de traslación de la Tierra en torno al Sol.

Dichos conceptos se pueden aplicar en situaciones que ocurran de manera cíclica, es decir, aquellas en las cuales el movimiento se repite luego de completar un ciclo. Así, al analizar el movimiento de un planeta respecto al Sol sabemos que su trayectoria no es circular ni uniforme, no obstante son movimientos periódicos.

Ejemplo

Un caballito de un carrusel –en un parque de diversiones– se mueve en una trayectoria circular uniforme, con radio de 5 m. La frecuencia del caballito es 0,06 hertz. Determinemos:

a. el período del caballito.

b. El ángulo θ_2 (asumiendo que el ángulo inicial θ_1 es igual a cero para $t_1 = 0$) en $t = 5$ s y en $t = 10$ s.

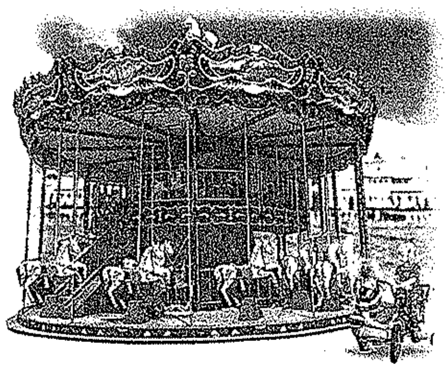


Fig. 3.26 Los caballitos de un carrusel giran con movimiento circular uniforme.

Solución

a. Para hallar el período, de la ecuación 3.32 despejamos T:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}06\ \text{Hz}} = \frac{16{,}7}{\frac{1}{s}} = 16{,}7\ \text{s}$$

Este resultado nos indica que el caballito demora 16,7 s en dar una vuelta completa.

b. De la ecuación 3.28 despejamos $\Delta\theta$. Luego:

$\Delta\theta = \omega\Delta t$.

Como desconocemos la velocidad angular ω, la hallamos a partir de la ecuación 3.33:

$$\omega = 2\pi \text{ rad } f = 2\pi \text{ rad}(0{,}06 \text{ Hz}) = 0{,}38 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Con este valor ahora sí hallamos el desplazamiento angular para $t = 5$ s:

$$\Delta\theta = \omega\Delta t = 0{,}38 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}} (5 \text{ s}) = 1{,}9 \text{ rad}$$

Para hallar el ángulo θ_2 tomamos la ecuación 3.21: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Como el ángulo θ_1 es 0, entonces: $1{,}9 \text{ rad} = \theta_2 - 0$

Luego: $\theta_2 = 1{,}9$ rad.

Para $t = 10$ s será: $\Delta\theta = \theta_2 - 0$

Luego: $\theta_2 = \Delta\theta$

Como $\Delta\theta = \omega\Delta t$, entonces: $\theta_2 = \omega\Delta t$.

$$\theta_2 = 0{,}38 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}} (10 \text{ s}) = 3{,}8 \text{ rad}.$$

Gráficos de posición y velocidad angular en función del tiempo

Si en la ecuación 3.28 despejamos el desplazamiento angular y tomamos $\theta_2 = \theta$, $\theta_1 = \theta_0$, $t_2 = t$ y $t_1 = 0$, tenemos:

$$\theta = \theta_0 + \omega t \qquad 3.34$$

Las ecuaciones 3.34 y 3.28 describen, en función del tiempo, la posición y la velocidad angular para el movimiento circular uniforme. Veamos los gráficos.

En la figura 3.27 a. se presenta un gráfico de la posición angular de un objeto en función del tiempo. En el gráfico, el valor de la pendiente de la recta corresponde a la velocidad angular ω del objeto y dicha pendiente es constante, por tanto, la velocidad angular (figura 3.27 b.) también es constante.

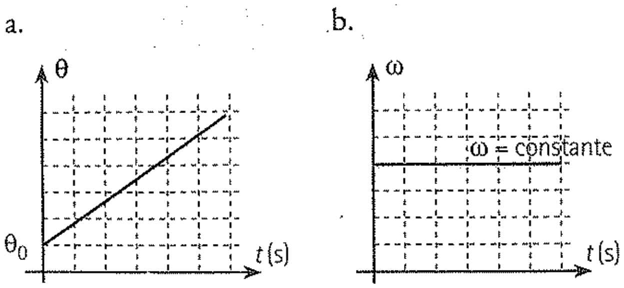


Fig. 3.27 Interpretación gráfica del movimiento circular uniforme.

Velocidad angular instantánea

Si en la expresión 3.28 hacemos tender a cero el tiempo Δt, obtenemos la velocidad angular instantánea:

$$\omega_{\text{instantánea}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad 3.35$$

La velocidad angular instantánea la encontramos para un tiempo t. Si el movimiento es uniforme, la velocidad angular media coincide con la velocidad angular instantánea.

Relación entre la velocidad angular ω y la magnitud de la velocidad lineal v

Un objeto se mueve desde O hasta R y describe un arco de circunferencia, tal como vemos en la figura 3.28. Su velocidad media en magnitud es $v_m = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$.

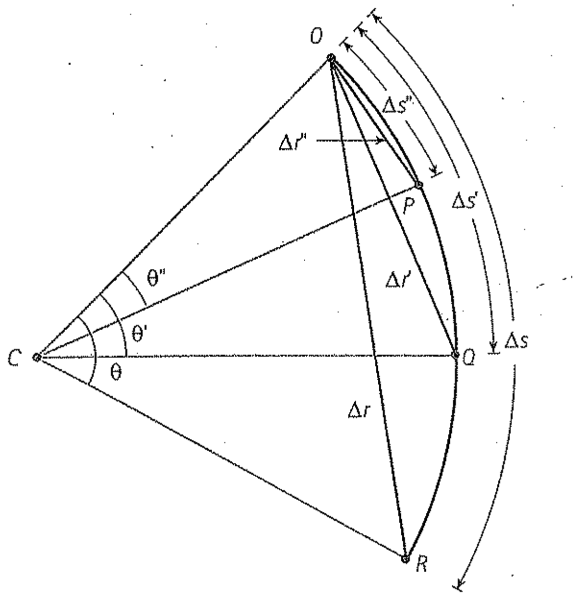


Fig. 3.28 A medida que el tiempo disminuye Δr se acerca más a Δs.

A medida que reducimos el tiempo (es decir, $\Delta t \to 0$) el cambio en la posición Δr va acercándose a la variación del arco Δs:

$$\Delta r \approx \Delta s$$

Recordemos que $s = R\theta$ y como $\Delta r \approx \Delta s$, entonces: $\Delta r \approx \Delta s \Rightarrow \Delta r \approx \Delta(R\theta) \Rightarrow \Delta r \approx R\Delta\theta$, porque el radio R es constante.

Por tanto, la magnitud del vector velocidad instantánea es:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \approx \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R\omega_{\text{instantánea}}.$$

Entonces podemos concluir que

$$v = \omega_{\text{instantánea}} R = R\omega,$$

luego: $v = R\omega$ 3.36

Para expresar la magnitud de la velocidad instantánea (lineal) en función del radio y el período, sustituimos el valor de ω, de la relación 3.31, en la ecuación 3.36:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad 3.37$$

Ejemplo

Un niño ata una esfera al extremo de un hilo de 10 cm de longitud y la hace girar, como vemos en la figura 3.29. Si la esfera demora 5 segundos en dar 4 vueltas, encontremos:

a. la velocidad angular de la esfera.

b. La rapidez o magnitud de la velocidad lineal.

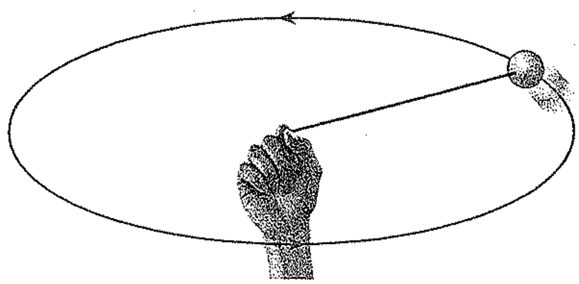


Fig. 3.29 La esfera gira con velocidad angular constante.

Solución

a. Para calcular la velocidad angular primero hallamos el período:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{5\ \text{s}}{4} = 1{,}25\ \text{s}.$$

Conocido ese valor utilizamos la relación 3.31 para calcular la velocidad angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1{,}25\ \text{s}} = 5{,}02\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

b. La rapidez o magnitud de la velocidad lineal se obtiene de la ecuación 3.36:

$$v = R\omega = (0{,}1\ \text{m})\left(5{,}02\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) = 0{,}502\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Aceleración centrípeta

En la trayectoria de un movimiento circular uniforme, el vector velocidad lineal **v** se mantiene constante en magnitud (rapidez), pero no en dirección, como lo vemos en la figura 3.30.

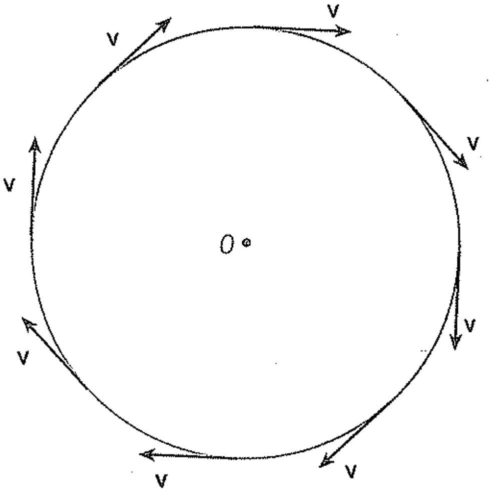


Fig. 3.30 El vector velocidad instantánea v es tangente a la trayectoria.

En la figura 3.31 ilustramos el vector velocidad instantánea en los puntos P y Q, los cuales corresponden a dos tiempos, t_1 y t_2. Además, aparecen los vectores posición y desplazamiento para los mismos tiempos.

Los triángulos OPQ y QDE son semejantes porque dos de sus lados son mutuamente perpendiculares: por construcción $OQ \perp QD$ y $OP \perp ED$, luego los triángulos citados tienen el ángulo θ común.

Por tanto, la relación de semejanza es:

$$\frac{\Delta r}{R} = \frac{\Delta v}{v}.$$

Despejamos Δv y obtenemos: $\Delta v = v\dfrac{\Delta r}{R}$.

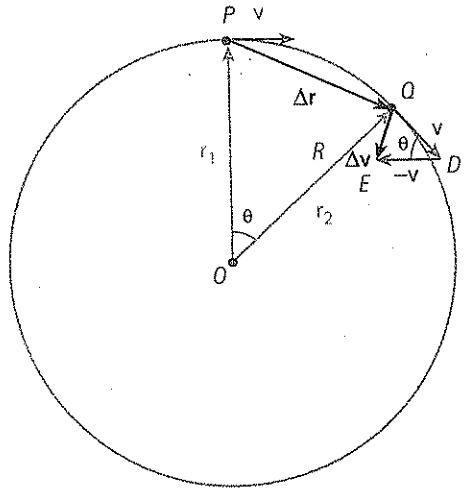


Fig. 3.31 El vector Δv nos indica la dirección de la aceleración centrípeta.

Dividimos cada lado de la igualdad entre Δt:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta r}{R\Delta t}.$$

Esta relación no es más que la aceleración media:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta r}{R\Delta t}$$

Si tomamos un Δt muy pequeño, es decir, cuando $\Delta t \to 0$, obtenemos la aceleración instantánea que llamaremos **aceleración centrípeta:**

$$a_c = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$a_c = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}$$

Es decir, la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \qquad 3.38$$

Concluimos entonces que cuando un objeto presenta aceleración centrípeta, se dice que su vector velocidad instantánea varía en dirección.

Ejemplo

Un niño hace girar sobre el andén un aro de 35 cm de radio. Encontremos su aceleración centrípeta si el aro da 4 vueltas en 5 s.

Solución

Primero hallamos el período: $T = \dfrac{t}{n} = \dfrac{5\ \text{s}}{4} = 1{,}25$ s.

A partir de la ecuación 3.37 calculamos la velocidad lineal en magnitud:

$$v = \frac{2\pi(0,35\text{ m})}{1,25\text{ s}} = 1,76\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Finalmente, de la relación 3.38 encontramos la aceleración centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(1,76\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,35\text{ m}} = 8,85\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

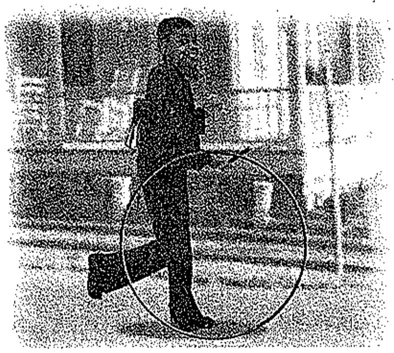


Fig. 3.32 Cada sección del aro que gira tiene aceleración centrípeta.

TALLER DE COMPETENCIAS 4

1. ¿Podemos afirmar que el desplazamiento angular $\Delta\theta$ y el desplazamiento lineal Δx tienen las mismas dimensiones? Razona tu respuesta y compártela con el grupo.

2. En el gráfico de velocidad angular ω en función del tiempo para el movimiento circular uniforme (véase la figura 3.27 b.), ¿a qué corresponde el área bajo la recta? Argumenta tu respuesta.

3. *Si la magnitud de la velocidad instantánea permanece constante, entonces la aceleración es cero.* ¿Es correcta esta afirmación para un movimiento circular uniforme? Explica tu respuesta.

4. ¿La aceleración centrípeta es proporcional a la magnitud de la velocidad instantánea al cuadrado? Justifica tu respuesta.

5. Un disco de 30 cm de radio gira sobre su eje. Si un punto periférico del disco describe un arco de 6 cm, determina el ángulo barrido en radianes y en grados. ¿Cuántas revoluciones realiza el disco?

6. Una persona hace girar una esfera atada a una cuerda de 1 m de longitud. Si la frecuencia de la esfera es 0,1 Hz, determina:
   a. la velocidad angular.
   b. El período.
   c. La velocidad lineal.

7. En un reloj de manecillas calcula la velocidad angular del horario.

8. La aceleración centrípeta también puede expresarse en función de la velocidad angular y del radio R en la forma: $a_c = \omega^2 R$. Muestra que este resultado es correcto.

9. Un neumático tiene 25 cm de radio y gira a 60 rpm. Determina:
   a. el período.
   b. La velocidad angular.
   c. La velocidad lineal.

10. Con base en el resultado del problema anterior, determina la aceleración centrípeta del neumático.

11. Un alumno de décimo grado hace girar una cuenta de collar en un círculo horizontal, atándola al extremo de un hilo de 45 cm de longitud, como se ve en la figura 3.33. Si la velocidad lineal instantánea en magnitud de la cuenta es 50 cm / s en cualquier punto sobre la circunferencia, determina la aceleración centrípeta del objeto.

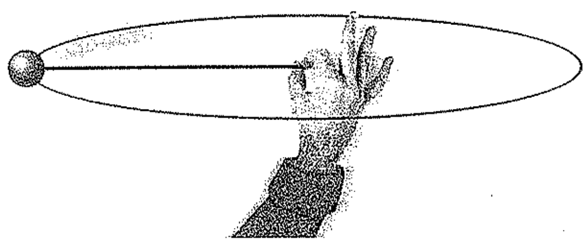


Fig. 3.33

12. Un cilindro de 80 cm de radio gira a 60 rpm. Determina la aceleración centrípeta de un punto ubicado en el extremo del cilindro.

Describe situaciones en las cuales se presenta MCU.
Establece relaciones entre variables y aplica sus conocimientos en la solución de problemas.
Plantea hipótesis y argumenta sus respuestas en problemas con MCU.
Confronta sus resultados con el grupo.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S PS

☐ ☐ Describo y analizo el movimiento bidimensional de un cuerpo aplicando los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea.

☐ ☐ Analizo el movimiento parabólico a partir de los conceptos estudiados en el movimiento rectilíneo uniforme y en el movimiento uniformemente acelerado.

☐ ☐ Interpreto el movimiento circular uniforme que describe un cuerpo a partir de los conceptos de desplazamiento angular, velocidad angular, velocidad lineal y aceleración centrípeta.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. El vector velocidad instantánea es siempre tangente a la trayectoria.

b. El vector velocidad media se determina en un intervalo (Δt).

c. En el movimiento parabólico la componente horizontal del vector velocidad instantánea varía con el tiempo.

d. En la altura máxima de un movimiento parabólico la magnitud del vector velocidad instantánea es igual a cero.

e. En un movimiento circular uniforme el vector velocidad instantánea se mantiene constante en magnitud y en dirección.

f. En un movimiento circular uniforme el vector aceleración centrípeta se dibuja en dirección del radio, hacia la parte cóncava de la trayectoria.

Resuelvo problemas

2. En un gráfico de posición en x como función del tiempo, ¿es posible encontrar la componente v_x del vector velocidad instantánea para cualquier tiempo? Justifica y argumenta tu respuesta.

3. Un niño corre en un lote vacío y su padre, ubicado en la puerta de entrada, toma los datos que aparecen en la siguiente tabla:

t (s)	0	5	10	15
x (m)	0	2	5	9
y (m)	0	8	12	16

Tabla 3.3

a. Dibuja un sistema de referencia y en función de x y ubica las posiciones del niño para cada uno de los tiempos.

b. Une los puntos con una línea suave y continua, con el fin de obtener una aproximación de la trayectoria seguida por el niño.

c. Expresa cada posición del niño con notación vectorial en la forma: $\mathbf{r} = \left(x\,\hat{\mathbf{i}} + y\,\hat{\mathbf{j}}\right)$.

4. Un niño que juega con un carro atado a una cuerda, registra en una tabla los siguientes datos: tiempo (t), posición en x y posición en y.

t (s)	0	1	3	5	7	9
x (m)	0	2	6	10	14	18
y (m)	0	5	45	125	245	405

Tabla 3.4

a. A partir de la tabla de datos traza, en papel milimetrado, los gráficos en función del tiempo para la posición en x y la posición en y. Interprétalos con palabras.

b. De acuerdo con los gráficos anteriores calcula para $t = 6$ s:

$v_x =$; $v_y =$; $\mathbf{v} = (\quad \hat{\mathbf{i}} + \quad \hat{\mathbf{j}})$;

$\theta =$

5. Un avión se desplaza en una trayectoria bidimensional. Sus coordenadas (x, y) medidas en el SI como función del tiempo son:

$x = 5t + 2;\ y = 3t^2$

a. ¿Cuáles son las dimensiones de las constantes físicas 5, 2 y 3?

b. Traza la gráfica de posición en x como función del tiempo t y la de posición en y en función del tiempo t entre 0 y 30 s. Toma intervalos de 5 s.

6. Un auto se mueve en el plano XY de acuerdo con los siguientes datos:

en $t = 0$ s su posición es $\mathbf{r}_0 = \left(5\hat{\mathbf{i}} - 7\hat{\mathbf{j}}\right)$ m; en $t = 8$ s su posición es $\mathbf{r}_1 = \left(-5\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}\right)$ m; en $t = 12$ s su posición es $\mathbf{r}_2 = \left(3\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}\right)$ m. A partir de esta información, determina el vector velocidad media en magnitud y en dirección, para los siguientes intervalos de tiempo: de 0 a 8 s; de 0 a 12 s y de 8 s a 12 s.

7. Un auto se desplaza de acuerdo con los siguientes datos de velocidad instantánea (como vector) y sus respectivos tiempos:

en $t = 0$ s, $\mathbf{v}_0 = \left(3\hat{\mathbf{i}} + 1\hat{\mathbf{j}}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$;

en $t = 12$ s, $\mathbf{v}_1 = \left(12\hat{\mathbf{i}} + 8\hat{\mathbf{j}}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$;

en $t = 20$ s, $\mathbf{v}_2 = \left(2\hat{\mathbf{i}} + 18\hat{\mathbf{j}}\right)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

A partir de estos datos, determina el vector aceleración media $(\mathbf{a}_m)$, su magnitud (a_m) y su dirección (θ) en los intervalos de tiempo de 0 a 12 s, de 0 a 20 s y de 12 s a 20 s.

8. Se lanza un objeto que describe un movimiento parabólico, con una rapidez inicial de 180 m/s, y forma un ángulo de 30° con la horizontal. Completa la siguiente tabla con base en estos datos:

t (s)	x	y	$\mathbf{r}$	r	θ
4					
14					

Tabla 3.5

9. Completa la siguiente tabla con base en el problema anterior:

t (s)	v_x	v_y	$\mathbf{v}$	v	θ
3					
11					

Tabla 3.6

10. Desde la parte superior de una azotea, situada a 12 m de altura, se lanza una esfera con vector velocidad inicial $\mathbf{v}_0 = 43\,\hat{\mathbf{i}}$ m/s.

De acuerdo con esta información halla, para $t = 1{,}2$ s:

a. $x =$ **b.** $y =$

c. $\mathbf{r} = (\quad \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}})$

d. $r =$

e. $\theta =$

11. Un niño juega con su carro de impulso, el cual se desplaza en una trayectoria circular. La longitud del arco que avanza el carro es $s = 12$ cm y el radio es $R = 30$ cm. Determina el ángulo que barre el juguete en radianes y en grados.

12. Una de las ruedas de una carreta tiene 30 cm de radio y se calcula que da 5 vueltas en 15 s. Con base en esta información, halla los siguientes datos para un punto sobre el extremo de la rueda:

$\omega =$; $v =$; $a_c =$

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Movimiento parabólico

Objetivo

Describir y analizar la trayectoria que realiza una esfera cuando se desliza por una rampa.

Materiales

Rampa inclinada con el último tramo horizontal.
Una esfera metálica.
Tabla plana de madera, de aproximadamente 1 metro de largo por 30 cm de ancho.
Papel carbón.
Papel blanco.
Plomada.
Regla.
Cinta de enmascarar.

Procedimiento

1. Coloca la rampa cerca del borde de una mesa, como lo ves en la figura 3.34. Debes asegurarte que la esfera va a salir del punto A con una rapidez inicial, solamente con componente horizontal.
2. Fija la plomada en el borde de la mesa, con la cinta de enmascarar, justo donde ubicarás la rampa.
3. Coloca la esfera a una altura h constante y suéltala. Mide la distancia desde la sombra de la plomada hasta el punto donde cayó la esfera. Este es el alcance máximo.
4. Divide la distancia anterior en 8 partes aproximadamente iguales.
5. Toma la tabla y fórrala con los papeles blanco y carbón.
6. Coloca la tabla contra el borde de la mesa y suelta la esfera buscando que deje huella en el papel blanco. Ahora coloca la tabla a una distancia x_1 y suelta de nuevo la esfera, siempre desde la misma altura. La esfera debe golpear la tabla a una altura y_1, que deberá registrarse en el papel blanco de la tabla. Completa la tabla de datos desplazando la tabla de madera 8 veces para las diferentes coordenadas de posición.

y (cm)								
x (cm)								

Tabla 3.7

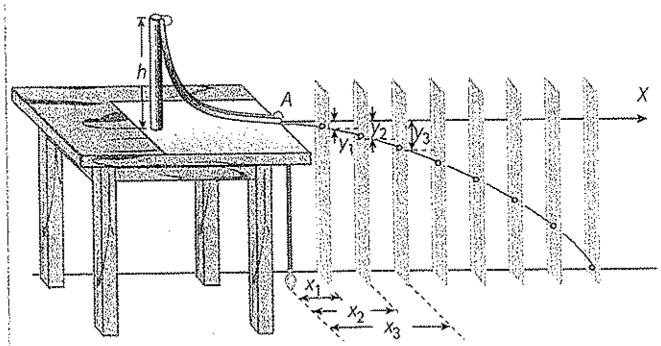


Fig. 3.34

Análisis de datos

1. Con la información de la tabla de datos, realiza la gráfica de posición en y en función de x, en una hoja de papel milimetrado.
2. Describe la trayectoria que efectúa la esfera. ¿Qué clase de movimiento realiza?
3. Elabora una gráfica de y en función de x^2. Determina la ecuación de la trayectoria seguida por la esfera.
4. ¿Cómo sería la trayectoria seguida por una esfera con mayor masa que la utilizada en esta experiencia? Argumenta tu respuesta y compártela con el grupo.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Coloca dos monedas sobre una mesa, como se observa en la figura 3.35. Empuja la moneda 1, como lo muestra la vista superior de la figura, y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué crees que va a ocurrir? Selecciona una de las opciones y justifica tu respuesta.
   a. Llegan al piso, al tiempo, las monedas.
   b. Llega primero al piso la moneda 1.
   c. Llega primero al piso la moneda 2.
2. Dibuja, en forma aproximada, la trayectoria de cada moneda.

Luego de responder por escrito las preguntas, discute con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora tus respuestas.

Ahora, realiza la experiencia. Presenta tus conclusiones.

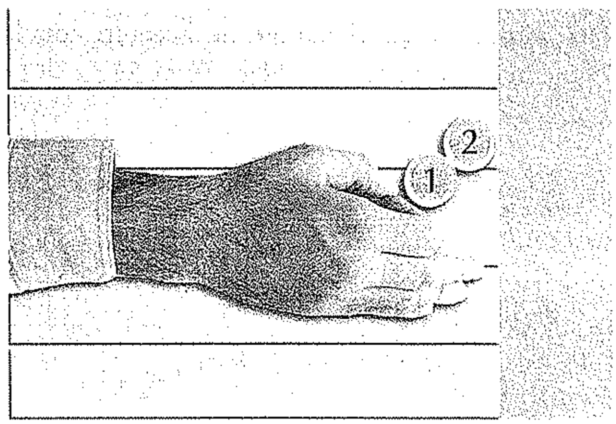


Fig. 3.35

COMPETENCIA COMUNICATIVA

Diseña un lanzaproyectiles con materiales caseros o de fácil consecución. A manera de sugerencia: un tubo plástico (de agua o luz), un resorte, puntillas, una tabla para ubicar el lanzaproyectiles, un trasportador y un balín, que será el proyectil.

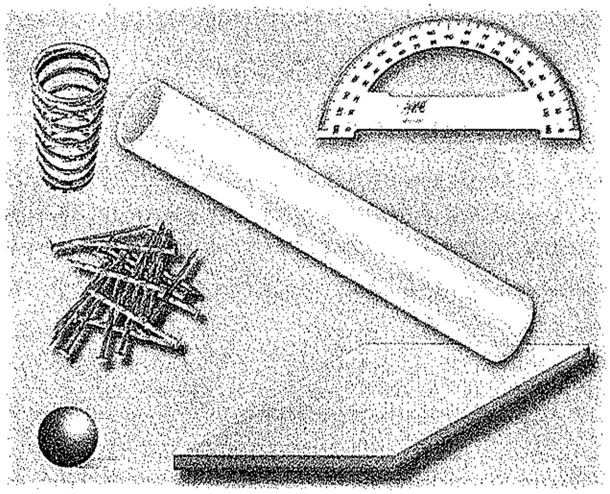


Fig. 3.36

En clase, colocamos en el suelo los lanzaproyectiles elaborados; luego, disparamos los proyectiles con el mismo ángulo de lanzamiento, para saber cuál logra el mayor alcance. Los datos los consignamos en una tabla y a partir de ellos, determinamos las componentes de la velocidad inicial de cada lanzador. ¿Qué otra actividad podemos realizar con nuestro lanzaproyectiles?

PRUEBA ICFES

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

La siguiente información permite responder las preguntas 1., 2. y 3.

Un niño corre en el parque de acuerdo con las siguientes ecuaciones, medidas en el SI: $x = 2t$; $y = 3t$.

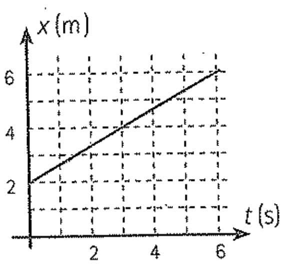
1. Las dimensiones de las constantes físicas 2 y 3 son respectivamente:

   a. $[L]; [L]$ b. $\left[\frac{L}{T}\right]; \left[\frac{L}{T}\right]$

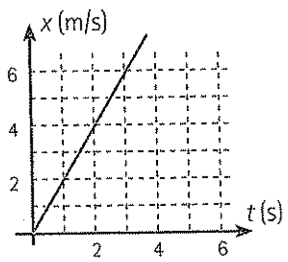
   c. $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]; \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ d. $\frac{\text{m}}{\text{s}}; \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2. El gráfico de posición en x como función del tiempo es:

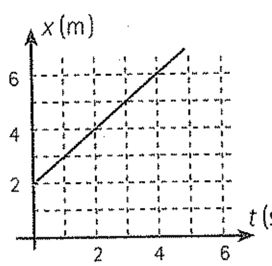
a.



b.



c.



d.

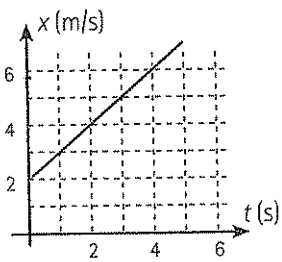


Fig. 3.37

3. De acuerdo con las ecuaciones de posición en función del tiempo, podemos afirmar que:

   a. el movimiento en x es uniforme y el movimiento en y es uniformemente acelerado.

   b. El movimiento en x y en y es uniformemente acelerado.

   c. El movimiento en x es uniformemente acelerado y en y es rectilíneo uniforme.

   d. El movimiento en x y en y es rectilíneo uniforme.

La siguiente información permite contestar las preguntas 4., 5. y 6.

Un ingeniero civil se desplaza por una carretera con una trayectoria en dos dimensiones XY, de acuerdo con las siguientes ecuaciones de componentes de velocidad instantánea en x y en y, medidas en el sistema cgs: $v_x = 2t^2 + 1$; $v_y = 3t - 4$.

4. Las unidades en el sistema cgs de las constantes 2, 1, 3 y -4 son respectivamente:

   a. m/s^2; m; m/s; m/s

   b. $\left[\frac{L}{T^2}\right]; \left[\frac{L}{T}\right]; \left[\frac{L}{T^2}\right]; \left[\frac{L}{T}\right]$

   c. m/s^2; m/s; m/s^2; m/s

   d. m/s^3; m/s; m/s^2; m/s

5. Las componentes del vector velocidad instantánea en x y en y para $t = 2$ s, son respectivamente:

   a. 2 m/s; 9 m/s
   b. 9 m/s; 2 m/s
   c. 0 m/s; 0 m/s
   d. 9; 2

6. Las componentes a_x y a_y del vector aceleración instantánea en $t = 3$ s son respectivamente:

a. $12\ m/s^2$; $3\ m/s^2$

b. $4\ m/s^2$; $3\ m/s^2$

c. $3\ m/s^2$; $12\ m/s^2$

d. 12; 3

La siguiente información permite responder las preguntas 7., 8. y 9.

Un motociclista realiza un atrevido salto (véase la figura 3.38) sobre fuego, con un vector velocidad inicial de 45 m/s y un ángulo de salida de 35°.

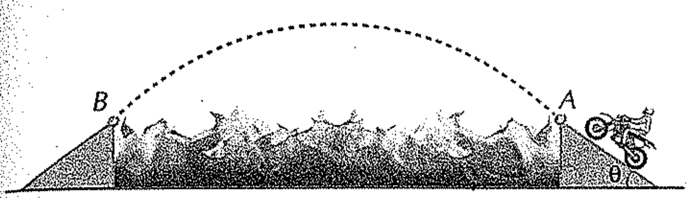


Fig. 3.38

7. Las componentes del vector velocidad instantánea en $t = 3$ s son respectivamente:

   a. 36,9 m/s; 258 m/s

   b. 45 m/s; 45 m/s

   c. 36,9 m/s; − 4,2 m/s

   d. 45 m/s; − 4,2 m/s

8. Cuando el motociclista llega a la altura máxima se cumple:

   a. la magnitud del vector velocidad instantánea es igual a cero y la aceleración es la gravedad dirigida en dirección negativa vertical.

   b. El vector velocidad instantánea es paralelo al vector aceleración instantánea.

   c. El vector velocidad instantánea es igual a cero.

   d. El vector velocidad instantánea forma un ángulo de 90° con el vector aceleración instantánea.

9. Si la longitud horizontal del obstáculo que debe saltar el motociclista es 192,5 m, podemos afirmar que:

   a. logra llegar al punto B y sale ileso de la prueba.

   b. Cae en el lugar donde está el fuego, pero lo rescatan y no le pasa nada.

   c. Logra llegar al punto B y, en ese instante, tiene una velocidad instantánea en magnitud de 25,8 m/s.

   d. Cae en el lugar donde está el fuego y, en ese momento, tiene una velocidad instantánea en magnitud de 45 m/s.

La siguiente información permite contestar las preguntas 10. y 11.

En una competencia de autos de carreras uno de ellos avanza por la pista circular de radio 15 m. Un locutor de una emisora local, registra los siguientes datos: el auto da 15 vueltas en 28 segundos.

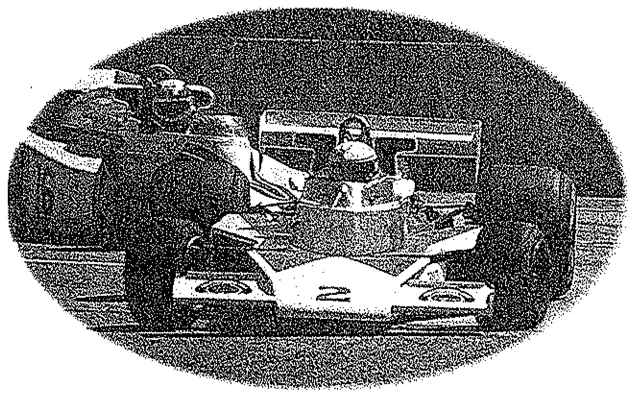


Fig. 3.39

10. La velocidad lineal v y la aceleración centrípeta del auto en el sistema cgs son:

    a. 5,040 cm/s; 16,900 cm/s^2

    b. 3,36 rad/s; 0,75 cm/s

    c. 5,040 cm/s; 2,700 cm/s^2

    d. 50,4 cm/s; 169,0 cm/s^2

11. El período y la velocidad angular del auto son:

    a. 1,87 s; 5,040 cm/s

    b. 0,53 s; 3,36 rad/s

    c. 1,87 s; 3,36 rad/s

    d. 1,87 s; 3,36

Dinámica

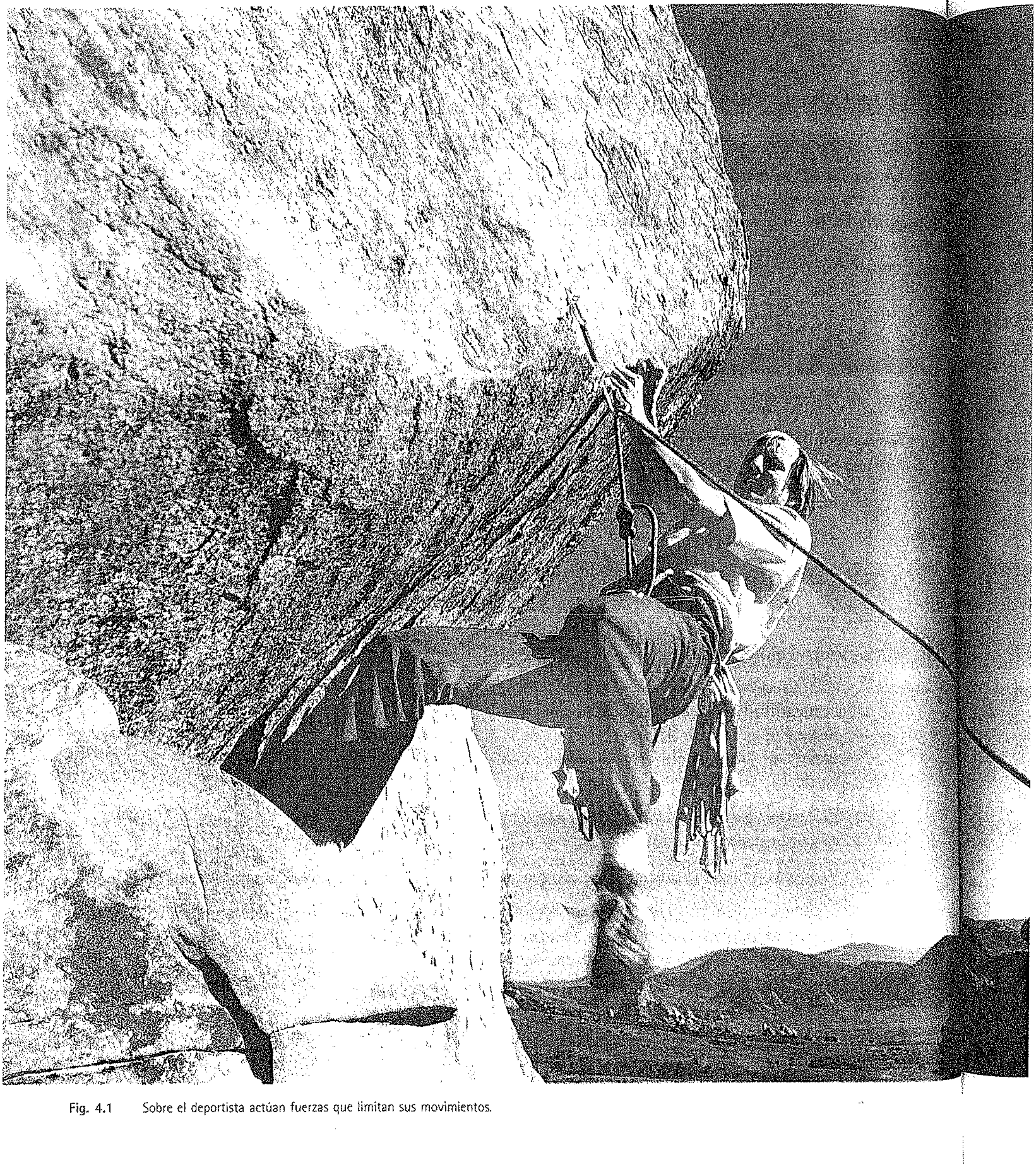
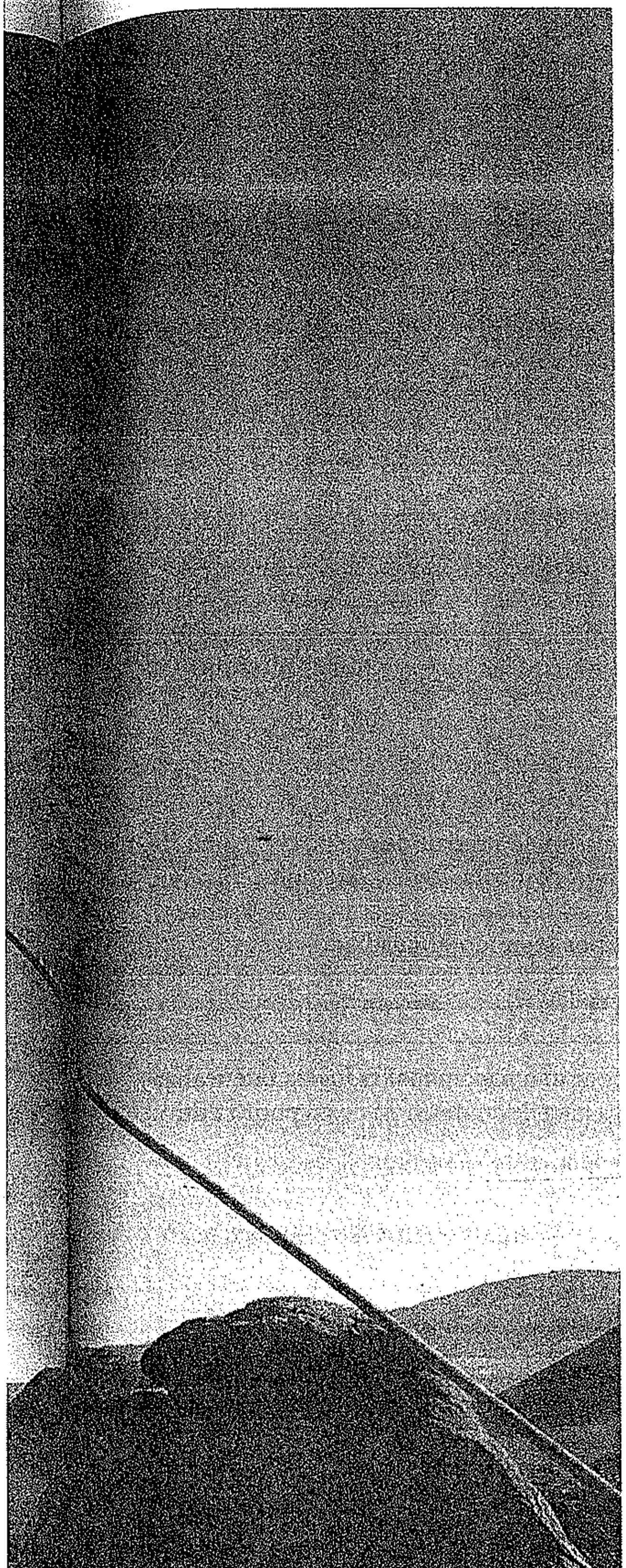


Fig. 4.1 Sobre el deportista actúan fuerzas que limitan sus movimientos.



UNIDAD 4

Competencias

El desarrollo de esta unidad
me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa de situaciones físicas relacionadas con la dinámica de objetos puntuales y de cuerpos rígidos.
- Recolección y organización de la información para el análisis de situaciones relacionadas con dinámica.

E Establecer condiciones

- Aplicación de los conocimientos a situaciones experimentales y de la vida cotidiana.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables en un evento físico relacionado con la dinámica de objetos puntuales y de cuerpos rígidos.
- Explicación de eventos y sucesos físicos estableciendo relaciones entre causa y efecto.
- Resolución de problemas a partir de sus observaciones.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Verificación de hipótesis.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Participación activa en la toma de decisiones para la solución de problemas.
- Valoración del papel de la ciencia y de la tecnología en la calidad de vida.
- Respeto por la pluralidad de ideas.

Las fuerzas

TEMA 1 ESTÁNDAR E

Aplica el concepto de fuerza para realizar diagramas de cuerpo libre.

Fig. 4.2 Cuando abrazamos a un amigo, estamos ejerciendo fuerzas.

Hasta el momento hemos estudiado la descripción del movimiento de los cuerpos, denominada cinemática. En esta unidad estudiaremos la **dinámica**, rama de la mecánica encargada de explicar las causas del movimiento o del equilibrio de un objeto.

De alguna manera, todos hemos estado en contacto con alguna fuerza. Por ejemplo, cuando un amigo nos abraza, cuando empujamos una silla o cuando halamos de una cuerda, la fuerza está presente. En física se ha definido la **fuerza** como el resultado de la **interacción** entre dos o más objetos, capaz de hacer variar su estado de reposo o de movimiento; también puede producir en estos alguna deformación.

La fuerza es una **cantidad vectorial**, lo que significa que debe estar definida por una magnitud y una dirección. En la figura 4.3, sobre el cuerpo de masa m actúan las fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$. La fuerza resultante corresponde a la diagonal del paralelogramo formado por las fuerzas.

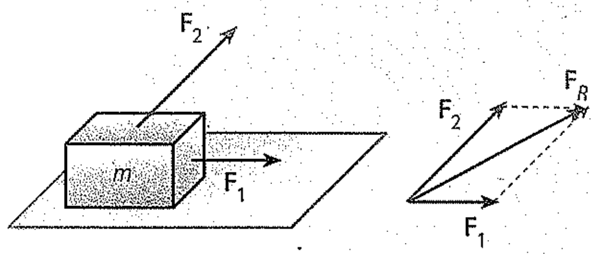


Fig. 4.3 Las fuerzas son cantidades vectoriales.

Unidades de fuerza

La unidad de fuerza en el Sistema Internacional es el *newton* (N). Un newton es la fuerza que aplicada a un cuerpo de 1 kilogramo de masa, hace que adquiera una aceleración de 1 metro por segundo al cuadrado.

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad 4.1$$

En el sistema cgs la unidad de fuerza es la *dina*, la cual se define como la fuerza que aplicada a un cuerpo de 1 gramo de masa, hace que se acelere 1 centímetro por segundo al cuadrado.

$$1\ \text{dina} = 1\ \text{g} \cdot 1\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Una dina es aproximadamente la fuerza que realiza una hormiga para llevar una hoja de un punto a otro.

La equivalencia entre el newton y la dina es:

$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10^3\ \text{g} \cdot 10^2\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 10^5\ \text{dinas}$$

$$1\ \text{N} = 10^5\ \text{dinas}$$

Otras unidades de fuerza son el *kilogramo fuerza* (kgf) y el *gramo fuerza* (gf), las cuales están relacionadas con las anteriores así:

$9{,}8\ \text{N} = 1\ \text{kgf}$

$980\ \text{dinas} = 1\ \text{gf}$

Logros: identificar las fuerzas que actúan sobre objetos puntuales. Calcular la resultante de fuerzas concurrentes en diversas situaciones.

Ejemplo

Sobre un objeto de masa m actúan las fuerzas de magnitud $F_1 = 2$ N y $F_2 = 3$ N, ilustradas en la figura 4.4 a. Determinemos la fuerza resultante.

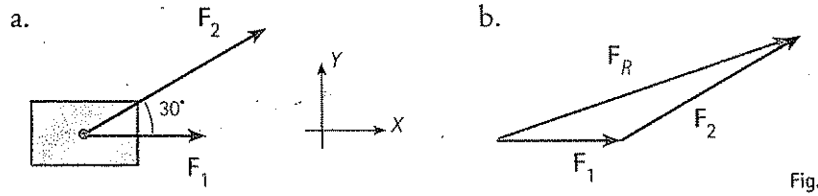


Fig. 4.4

Solución

Como las fuerzas son vectores:

$$\mathbf{F}_{\text{resultante}} = F_{\text{resultante}\,x}\,\hat{\mathbf{i}} + F_{\text{resultante}\,y}\,\hat{\mathbf{j}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = F_{1x}\,\hat{\mathbf{i}} + \left(F_{2x}\,\hat{\mathbf{i}} + F_{2y}\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$= F_1\hat{\mathbf{i}} + \left(F_2 \cos 30°\,\hat{\mathbf{i}} + F_2 \text{ sen } 30°\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$

Factorizamos las componentes horizontales y verticales:

$$\mathbf{F}_{\text{resultante}} = F_{\text{resultante}\,x}\,\hat{\mathbf{i}} + F_{\text{resultante}\,y}\,\hat{\mathbf{j}} = \left(F_1 + F_2 \cos 30°\right)\hat{\mathbf{i}} + F_2 \text{ sen } 30°\,\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes rectangulares y remplazamos por los valores numéricos:

$$F_{\text{resultante}\,x} = \left(F_1 + F_2 \cos 30°\right) = 2 \text{ N} + 3 \text{ N} \cos 30° = 4{,}59 \text{ N}$$

$$F_{\text{resultante}\,y} = F_2 \text{ sen } 30° = 3 \text{ N sen } 30° = 1{,}50 \text{ N}$$

La magnitud y dirección de la resultante son respectivamente:

$$F_{\text{resultante}} = \sqrt{4{,}59^2 + 1{,}50^2} = 4{,}82 \text{ N}; \quad \theta = \tan^{-1}\frac{1{,}50}{4{,}59} = 18{,}09°$$

La fuerza resultante como vector: $\mathbf{F}_{\text{resultante}} = (4{,}59\,\hat{\mathbf{i}} + 1{,}50\,\hat{\mathbf{j}})$ N.

En la figura 4.4 b. ilustramos la resultante por el método de triangulación.

Fuerzas en la naturaleza

En la naturaleza las fuerzas pueden clasificarse en cuatro grandes grupos: fuerza gravitatoria, fuerza electromagnética, fuerza nuclear fuerte y fuerza nuclear débil.

La **fuerza gravitatoria** es la atracción que ejerce un cuerpo sobre otro en función de sus masas y la distancia que las separa. En general, dos cuerpos con masa se atraen debido a esta fuerza. Sin embargo, sólo es apreciable cuando, al menos, uno de los

Fig. 4.5 Identifica las fuerzas que actúan sobre la maleta.

cuerpos tiene gran masa, como la de un planeta o una estrella. Son ejemplos de este tipo, la fuerza denominada peso, la que ejerce el Sol sobre la Tierra y los demás planetas –que permite mantener sus órbitas en torno al Sol– o la que ejerce la Tierra sobre la Luna. Esta fuerza actúa entre cuerpos separados en el espacio, y se conoce como de **acción a distancia**.

La **fuerza electromagnética** incluye dos interacciones: la eléctrica y la magnética. Cuando frotamos un peine plástico contra nuestro cuero cabelludo y lo acercamos a unos trozos de papel, vemos cómo el peine los atrae debido a las fuerzas eléctricas. Por otra parte, las fuerzas magnéticas nos son también familiares cuando, por ejemplo, acercamos un imán a un trozo de hierro o cuando la aguja de una brújula nos indica el norte geográfico. La fuerza electromagnética se presenta cuando las cargas eléctricas se mueven.

Una manifestación de las fuerzas electromagnéticas son las denominadas **fuerzas de contacto**, las cuales son ejercidas por cuerdas, superficies, fuerzas de rozamiento y resortes.

La **fuerza nuclear fuerte** es la que actúa entre las partículas al interior de los átomos y, además, es la responsable de la estabilidad del núcleo, ocasionando que los protones permanezcan en él. Esta fuerza, en magnitud, es mucho mayor que la electromagnética y su alcance es muy corto.

La **fuerza nuclear débil** en la escala atómica se presenta entre electrones y las partículas que se encuentran al interior del núcleo de los átomos. Esta fuerza se relaciona con la desintegración radiactiva beta.

a. b.

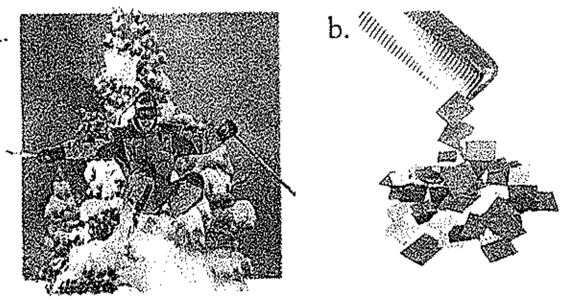


Fig. 4.6 a. Cuando una persona está cayendo, sobre ésta actúa la fuerza gravitacional.
b. Debido a la fuerza eléctrica atraemos pedazos de papel a un peine frotado previamente.

Concepto de campo

Para analizar el concepto de fuerza por acción a distancia introducimos la idea de campo.

El *campo* podemos entenderlo como una modificación o perturbación del espacio, producida por un cuerpo que actúa sobre todos los objetos cercanos a él. Por ejemplo, la Tierra posee la propiedad de atraer hacia su superficie todos los objetos que se encuentran cerca de ella.

De la misma manera hablamos del campo eléctrico producido por partículas cargadas en reposo, las cuales modifican su vecindad.

El campo magnético generado por un imán también podemos estudiarlo; este atrae los metales, modificando el espacio a su alrededor.

Diagramas de cuerpo libre

Un *diagrama de cuerpo libre* es la representación vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto. Las principales fuerzas que podemos identificar sobre un objeto son: el peso, la tensión, la normal y el rozamiento o fricción.

El peso (w) es la fuerza con la cual la Tierra atrae los objetos que se encuentran cerca de su superficie. El peso siempre lo representamos con un vector dirigido hacia el centro de la Tierra, perpendicular a la superficie terrestre. En la figura 4.7 observamos algunas situaciones en las cuales se representa el peso de un objeto.

En magnitud, el peso se expresa como el producto del valor de la masa del objeto multiplicado por la gravedad: $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. (**g** se denomina campo gravitacional.)

$$\mathbf{w} = m\mathbf{g} = -mg\hat{\mathbf{j}} \qquad 4.2$$

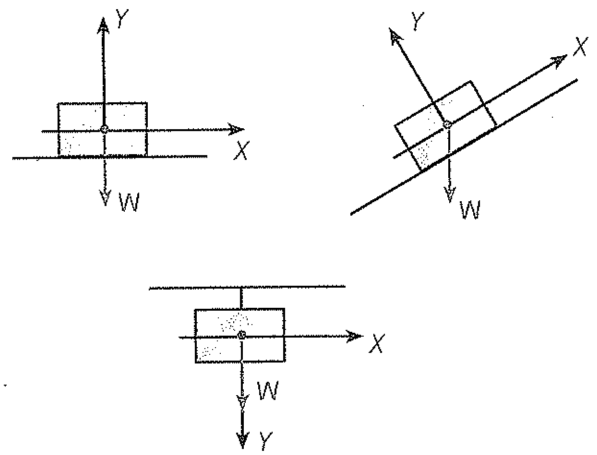


Fig. 4.7 El peso (w) es una fuerza dirigida hacia el centro de la Tierra y perpendicular a la superficie terrestre.

Ejemplo

Juan tiene una masa de 80 kg; encontremos su peso en el sistema cgs.

Solución

$$\mathbf{w} = -mg\hat{\mathbf{j}} = -\left(80\ \text{kg} \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = -784\ \text{N}\hat{\mathbf{j}} = -784 \times 10^5\ \text{dinas}\hat{\mathbf{j}}$$

La **tensión** (**T**) es la fuerza que se trasmite por medio de una cuerda a un cuerpo. Usualmente la masa de la cuerda es despreciable comparada con la del objeto. Se considera fuerza de contacto, ya que en algún punto la cuerda que la ejerce toca el objeto.

En la figura 4.8 observamos las tensiones y los pesos del sistema.

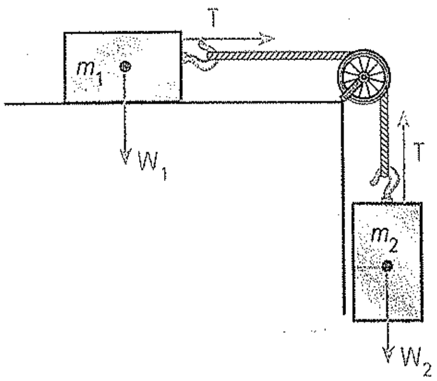


Fig. 4.8 La tensión (T) es la fuerza que ejerce la cuerda sobre la masa.

La **normal** (**N**) es la fuerza que ejerce toda superficie sobre una masa que se encuentre sobre ella.

La normal se representa mediante un vector cuya dirección es siempre perpendicular a la superficie en contacto. En la figura 4.9 vemos la representación vectorial de la normal en diversas situaciones.

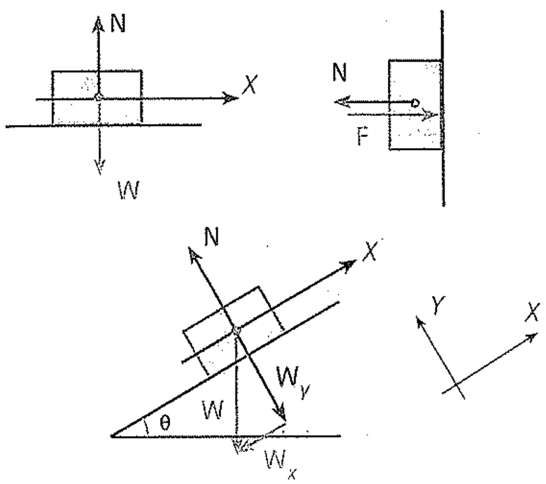


Fig. 4.9 La normal (N) es una fuerza perpendicular a la superficie en donde se encuentra el cuerpo.

La **fuerza de rozamiento o fricción**. En alguna oportunidad al intentar arrastrar un objeto sobre una superficie, hemos experimentado cierta oposición o resistencia. Esta no es otra cosa que la fuerza de rozamiento o fricción. La fuerza de fricción la determinamos para superficies en contacto, donde se puede presentar movimiento relativo.

La fuerza de rozamiento puede presentarse por deslizamiento, rodadura y viscosidad.

- Fuerza de rozamiento por deslizamiento ($\mathbf{f}_r$) es la debida al contacto relativo entre dos superficies. Se traza, por lo general, como un vector cuya dirección es opuesta al movimiento del objeto.

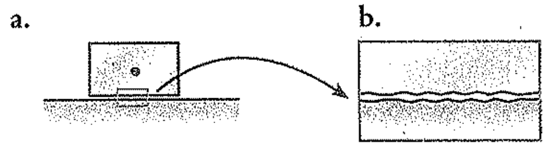


Fig. 4.10 La fuerza de rozamiento por deslizamiento se presenta en todas las superficies, así no observemos su rugosidad.

La figura 4.10 b. es una ampliación de dos superficies en contacto; en la mayoría de los casos, las superficies presentan irregularidades, es decir, lucen diferentes grados de pulimento. Por ejemplo, no es lo mismo deslizar un ladrillo sobre madera lisa, que hacerlo sobre una superficie rugosa, que no ha sido tratada.

Experimentalmente se ha determinado que la fuerza de rozamiento es proporcional en magnitud a la fuerza normal. Matemáticamente esta relación se expresa como:

$$f_r = \mu N \qquad 4.3$$

en donde μ es el **coeficiente de rozamiento** y N es la magnitud de la fuerza normal. El coeficiente de rozamiento es una constante adimensional por ser el resultado del cociente entre dos fuerzas. Se determinan dos tipos de coeficientes de rozamiento: el estático (μ_e) y el cinético (μ_k). El primero permite calcular la fuerza de rozamiento estática, es decir, la fuerza de fricción que produce la superficie sobre el objeto cuando éste está en reposo o justo al comenzar a moverse.

El coeficiente de rozamiento cinético permite encontrar la fuerza de rozamiento cinética, es decir, la fuerza de fricción que ejerce la superficie sobre el objeto cuando éste se halla en movimiento.

Los valores de los coeficientes de rozamiento dependen de la naturaleza de las superficies; para las mismas superficies, el coeficiente de rozamiento cinético es menor que el de rozamiento estático. Por ejemplo, el coeficiente de rozamiento cinético para un cuerpo de madera que se desliza sobre una superficie de madera es 0,2, mientras el coeficiente de rozamiento estático para estas superficies es 0,4, es decir, es más difícil empezar el movimiento que mantenerlo.

- **Fuerza de rozamiento por rodadura**. Esta fuerza se presenta cuando un cuerpo gira sobre otro. Por ejemplo, lo que hace la balinera de una rueda sobre un eje fijo. La fricción por rodadura tiene una magnitud menor que la fuerza de fricción por deslizamiento. Por esto es que en los mecanismos de las máquinas se busca, en lo posible, eliminar la fricción por deslizamiento y, en su lugar, se utilizan mecanismos cuya fricción sea por rodadura, ya que ésta alarga la vida útil de la máquina.
- **Fricción por viscosidad**. Esta fricción se presenta cuando un objeto se mueve en presencia de un medio viscoso. Por ejemplo, la resistencia que ejerce el viento sobre el cuerpo de un ciclista que está en movimiento, es una fuerza de fricción por viscosidad. Otro ejemplo es cuando un líquido se desliza dentro de un tubo, como ocurre con el agua que se desplaza por una tubería.

Fuerza elástica (sistema masa-resorte). Este tipo de interacción se estudia cuando nuestro sistema es un resorte.

Si por el extremo de un resorte se aplica una fuerza, éste se deforma, ya sea que se estire o que se comprima. En forma experimental se ha demostrado que cuando aumenta la fuerza que se aplica sobre el resorte, este se deforma y su desplazamiento se hace mayor. En la gráfica de la figura 4.12 observamos

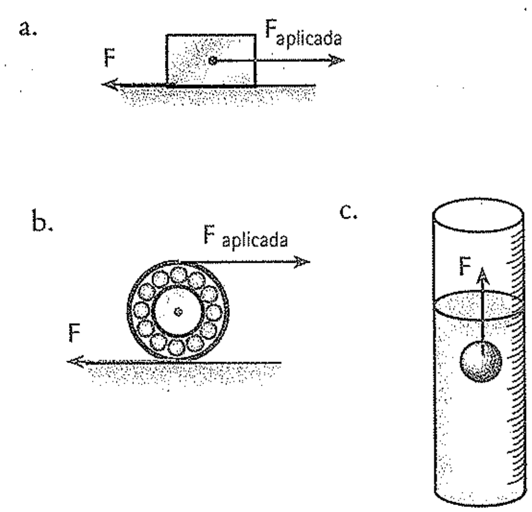


Fig. 4.11 Clases de fricción: a. por deslizamiento, b. por rodadura y c. por viscosidad.

cómo varía el estiramiento o elongación (Δx) del resorte a medida que la fuerza aplicada aumenta.

Esta variación que se presenta entre la fuerza elástica y la elongación se conoce como la **ley de Hooke**, la cual se enuncia así: *la fuerza ejercida por un resorte es directamente proporcional a su deformación.* El signo negativo indica que la fuerza elástica se dirige en sentido contrario a la fuerza aplicada. La ley de Hooke se expresa como:

$$F = -k\Delta x = -k(x - x_0) \qquad 4.4$$

en donde k es la constante de proporcionalidad y toma un valor diferente para cada resorte según el material del que esté hecho, del área o del número de espiras; por tal razón, recibe el nombre de *constante elástica.* Esta constante se obtiene a partir de la pendiente del gráfico de la fuerza en función de la elongación.

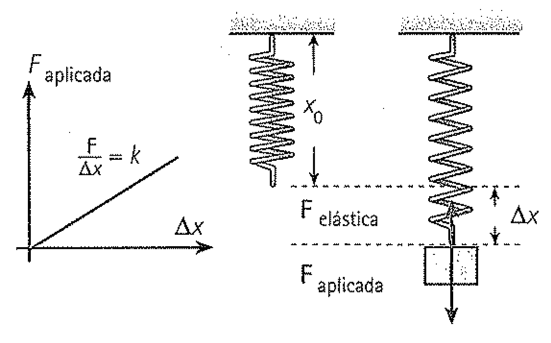


Fig. 4.12 Fuerza elástica asociada a un resorte.

Una aplicación de la fuerza elástica es el dinamómetro. Este es un instrumento que se utiliza para medir la magnitud de una fuerza. Consta de un resorte de acero al que se le diseña una escala graduada, la cual indica la magnitud de la fuerza aplicada en cada estiramiento. Cuanto mayor es la magnitud de la fuerza aplicada en el extremo del dinamómetro, mayor es el valor indicado.

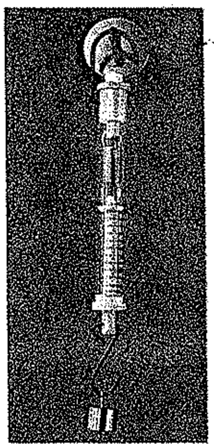


Fig. 4.13 Dinamómetro.

Ejemplo

Realicemos el diagrama de cuerpo libre para un objeto que se desliza sobre una superficie horizontal, como lo vemos en la figura 4.14.

Solución

Observemos el diagrama de cuerpo libre de la figura 4.14. En él están representadas todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

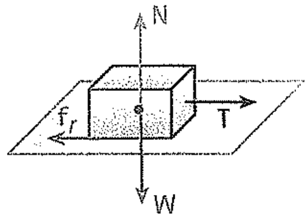


Fig. 4.14

Estrategias para resolver problemas sobre fuerzas

1. Realizamos un esquema de la situación planteada y escribimos las condiciones del problema.
2. A partir de la ilustración anterior trazamos el diagrama de cuerpo libre; para cada objeto dibujamos un eje de coordenadas y mostramos todas las fuerzas que actúan sobre cada objeto.
3. Encontramos las componentes rectangulares de las fuerzas e incluimos los datos desconocidos.
4. Tenemos presente que debemos plantear el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, para así solucionar el problema.

Ejemplo

En la figura 4.15 a. un niño, de masa *m*, desciende por un plano inclinado sin fricción.

a. Realicemos el diagrama de cuerpo libre.

b. Determinemos el vector fuerza resultante sobre el niño.

c. Identifiquemos la naturaleza de las fuerzas.

Solución

a. De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la figura 4.15 b., las fuerzas que actúan sobre el niño son: la normal y el peso.

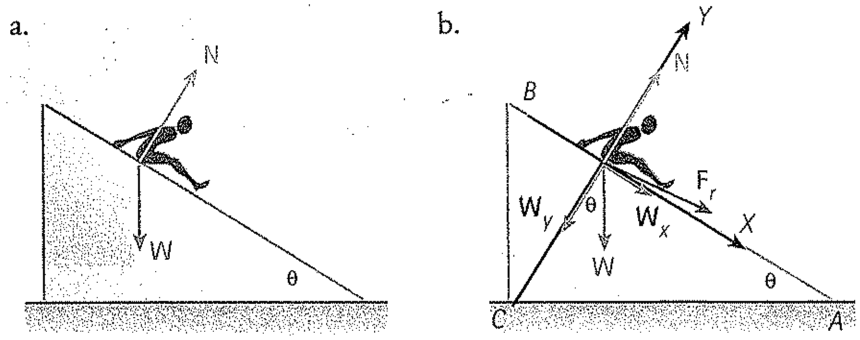


Fig. 4.15

b. Al sumar las fuerzas obtenemos:

$$\mathbf{F}_{\text{resultante}} = \mathbf{N} + \mathbf{w} \qquad 4.5$$

De acuerdo con el sistema de referencia, el peso ($\mathbf{w}$) tiene dos componentes rectangulares. Además, el eje Y es perpendicular a la línea AB y la línea sobre la cual se dibuja el peso es perpendicular a AC, por tanto, el ángulo θ es correspondiente con el ángulo que forma el vector que representa el peso con el eje vertical Y negativo.

Vemos entonces que:

$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{w_x}{w} = \dfrac{w_x}{mg}$. Despejando la componente horizontal del peso w_x:

$w_x = mg \operatorname{sen}\theta$.

$\cos\theta = \dfrac{w_y}{w} = \dfrac{w_y}{mg}$. Despejando la componente vertical del peso w_y:

$w_y = mg \cos\theta$

En la ecuación 4.5 remplazamos las componentes rectangulares de cada uno de los vectores:

$$\mathbf{F}_{\text{resultante}} = F_{\text{resultante}\,x}\,\hat{\mathbf{i}} + F_{\text{resultante}\,y}\,\hat{\mathbf{j}} = N\hat{\mathbf{j}} + (mg \operatorname{sen}\theta\hat{\mathbf{i}} - mg\cos\theta\hat{\mathbf{j}})$$

Factorizamos:

$$F_{\text{resultante}\,x}\,\hat{\mathbf{i}} + F_{\text{resultante}\,y}\,\hat{\mathbf{j}} = mg \operatorname{sen}\theta\hat{\mathbf{i}} + (N - mg\cos\theta)\hat{\mathbf{j}}$$

En la figura 4.15 b. ilustramos la fuerza resultante sobre el niño.

c. La normal es de naturaleza electromagnética (fuerza de contacto) y el peso es de naturaleza gravitacional (fuerza de acción a distancia).

1. ¿La fuerza es una interacción entre objetos? Razona tu respuesta.

2. Si sobre un objeto actúa una fuerza en dirección vertical de magnitud 3 N y otra fuerza en dirección horizontal de magnitud 2 N, ¿podemos afirmar que la fuerza neta que actúa sobre el objeto es 5 N? Razona tu respuesta.

3. ¿La normal sobre un objeto tiene su origen en las interacciones electromagnéticas? Justifica tu respuesta.

4. ¿El peso es una fuerza de acción a distancia? Justifica tu respuesta.

5. Realiza las siguientes conversiones de unidades: 45 N = ________ dinas. 75 dinas = ________ N.

6. Un objeto de masa m se somete a las fuerzas que muestra la figura 4.16. Encuentra la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.

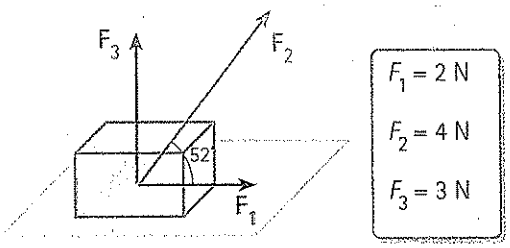


Fig. 4.16

7. Mónica, una niña de 10o. grado, tiene un peso de 441 N. Halla su masa en kg y en g.

8. Mateo, un joven de 15 años, tiene una masa de 65 kg. Calcula el peso de Mateo:

   a. en la Tierra.

   b. En la Luna, donde la aceleración de la gravedad (en magnitud) es un sexto del valor en la Tierra. Compara tus resultados con los de tus compañeros o compañeras.

9. Para el siguiente sistema encuentra una fuerza $\mathbf{F}_3$ de manera que al aplicarla al sistema la fuerza resultante sea nula.

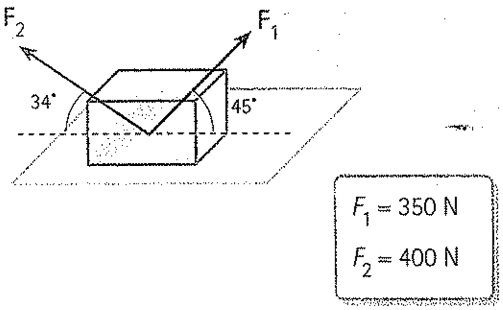


Fig. 4.17

10. Sobre un objeto actúan las siguientes fuerzas: una de magnitud 20 N en dirección 30° con el eje positivo X; otra de magnitud 15 N formando un ángulo de 140° con el eje positivo de las X; una tercera de magnitud 12 N en dirección 300° con el eje positivo de las X. Determina gráfica y analíticamente la fuerza resultante sobre el objeto.

11. Un objeto de masa 3 kg descansa sobre una superficie horizontal. Si se le aplica una fuerza en dirección positiva al eje X, equivalente a 4 N, de manera que el objeto permanezca en reposo, determina:

    a. la normal sobre el objeto.

    b. El valor del coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie horizontal.

12. Una masa de 120 g se coloca sobre una superficie horizontal y, mediante un dinamómetro, se le aplica una fuerza por un lado (véase la figura 4.18). Justo cuando la masa cambia de reposo a movimiento el dinamómetro marca 100 gf. Determina el valor del coeficiente de rozamiento estático para las superficies en contacto.

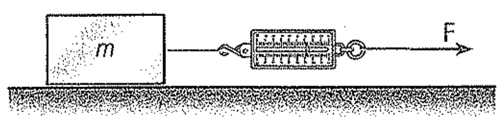


Fig. 4.18

Describe situaciones relacionadas con la dinámica de los cuerpos.
Establece relaciones entre las variables para el análisis de la dinámica de un cuerpo.
Plantea hipótesis y resuelve problemas sobre dinámica.
Comparte sus resultados con el resto del grupo.

Equilibrio de traslación

TEMA 2

ESTÁNDAR E

Analiza situaciones en las cuales se presenta equilibrio en objetos puntuales.

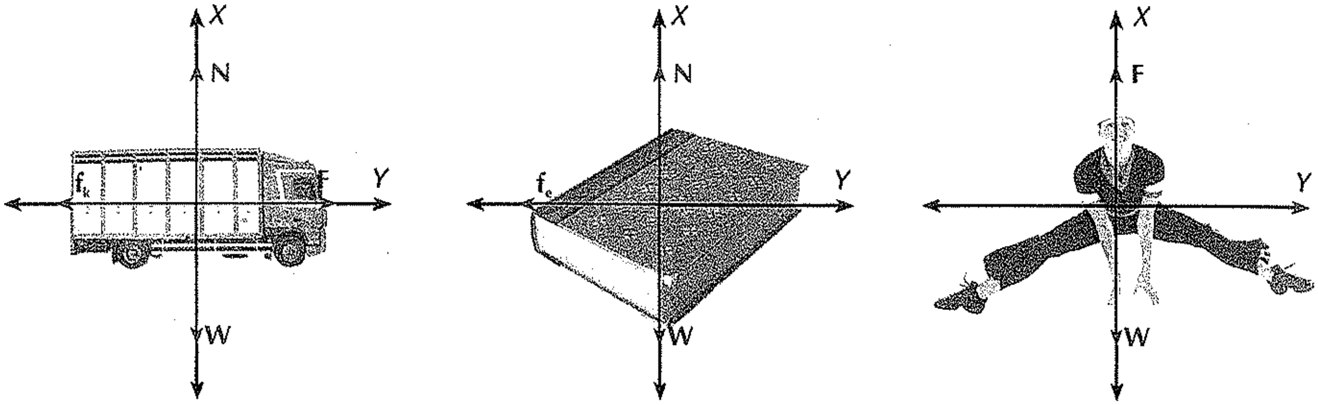


Fig. 4.19 Al estudiar los cuerpos algunas veces no interesan las dimensiones o el volumen que presenten, pues se toman como si fueran una sola partícula.

Cuando mencionamos la **fuerza neta** que actúa sobre un objeto, estamos refiriéndonos a la fuerza resultante que opera sobre él, sin interesar las dimensiones, el volumen o la geometría del cuerpo. A esta clase de cuerpos, que se toman como si fueran una sola partícula, se les denomina *objetos puntuales*. Un auto que se mueve sobre una carretera, un libro sobre una mesa o un niño saltando, pueden considerarse como cuerpos puntuales, pues para cada uno podemos realizar un diagrama de cuerpo libre y determinar la fuerza resultante que actúa sobre cada objeto.

Como lo estudiamos en el tema anterior, las fuerzas son vectores y la fuerza neta es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto. **Cuando la fuerza neta es cero, las fuerzas están equilibradas**, como lo observamos en la figura 4.20.

Durante siglos se estudió y analizó el movimiento de los cuerpos, pero fue hacia el siglo XVII que el científico inglés Isaac Newton (1642-1727) desarrolló una teoría sobre el movimiento de los cuerpos, la cual se sintetiza en tres leyes que llevan su nombre. En su libro *Los Principia*, publicado en 1687, se describe cada una de sus leyes, cuya formulación es el eje de la denominada *mecánica clásica*.

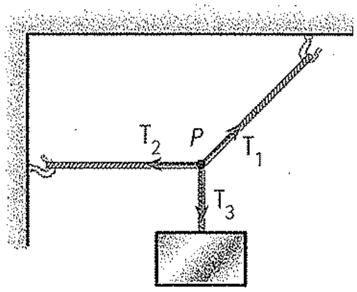


Fig. 4.20 La fuerza neta en *P* es igual a cero.

Primera ley de Newton

Imaginémonos un balón sobre una superficie horizontal. Si al balón no le aplicamos una fuerza, permanecerá en reposo sobre la superficie. Si al balón le aplicamos una fuerza horizontal, comenzará a moverse hasta que la fricción lo haga detener o hasta que encuentre un obstáculo que lo detenga o lo desvíe.

Ahora supongamos que la superficie horizontal es totalmente lisa, de manera que la fricción sea despreciable. Al aplicarle una fuerza al balón, se deslizará en línea recta con velocidad constante, hasta encontrar un objeto que lo haga detener o desviar.

Logros: aplicar la primera ley de Newton en la solución de problemas y describir la relación entre masa e inercia. Aplicar la tercera ley de Newton e identificar pares de fuerzas de acción y reacción.

Por tanto, si un cuerpo se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo con velocidad constante, tratará de mantenerse en ese estado. Newton realizó una formalización de estas observaciones y formuló su primera ley o **ley de la inercia**, la cual se enuncia así:

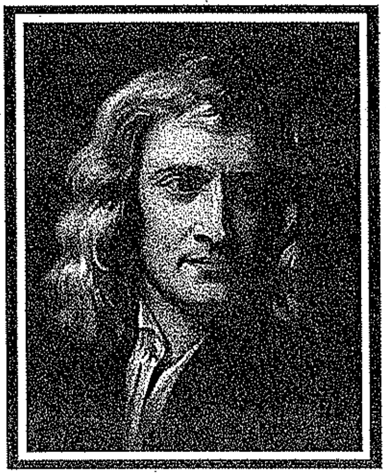


Fig. 4.21 Isaac Newton (1642-1727), filósofo y matemático inglés.

todo cuerpo se mantiene en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme mientras no se le aplique una fuerza externa que lo obligue a cambiar dicho estado.

Esto significa que cuando en un cuerpo la fuerza neta está equilibrada, el cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo con velocidad constante. La ley de la inercia puede expresarse como:

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{externas}} = \mathbf{0} \qquad 4.6$$

siempre y cuando el cuerpo se encuentre con $\mathbf{v} = 0$ o con $\mathbf{v} =$ constante.

La primera ley de Newton implica que un objeto en reposo es equivalente al mismo objeto desplazándose con velocidad instantánea constante en magnitud y dirección.

Por tanto, un objeto en **equilibrio de traslación** no necesariamente debe encontrarse en reposo; también puede moverse con velocidad instantánea constante.

Una buena aproximación para un cuerpo en equilibrio de traslación es el caso de un objeto de masa conocida que se desplaza sobre un *carril de aire.*

En la figura 4.22 ilustramos este dispositivo de laboratorio utilizado para eliminar el rozamiento. Con-

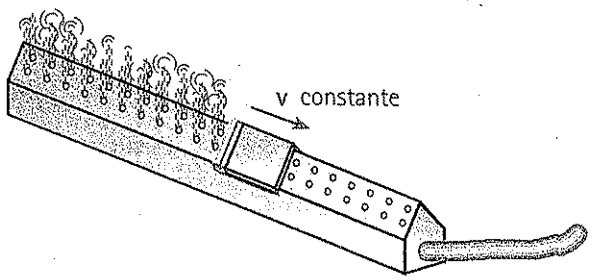


Fig. 4.22 El carril de aire se utiliza para eliminar el rozamiento.

siste en una superficie cerrada a la cual se le practican numerosos orificios y se le inyecta aire, con lo cual se logra que el objeto o móvil colocado sobre el carril se desplace casi flotando, eliminando así el rozamiento entre el objeto y el carril.

Sistemas de referencia inerciales

Como vimos en unidades anteriores, para describir el movimiento de un objeto es necesario definir un sistema de referencia. En ocasiones el sistema de referencia está en reposo o en movimiento uniformemente rectilíneo, es decir, no está acelerado. A esta clase de sistemas se denomina *sistemas de referencia inercial.*

La Tierra no es propiamente un sistema de referencia inercial, porque gira sobre sí misma y también respecto al Sol, en una órbita elíptica. Sin embargo, se toma como un sistema de referencia inercial, pues su aceleración es muy pequeña comparada con la de la gravedad.

Imagina dos trenes en vías paralelas desplazándose con velocidad instantánea constante e igual y en la misma dirección.

Al desplazarse con velocidad instantánea constante en magnitud y dirección, un pasajero ubicado en uno de los dos trenes observa al otro tren en reposo.

Podemos ubicar el sistema de referencia inercial en cualquiera de los dos trenes, ya que un pasajero situado en uno de ellos no sabe si el tren en el que él viaja es el que se mueve o si, por el contrario, es el otro tren el que se desplaza con velocidad instantánea constante.

Es importante resaltar que las **leyes de Newton sólo se aplican para sistemas de referencia inerciales.**

Ejemplo

A una masa de 4,5 kg se aplica una fuerza de $T = 8$ N formando un ángulo de 30° con el eje X^+, mediante una cuerda de masa despreciable, como lo vemos en la figura 4.23 a. Si la masa se mueve con rapidez constante:

a. tracemos el diagrama de cuerpo libre.

b. Encontremos el coeficiente de rozamiento cinético entre la superficie y la masa.

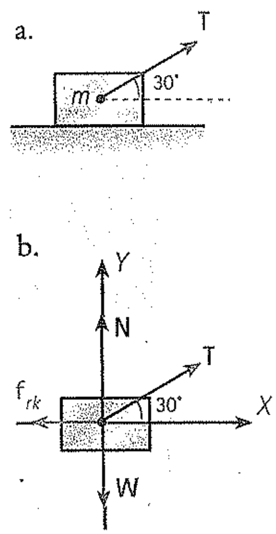


Fig. 4.23

Solución

a. En la figura 4.23 b. vemos el diagrama de cuerpo libre.

b. De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre:

$$\mathbf{T} + \mathbf{N} + \mathbf{f}_{rk} + \mathbf{w} = \mathbf{0}$$

Tomamos las componentes rectangulares para cada fuerza; recordemos que $f_{rk} = \mu_k N$, luego $f_{rk} = \mu_k mg$, entonces:

$$T\cos 30°\,\hat{\mathbf{i}} + T\,\text{sen}\,30°\,\hat{\mathbf{j}} + N\,\hat{\mathbf{j}} - \mu_k mg\,\hat{\mathbf{i}} - mg\,\hat{\mathbf{j}} = 0\,\hat{\mathbf{i}} + 0\,\hat{\mathbf{j}}$$

Igualando por componentes, tenemos:

para x: $T\cos 30° - \mu_k mg = 0$ 4.7

Para y: $T\,\text{sen}\,30° + N - mg = 0$ 4.8

Con la ecuación 4.7 encontramos el coeficiente de rozamiento y con la 4.8 la magnitud de la fuerza normal:

$$\mu_k = \frac{T\cos 30°}{mg} = \frac{8\text{ N}\cos 30°}{4{,}5\text{ kg}\times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}15$$

$$N = mg - T\,\text{sen}\,30° = 4{,}5\text{ kg}\times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 8\text{ N sen }30° = 40{,}1\text{ N}$$

Tercera ley de Newton o ley de la acción-reacción

Si sobre un objeto A actúa una fuerza debida a un objeto B: $\mathbf{F}_{BA}$, sobre el objeto B actuará una fuerza igual en magnitud y en dirección contraria debida al objeto A: $\mathbf{F}_{AB}$. Estas fuerzas no se equilibran mutuamente porque actúan en objetos diferentes.

Esta ley la podemos expresar como:

$$\mathbf{F}_{BA} = -\mathbf{F}_{AB} \qquad 4.9$$

En la figura 4.24 a. la fuerza normal es la que ejerce la superficie sobre la masa m; la fuerza de reacción es la que ejerce la masa m sobre la superficie.

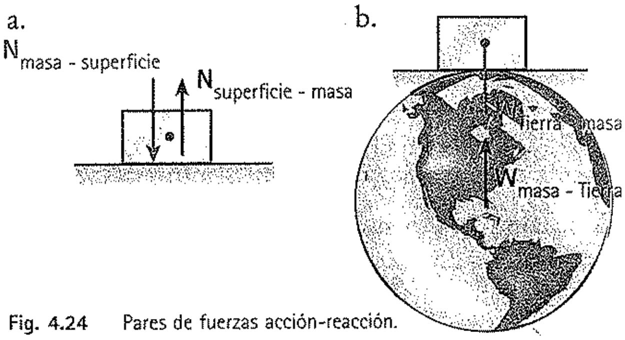


Fig. 4.24 Pares de fuerzas acción-reacción.

En la figura 4.24 b., el peso es la fuerza de acción que ejerce la Tierra sobre la masa *m*; la fuerza de reacción es la que ejerce la masa *m* sobre la Tierra con igual magnitud, pero en dirección contraria.

La tercera ley indica que las fuerzas siempre se presentan por parejas, es decir, si en un objeto actúa una fuerza denominada de *acción*, en otro objeto debe actuar otra fuerza igual en magnitud, pero en dirección contraria, denominada de *reacción*.

Cuando caminamos, nuestro pie hace una fuerza hacia atrás sobre el piso y la fuerza de reacción (el rozamiento) ejerce una fuerza hacia adelante que nos permite avanzar.

Ejemplo

Tomemos la situación de la figura 4.23 e identifiquemos en ella los pares de fuerzas de acción-reacción.

Solución

Acción	Reacción
T cuerda sobre masa	**T'** masa sobre cuerda
N superficie sobre masa	**N'** masa sobre superficie
W Tierra sobre masa	**W'** masa sobre Tierra
$\mathbf{f}_{r\,\text{cinético}}$ superficie sobre masa	$\mathbf{f}'_{r\,\text{cinético}}$ masa sobre superficie

Ejemplo

Dos masas están atadas a una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento, como lo observamos en la figura 4.25 a. Sean $m_1 = 2$ kg; $m_2 = 1$ kg. Si m_2 desciende con rapidez constante:

a. tracemos el diagrama de cuerpo libre para cada masa.

b. Identifiquemos los pares de fuerzas de acción-reacción para cada masa.

c. Encontremos la magnitud de la tensión y el coeficiente de rozamiento cinético μ_k.

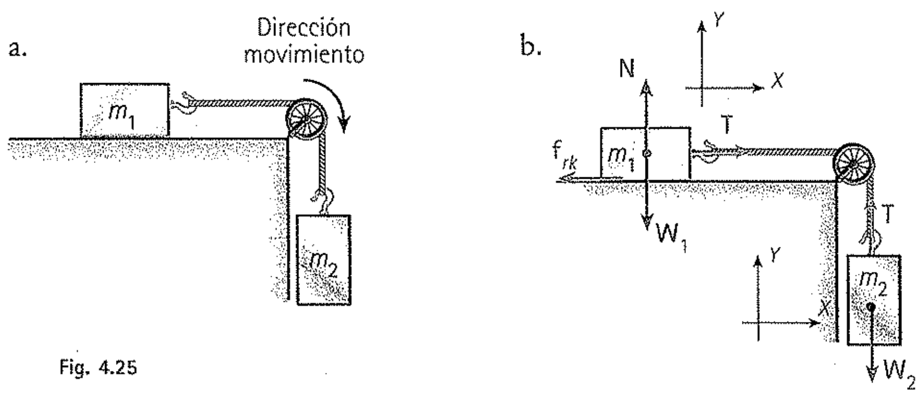


Fig. 4.25

Solución

a. En la figura 4.25 b. observamos el diagrama de cuerpo libre para cada masa.

b. Los pares de fuerzas de acción-reacción para m_1 son:

Acción	Reacción
T cuerda sobre masa	**T'** masa sobre cuerda
N superficie sobre masa	**N'** masa sobre superficie
W Tierra sobre masa	**W'** masa sobre Tierra
$\mathbf{f}_{r\,\text{cinético}}$ superficie sobre masa	$\mathbf{f'}_{r\,\text{cinético}}$ masa sobre superficie

Los pares de fuerzas de acción-reacción para m_2 son:

Acción	Reacción
T cuerda sobre masa	**T'** masa sobre cuerda
W Tierra sobre masa	**W'** masa sobre Tierra

c. De acuerdo con la figura 4.25 b. para m_1, la ecuación de la fuerza neta es:

$$\mathbf{T} + \mathbf{N} + \mathbf{f}_{rk} + \mathbf{w}_1 = \mathbf{0}$$

Remplazando las componentes rectangulares:

$$T\hat{\mathbf{i}} + N\hat{\mathbf{j}} - f_{rk}\hat{\mathbf{i}} - w_1\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes en x y en y.

Recordemos que $f_{rk} = \mu_k N$ y $w = mg$.

Para x: $T - \mu_k N = 0$ 4.10

Para y: $N - m_1 g = 0$ 4.11

En 4.11 despejamos la magnitud de la fuerza normal y la remplazamos en 4.10:

$T - \mu_k m_1 g = 0$ 4.12

Escribimos la ecuación de la fuerza neta para m_2:

$$\mathbf{T} + \mathbf{w}_2 = \mathbf{0}$$

Remplazamos las componentes rectangulares:

$$T\hat{\mathbf{j}} - m_2 g\,\hat{\mathbf{j}} = 0\,\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes en dirección vertical:

$T - m_2 g = 0$ 4.13

Despejamos T de 4.13: $T = m_2 g = 1\text{ kg} \times 9{,}8\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9{,}8\text{ N}$

Despejamos μ_k en 4.12 y remplazamos por los valores numéricos:

$$\mu_k = \frac{T}{m_1 g} = \frac{9{,}8\text{ N}}{2\text{ kg} \times 9{,}8\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}5$$

Ejemplo

Una masa de 2 kg se encuentra suspendida de dos cuerdas, como lo observamos en la figura 4.26 a. Encontremos la magnitud de las tensiones: T_1, T_2 y T_3.

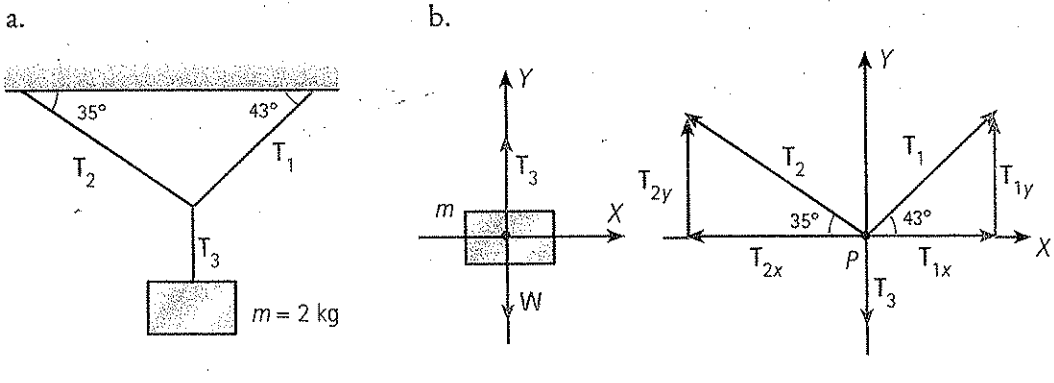


Fig. 4.26

Solución

Trazamos el diagrama de cuerpo libre en la figura 4.26 b. para m: $\mathbf{T}_3 + \mathbf{w} = \mathbf{0}$.

Remplazamos las componentes rectangulares:

$$T_3\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes en dirección vertical:

$$T_3 = mg = 2 \text{ kg} \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 19{,}6 \text{ N} \qquad 4.14$$

Trazamos las fuerzas en P porque en este punto actúan las tres. A este sistema lo llamamos de *fuerzas concurrentes* porque todas actúan sobre el mismo punto.

Adicionamos las fuerzas:

$$\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_3 = \mathbf{0}$$

De acuerdo con nuestro sistema de referencia:

$$T_{1x}\hat{\mathbf{i}} + T_{1y}\hat{\mathbf{j}} - T_{2x}\hat{\mathbf{i}} + T_{2y}\hat{\mathbf{j}} - T_3\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes rectangulares:

para x: $T_1 \cos 43° - T_2 \cos 35° = 0$ 4.15

Para y: $T_1 \text{sen } 43° + T_2 \text{ sen } 35° - T_3 = 0$ 4.16

Despejamos T_1 de 4.15:

$$T_1 = \frac{T_2 \cos 35°}{\cos 43°} \qquad 4.17$$

Remplazamos el valor de T_1 en 4.16:

$$\frac{T_2 \cos 35° \text{ sen } 43°}{\cos 43°} + T_2 \text{ sen } 35° = T_3$$

Finalmente despejamos T_2 y remplazamos a T_3 por el valor que hallamos en 4.14:

$$T_2\left(\frac{\cos 35° \text{ sen } 43°}{\cos 43°} + \text{sen } 35°\right) = T_3 \quad \Rightarrow \qquad \text{factorizando } T_2.$$

$$T_2\left(\cos 35° \frac{\text{sen } 43°}{\cos 43°} + \text{sen } 35°\right) = T_3$$

$$T_2\,(\cos 35° \times \tan 43° + \text{sen } 35°) = T_3 \Rightarrow \qquad \text{definición de tangente.}$$

$$T_2 = \left(\frac{T_3}{\cos 35° \times \tan 43° + \text{sen } 35°}\right) \quad \Rightarrow \qquad \text{despejando } T_2.$$

$$T_2 = \left(\frac{19{,}6 \text{ N}}{0{,}82 \times 0{,}93 + 0{,}57}\right)$$

$$T_2 = 14{,}7 \text{ N}$$

En 4.17 sustituimos a T_2 por su valor para encontrar a T_1:

$$T_1 = \frac{T_2 \cos 35°}{\cos 43°} = \frac{14{,}7 \text{ N} \cos 35°}{\cos 43°} = 16{,}46 \text{ N}$$

Ejemplo

Un sistema de dos masas unidas por una cuerda desciende por un plano inclinado, como vemos en la figura 4.27 a. Sean $m_1 = 3$ kg y $m_2 = 1$ kg. Si m_1 desciende por el plano inclinado con rapidez constante, determinemos:

a. la magnitud de la tensión (T).

b. El coeficiente de rozamiento cinético (μ_k).

Solución

La ecuación de las fuerzas en equilibrio para m_1 es:

$$\mathbf{T} + \mathbf{N} + \mathbf{f}_{rk} + \mathbf{w}_1 = \mathbf{0} \qquad 4.18$$

Según el sistema de referencia de la figura 4.27 b., el peso ($\mathbf{w}$) tiene dos componentes rectangulares. Además, el eje Y es perpendicular a la línea AB (plano inclinado) y la línea sobre la cual se traza el peso es perpendicular a la línea AC, por tanto, el ángulo θ es igual al que forma el peso con el eje vertical Y negativo.

Vemos que:

$\text{sen } \theta = \dfrac{w_{1x}}{w_1} = \dfrac{w_{1x}}{m_1 g}$. Despejando la componente horizontal del peso para m_1: $w_{1x} = m_1 g \text{ sen } \theta$.

$\cos \theta = \dfrac{w_{1y}}{w_1} = \dfrac{w_{1y}}{m_1 g}$. Despejando la componente vertical del peso para m_1: $w_{1y} = m_1 g \cos \theta$.

Retomemos en la ecuación 4.18:

$$\mathbf{T} + \mathbf{f}_{rk} + \mathbf{w}_1 + \mathbf{N} = \mathbf{0}$$

De acuerdo con nuestro sistema de referencia:

$$T\hat{\mathbf{i}} + f_{rk}\,\hat{\mathbf{i}} - w_{1x}\,\hat{\mathbf{i}} - w_{1y}\,\hat{\mathbf{j}} + N\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes rectangulares:

para x: $T + f_{rk} - w_{1x} = 0$

Sustituimos la fuerza de rozamiento cinética y la componente en x del peso:

$$T + \mu_k N - m_1 g \operatorname{sen}\theta = 0 \qquad 4.19$$

Para y: $N - w_{1y} = 0$

Sustituimos la componente vertical del peso:

$$N = m_1 g \cos\theta \qquad 4.20$$

Remplazamos 4.20 en 4.19:

$$T + \mu_k m_1 g \cos\theta - m_1 g \operatorname{sen}\theta = 0 \qquad 4.21$$

Ecuación en la cual tenemos dos incógnitas: la tensión y el coeficiente de rozamiento cinético.

La ecuación de fuerzas en equilibrio para m_2 es:

$$\mathbf{T} - \mathbf{w}_2 = \mathbf{0}$$

Tomando las componentes rectangulares: $T\hat{\mathbf{j}} - w\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{j}}$, igualamos las componentes verticales:

$$T - m_2 g = 0 \qquad 4.22$$

De 4.22 despejamos T y encontramos el valor de la tensión: $T = m_2 g = 1\ \text{kg} \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9{,}8\ \text{N}$

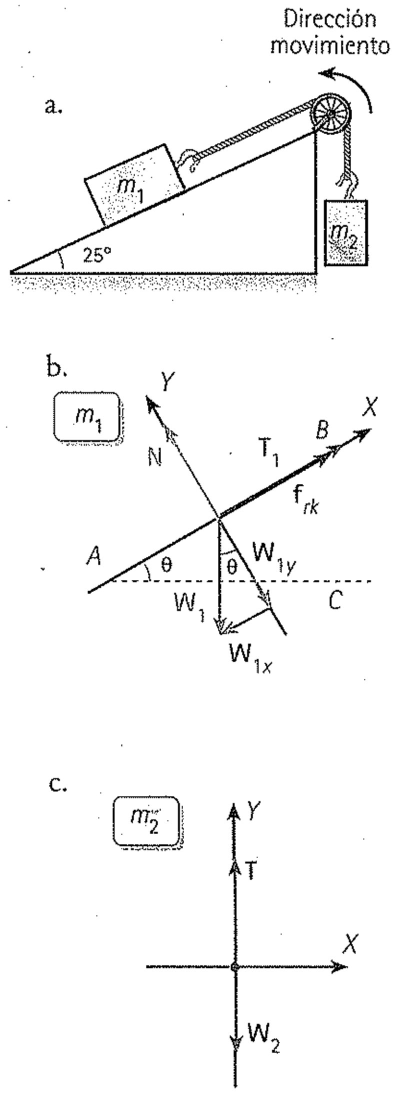


Fig. 4.27

El coeficiente de rozamiento cinético lo encontramos al despejar en 4.21:

$$\mu_k = \frac{m_1 g \operatorname{sen}\theta - T}{m_1 g \cos\theta} = \frac{3\ \text{kg} \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \operatorname{sen} 25° - 9{,}8\ \text{N}}{3\ \text{kg} \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos 25°} = 0{,}09$$

Ejemplo

Un resorte se suspende del punto O y en su extremo libre se ubica una masa de 20 kg, como muestra la figura 4.28. Si el resorte se estira 15 cm,

a. encontremos la constante de elasticidad k.

b. Respecto a la masa suspendida y al resorte, identifiquemos los pares de fuerzas de acción-reacción.

Solución

a. De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre sobre la masa de la figura 4.28 b., tenemos:

$$\mathbf{F}_{\text{resorte}} - \mathbf{w} = \mathbf{0}$$

De acuerdo con el sistema de referencia:

$$F_{\text{resorte}}\,\hat{\mathbf{j}} - mg\,\hat{\mathbf{j}} = 0\,\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes:

$$k\Delta y - mg = 0$$

Despejamos k:

$$k = \frac{mg}{\Delta y} = \frac{20\text{ kg} \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}15\text{ m}} = 1306{,}66\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

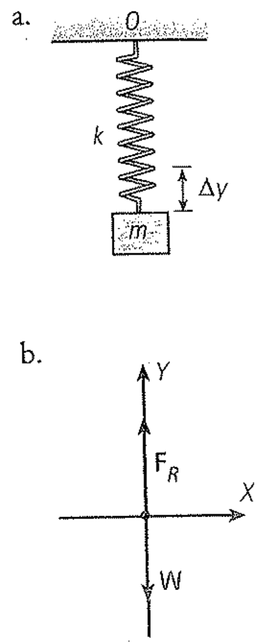


Fig. 4.28

b. Con relación a la masa m, los pares de fuerzas son:

Acción	Reacción
$\mathbf{F}$ resorte sobre masa	$\mathbf{F}'$ masa sobre resorte
$\mathbf{W}$ Tierra sobre masa	$\mathbf{W}'$ masa sobre Tierra

Con relación al resorte, los pares de fuerzas son:

Acción	Reacción
$\mathbf{F}$ masa sobre resorte	$\mathbf{F}'$ resorte sobre masa
$\mathbf{W}$ Tierra sobre resorte	$\mathbf{W}'$ resorte sobre Tierra

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. Para que un objeto se mueva con velocidad instantánea constante en magnitud y dirección, ¿es necesario aplicarle una fuerza externa? Argumenta tu respuesta.

2. El peso, ¿es una fuerza de contacto? Razona tu respuesta.

3. ¿La unidad del coeficiente de rozamiento cinético es el N? Razona tu respuesta.

4. ¿Qué significa que las leyes de Newton son válidas para sistemas de referencia inerciales? Compara tu respuesta.

5. Un joven le da un puñetazo a una pared. Si la fuerza de acción es la que ejerce la mano sobre la pared, ¿cuál es la fuerza de reacción? Explica tu respuesta.

6. En la situación de la figura 4.29, encuentra:

a. $\mathbf{T}_1$; $\mathbf{T}_2$; $\mathbf{T}_3$

b. Respecto a la masa de papá-hijo, determina los pares de fuerzas de acción-reacción.

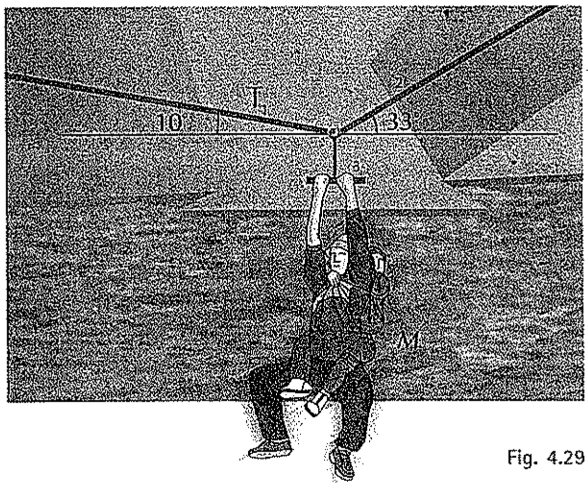


Fig. 4.29

7. En la situación de la figura 4.30 halla:

a. $\mathbf{T}_1$; $\mathbf{T}_2$; $\mathbf{T}_3$

b. Respecto a la masa suspendida, determina los pares de fuerzas de acción- reacción.

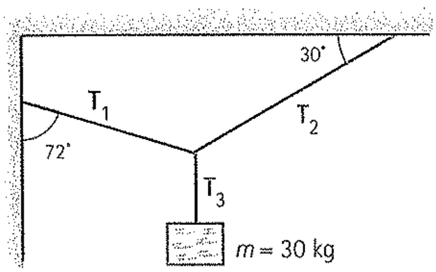


Fig. 4.30

8. En el sistema que se ve en la figura 4.31: $\mu_e = 0{,}1$; $m = m_1 + m_2 = 2$ kg.

a. Calcula el valor de $\mathbf{F}$, tal que el sistema se encuentre en reposo.

b. Identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

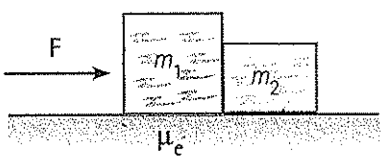


Fig. 4.31

9. El sistema mostrado en la figura 4.32 se mueve con rapidez constante; $m_1 = 5$ kg y $m_2 = m_3 = 3$ kg. Si se aplica $F = 10$ N en dirección horizontal:

a. dibuja los diagramas de cuerpo libre para m_1 y m_2.

b. Encuentra la fuerza de rozamiento entre las masas y las superficies.

c. Halla el coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies y las masas.

d. Respecto a m_1 y m_2, identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

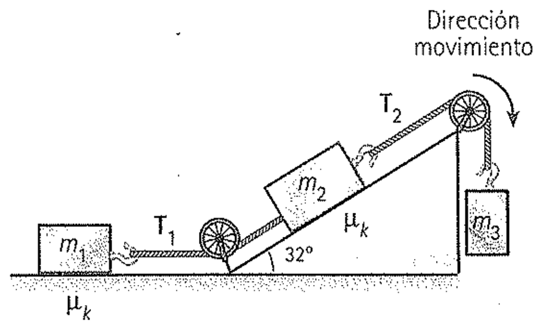


Fig. 4.32

10. El sistema masa-resorte de la figura 4.33 tiene una masa m de 4,5 kg, una constante de elasticidad del resorte $k = 2500$ N / m y la superficie sobre la cual se ubica la masa es lisa.

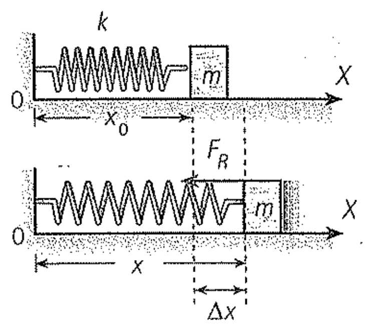


Fig. 4.33

a. Encuentra el desplazamiento del resorte si la fuerza aplicada sobre la masa es $\mathbf{F} = 18\ \mathrm{N}\hat{\mathbf{i}}$.

b. Identifica los pares de fuerzas de acción-reacción respecto a la masa y al resorte.

Describe situaciones utilizando la primera ley de Newton y pares de fuerzas.
Analiza y relaciona variables en diversas situaciones.
Resuelve problemas relacionados con la primera y tercera leyes de Newton.
Participa activamente en la resolución de problemas.

Fuerzas no equilibradas

TEMA 3

Aplica la segunda ley de Newton para analizar situaciones en las cuales la fuerza neta no está equilibrada.

Hasta el momento hemos estudiado dos de las tres leyes de Newton; la de la inercia y la de la acción-reacción. Como recordaremos, estas leyes son válidas para partículas o cuerpos puntuales que se encuentran en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme respecto a un sistema de referencia inercial.

La primera ley de Newton es la explicación e interpretación de situaciones físicas en las cuales un objeto puntual se mueve con movimiento rectilíneo uniforme o se encuentra en reposo, lo que indica que el objeto está sometido a fuerzas equilibradas y, por tanto, la fuerza resultante que actúa sobre él es nula.

A continuación estudiaremos la segunda ley de Newton, la cual se aplica a sistemas cuyas fuerzas no están equilibradas, es decir, la fuerza neta que actúa sobre el objeto es diferente de cero. En la figura 4.34 vemos un cohete despegando de la Tierra; para lograr esta maniobra es necesario que la fuerza sobre el cohete supere la fuerza de gravedad.

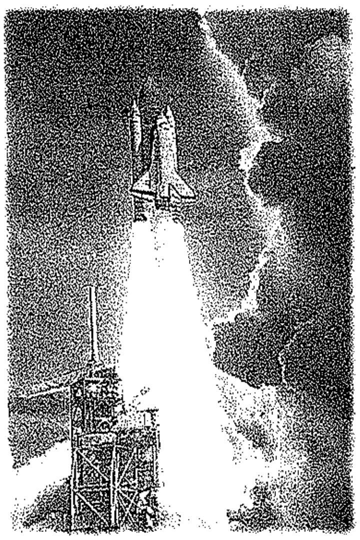


Fig. 4.34 ¿Cuál debe ser la dirección de la fuerza neta para que el cohete logre despegar?

Segunda ley de Newton

Supongamos que tenemos un bloque de madera sobre una superficie lisa, como el de la figura 4.35. Si le aplicamos una fuerza horizontal **F** constante, el bloque sale de su estado de reposo y su velocidad aumenta uniformemente, de manera que se mueve con aceleración constante **a**, en la misma dirección de la fuerza externa aplicada, es decir, horizontalmente.

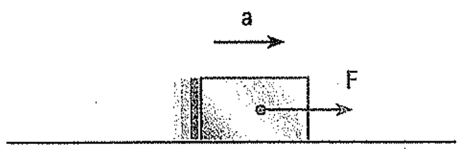


Fig. 4.35 Relación entre la aceleración, la fuerza aplicada y la masa de un bloque.

Si ahora le aplicamos una fuerza equivalente al doble de la anterior, notaremos que la aceleración del bloque se hace dos veces mayor. Entonces, podemos afirmar que la aceleración que adquiere un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta aplicada sobre él.

Ahora, si duplicamos la masa del bloque, notamos que la aceleración se reduce a la mitad, lo que significa que es inversamente proporcional a la masa del objeto.

Por tanto, concluimos que:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_{neta}}{m}$$

Logros: aplicar la segunda ley de Newton en la solución de problemas e identificar cuándo un cuerpo se encuentra en equilibrio o cuándo no.

Si despejamos la fuerza neta obtenemos:

$$\mathbf{F}_{neta} = m\mathbf{a} \qquad 4.23$$

La expresión matemática anterior resume en una ecuación la segunda ley de Newton, la cual puede enunciarse así:

la fuerza neta o resultante sobre un objeto es igual al producto de la masa del objeto por su aceleración.

Ejemplo

Un objeto de 5 kg tiene una aceleración $\mathbf{a} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ \hat{\mathbf{i}}$; calculemos la fuerza resultante que actúa sobre él, en dinas.

Solución

Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Entonces: $\mathbf{F} = 5\text{ kg} \times 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ \hat{\mathbf{i}} = 15\text{ N}\ \hat{\mathbf{i}} = 15 \times 10^5\text{ dinas}\ \hat{\mathbf{i}}$

Relación entre masa y peso

Como ya lo vimos, el peso se define como la fuerza con la cual la Tierra atrae a los objetos que se encuentran cerca de su superficie; la magnitud de esta fuerza se expresa como:

$$w = mg \qquad 4.24$$

donde m es la masa del objeto y g es la aceleración de la gravedad. Si comparamos la ecuación anterior con la de la segunda ley de Newton, vemos que el peso es una aplicación de esta ley, pues el peso es directamente proporcional a la masa del objeto.

Masa inercial y masa gravitacional

Para determinar la masa de un objeto podemos utilizar dos vías: una es medir con un dinamómetro el peso del objeto y despejar en la ecuación:

$$w = mg$$

Luego: $m = \dfrac{w}{g}$ $\qquad$ 4.25

La masa determinada por este proceso se denomina **gravitacional**.

La otra vía es aplicar la segunda ley de Newton, es decir, si conocemos la fuerza neta y la aceleración

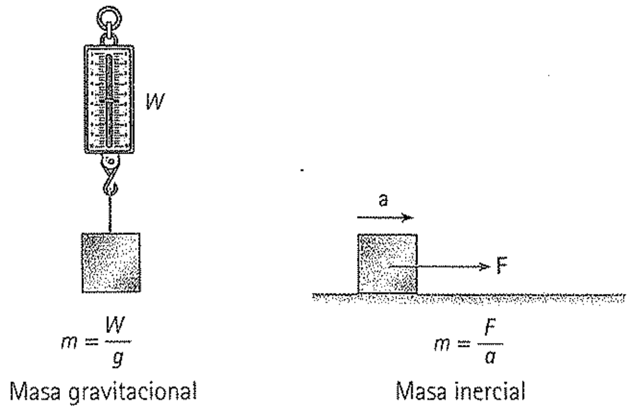


Fig. 4.36 Masa gravitacional y masa inercial.

que adquiere el cuerpo cuando actúa la fuerza, así:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Luego: $m = \dfrac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}}$

Este procedimiento podemos llevarlo a cabo en ausencia de la gravedad, es decir, alejándonos de la superficie terrestre. Cuando obtenemos la masa de un cuerpo utilizando este proceso, la masa recibe el nombre de **inercial**.

Estrategias para resolver problemas sobre las leyes de Newton

1. Realizamos un bosquejo sencillo y claro de la situación planteada en el problema.
2. Trazamos un diagrama de cuerpo libre para cada objeto como si fuera aislado. Para situaciones que contienen más de un cuerpo trazamos las fuerzas que actúan sobre cada uno, de manera independiente sin incluir las fuerzas que el cuerpo ejerce sobre sus alrededores.
3. Encontramos las componentes rectangulares de las fuerzas a lo largo de cada eje.
4. Aplicamos las condiciones de equilibrio: $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$ o las condiciones de no equilibrio: $\Sigma \mathbf{F} \neq \mathbf{0}$, según la situación planteada en el problema.
5. Resolvemos las ecuaciones correspondientes y verificamos el o los resultados obtenidos.

Ejemplo

Un pocillo se coloca sobre la superficie de un plano inclinado sin fricción, en un ángulo de 30°, como lo vemos en la figura 4.37.

a. Encontremos la aceleración del pocillo.

b. ¿Qué valor tiene la magnitud de la velocidad instantánea final del pocillo si éste parte del reposo y la longitud del plano es 1 m?

c. Identifiquemos los pares de fuerzas de acción-reacción sobre el pocillo.

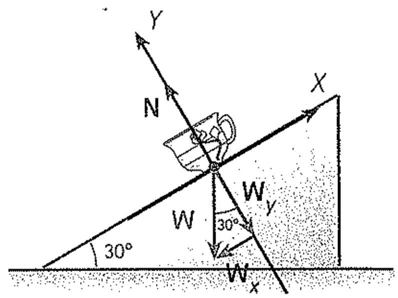


Fig. 4.37

Solución

a. En la figura 4.37 ilustramos el diagrama de cuerpo libre del pocillo.

Aplicamos la segunda ley de Newton así:

$$\mathbf{N} + \mathbf{w} = m\mathbf{a}$$

De acuerdo con el sistema de referencia:

$$N\hat{\mathbf{j}} - w_x\hat{\mathbf{i}} - w_y\hat{\mathbf{j}} = -ma\hat{\mathbf{i}} + 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos por componentes y tenemos en cuenta las componentes rectangulares del peso:

$$N - mg\cos 30° = 0$$

$$mg \operatorname{sen} 30° = ma$$

En esta última ecuación simplificamos la masa y encontramos la aceleración: $a = g \operatorname{sen} 30° = 4{,}9\ \mathrm{m/s^2}$ (asumimos $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$).

b. Como el movimiento del pocillo es uniformemente acelerado, la magnitud de su velocidad instantánea en la base del plano la evaluamos a partir de:

$$v_x^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Remplazamos los valores conocidos (la velocidad inicial es igual a cero):

$$v_x = \sqrt{\left(2 \times 4{,}9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times 1\ \mathrm{m}\right)} = 3{,}13\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c.

Acción	Reacción
N superficie sobre pocillo	**N'** pocillo sobre superficie
W Tierra sobre pocillo	**W** pocillo sobre Tierra

Ejemplo

Para el sistema de la figura 4.38: $m_1 = 7$ kg; $m_2 = 3$ kg; $\theta = 40°$; $\mu_k = 0{,}1$.

a. Encontremos el valor de la magnitud de la aceleración de las masas y la magnitud de la tensión.

b. Respecto a m_1, identifiquemos los pares de fuerzas de acción-reacción.

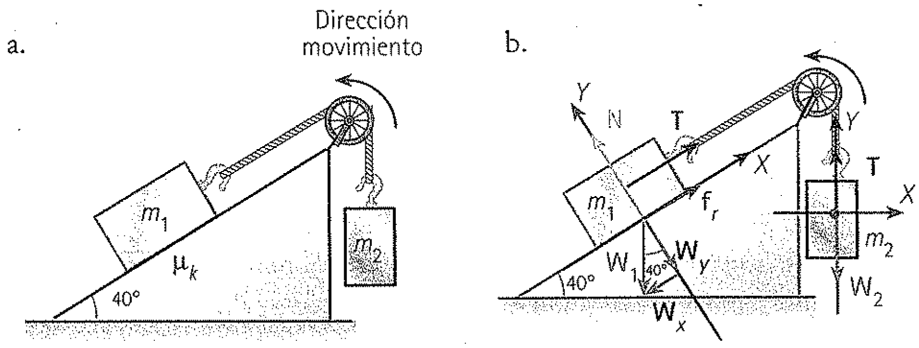


Fig. 4.38

Solución

a. El diagrama de cuerpo libre para cada una de las masas lo podemos ver en la figura 4.38 b.

Las ecuaciones vectoriales de movimiento son:

para m_1:

$$\mathbf{T} + \mathbf{f}_r + \mathbf{w}_1 + \mathbf{N} = m_1\mathbf{a}$$

Recordemos que $f_r = \mu N$, por tanto:

$$T\hat{\mathbf{i}} + \mu_k N\hat{\mathbf{i}} - m_1 g \operatorname{sen}\theta\hat{\mathbf{i}} - m_1 g \cos\theta\hat{\mathbf{j}} + N\hat{\mathbf{j}} = -m_1 a\hat{\mathbf{i}}$$

Igualamos las componentes en dirección horizontal y vertical:

para x: $T + \mu_k N - m_1 g \operatorname{sen}\theta = -m_1 a$ 4.26

Para y: $-m_1 g \cos\theta + N = 0$ 4.27

De 4.27 despejamos la magnitud de la fuerza normal y la remplazamos en 4.26

$T + \mu_k m_1 g \cos\theta - m_1 g \operatorname{sen}\theta = -m_1 a$ 4.28

En 4.28 tenemos dos incógnitas: la magnitud de la tensión y la de la aceleración.

Para m_2 tenemos:

$$\mathbf{T} + \mathbf{w}_2 = m_2 \mathbf{a}$$

Con relación al sistema de referencia:

para y: $T\hat{\mathbf{j}} - m_2 g\hat{\mathbf{j}} = m_2 a\hat{\mathbf{j}}$

Igualamos por componentes:

$$T - m_2 g = m_2 a \qquad 4.29$$

De la expresión 4.28 sustraemos 4.29, para encontrar la aceleración:

$$(T + \mu_k m_1 g \cos\theta - m_1 g \operatorname{sen}\theta) - (T - m_2 g) = (-m_1 a) - (m_2 a)$$

$$\mu_k m_1 g \cos\theta - m_1 g \operatorname{sen}\theta + m_2 g = -(m_1 + m_2)\, a$$

Ahora despejamos a:

$$a = \frac{g\,[m_1(\mu_k \cos\theta - \operatorname{sen}\theta) + m_2]}{-(m_1 + m_2)}$$

Remplazamos las expresiones por sus valores numéricos:

$$a = \frac{9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}[7\text{ kg}\,(0{,}1\cos 40° - \operatorname{sen} 40°) + 3\text{ kg}]}{-10\text{ kg}} = 0{,}94\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De 4.29 despejamos la magnitud de la tensión y determinamos su valor:

$$T = m_2(a + g) = 3\text{ kg}\left(0{,}94\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 32{,}22\text{ N}$$

b.

Acción	Reacción
T cuerda sobre masa	**T'** masa sobre cuerda
N superficie sobre masa	**N'** masa sobre superficie
W Tierra sobre masa	**W'** masa sobre Tierra
$\mathbf{f}_{r\,\text{cinético}}$ superficie sobre masa	$\mathbf{f}'_{r\,\text{cinético}}$ masa sobre superficie

1. De acuerdo con la segunda ley de Newton, si un objeto se mueve con el vector aceleración diferente de cero, ¿podemos afirmar que la fuerza resultante sobre el objeto es igual a cero? Razona tu respuesta.

2. Sobre un objeto actúa una única fuerza $\mathbf{F}$ = constante $\hat{\mathbf{i}}$. ¿Cómo debe ser el gráfico de posición como función del tiempo para el objeto si éste parte del origen y del reposo ($\mathbf{v}_0 = 0\hat{\mathbf{i}}$)?

3. Sobre un objeto actúa una fuerza constante en magnitud y dirección; ¿podemos afirmar que el vector velocidad instantánea se mantiene constante?

4. De acuerdo con la segunda ley de Newton, ¿las dimensiones del vector fuerza deben ser: $[F] = \left[M \frac{L}{T^2}\right]$? Razona tu respuesta.

5. En el sistema de la figura 4.39: $m_1 = 3$ kg y $m_2 = 5$ kg; encuentra:
   - **a.** la magnitud de la aceleración y la de la tensión.
   - **b.** Respecto a m_2, identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

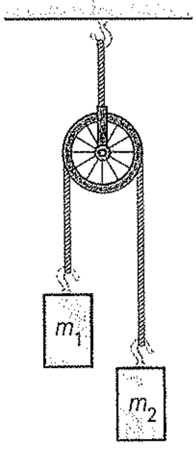


Fig. 4.39

6. En el sistema de la figura 4.40: $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 5$ kg, $\alpha = 30°$, $\beta = 35°$ y las superficies son ásperas y del mismo material con $\mu_k = 0{,}15$.
   - **a.** Traza los diagramas de cuerpo libre para cada masa.
   - **b.** Encuentra la magnitud de la aceleración de las masas y la tensión.
   - **c.** Expresa con notación vectorial las respuestas anteriores.
   - **d.** Si el sistema parte del reposo en el origen, traza de manera intuitiva la gráfica de posición como función del tiempo para m_1.
   - **e.** Determina qué valor tiene la velocidad instantánea en magnitud para $t = 8$ s.

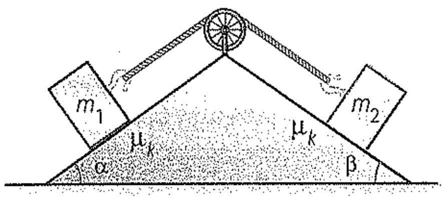


Fig. 4.40

7. Para el sistema mostrado en la figura 4.41: $\mathbf{F} = 30$ N$\hat{\mathbf{i}}$; $m_1 = 6$ kg, $m_2 = 12$ kg y la superficie donde se encuentran las masas es lisa.
   - **a.** Traza los diagramas de cuerpo libre para cada masa.
   - **c.** Encuentra la magnitud de la aceleración de m_1 y m_2.
   - **d.** Encuentra la aceleración del sistema si consideras las dos masas como una sola.
   - **e.** Con relación a m_1, halla los pares de fuerzas de acción-reacción.
   - **f.** Con relación a m_2, identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

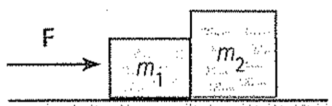


Fig. 4.41

Aplica las leyes de Newton en la descripción del movimiento de un objeto.
Establece relaciones entre las variables mediante las leyes de Newton.
Interpreta situaciones mediante las leyes de Newton.
Participa activamente en la resolución de problemas.

Dinámica del movimiento circular

TEMA 4

Aplica la segunda ley de Newton al movimiento circular que describe un cuerpo y explica el movimiento de los cuerpos celestes a partir de la ley de la gravitación universal y de las leyes de Kepler.

Cuando un objeto realiza un movimiento con rapidez constante que describe una trayectoria circular, decimos que el objeto efectúa un *movimiento circular uniforme*.

En temas anteriores vimos que la velocidad lineal de un movimiento circular no es constante, ya que cambia de dirección en cada punto de la trayectoria. Como consecuencia de esto se genera una aceleración dirigida hacia el centro del círculo llamada *aceleración centrípeta* (a_c).

Son ejemplos de este movimiento: el que realiza la hélice de un helicóptero para poder volar o el que describe el conjunto de una piedra atada a una cuerda cuando se hace girar, entre otros.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, un cuerpo que presenta aceleración necesariamente está bajo la acción de una fuerza neta. Por tanto, en el movimiento circular uniforme existe una fuerza neta denominada *fuerza centrípeta* $(\mathbf{F}_c)$, por la cual ocurre la aceleración centrípeta.

Por la segunda ley de Newton, la fuerza centrípeta puede expresarse como:

$$\mathbf{F}_c = m\mathbf{a}_c$$

En la figura 4.43, observamos los vectores fuerza y aceleración centrípeta. Cuando el objeto está en el punto P, sus respectivas direcciones son negativas y, además, coinciden.

Por consiguiente:

$$\mathbf{F}_c = m\mathbf{a}_c$$

De acuerdo con la ecuación 3.38:

$$\mathbf{a}_c = \frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{j}} \qquad 4.30$$

Luego:

$$\mathbf{F}_c = m \cdot \frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{j}}$$

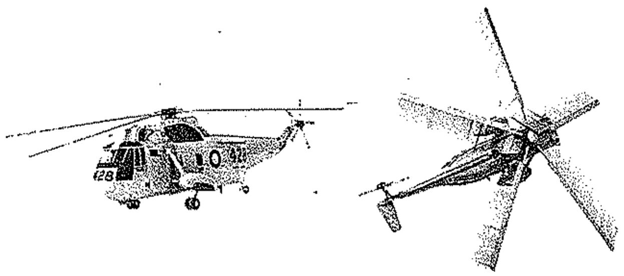


Fig. 4.42 El movimiento que realiza la hélice es un movimiento circular uniforme.

La magnitud de la fuerza centrípeta podemos expresarla como:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \qquad 4.31$$

donde m es la masa del cuerpo, v la rapidez del mismo y r el radio de la circunferencia. La fuerza centrípeta no es una clase de fuerza nueva, es simplemente una consecuencia de la segunda ley de Newton, es decir, la fuerza centrípeta es la fuerza neta que tiene un cuerpo cuando en su trayectoria lleva un movimiento circular uniforme. Convencionalmente esta fuerza no se traza por ser una fuerza neta, pero en la figura 4.43 la representamos para ver que ésta tiene dirección radial.

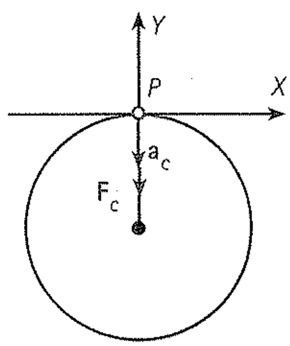


Fig. 4.43 Vector fuerza centrípeta.

Logros: explicar situaciones en las cuales se aplica la dinámica del movimiento circular. Utilizar la ley de la gravitación universal y aplicar las leyes de Kepler para describir e interpretar el movimiento de los cuerpos celestes.

Ejemplo

Un joven de décimo grado ata un aro de 10 g al extremo de una cuerda de 52 cm de longitud; supón despreciable la masa de la cuerda comparada con la del aro. El joven hace girar el conjunto con rapidez constante de 653,5 cm/s, en un círculo vertical, como se ilustra en la figura 4.44. Averigüemos qué valor tiene la tensión sobre el aro cuando éste pasa:

a. por el punto A. b. Por el punto B.

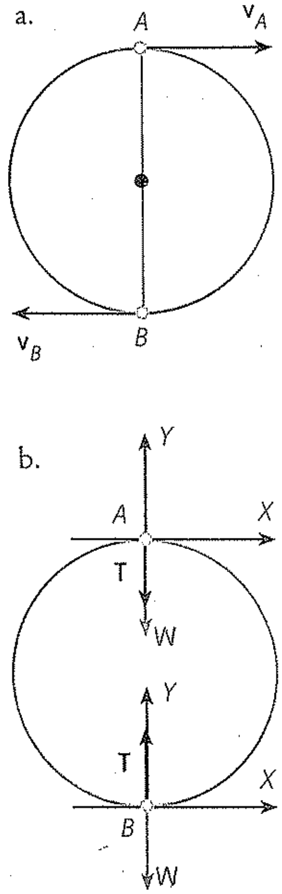


Fig. 4.44

Solución

a. En la figura 4.44 b. vemos el diagrama de cuerpo libre para los puntos A y B. De la segunda ley de Newton obtenemos:

$$\mathbf{T}_A + \mathbf{w} = m\mathbf{a}_c \tag{4.32}$$

El eje vertical coincide con la dirección radial, de acuerdo con el sistema de referencia:

$$-T_A\,\hat{\mathbf{j}} - mg\,\hat{\mathbf{j}} = -m\frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes verticales:

$$-T_A - mg = -m\frac{v^2}{r}$$

Despejamos la magnitud de la tensión y tenemos en cuenta que el radio coincide con la longitud de la cuerda:

$$T_A = m\frac{v^2}{r} - mg = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$

$$= 10\ \text{g}\left[\frac{\left(653{,}5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2}{52\ \text{cm}} - 980\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right] = 72\ 327{,}\ 35\ \text{dinas}$$

b. En la misma figura, observemos el diagrama de cuerpo libre en el punto B.

La ecuación vectorial de acuerdo con el sistema de referencia:

$$\mathbf{T}_B - \mathbf{w} = m\mathbf{a}_c,\ \text{luego:}\ \mathbf{T}_B\,\hat{\mathbf{j}} - mg\,\hat{\mathbf{j}} = m\frac{v^2\,\hat{\mathbf{j}}}{r}$$

Igualando componentes verticales y despejando la tensión, tenemos:

$$T_B = mg + m\frac{v^2}{r} = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right)$$

$$= 10\ \text{g}\left[980\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} + \frac{\left(653{,}5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2}{52\ \text{cm}}\right] = 91\ 927{,}35\ \text{dinas}$$

De acuerdo con los resultados, concluimos que la magnitud de la tensión es mayor en la parte inferior, o sea, en el punto B.

Ejemplo

Mónica, una estudiante de décimo grado, hace girar una piedra de 200 g en un círculo horizontal, como vemos en la figura 4.45. La piedra se mueve con vector velocidad instantánea constante en magnitud. La cuerda tiene 1 metro de longitud y forma un ángulo de 15° con la vertical.

a. ¿Qué valores tienen la magnitud de la tensión y la del vector velocidad instantánea?

b. Identifiquemos los pares de fuerzas de acción-reacción respecto a la piedra.

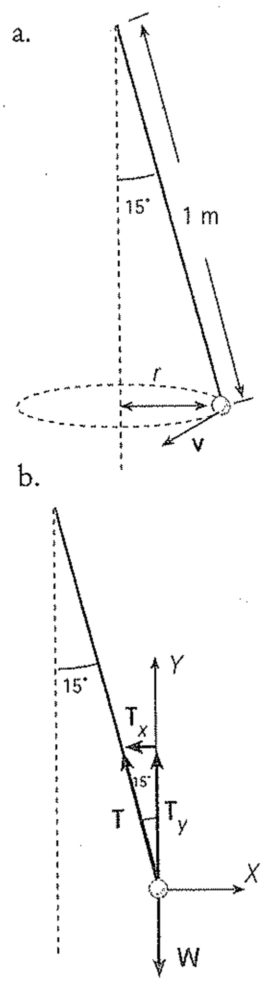


Fig. 4.45

Solución

a. En el diagrama de cuerpo libre de la figura 4.45 b.:

$$\mathbf{T} + \mathbf{w} = m\mathbf{a}_c$$

De acuerdo con el sistema de referencia:

$$T\cos 15°\,\hat{\mathbf{j}} - T\,\mathrm{sen}\,15°\,\hat{\mathbf{i}} - mg\,\hat{\mathbf{j}} = -m\frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{i}}$$

Igualando componentes en dirección horizontal y vertical:

$$x:\ -T\,\mathrm{sen}\,15° = -m\frac{v^2}{r} \qquad 4.33$$

$$y:\ T\cos 15° - mg = 0 \qquad 4.34$$

El valor de la magnitud de la tensión lo despejamos de 4.34:

$$T = \frac{mg}{\cos 15°} = \frac{200\ \mathrm{g} \times 980\ \dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}}{0{,}96} = 204{,}16 \times 10^3\ \text{dinas}$$

La magnitud de la velocidad lineal la despejamos de 4.33:

$$v = \sqrt{\frac{rT\,\mathrm{sen}\,15°}{m}}$$

Como no conocemos el radio r en el triángulo de longitudes (figura 4.45 a.), tenemos: $\mathrm{sen}\,15° = \frac{r}{l}$, donde l es la longitud de la cuerda. Luego: $r = l\,\mathrm{sen}\,15°$.

Remplazamos por los valores numéricos:

$$r = 1\ \mathrm{m} \times \mathrm{sen}\,15° = 0{,}26\ \mathrm{m}$$

Entonces el valor de la rapidez es:

$$v = \sqrt{\frac{26\ \mathrm{cm} \times 204{,}16 \times 10^3\ \text{dinas} \times \mathrm{sen}\,15°}{200\ \mathrm{g}}} = 82{,}88\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

b.

Acción	Reacción
$\mathbf{T}$ cuerda sobre piedra	$\mathbf{T}'$ piedra sobre cuerda
$\mathbf{W}$ Tierra sobre piedra	$\mathbf{W}'$ piedra sobre Tierra

Ejemplo

El carro de la montaña rusa de la figura 4.46 a. tiene una masa m; si al pasar por el punto A su velocidad angular es ω, determinemos:

a. la magnitud de la fuerza que ejerce la vía férrea sobre el carro.

b. Si en A el radio de la curva es R, ¿cuál es la fuerza de reacción a la normal?

Solución

Con relación al diagrama de cuerpo libre, en la figura 4.46 b.:

$$\mathbf{N} + \mathbf{w} = m\mathbf{a}_c$$

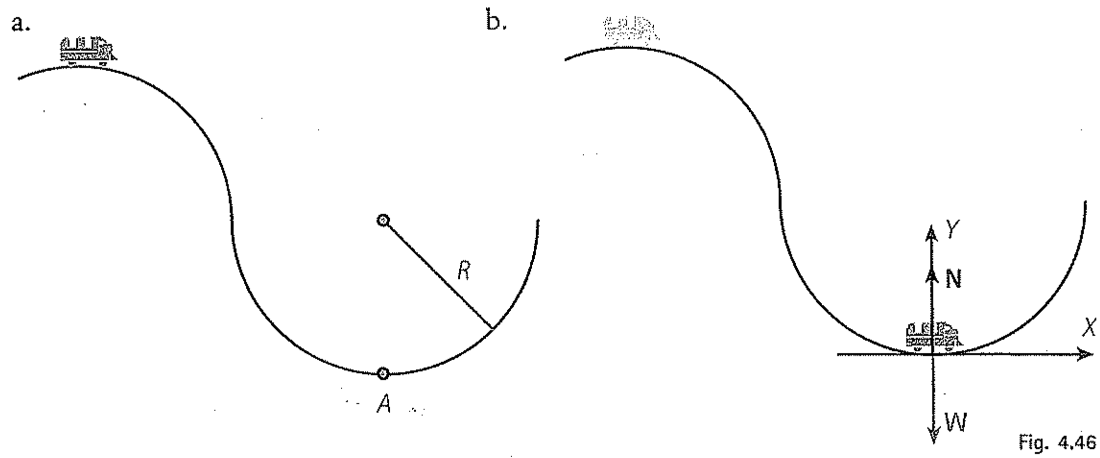


Fig. 4.46

a. Si tenemos en cuenta el sistema de referencia:

$$N\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = m\frac{v^2}{R}\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos la componente vertical:

$$N - mg = m\frac{v^2}{R}$$

Despejamos la magnitud de la fuerza normal:

$$N = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right)$$

Como sabemos que $v = \omega r$, y para este caso $r = R$, remplazamos y finalmente nos queda:

$$N = m(g + \omega^2 R)$$

b. La reacción a la fuerza normal es una fuerza N' que ejerce el carro sobre la vía férrea.

La fuerza centrífuga, una fuerza ficticia

Cuando en los parques de diversiones disfrutamos de algunas atracciones mecánicas que giran muy rápidamente, como la licuadora, el carrusel o los aviones voladores, experimentamos una fuerza que hala de nosotros hacia afuera. Esta fuerza recibe el nombre de *centrífuga*. Sin embargo, tal fuerza no existe; lo que sucede, en la realidad, es sólo el resultado de nuestra resistencia al cambio de movimiento que actúa para forzarnos a tomar el giro y mantenernos rotando. Es decir, la verdadera fuerza que interviene sobre nosotros es una dirigida hacia el centro de rotación, conocida como **centrípeta**.

Otro ejemplo que nos ilustra la situación es cuando tomamos con nuestra mano un extremo de una cuerda y en el otro extremo de la misma suspendemos un cuerpo. Si lo hacemos girar percibimos que si aumentamos la velocidad, debemos sostenter la cuerda con más fuerza para que no se nos suelte. Si en un momento dado soltamos la cuerda, el cuerpo saldrá disparado y describirá una trayectoria rectilínea y tangencial a la trayectoria que seguía, en dirección a la velocidad al momento de soltarlo, y no hacia afuera en dirección radial. La fuerza que mantiene la cuerda en tensión y que se siente como un tirón en la mano es *ficticia*, porque en realidad la cuerda ejerce sobre el cuerpo una fuerza que lo hala hacia el centro de giro o rotación. Generalmente, esa fuerza ficticia recibe el nombre de **centrífuga**.

Recordemos que las leyes de Newton sólo son válidas para sistemas de referencia inerciales. Sin embargo, es posible su aplicación en sistemas de referencia acelerados si introducimos fuerzas ficticias o seudofuerzas que dependan de la aceleración del sistema de referencia. Estas no son producidas por ningún agente, simplemente se introducen para que la ecuación $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ sea válida cuando la aceleración $\mathbf{a}$ se mida respecto a un sistema de referencia no inercial.

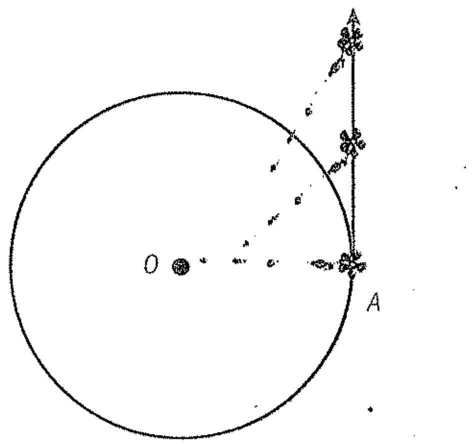


Fig. 4.47 La fuerza centrífuga es una fuerza ficticia, debido al sistema de referencia no inercial.

Ley de la gravitación universal

En 1687 Newton propuso un resultado fundamental en física, al asumir que el Sol ejerce una fuerza sobre cada uno de los planetas, lo que le permite a estos mantener su trayectoria alrededor de esta estrella.

Esta fuerza no sólo ocurre entre planetas, sino que siempre está presente entre dos objetos cuya masa sea diferente de cero.

Dicho resultado, conocido como *ley de la gravitación universal*, establece:

la fuerza entre dos objetos de masas m_1 y m_2 es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

En la figura 4.48 visualizamos esta ley para cuerpos puntuales. Matemáticamente se expresa como una ecuación vectorial así:

$$\mathbf{F}_{12} = -G\,\frac{m_1\, m_2}{r_{12}^2}\,\hat{\mathbf{i}} \qquad 4.35\ \text{a.}$$

donde G es la *constante de gravitación universal*, cuyo valor es:

$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

y r_{12} es la magnitud del vector dirigido de m_1 a m_2.

La magnitud de la fuerza gravitacional (F_g) que ejerce la masa m_1 sobre la masa m_2 a una distancia r es:

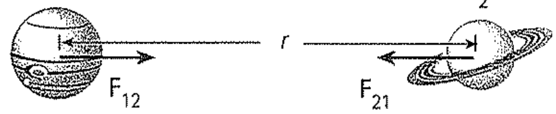


Fig. 4.48 La ley de la gravitación universal.

$$F_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \qquad 4.35\ \text{b.}$$

Si en la ecuación 4.35 a. igualamos m_1 con la masa de la Tierra (m_T) y m_2 con la masa (m) de un objeto cercano a su superficie, obtenemos:

$$\mathbf{F} = -G\frac{m_T\ m}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{j}} = -\left(\frac{G m_T}{r_{12}^2}\right)m\,\hat{\mathbf{j}}$$

El valor entre paréntesis es justamente lo que denominamos la aceleración de la gravedad de la Tierra $(\mathbf{g})$.

Finalmente, la ley de la gravitación podemos expresarla así:

$\mathbf{F} = \mathbf{g}m$

Notemos que este resultado es precisamente el peso de un objeto de masa m.

Ejemplo

Imaginémonos un cuerpo de masa m que se encuentra cerca de la superficie terrestre; determinemos la aceleración (g) con la cual la masa cae a la superficie. Masa de la Tierra: $5{,}98 \times 10^{24}$ kg; r_{Tierra}: $6{,}38 \times 10^{6}$ m.

Solución

Para solucionar el problema despreciamos la altura a la cual está el objeto respecto a la superficie terrestre, pues esa altura es muy pequeña comparada con el radio de la Tierra.

Utilizamos:

$$\mathbf{g} = -\frac{G m_T}{r_T^2}\hat{\mathbf{j}} = -\frac{6{,}67 \times 10^{-11}\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times 5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}}{\left(6{,}38 \times 10^{6}\ \text{m}\right)^2} = -9{,}79\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{\mathbf{j}}$$

En magnitud el valor de $\mathbf{g}$ es:

$$g = 9{,}79\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo

Si un objeto pesa 540 N en la superficie terrestre, calculemos su peso a una altitud de dos veces el radio de la Tierra.

Solución

Como $F_g = w$, entonces:

$$w = G\frac{m_c \cdot m_T}{(2r_T)^2} \qquad 4.36$$

donde m_c es la masa del cuerpo y m_T es la masa de la Tierra.

Primero necesitamos averiguar cuál es la masa del cuerpo. Como $w = m_c g$, entonces $m_c = \frac{w}{g}$.

Ahora si remplazamos los valores conocidos:

$$m_c = \frac{540\ \text{N}}{9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$m_c = 55{,}10$ kg

Ahora sustituimos los valores en 4.36 así:

$$w = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \times \frac{55{,}10\ \text{kg} \cdot 5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}}{\left[2\left(6{,}38 \times 10^{6}\ \text{m}\right)\right]^2}$$

$$w = \frac{2{,}197 \times 10^{16}\ \text{N}}{1{,}628 \times 10^{14}}$$

$$w = 134{,}95\ \text{N}$$

Movimiento de los satélites

Además de los planetas principales, el sistema solar está compuesto por muchos más cuerpos celestes. Alrededor de la mayoría de los planetas giran satélites, de manera similar a como lo hace la Luna en torno a la Tierra. En astronomía, el término *satélite* se aplica, en general, a aquellos objetos que rotan alrededor de un planeta, este último de mayor masa que el primero; ambos cuerpos están vinculados entre sí por fuerzas de gravedad recíprocas.

Existe una diferencia entre satélites naturales y artificiales. Los *artificiales* son construidos por el hombre y, por tanto, es factible –de alguna manera– modificar su trayectoria.

Un satélite *natural*, en cambio, es cualquier cuerpo que se desplaza alrededor de un planeta y al cual no es posible cambiarle su trayectoria artificialmente.

La acción de las fuerzas de atracción de otros satélites del mismo planeta, la fuerza de atracción planetaria sobre él y la acción gravitacional del Sol, determinan que cada satélite posea un movimiento complejo.

En la era moderna existen numerosos satélites artificiales en órbita alrededor de la Tierra, que cumplen con diversas tareas.

El cálculo de sus órbitas así como del recorrido de las sondas espaciales, es una compleja adaptación de la teoría newtoniana.

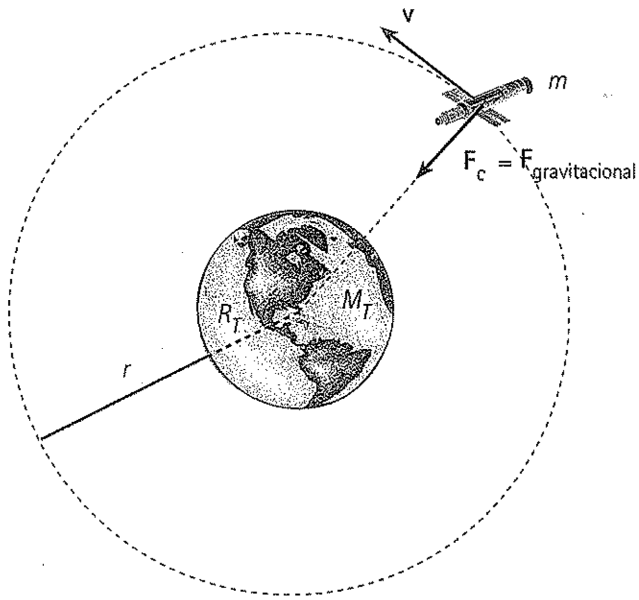


Fig. 4.49 A medida que aumenta la velocidad lineal, la trayectoria curva se hace mayor, hasta que es capaz de darle la vuelta completa a la Tierra.

Un satélite de masa m que se mueve alrededor de la Tierra, en una órbita circular de radio r, adquiere una fuerza centrípeta igual a la fuerza gravitacional, es decir:

$F_c = F_{\text{gravitacional}}$

De esta ecuación podemos deducir la rapidez necesaria v para que el satélite se mantenga en órbita:

$$\frac{mv^2}{(r + r_T)} = G\,\frac{m \cdot m_T}{(r + r_T)^2}$$

donde $(r + r_T)$ corresponde al radio de la circunferencia que describe el satélite.

Simplificando el denominador común $(r + r_T)$ y la masa m del satélite obtenemos:

$$v^2 = G \frac{m_T}{(r + r_T)}$$

$$v = \sqrt{G \frac{m_T}{(r + r_T)}} \qquad 4.37$$

Ejemplo

Un satélite artificial se mueve en una órbita circular a 900 km por encima de la superficie terrestre. Determinemos la rapidez con la que se desplaza el satélite.

Solución

Remplazamos los datos del problema en la ecuación 4.37 y tenemos:

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}}{(9 \times 10^5\ \text{m} + 6{,}38 \times 10^6\ \text{m})}}$$

$$v = \sqrt{\frac{398 \times 10^{14}}{7{,}28 \times 10^6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$v = 7401{,}9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Las leyes de Kepler

El astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630) formuló tres famosas leyes que llevan su nombre, luego de analizar las observaciones realizadas por Tycho Brahe (1546-1601) del movimiento de los planetas, especialmente sobre el movimiento de Marte alrededor del Sol.

Kepler tenía una visión copernicana, mantenía correspondencia con Galileo y había estudiado astronomía mucho antes de encontrarse con Tycho.

El astrónomo Nicolás Copérnico propuso que cada planeta se movía en una órbita circular con velocidad constante. Usando esta conjetura, Kepler procedió a calcular los movimientos de los planetas. Sus posiciones calculadas casi satisfacían las observadas por Tycho, pero no en forma exacta. Estas diferencias lo llevaron a descubrir cuál era la verdadera órbita de Marte y los demás planetas del sistema solar.

Los planetas giran alrededor del Sol y siguen un camino que los astrónomos llaman *órbita*.

Kepler formuló tres leyes que describen el movimiento de los planetas, de la siguiente manera:

- **Primera ley o ley de las órbitas**

Los planetas describen órbitas elípticas y el Sol está sobre uno de los focos de la elipse.

Según esta ley, como las órbitas de los planetas son elipses y el Sol se halla en uno de sus focos, entonces la distancia del planeta al Sol varía. Cuando la distancia es mínima, el planeta está en el *perihelio* y cuando es máxima, el planeta está en el *afelio*.

La excentricidad de las elipses de los planetas está próxima a cero, por tanto, sus órbitas son casi circulares (elípticas con poco achatamiento).

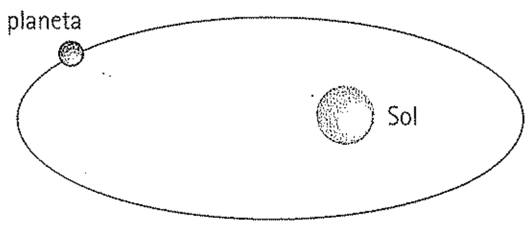


Fig. 4.50 Planeta en movimiento elíptico alrededor del Sol.

- **Segunda ley o ley de las áreas**

La línea que une al Sol con el planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.

Según esta ley, la velocidad del planeta no es uniforme, siendo mayor en el perihelio que en el afelio, por ser la distancia al Sol en el primero menor que en el segundo. Es decir, en tiempos iguales los arcos de elipse recorridos por un planeta son mayores cuanto más cercano se encuentra el planeta al Sol. Esta diferencia de velocidades, como posteriormente demostró Newton, es debida a la atracción que la masa del Sol ejerce sobre la del planeta, por lo que al estar el planeta próximo al Sol la atracción aumenta y su velocidad es mayor.

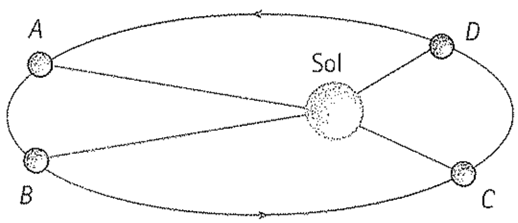


Fig. 4.51 Áreas barridas por la línea que une al Sol con cada planeta.

- **Tercera ley o ley de los períodos**

El cuadrado del período de revolución de cada planeta es proporcional al cubo de su distancia media al Sol (la mitad de la suma de la distancia mayor y la menor).

Esta ley puede expresarse mediante la siguiente fórmula:

$$T^2 = K r^3 \qquad 4.38$$

siendo T el período de revolución del planeta, r la distancia media del planeta al Sol y K una constante, la misma para todos los planetas.

De esta ley se deduce que la velocidad media con la que los planetas recorren las órbitas es menor cuanto más alejados estén estos del Sol.

Las tres leyes de Kepler también se cumplen en los movimientos de los satélites alrededor de sus planetas.

TALLER DE COMPETENCIAS 4

1. En un movimiento circular uniforme, ¿el vector fuerza centrípeta se dibuja tangente a la trayectoria? Razona tu respuesta.

2. En un movimiento circular uniforme, ¿los vectores fuerza centrípeta y velocidad tangencial (lineal) siempre forman un ángulo de 90°? Compara tu respuesta.

3. En un movimiento circular uniforme, ¿los vectores fuerza centrípeta y aceleración centrípeta forman un ángulo de 0°? Explica tu respuesta.

4. Un niño, de masa 40 kg, juega en un columpio, como muestra la figura 4.52; la longitud del columpio es 2 m. Si la velocidad instantánea en magnitud, en el punto inferior de la oscilación, es 37,7 m/s, ¿qué valor tiene la magnitud de la tensión en este punto?

Fig. 4.52

5. Un auto se mueve en una trayectoria circular de radio 45,7 m, como se ve en la figura 4.53. Si el coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas del auto y la carretera es $\mu_e = 0{,}71$, ¿qué velocidad máxima en magnitud debe llevar el auto para no patinar?

Nota: en la figura 4.53 se ha trazado la fuerza de rozamiento estático; esta fuerza va en dirección de la fuerza centrípeta.

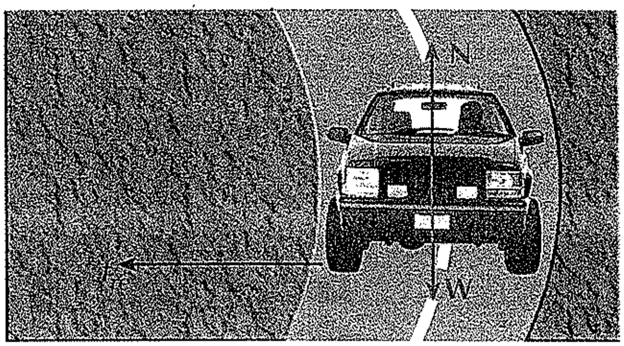


Fig. 4.53

6. En la figura 4.54 vemos un objeto de masa 5 g atado a una cuerda de longitud 35 cm, que gira con movimiento circular uniforme. Si el objeto da 30 vueltas en 60 s:
   a. qué valor tiene la tensión en magnitud?
   b. Identifica los pares de fuerzas de acción-reacción sobre el objeto.

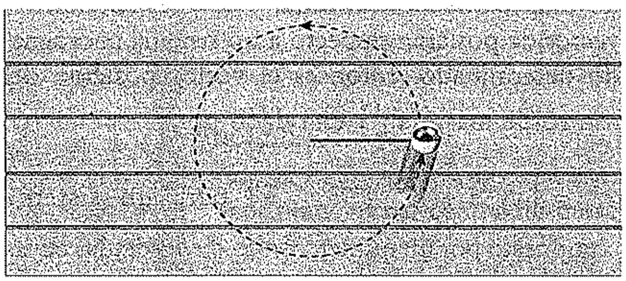


Fig. 4.54

7. Se ata una moneda de 200 pesos a una cuerda de 20 cm de longitud.
   a. ¿Qué velocidad angular debe tener la moneda en la parte superior del círculo, para que la tensión sea igual al peso de la misma?
   b. Halla el período de la moneda.

8. Un avión describe un arco de circunferencia de 25 m de radio con una rapidez de 345 m/s. Si la masa del piloto de la aeronave es 75 kg,
   a. determina la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto.
   b. Identifica los pares de fuerzas de acción-reacción respecto al piloto.

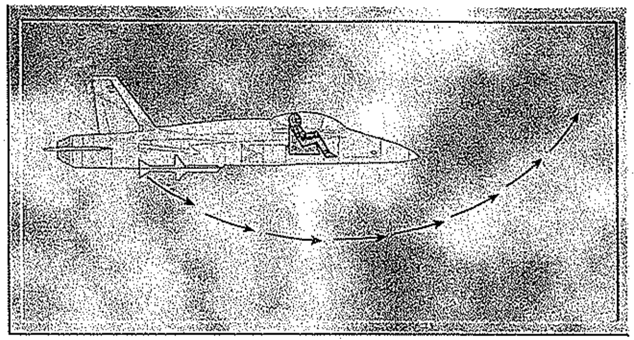


Fig. 4.55

9. Un satélite de 500 kg describe una órbita circular a 100 km de la superficie lunar. Calcula su rapidez y su período de revolución.

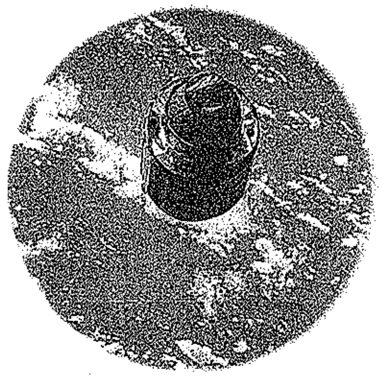


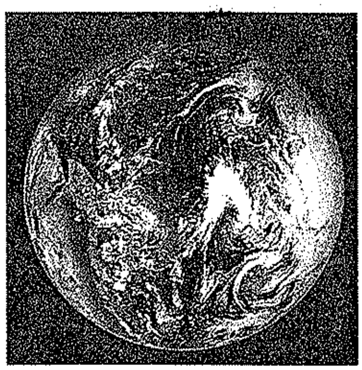
Fig. 4.56

10. Diseña un problema donde se aplique el concepto de fuerza centrípeta, resuélvelo y discútelo en clase con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora.

11. La tercera ley de Kepler establece que el período de un planeta se relaciona con la distancia media del planeta al Sol, de acuerdo con:

$$T^2 = Kr^3$$

   a. ¿Qué dimensiones debe tener la constante K para que la ecuación sea homogénea?
   b. ¿Qué unidades debe tener la constante K en el sistema cgs?



Interpreta y analiza situaciones con movimiento circular uniforme.
Establece relaciones entre variables para explicar movimientos circulares.
Interpreta situaciones con ayuda de modelos.
Respeta la diversidad de ideas.

Centro de masa y centro de gravedad

TEMA 5 ESTÁNDAR E

Aplica el concepto de centro de masa a situaciones en las cuales se trabaja con objetos regulares e irregulares.

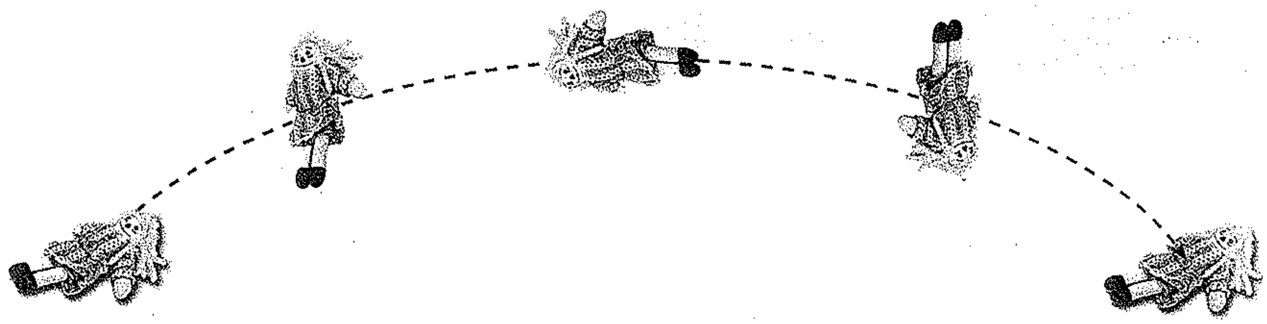


Fig. 4.57 El centro de masa del juguete sigue una trayectoria parabólica.

Si observamos el juguete de la figura 4.57 vemos que su trayectoria es una parábola, independientemente del giro realizado por éste durante su movimiento.

Si todo el sistema se mueve, analizamos su movimiento respecto a un punto denominado *centro de masa.* Este se mueve como si toda la masa del sistema y todas las fuerzas externas actuasen en dicho punto, indistintamente del sistema o punto real sobre el que se aplican las fuerzas externas.

Centro de masa

Es la posición del punto en el que se asume concentrada toda la masa de un sistema formado por varios cuerpos. Cualquier cuerpo físico puede considerarse como un sistema de partículas, cuyas masas individuales suman la masa total del cuerpo. El *centro de masa* de un cuerpo no necesariamente corresponde con su *centro geométrico,* sino que depende de la distribución de masas del material que lo constituye. Debe tenerse en cuenta que el centro de masa es una abstracción matemática más que una entidad física real.

Coordenadas del centro de masa

Las coordenadas del vector posición del centro de masa las definimos como la media ponderada de las posiciones de las partículas individuales que componen el sistema. Si asumimos que se conocen la masa de cada partícula individual y su correspondiente vector de posición respecto a un sistema coordenado determinado, entonces el vector posición del centro de masa $(\mathbf{r}_{cm})$ está dado por:

$\mathbf{r}_{cm} = \left(x_{cm}\,\hat{\mathbf{i}} + y_{cm}\,\hat{\mathbf{j}} + z_{cm}\,\hat{\mathbf{k}}\right)$ para un sistema compuesto por un número finito de partículas cuyas masas $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_k$ se localizan en el espacio y cuyas componentes se encuentran a partir de:

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots + m_kx_k}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_k} \quad 4.39$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \ldots + m_ky_k}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_k} \quad 4.40$$

$$z_{cm} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3 + \ldots + m_kz_k}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_k} \quad 4.41$$

En las tres ecuaciones anteriores los puntos x_1, x_2, $x_3, \ldots, x_k$; $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_k$ y $z_1, z_2, z_3, \ldots, z_k$ son las coordenadas de cada uno de los cuerpos respecto al sistema de referencia elegido.

Logro: determinar el centro de masa para un cuerpo rígido.

Ejemplo

Encontremos la posición del centro de masa en los siguientes sistemas de cuerpos.

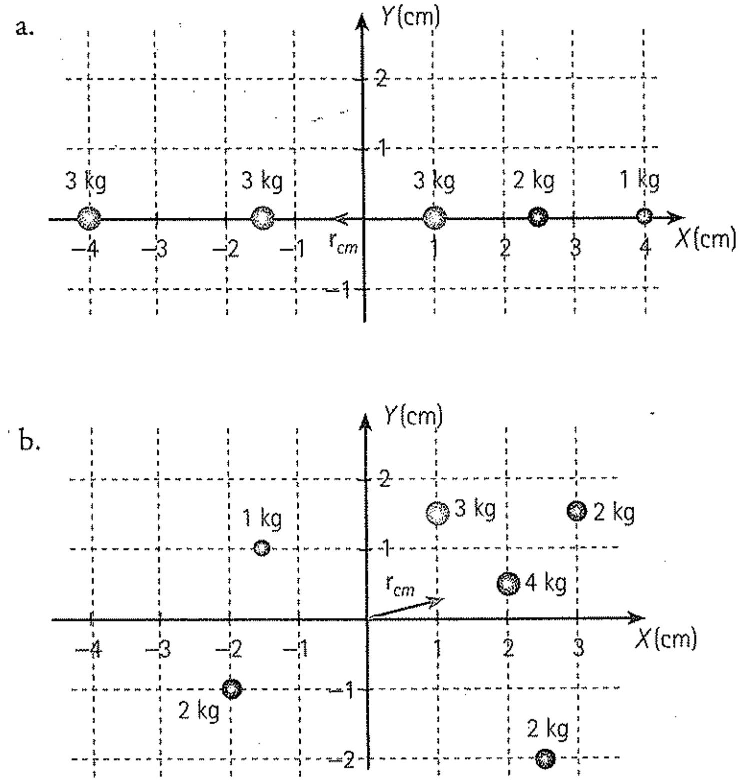


Fig. 4.58

Solución

a. En la figura 4.58 a. las masas están ubicadas solamente sobre el eje horizontal. Por consiguiente, el centro de masa debe estar situado en algún punto de dicho eje.

$$x_{cm} = \frac{\left[(3 \times 1) + (2 \times 2{,}5) + (1 \times 4) + 3(-1{,}5) + 3(-4)\right] \text{kg cm}}{12 \text{ kg}} = -0{,}375 \text{ cm}$$

Como vector el centro de masa es: $\mathbf{r}_{cm} = -0{,}375 \text{ cm } \hat{\mathbf{i}}$.

b. En la figura 4.58 b. las masas están ubicadas en el plano XY:

$$x_{cm} = \frac{\left[(3 \times 1) + (4 \times 2) + (2 \times 3) + 1(-1{,}5) + 2(-2) + 2(2{,}5)\right] \text{kg cm}}{14 \text{ kg}} = 1{,}17 \text{ cm}$$

$$y_{cm} = \frac{\left[(3 \times 1{,}5) + (4 \times 0{,}5) + 2(1{,}5) + (1 \times 1) + 2(-1) + 2(-2)\right] \text{kg cm}}{14 \text{ kg}} = 0{,}32 \text{ cm}$$

En notación vectorial: $\mathbf{r}_{cm} = 1{,}17 \text{ cm } \hat{\mathbf{i}} + 0{,}32 \text{ cm } \hat{\mathbf{j}}$.

En casos como los del ejemplo anterior se puede analizar el movimiento del sistema de objetos como si toda la masa estuviera concentrada en el centro de masa; esto implica que se puede analizar todo un sistema como si fuera una particula puntual.

Cuerpo rígido

Como lo anotamos anteriormente, todo cuerpo está formado por un gran número de partículas. Cuando las distancias entre ellas permanecen constantes en toda circunstancia, decimos que este es un *cuerpo rígido*. Un sólido real nunca es rígido, ya que todos los cuerpos se deforman en cierta medida al ser sometidos a la acción de fuerzas que actúan sobre ellos. Por ejemplo, una esfera o un cilindro macizos, son cuerpos rígidos.

Para cuerpos *homogéneos* (es decir, todo cuerpo constituido del mismo material) y además *simétricos*, el *centro de masa* coincide con el *centro geométrico*.

En la figura 4.59 observamos la ubicación del centro de masa de algunas figuras, en el plano y en el espacio.

Cuando suspendemos un objeto de su centro de masa, este puede equilibrarse; sin embargo, se presentan situaciones en las cuales el centro de masa está por fuera de la figura. ¿Qué significa esto?

En una barra homogénea de longitud L al buscarle la posición de equilibrio situándola horizontalmente sobre nuestro dedo índice, este punto coincide con el centro geométrico de la barra, es decir, con la mitad de ella $\left(\frac{L}{2}\right)$.

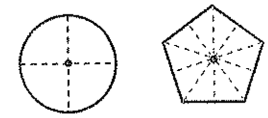
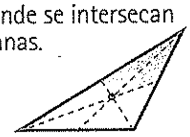
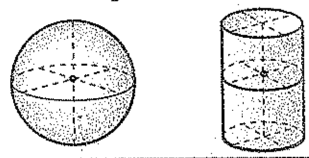
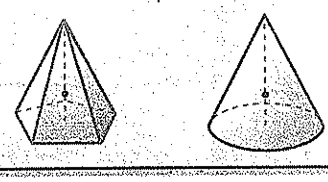
Figura	Ubicación del centro de masa
Placa circular y polígono regular	En el centro geométrico. 
Placa triangular	Punto donde se intersecan las medianas. 
Esfera y cilindro	En el centro geométrico. 
Pirámide y cono	Sobre la línea que une el vértice con la base y a $\frac{1}{4}$ de la base. 

Fig. 4.59

Ejemplo

Una lámina de aluminio tiene la forma y dimensiones que se indican en la figura 4.60 a.; ubiquemos las coordenadas del centro de masa de la figura.

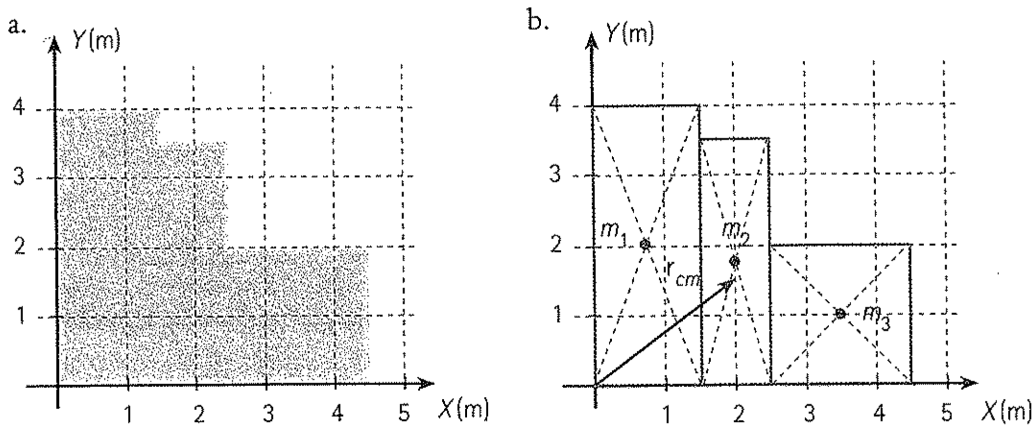


Fig. 4.60

Solución

En este caso el cuerpo es plano, rígido y homogéneo, razón por la cual podemos dividir la lámina en varias figuras geométricas simétricas –rectángulos– como vemos en la figura 4.60 b.; en esas figuras los centros geométrico y de masa coinciden. Además, determinaremos el sistema como uno de cuerpos de masa m. En esta situación consideramos que el cuerpo está constituido por elementos de áreas individuales A_1, A_2, A_3, cada uno de los cuales contiene elementos de masa m_1, m_2, m_3.

Por tanto, las ecuaciones equivalentes a 4.39 y 4.40 estarán dadas en función de las áreas de la siguiente forma:

$$x_{cm} = \frac{x_1A_1 + x_2A_2 + x_3A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{4.42}$$

$$y_{cm} = \frac{y_1A_1 + y_2A_2 + y_3A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{4.43}$$

en donde x_1, x_2, x_3 y y_1, y_2, y_3 son las coordenadas del centro de masa de cada figura geométrica en las que se dividió el objeto respecto al sistema de referencia elegido y A_1, A_2, A_3 son, respectivamente, las áreas.

Sustituyendo los valores de la gráfica en 4.42 tenemos:

$$x_{cm} = \frac{0{,}75\text{ m}(1{,}5\text{ m}\cdot 4\text{ m}) + 2\text{ m}(1\text{ m}\cdot 3{,}5\text{ m}) + 3{,}5\text{ m}(2\text{ m}\cdot 2\text{ m})}{6\text{ m}^2 + 3{,}5\text{ m}^2 + 4\text{ m}^2}$$

$$x_{cm} = \frac{4{,}5\text{ m}^3 + 7\text{ m}^3 + 14\text{ m}^3}{13{,}5\text{ m}^2} = 1{,}89\text{ m}$$

Remplazando los valores de la gráfica en 4.43 obtenemos:

$$y_{cm} = \frac{2\text{ m}(1{,}5\text{ m}\cdot 4\text{ m}) + 1{,}75\text{ m}(1\text{ m}\cdot 3{,}5\text{ m}) + 1\text{ m}(2\text{ m}\cdot 2\text{ m})}{6\text{ m}^2 + 3{,}5\text{ m}^2 + 4\text{ m}^2}$$

$$y_{cm} = \frac{12\text{ m}^3 + 6{,}13\text{ m}^3 + 4\text{ m}^3}{13{,}5\text{ m}^2} = 1{,}64\text{ m}$$

El vector posición del centro de masa es: $\mathbf{r}_{cm} = 1{,}89\text{ m}\,\hat{\mathbf{i}} + 1{,}64\text{ m}\,\hat{\mathbf{j}}$.

Centro de gravedad

Es el punto donde se considera se encuentra concentrado el peso de los cuerpos que constituyen un sistema. Tanto el centro de gravedad como el centro de masa son independientes de la posición del objeto. Para efectos prácticos, el centro de masa y el centro de gravedad coinciden.

Por ejemplo, si realizamos el diagrama de cuerpo libre sobre una barra homogénea, ubicamos el peso de la misma en $L/2$, es decir, en el mismo punto donde ubicamos el centro de masa.

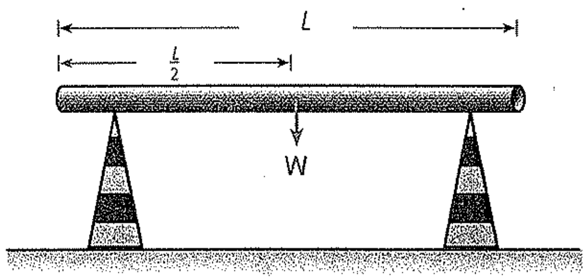


Fig. 4.61 Centro de gravedad.

TALLER DE COMPETENCIAS 5

1. ¿Los centros de masa y gravedad tienen las mismas dimensiones? Razona tu respuesta.

2. Dos masas iguales (m_1 y m_2) se unen mediante una barra homogénea muy delgada, de masa despreciable. ¿Dónde debe encontrarse el centro de masa de este sistema? Explica tu respuesta a tus compañeros o compañeras.

3. El centro de masa de un cuerpo, ¿depende del lugar geográfico en el cual se encuentre? Razona tu respuesta.

4. Dos masas se unen por medio de una barra homogénea muy delgada, de masa despreciable. Si $m_1 > m_2$, ¿estará más cerca de m_1 el centro de masa de ese sistema? Explica tu respuesta.

5. Las coordenadas del centro de masa, ¿dependen del sistema de referencia elegido para determinarlas? Compara tu respuesta.

6. En el siguiente sistema, determina la posición del centro de masa.

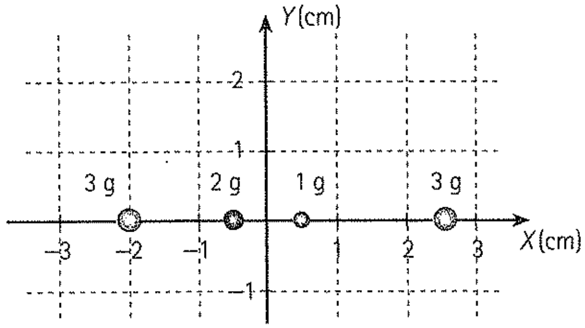


Fig. 4.62

7. Determina la posición del centro de masa en el siguiente sistema. Exprésala en notación vectorial.

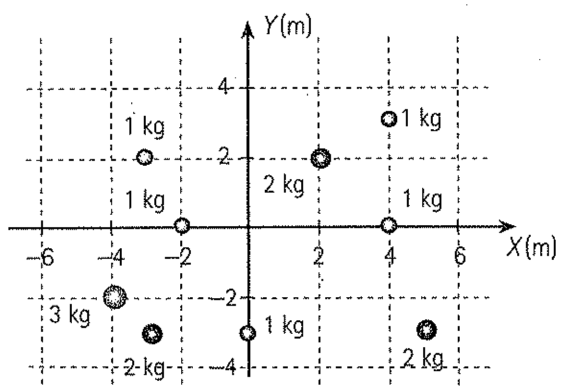


Fig. 4.63

8. En el siguiente sistema todas las masas tienen el mismo valor $m = 2$ kg. El lado de cada uno de los cuadros mide 0,5 cm.

   a. Ubica un sistema de referencia y determina las coordenadas del centro de masa del conjunto.
   b. Realiza de nuevo el cálculo para encontrar el centro de masa del sistema, pero cambia la posición del sistema de referencia.
   c. Compara las respuestas halladas en a. y b.; ¿qué puedes concluir?

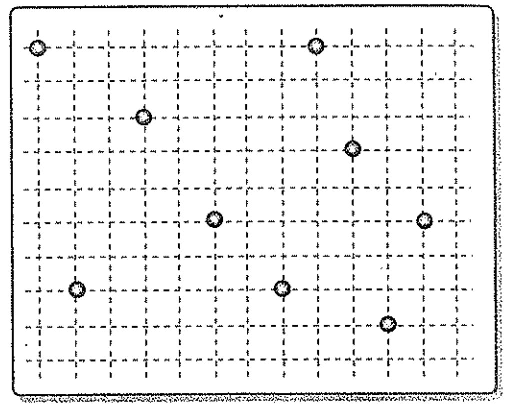


Fig. 4.64

9. Halla las coordenadas del centro de masa de la placa homogénea de la figura 4.65. Expresa tu respuesta vectorialmente.

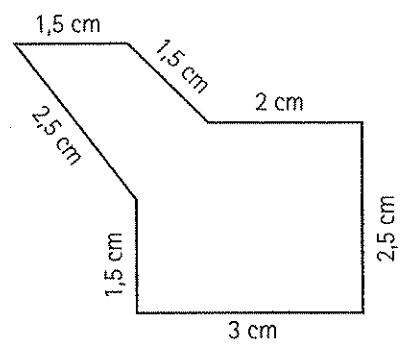


Fig. 4.65

10. Dibuja sobre un cartón paja, a escala, la placa del problema anterior; aumenta 3 veces el tamaño de cada dimensión. Recórtala y ubícale el centro de masa que encontraste. Comprueba que se equilibra colocándola sobre tu dedo meñique.

- Determina y describe el centro de masa de un cuerpo.
- Analiza variables en la resolución de problemas.
- Resuelve problemas relacionados con centros de masa.
- Participa activamente en la resolución de problemas.

Torque y condiciones de equilibrio

TEMA 6

ESTÁNDAR E

Aplica el concepto de momento de rotación y las condiciones de equilibrio traslacional y rotacional en la solución de problemas.

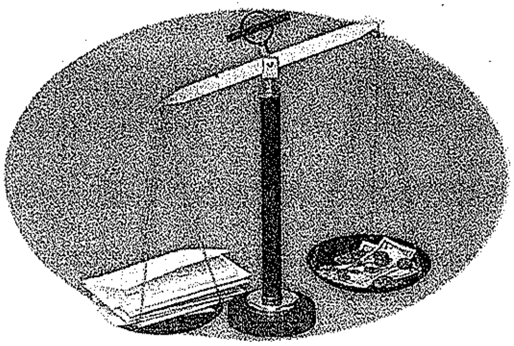


Fig. 4.66 La balanza no está en equilibrio.

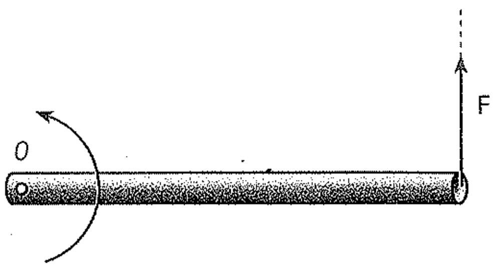
Podemos interpretar un cuerpo en rotación como un sistema de partículas que se mueven alrededor de un eje fijo, describiendo trayectorias circulares. Aunque el punto de aplicación de una fuerza exterior no incida sobre el movimiento del centro de masa del cuerpo, sí afecta el movimiento de rotación de éste.

Para analizar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo rígido en rotación, es necesario considerar la distancia entre el eje de rotación y el punto donde se aplica la fuerza. Así introducimos el *momento de fuerzas* o *par de fuerzas*, como una magnitud física que involucra la magnitud de la fuerza aplicada y la distancia de ésta al eje de rotación.

Momento o torque

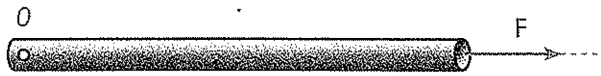
Supongamos que tenemos un cuerpo rígido –como una barra– de longitud L, que puede girar respecto a un punto O. Al aplicarle una fuerza $\mathbf{F}$ en un punto diferente de O, como vemos en la figura 4.67, observamos diferentes efectos.

a.



b.

c.



d.

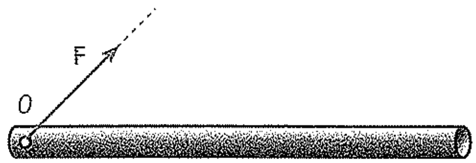


Fig. 4.67 Fuerzas actuando de diversas maneras sobre una barra.

En c. no se produce giro, porque la *línea de acción* (línea punteada) de la fuerza es paralela a la barra.

En a. y b. las líneas de acción de las fuerzas no son paralelas a la barra y no están aplicadas en el punto O, por tanto, la barra gira.

En d. no se genera rotación porque el punto de aplicación de la fuerza es O (aun cuando la línea de acción de la fuerza no es paralela a la barra).

La distancia perpendicular desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza se llama *brazo de palanca de la fuerza*, y el producto entre éste y la fuerza aplicada recibe el nombre de *torque* o *momento*.

El torque (τ) de la fuerza $\mathbf{F}$ respecto al punto O se expresa como:

$$\tau = Fr \text{ sen } \theta \qquad 4.44$$

donde r es la magnitud del vector posición desde el origen O hasta el punto de aplicación de la fuerza F. Como vemos, el torque depende de la fuerza, del vector posición y del ángulo formado entre ellos. En la situación ilustrada (figura 4.67), en a., b. y c., r coincide con la longitud de la barra, pero en d. $r = 0$.

Logro: determinar el momento o torque y las condiciones de equilibrio para un cuerpo rígido.

Unidades del momento o torque

En el SI: *newton* × *metro* (Nm).

En el sistema cgs: *dina* × *centímetro* (dina cm).

Por convención, el torque es *positivo* si el objeto –por efecto de la fuerza– gira en dirección contraria a las manecillas del reloj (figura 4.68 a.) y es *negativo* si el objeto –por efecto de la fuerza– gira en dirección de las manecillas del reloj (figura 4.68 b.).

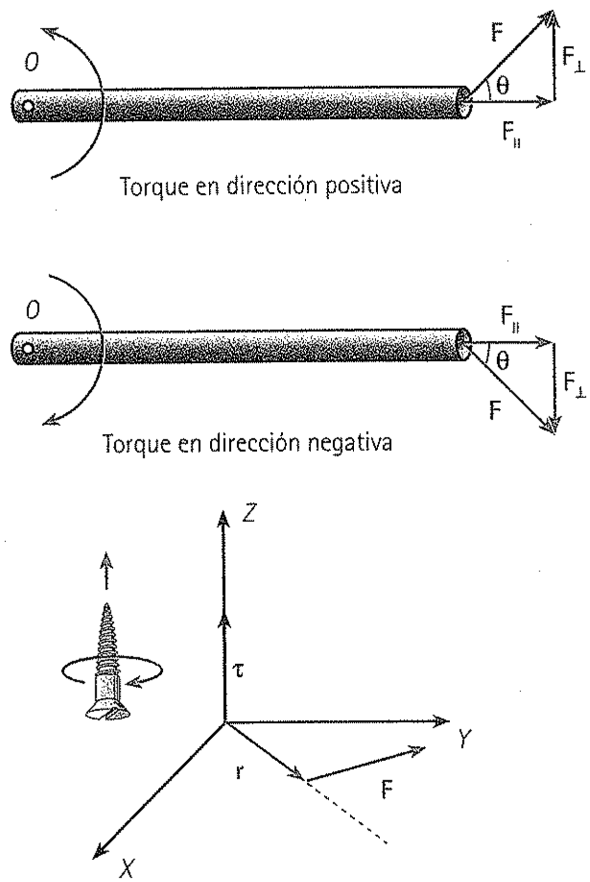


Fig. 4.68 Dirección del momento o torque.

El torque es una cantidad de carácter vectorial, razón por la cual lo tomamos positivo o negativo. Los vectores posición y fuerza determinan un plano y el torque siempre es perpendicular a él.

En la figura 4.68 c. para dibujar el vector torque, colocamos los dedos de la mano derecha en la misma dirección del vector posición y cerramos la mano hacia el vector fuerza, con el ángulo θ más pequeño; el dedo pulgar indica la dirección del torque. La dirección positiva del torque también la determina el sentido de avance de un tornillo de rosca derecha.

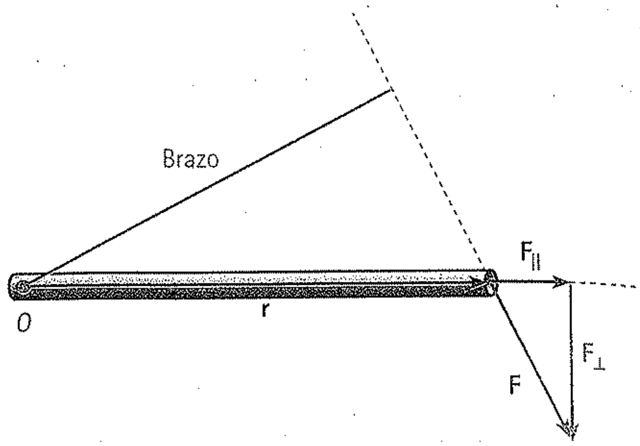


Fig. 4.69 Componentes perpendiculares.

Es importante destacar que el torque depende del punto de referencia O.

En las figuras 4.68 a. y b. vemos que el torque depende de: la distancia del origen O hasta el punto de aplicación de la fuerza, de la magnitud de la fuerza aplicada y del seno del *menor ángulo* entre el vector posición y el vector fuerza.

Como la componente perpendicular de la $\mathbf{F}$ al vector posición $\mathbf{F}_\perp$ es tal que: $F_\perp = F \text{ sen}\,\theta$, entonces el torque de la fuerza F sobre el objeto puede expresarse en función de la componente perpendicular de la fuerza a la barra:

$$\tau = Fr \text{ sen } \theta = rF \text{ sen } \theta$$

$$\tau = rF_\perp \qquad 4.45$$

En la ecuación 4.45 también es posible expresar el torque tomando la componente perpendicular del vector posición a la fuerza, así:

$$\tau = Fr \text{ sen } \theta$$

$$\tau = Fd \qquad 4.46$$

d se denomina *brazo*, entonces:

$$d = r \text{ sen } \theta \qquad 4.47$$

En la figura 4.69 se tomaron las componentes del vector fuerza aplicada sobre la barra: una en dirección perpendicular ($F_\perp$) a la barra y la otra paralela a la misma.

También se tomaron las componentes del vector posición, una en dirección perpendicular al vector fuerza y la otra paralela a éste.

Ejemplo

Sobre una barra se aplica una fuerza **F** de magnitud 1,5 N como se ve en las situaciones a., b., c. y d. de la figura 4.70. ¿Qué magnitud y dirección tiene el torque de la fuerza sobre la barra en cada situación?

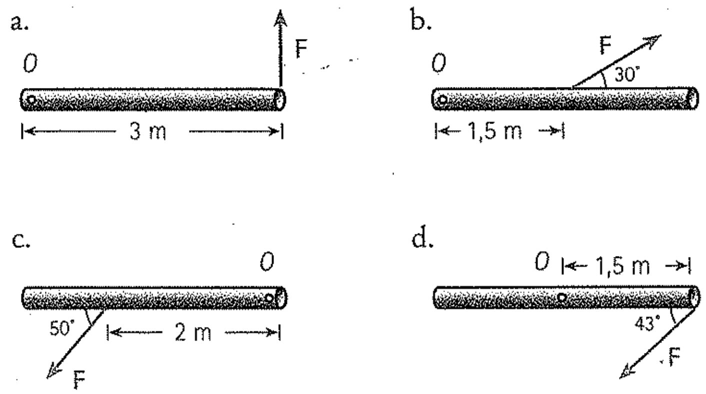


Fig. 4.70

Solución

a. El torque en magnitud es:

$$\tau = 1{,}5\ \text{N} \times 3\ \text{m} \times \operatorname{sen} 90° = 4{,}5\ \text{Nm}$$

y su dirección es positiva (giro antihorario).

b. Con un razonamiento similar: $\tau = 1{,}5\ \text{N} \times 1{,}5\ \text{m} \times \operatorname{sen} 30° = 1{,}12\ \text{Nm}$ en dirección positiva. ¿Por qué?

c. $\tau = 1{,}5\ \text{N} \times 2\ \text{m} \times \operatorname{sen} 50° = 2{,}29\ \text{Nm}$ en dirección positiva.

d. $\tau = 1{,}5\ \text{N} \times 1{,}5\ \text{m} \times \operatorname{sen} 43° = 1{,}53\ \text{Nm}$ en dirección negativa.

Condiciones de equilibrio

Como ya vimos –al estudiar el movimiento de los cuerpos rígidos–, la condición de equilibrio para el caso del movimiento de traslación uniforme del centro de masas es:

$$\Sigma\, \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad \text{(1a. condición de equilibrio)} \qquad 4.48$$

y en el caso de la rotación constante alrededor de un eje es:

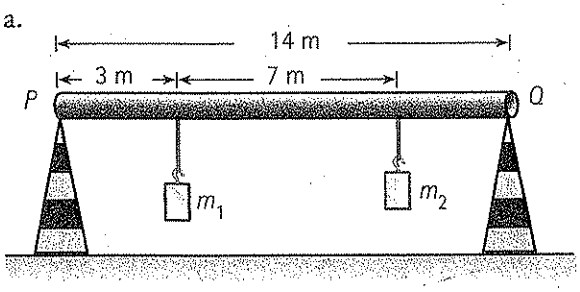
$$\Sigma\, \tau = \mathbf{0} \quad \text{(2a. condición)} \qquad 4.49$$

Para que un cuerpo rígido esté en equilibrio es necesario que se cumplan las condiciones 4.48 y 4.49 en forma simultánea.

En los siguientes ejemplos ilustramos algunos pasos que son muy útiles al momento de operar las ecuaciones 4.48 y 4.49 para resolver problemas de equilibrio.

Ejemplo

Una barra homogénea de 14 m de longitud descansa apoyada en sus extremos P y Q, como se ilustra en la figura 4.71 a.; la barra soporta dos masas, una de 60 kg y otra de 120 kg. La masa de la barra es 30 kg. Determinemos la fuerza de reacción en los apoyos P y Q.



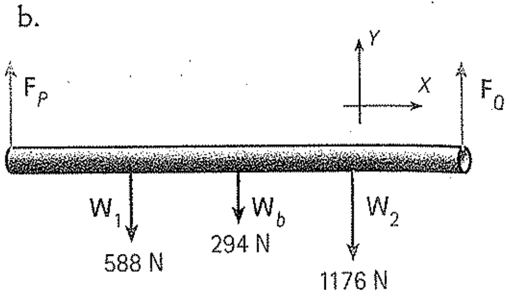


Fig. 4.71

Solución

- En la figura 4.71 b. observamos el diagrama de cuerpo libre sobre la barra,

donde los pesos de las masas m_1, m_2 y de la barra b son w_1, w_2 y w_b, respectivamente.

$w_1 = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60\ \text{kg} = 588\ \text{N}$; $w_2 = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 120\ \text{kg} = 1176\ \text{N}$;

$w_b = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 30\ \text{kg} = 294\ \text{N}$

Aplicamos la primera condición de equilibrio para la barra:

F_y: $F_P - 588\ \text{N} - 294\ \text{N} - 1176\ \text{N} + F_Q = 0$, de donde:

$$F_P + F_Q = 2058\ \text{N} \qquad 4.50$$

Como tenemos una ecuación y dos incógnitas, aplicamos la segunda condición de equilibrio, planteando la sumatoria de torques respecto al punto P, con el fin de eliminar el torque de una fuerza desconocida:

$$\tau_P: -(3\ \text{m} \times 588\ \text{N}) - (7\ \text{m} \times 294\ \text{N}) - (10\ \text{m} \times 1176\ \text{N}) + (14\ \text{m} \times F_Q) = 0 \qquad 4.51$$

De 4.51 despejamos la fuerza de reacción en el punto Q:

$$F_Q = \frac{3\ \text{m} \times 588\ \text{N} + 7\ \text{m} \times 294\ \text{N} + 10\ \text{m} \times 1176\ \text{N}}{14\ \text{m}} = 1113\ \text{N}$$

En 4.50 sustituimos F_Q por su valor y despejamos F_P:

$F_P + 1113\ \text{N} = 2058\ \text{N}$

$F_P = 2058\ \text{N} - 1113\ \text{N} = 945\ \text{N}$

Ejemplo

La barra de la figura 4.72 a. es homogénea, se encuentra en equilibrio y su masa es 25 kg. Determinemos el valor de la tensión y la fuerza de reacción en el punto O.

Solución

En la figura 4.72 b. hemos trazado el diagrama de cuerpo libre sobre la barra.

Aplicamos la primera condición de equilibrio respecto a la barra; sumatoria de fuerzas en dirección horizontal:

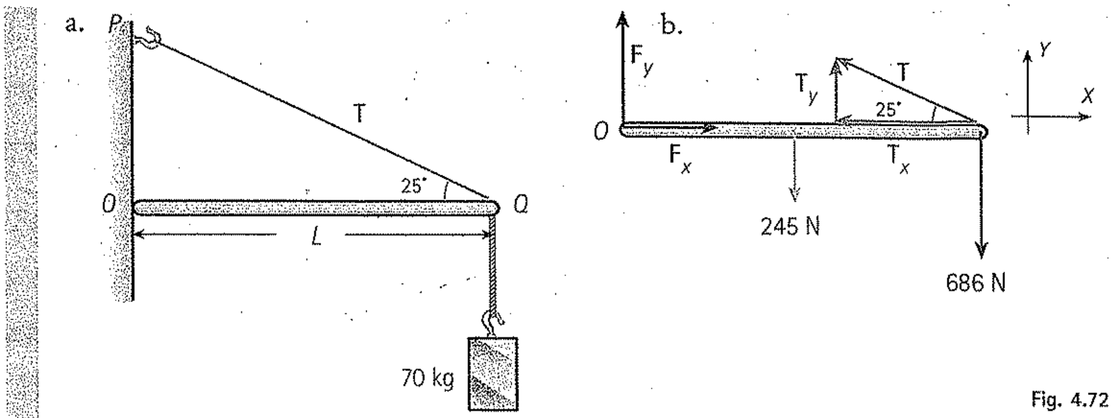


Fig. 4.72

$$F_x - T \cos 25° = 0 \qquad 4.52$$

Sumatoria de fuerzas en dirección vertical:

$$F_y - 245\text{ N} - 686\text{ N} + T \text{ sen } 25° = 0 \qquad 4.53$$

Sumatoria de torques respecto al punto O:

$$-\left(245\text{ N} \times \frac{L}{2}\right) - (686 \times L) + (TL \text{ sen } 25°) = 0 \qquad 4.54$$

En 4.54 simplificamos L, la longitud de la barra, y despejamos la magnitud de la tensión:

$$T = \frac{122{,}5\text{ N} + 686\text{ N}}{\text{sen } 25°} = 1913{,}07\text{ N}$$

En 4.53 sustituimos T y establecemos el valor de la fuerza de reacción en dirección vertical:

$$F_y = 245\text{ N} + 686\text{ N} - 1913{,}07\text{ N sen } 25° = 122{,}50\text{ N}$$

En 4.52 remplazamos a T por su valor y hallamos la fuerza de reacción en dirección horizontal:

$$F_x = 1913{,}07\text{ N} \cos 25° = 1733{,}83\text{ N}$$

La fuerza de reacción en O la expresamos: $\mathbf{F} = (1733{,}83\text{ N}\hat{\mathbf{i}} + 122{,}50\text{ N}\hat{\mathbf{j}})$

Su magnitud es: $F = \sqrt{1733{,}83^2 + 122{,}50^2} = 1738{,}15\text{ N}$

Y su dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{122{,}50}{1733{,}83}\right) = 4°$

La palanca

Es un cuerpo rígido, en forma de barra, que gira alrededor de un punto fijo llamado *apoyo o fulcro*, tal que al aplicarle una fuerza *externa* o *motora* (M) es capaz de vencer o equilibrar una fuerza *resistente* (R).

Las palancas se han agrupado en tres clases o *géneros*, de acuerdo con las posiciones que ocupan: las fuerzas (motoras y resistentes) y el punto de apoyo. Veamos:

Palanca de primer género. Es aquella en la que el punto de apoyo O está entre las fuerzas R y M.

Son aplicaciones de este género de palanca el alicate y las tijeras.

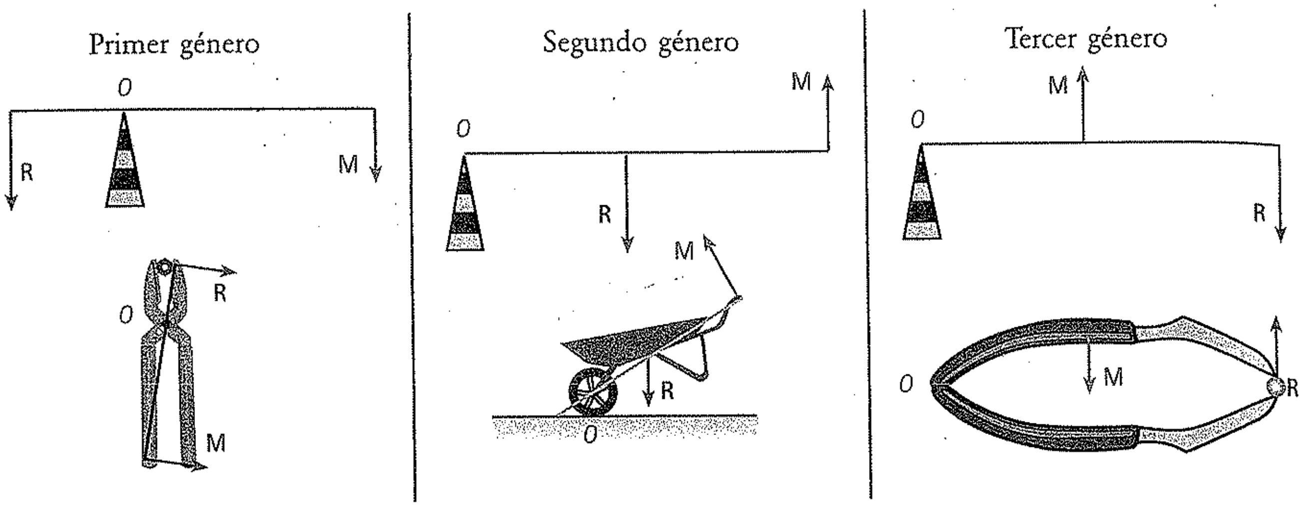


Fig. 4.73 Clases de palancas.

Palanca de segundo género. Es aquella en la que el apoyo O se ubica en un extremo y la fuerza resistente R está entre el apoyo y la fuerza motora M. La carretilla y el destapador de botellas ilustran este género de palanca.

Palanca de tercer género. Es aquella en la que el apoyo O se sitúa en un extremo y la fuerza motora M está entre el apoyo y la fuerza resistente R. Las pinzas son una palanca de tercer género.

Ventaja mecánica (VM)

Es el cociente que resulta entre la carga o resistencia R y la fuerza aplicada M, cuando la palanca se encuentra en equilibrio.

$$VM = \frac{R}{M} = \frac{\text{Brazo de la fuerza motora}}{\text{Brazo de la resistencia}} \qquad 4.55$$

Ejemplo

En el pozo que vemos en la figura 4.74, la carga o resistencia R es el balde con agua, la fuerza M la aplica una persona y el apoyo se ilustra allí. Determinemos la ventaja mecánica de esta palanca.

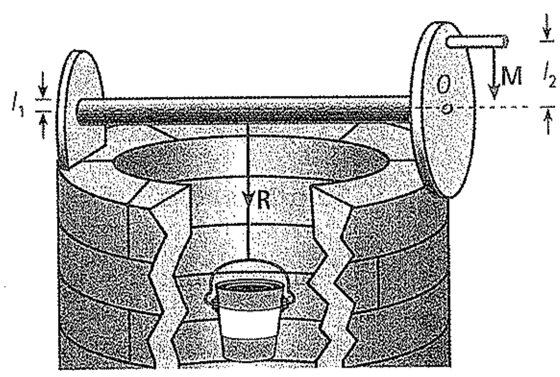


Fig. 4.74

Solución

Cuando el sistema se halla en equilibrio planteamos:

$$Rl_1 = Ml_2$$

La ventaja mecánica será: $VM = \dfrac{R}{M} = \dfrac{l_2}{l_1}$

El sistema se diseña de manera que $l_2 > l_1$, lo que implica que la VM, en este caso, es mayor que la unidad.

TALLER DE COMPETENCIAS 6

1. Si sobre un objeto se cumple: $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$, ¿podemos afirmar que éste se encuentra en reposo? Explica tu respuesta.

2. ¿Las dimensiones del momento son: $[\tau] = \left[M \dfrac{L^2}{T^2}\right]$? Razona tu respuesta.

3. La barra de la figura 4.75 es de aluminio y su masa es 15 kg.

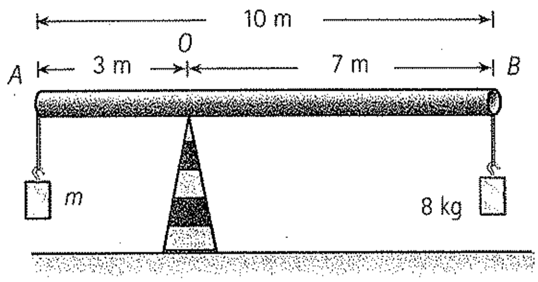


Fig. 4.75

a. Calcula el valor de la masa que debe suspenderse en el punto A para que la barra se mantenga en equilibrio.

b. Determina la fuerza de reacción en el punto O.

c. Respecto a la barra, identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

4. La barra de la figura 4.76 tiene masa despreciable, longitud de 3 m y puede girar en el punto O.

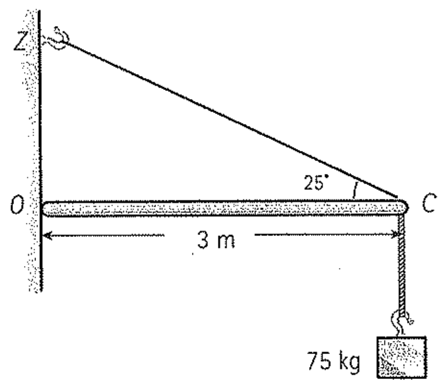


Fig. 4.76

a. Determina la fuerza de reacción en el punto O y la tensión en el cable CZ.

b. Respecto a la barra, identifica los pares de fuerzas de acción-reacción.

5. La viga de la figura 4.77 es uniforme y tiene masa despreciable. Encuentra para las situaciones a. y b. la tensión en la cuerda CZ y las reacciones vertical y horizontal en el punto B.

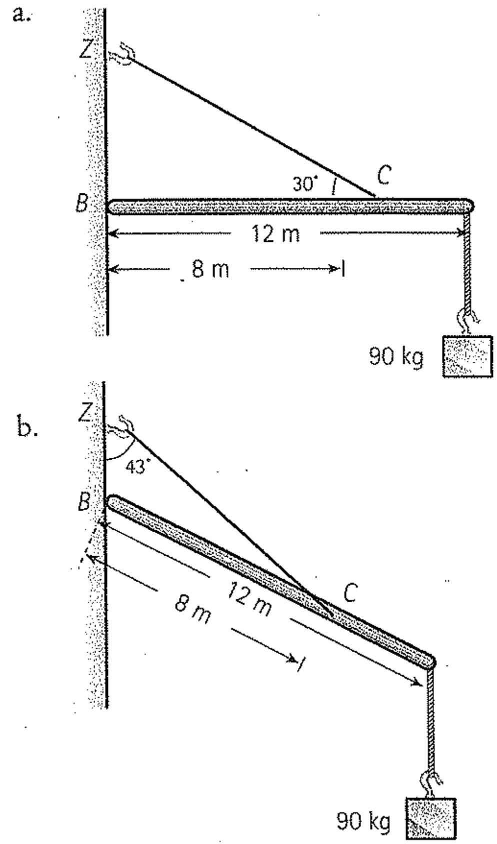


Fig. 4.77

6. Una escalera de madera de 5 m de longitud y de masa 50 kg, se apoya sobre una pared sin rozamiento, como vemos en la figura 4.78. Si el suelo es rugoso, determina la fuerza de reacción en el punto A y la fuerza de fricción en el punto B.

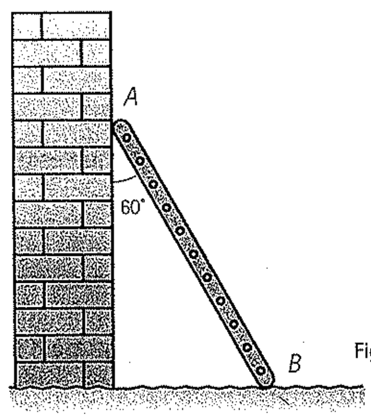


Fig. 4.78

- Describe situaciones físicas mediante el concepto de torque y las condiciones de equilibrio.
- Establece relaciones entre las variables en diversas situaciones.
- Resuelve problemas relacionados con torque y condiciones de equilibrio.
- Participa en la puesta en común de soluciones a ejercicios propuestos.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la S si el logro está superado o ✘ en la columna de PS si está en proceso.

S	PS	
		Identifico las fuerzas que actúan sobre objetos puntuales y calculo la resultante de fuerzas concurrentes en diversas situaciones.
		Aplico la primera ley de Newton en la solución de problemas y describo la relación entre masa e inercia.
		Aplico la tercera ley de Newton e identifico pares de fuerzas de acción-reacción.
		Aplico la segunda ley de Newton al movimiento circular que describe un cuerpo y explico cuándo un cuerpo se encuentra en equilibrio y cuándo no.
		Explico situaciones en las cuales aplico la dinámica del movimiento circular.
		Utilizo la ley de la gravitación universal y aplico las leyes de Kepler para describir e interpretar el movimiento de los cuerpos celestes.
		Determino el centro de masa, el momento de torsión y las condiciones de equilibrio para un cuerpo rígido.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. El torque de un objeto depende de la masa del mismo.

b. La primera ley de Newton se refiere a sistemas acelerados.

c. De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{F}_{\text{resultante}} = m\left(\frac{\mathbf{v}_{\text{final}} - \mathbf{v}_0}{t_{\text{final}} - t_0}\right)$$

d. La magnitud de la fuerza centrípeta se puede también expresar en función de la velocidad angular ω en la forma:

$$F_{\text{centrípeta}} = m\omega^2 R$$

e. El momento o torque es una cantidad física de carácter escalar.

Resuelvo problemas

2. Un joven de décimo grado aplica las siguientes fuerzas a un objeto de masa 8 kg. La primera en dirección X^+ de 15 N de magnitud; la segunda formando un ángulo 55° con X^+ y su magnitud de 30 N; la tercera formando un ángulo de 215° respecto a X^+ y de magnitud 45 N. Completa:

$$\mathbf{a}_{\text{resultante}} = \left(\qquad \hat{\mathbf{i}} + \qquad \hat{\mathbf{j}} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{\text{resultante}} =$$

$$\theta_{\text{resultante}} =$$

3. El siguiente es un gráfico de la componente horizontal de aceleración instantánea para una masa de 4 kg.

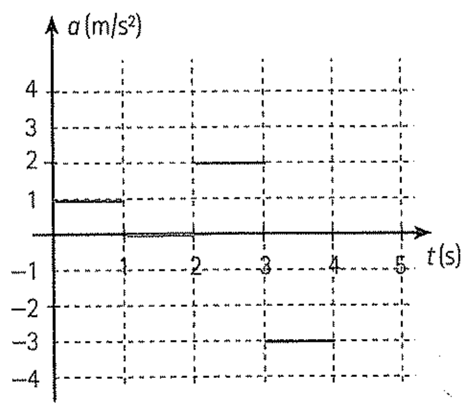


Fig. 4.79

Con base en la figura 4.79 completa la siguiente tabla.

Δt (s)	(0; 1)	(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)
F(N)				

Tabla 4.1

4. Con relación al problema anterior:

   a. Traza el gráfico de fuerza en dirección horizontal como función del tiempo.

   b. Si en $t = 0$ la masa está en reposo en el origen, traza los gráficos de velocidad instantánea y posición como función del tiempo.

   c. Describe las características del movimiento entre: (0; 1) s; (1; 2) s; (2; 3) s y (3; 4) s.

5. El siguiente es un sistema de fuerzas concurrentes:

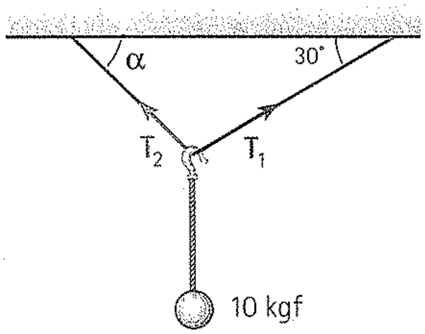


Fig. 4.80

Con relación a la figura 4.80, indica si cada una de las afirmaciones es falsa (F) o verdadera (V), y razona tu respuesta.

   a. En magnitud: $T_1 > T_2$.

   b. Si las cuerdas se reducen a la mitad las tensiones deben aumentar.

   c. Los datos permiten determinar el valor de las tensiones T_1 y T_2.

   d. Las unidades de la masa suspendida están expresadas en unidades de fuerza.

6. Una masa de 2 kg se coloca sobre una balanza de resorte, como se ve en la figura 4.81. El conjunto descansa sobre el piso de un elevador. ¿Cuál será la lectura de la balanza cuando el elevador:

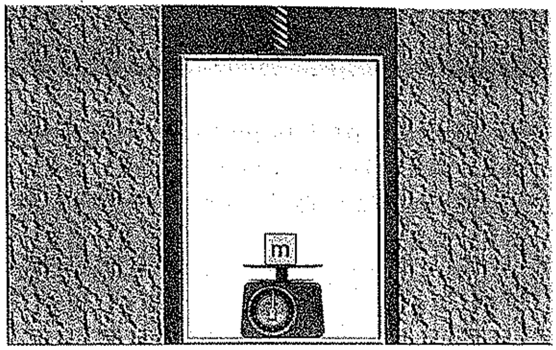


Fig. 4.81

   a. asciende con rapidez constante de 3 m/s?

   b. desciende con una aceleración de 10 m/s^2?

   c. está en reposo en el primer piso?

7. Tres masas se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo, como se ve en la figura 4.82. Las masas están unidas por barras de masa despreciable. Calcula el vector posición del centro de masa del sistema.

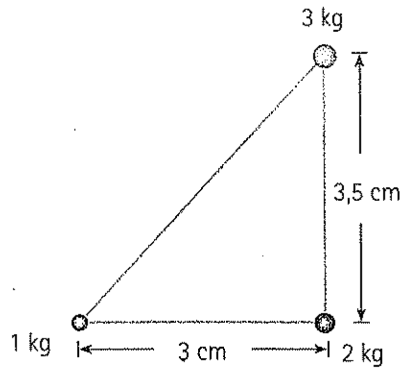


Fig. 4.82

8. La barra de la figura 4.83 tiene una longitud de 10 m, una masa de 2 N, es homogénea y, además, puede girar en el punto C.

   a. ¿Cuál es la fuerza de reacción en el punto C?

   b. Calcula el valor de la tensión en magnitud.

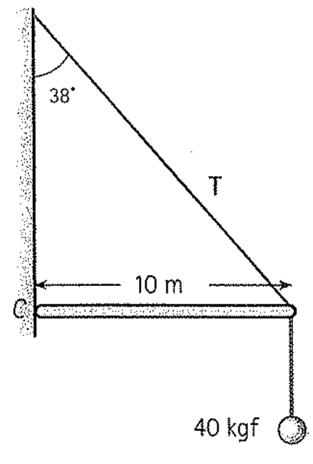


Fig. 4.83

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Práctica 1

Coeficiente de rozamiento estático

Objetivo

Determinar experimentalmente el coeficiente de rozamiento estático para diversas superficies.

Materiales

Una tabla delgada, de madera, de aproximadamente 10 cm × 40 cm.

Un vidrio de las mismas dimensiones de la tabla.

Una lámina de corcho, de las mismas medidas de la tabla.

Si puedes, consigue otros materiales para usar como superficies.

Un bloque de madera de 5 cm × 3 cm × 2 cm.

Trasportador.

Procedimiento

1. Coloca el bloque de madera sobre la tabla y levanta lentamente el conjunto, justo hasta el instante en el cual el bloque empieza a deslizarse. Mide con el trasportador el ángulo para el cual se da este evento.

2. Ahora cubre la tabla con la lámina de corcho y determina de nuevo para qué ángulo resbala el bloque de madera. Realiza nuevamente la experiencia con las otras superficies.

3. Completa la siguiente tabla de datos y resultados: (si utilizaste otras superficies inclúyelas).

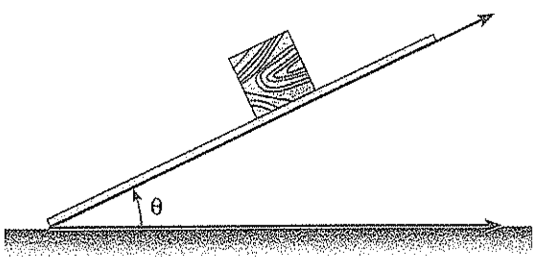


Fig. 4.84

Superficies en contacto

	Madera-madera	Madera-corcho	Madera-vidrio
θ (°)			
μ			

Tabla 4.2

4. Presenta, en clase, las conclusiones de tu experiencia.

Práctica 2

Coeficiente de rozamiento cinético

Objetivo

Determinar experimentalmente algunos coeficientes de rozamiento cinético.

Materiales

Dinamómetro.

Un bloque de madera de masa m.

Varias superficies, pueden ser las mismas que empleamos para determinar los coeficientes estáticos, pero en esta experiencia las ubicamos horizontalmente.

Procedimiento y análisis

1. Con el dinamómetro, toma la lectura de la fuerza aplicada para que el bloque se mueva con velocidad instantánea constante.

2. Si se conoce la masa del bloque, ¿qué valor tiene el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie?

3. Cambia la superficie las veces que puedas (madera-madera, madera-vidrio, madera-lija, madera-corcho,…).

4. Resume los datos en una tabla y determina los coeficientes de rozamiento cinético para cada par de superficies. Presenta, en clase, un análisis de datos y resultados.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Para realizar esta actividad necesitas: un vaso de agua, un pedazo de tela o una hoja de papel periódico doblada.

¿Qué debes hacer? Coloca la hoja de papel periódico (o la tela) sobre una mesa o en el piso.

- Ubica el vaso lleno de agua encima del papel.
- Luego, hala (aplica una fuerza rápida y grande) el papel (o la tela). Si hiciste correctamente el procedimiento, no debe derramarse ni una gota de agua.
- Después de realizar la experiencia, discute el resultado con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora, apoyándote en las leyes de Newton.

COMPETENCIA COMUNICATIVA

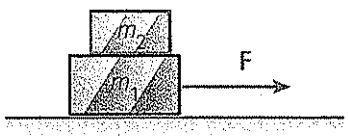


Fig. 4.85

Dispones de dos bloques de masas m_1 y m_2, como los de la figura 4.85. Entre la superficie y el bloque m_1 no hay rozamiento, pero entre los bloques sí. Aplica una fuerza $\mathbf{F}$ sobre el bloque inferior, de modo que los dos bloques se muevan.

¿Cómo puedes determinar la fuerza de fricción entre los bloques? Analiza el resultado con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora, con base en las leyes de Newton.

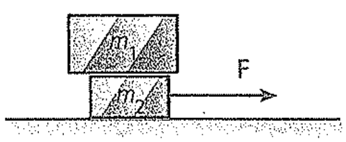


Fig. 4.86

Si cambiamos la posición de los bloques como lo muestra la figura 4.86, ¿cambian tus conclusiones respecto al ejercicio anterior? Justifica.

PRUEBA ICFES

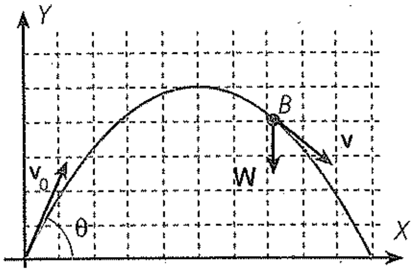
Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

La siguiente información permite contestar las preguntas 1., 2. y 3.

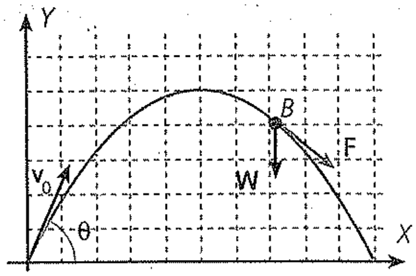
Se lanza un objeto de masa m en interacción gravitacional con una rapidez inicial v_0, formando un ángulo θ respecto a la horizontal.

1. Cuando el objeto se encuentra momentáneamente en el punto B, el diagrama de fuerzas es:

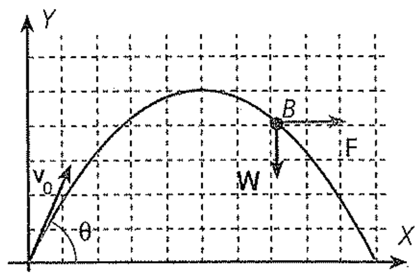
a.



b.



c.



d.

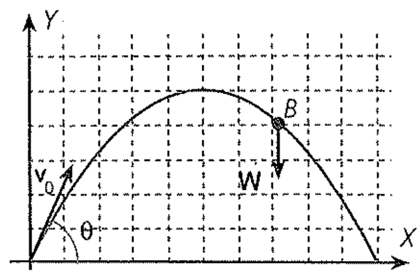


Fig. 4.87

2. Cuando el objeto se encuentra momentáneamente en B, la suma de fuerzas en dirección horizontal es:

a. $F_x - mg = ma_x$ **b.** 0

c. $v_{0x} = ma_x$ **d.** $F_x = ma_x$

3. Cuando el objeto se halla momentáneamente en B, podemos afirmar que:

a. el vector aceleración instantánea a tiene magnitud: $9{,}8\ \text{m/s}^2$.

b. La aceleración instantánea tiene sólo componente horizontal y su valor es:

$$a_x = \frac{F_x - mg}{m}.$$

c. $\mathbf{F}_{\text{resultante}} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{aplicada}}$

d. La fuerza resultante tiene componentes en dirección vertical y horizontal.

La siguiente información permite contestar la pregunta 4.

Los objetos de la figura 4.88 tienen masas de 13 kg y 18 kg; la fuerza aplicada tiene un valor de 2 N.

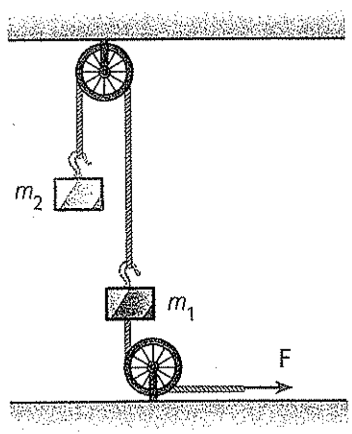


Fig. 4.88

4. El gráfico de aceleración en magnitud como función del tiempo para m_2 es:

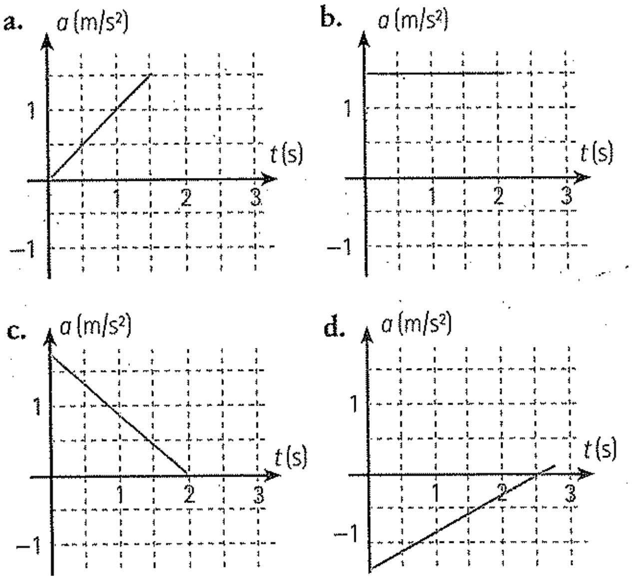


Fig. 4.89

La siguiente información permite contestar las preguntas 5., 6. y 7.

En la figura 4.90 ilustramos el gráfico de velocidad instantánea en función del tiempo, para un objeto de masa 2 kg moviéndose en dirección horizontal.

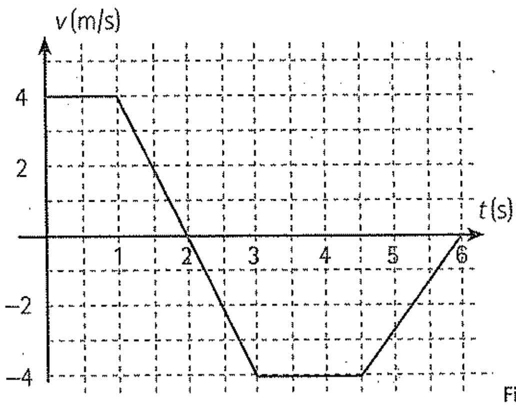
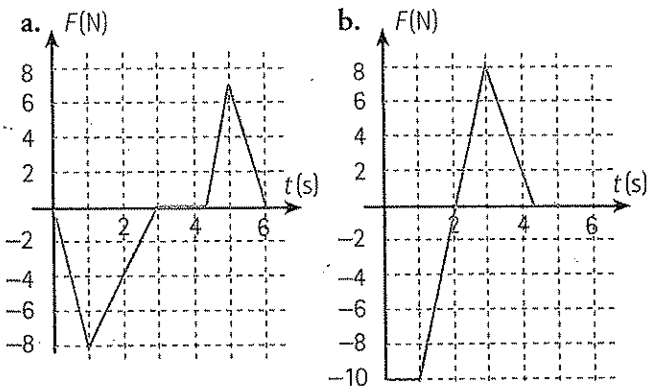


Fig. 4.90

5. El gráfico correspondiente a la componente horizontal de la fuerza como función del tiempo es:



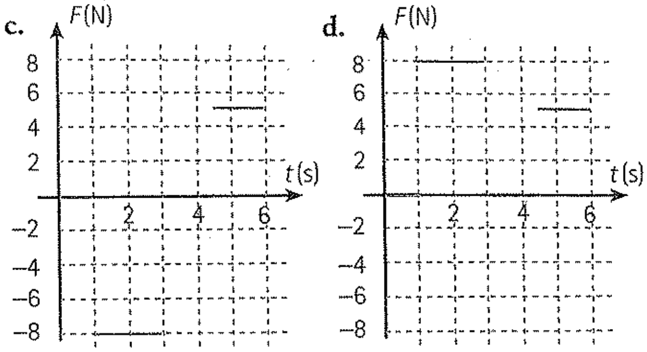


Fig. 4.91

6. De acuerdo con el gráfico de la figura 4.90 podemos afirmar:

   a. para $t = 0$ el objeto se encuentra en el origen y tiene una velocidad instantánea de 4 m/s.

   b. En el intervalo de tiempo $\Delta t = (1;\ 3)$ la aceleración del objeto es constante y positiva.

   c. En $t = 4$ s la aceleración instantánea tiene un valor de $-1\ m/s^2$, en consecuencia la magnitud de la fuerza que actúa sobre la masa es igual a -2 N.

   d. En el intervalo de tiempo $\Delta t = (4{,}5;\ 6)$ la magnitud de la fuerza es igual a $5{,}33$ N.

7. De acuerdo con el gráfico de la figura 4.90 podemos afirmar:

   a. El desplazamiento de la masa en el intervalo: $\Delta t = (0;\ 2)$ es igual a 12 m.

   b. En el intervalo de tiempo $\Delta t = (0;\ 6)$ la aceleración es constante.

   c. En el intervalo de tiempo $\Delta t = (1;\ 3)$ la aceleración aumenta.

   d. En $t = 2$ s la velocidad instantánea es igual a cero, luego el objeto no presenta aceleración.

Trabajo y energía

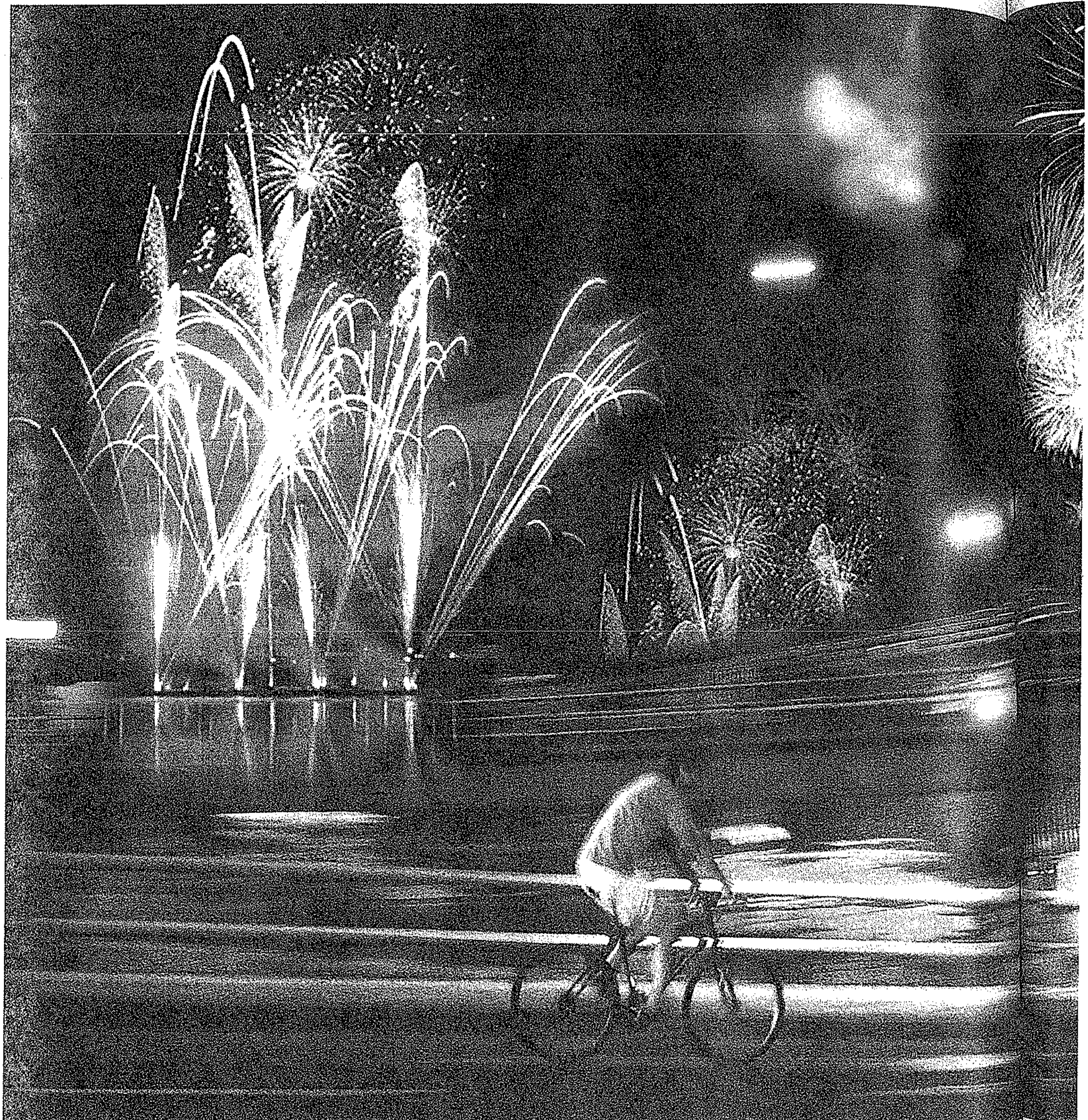
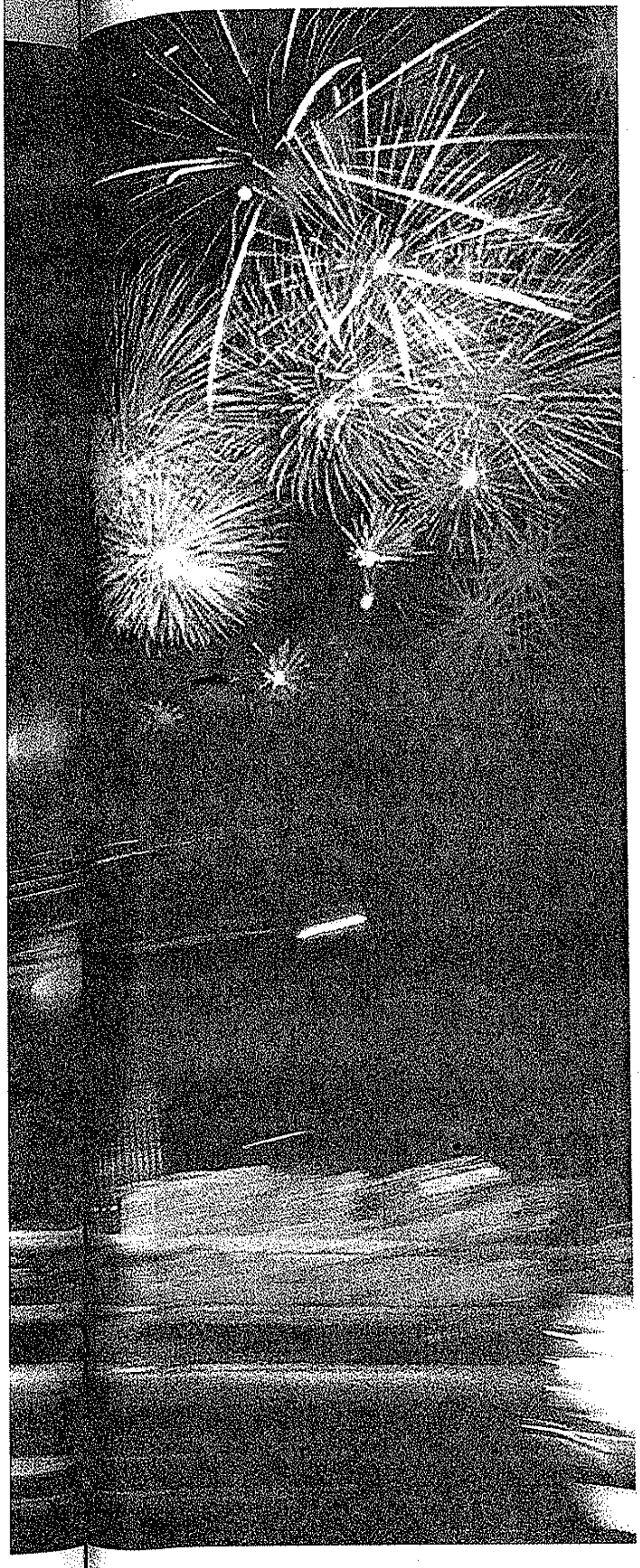


Fig. 5.1 ¿Qué formas de energía identificas?



UNIDAD 5

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa de situaciones físicas relacionadas con trabajo, potencia y energía.
- Aplicación de modelos en situaciones relacionadas con trabajo, potencia y energía.

E Establecer condiciones

- Aplicación de los conocimientos a situaciones experimentales y de la vida cotidiana.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables en un evento físico relacionado con trabajo, potencia y energía.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis en la resolución de problemas.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Elaboración de conclusiones.
- Resolución de problemas sobre trabajo, potencia y energía.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Tomar una posición argumentada sobre las posibles relaciones entre ciencia, tecnología, ambiente y sociedad.
- Utilización racional de la materia y la energía.

Trabajo, energía cinética y potencia

TEMA 1

ESTÁNDAR E: Relaciona los conceptos de trabajo, energía cinética y potencia.

Nuestro objetivo en esta unidad es interpretar los conceptos que tienen que ver con trabajo y energía desde el punto de la física, y establecer las diferencias de los mismos desde la cotidianidad.

Estudiaremos la relación entre el trabajo, la energía cinética y la energía potencial.

La energía se estudiará en algunas de sus manifestaciones, como energía cinética relacionada con movimiento, energía potencial vinculada con posición. Existen, además, otras formas de energía, como por ejemplo: térmica, lumínica, química, nuclear, eólica, calórica, etc.

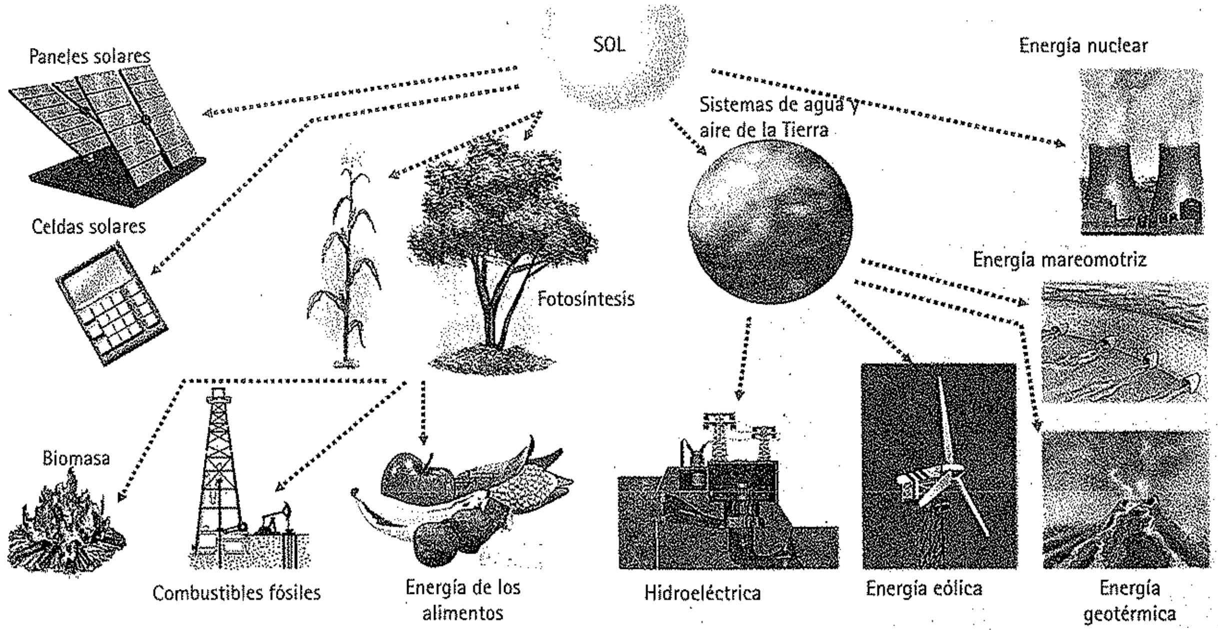


Fig. 5.2 Diferentes formas de energía.

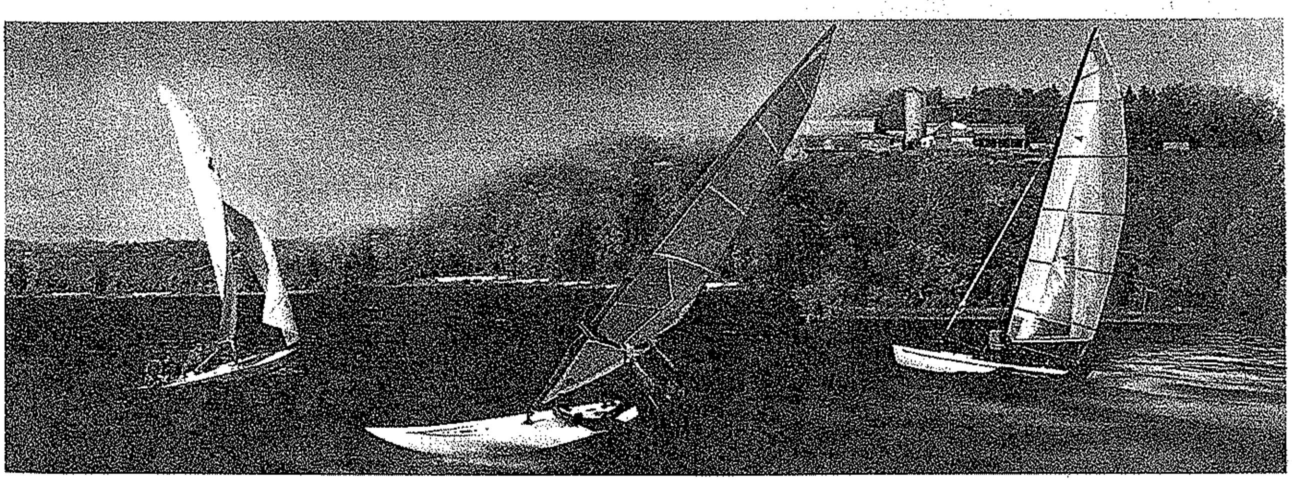


Fig. 5.3 Aprovechando la energía del viento es posible mantener el movimiento.

Logro: interpretar y aplicar los conceptos de trabajo, energía cinética y potencia, en diversas situaciones.

Trabajo de una fuerza constante

Para comprender el concepto de trabajo en física, analicemos la siguiente situación:

Esteban, un profesor de 10o. grado, intenta arrastrar una pesada caja desde el salón de clases hasta el laboratorio de física, el cual está justo frente al aula. El profesor dispone de una cuerda para hacer su labor.

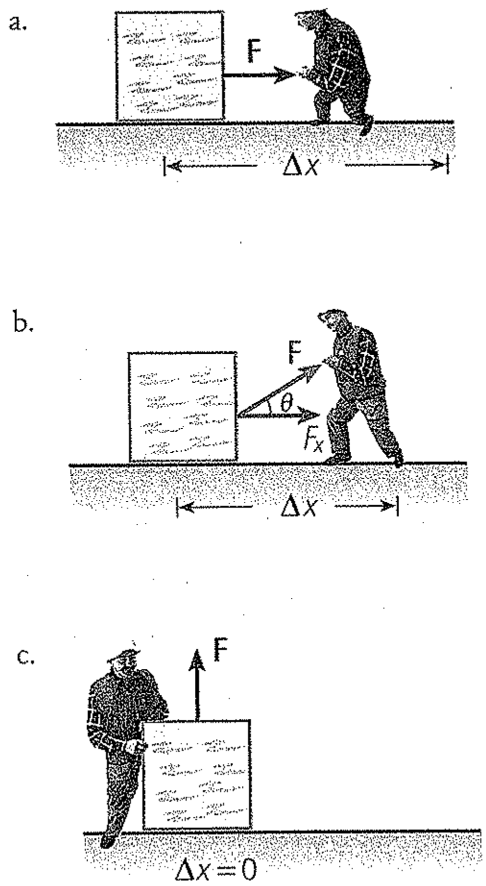


Fig. 5.4 En a. y b. Esteban realiza trabajo sobre la caja, mientras que en c. no.

En la figura 5.4 vemos algunas de las opciones que tiene Esteban para cumplir su cometido. En la figura 5.4 a. aplica una fuerza **F** constante en magnitud, utilizando la cuerda en dirección horizontal; en 5.4 b. aplica una fuerza de igual magnitud que la anterior, pero en este caso la cuerda forma un ángulo θ con el eje horizontal X, y en 5.4 c. aplica una fuerza con igual magnitud, pero en dirección vertical.

En las dos primeras opciones Esteban logra desplazar la caja, pero en la última su intento no funciona. *Él desliza la caja cuando la fuerza que aplica o una componente de la misma, coincide con la dirección del desplazamiento* Δx *de la caja.*

Definición de trabajo

Cuando aplicamos una fuerza de magnitud constante F_x sobre un cuerpo y este se desplaza Δx en la dirección de la fuerza aplicada, como consecuencia de ella, el trabajo será igual a:

$$W = F_x \, \Delta x \qquad 5.1$$

De la figura 5.4 b. se deduce que la componente de la fuerza que coincide con la dirección del desplazamiento es:

$$F_x = F \cos \theta$$

Al remplazar el valor de F_x en la ecuación 5.1, tenemos:

$$W = F \cos \theta \, \Delta x \qquad 5.2$$

donde F es la magnitud de la fuerza constante, θ es el ángulo que se forma entre la dirección de la fuerza y la dirección del desplazamiento y Δx es el desplazamiento del cuerpo sobre el cual se aplica la fuerza.

En otras palabras, el **trabajo** que realiza una fuerza constante **F**, que actúa sobre un cuerpo, es igual al producto de la magnitud del desplazamiento por la componente de la fuerza en la dirección de éste.

Dimensiones y unidades de trabajo

Con base en la definición anterior y en la expresión 5.2, la ecuación dimensional del trabajo es:

$$[W] = \left[M \frac{L}{T^2} L \right] = \left[M \frac{L^2}{T^2} \right] \qquad 5.3$$

La unidad de trabajo en el SI es:

$$\text{kg} \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \, \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{joule (J)} \qquad 5.4$$

En el sistema cgs la unidad es:

$$\text{g} \, \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \, \text{cm} = \text{dina} \cdot \text{cm} = \text{ergio} \qquad 5.5$$

La relación entre joule y ergio es:

$$1\,\text{J} = \text{N} \cdot \text{m} = 10^5 \text{ dinas} \times 10^2 \text{ cm} = 10^7 \text{ ergios}$$

Es decir: $1\,\text{J} = 10^7$ ergios $\qquad$ 5.6

Ejemplo

Considerando de nuevo la situación inicial y asumiendo que Esteban desplaza $\Delta x = 15$ m la pesada caja que desea llevar al laboratorio de física, y que la magnitud de la fuerza que aplica en las tres situaciones es 60 N, determinemos el trabajo –en joules– que realiza la fuerza aplicada sobre la caja:

a. cuando utiliza la cuerda en dirección horizontal.

b. Cuando el ángulo entre la cuerda y la horizontal es $\theta = 25°$ (figura 5.4 b.).

c. Cuando Esteban aplica la fuerza en dirección vertical.

Solución

a. En la primera situación y de acuerdo con el concepto de trabajo, remplazamos en la ecuación 5.1 los valores dados:

$$W_1 = F_x \, \Delta x = 60 \text{ N} \times 15 \text{ m} = 900 \text{ J}$$

b. Para la segunda situación debemos hallar primero el valor de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento; para hacerlo, utilizamos la ecuación:

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_x = 60 \text{ N} \cos 25° = 54{,}37 \text{ N}$$

Entonces el trabajo de Esteban es:

$$W_2 = 54{,}37 \text{ N} \times 15 \text{ m} = 815{,}55 \text{ J}$$

c. Cuando la fuerza se aplica verticalmente, pero el desplazamiento va en dirección horizontal, el ángulo θ que forman la dirección de la fuerza y el desplazamiento es igual a 90°, luego $F_x = F \cos \theta = 0$, entonces: $W_3 = 0$. Esta situación la ilustramos en la figura 5.4 c.

Si analizamos la situación planteada en la figura 5.4 c. y de acuerdo con la definición de trabajo, notamos que cuando el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento es igual a 90° el trabajo es igual a cero. Podemos concluir que: *cuando la fuerza aplicada sobre un objeto es perpendicular a la dirección de su desplazamiento el trabajo realizado por esta fuerza es igual a cero.*

Analicemos ahora dos situaciones que nos ayudan a entender mejor la afirmación anterior.

Consideremos primero el movimiento circular que realiza una masa m atada a una cuerda, girando verticalmente, como lo vemos en la figura 5.5. En este caso, en el movimiento circular, la tensión en el punto A es perpendicular a la dirección del movimiento del cuerpo en este punto, luego el trabajo de la tensión es igual a cero porque:

$$W = T \cos 90°$$

$$W = 0 \text{J}$$

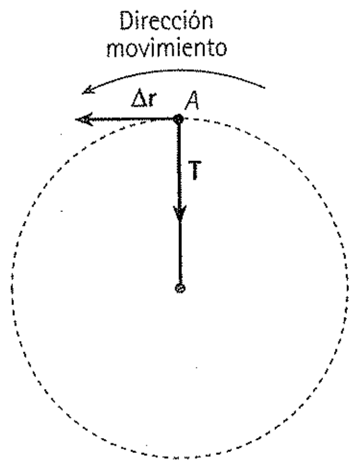


Fig. 5.5 El trabajo que realiza la tensión sobre el objeto es nulo.

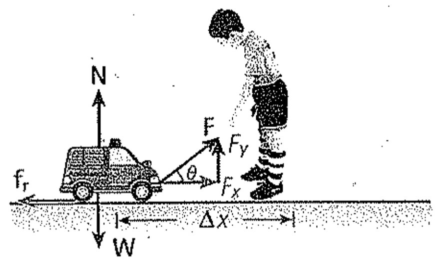


Fig. 5.6 Fuerzas que actúan sobre el juguete.

En la segunda situación consideremos la figura 5.6; en este gráfico vemos a un niño que hala su carro de juguete con una cuerda; observamos que sólo dos fuerzas de las que actúan sobre el carro realizan trabajo: la componente horizontal de la fuerza aplicada $F_x = F \cos \theta$ y la fuerza de rozamiento cinético $f_{rk} = -\mu_k N$.

La componente vertical de la fuerza aplicada $F_y = F$ sen θ, la normal y el peso son perpendiculares a la dirección del desplazamiento, luego estas fuerzas no realizan trabajo sobre el juguete.

Interpretación gráfica del concepto de trabajo

En la figura 5.7 trazamos el gráfico de la magnitud de la fuerza en dirección horizontal en función del desplazamiento, aplicada por Esteban en las tres situaciones planteadas.

En la figura 5.7 a. vemos que el área bajo la recta $y = F_x$ hasta la coordenada de desplazamiento del cuerpo Δx está dada por: $F_x \Delta x$.

En 5.7 b. la componente F_x de la fuerza $\mathbf{F}$ coincide con la dirección del desplazamiento, luego el área bajo la recta es: $F_x \cos \theta \, \Delta x$.

En la figura 5.7 c. el área bajo la recta $y = F$ es igual a 0 porque $\Delta x = 0$, es decir:

$F_y \, 0 = 0$

Del análisis anterior observamos que el área bajo la recta de la magnitud de la fuerza en dirección del desplazamiento coincide con el trabajo realizado sobre el objeto debido a dicha fuerza.

W = área bajo la recta de la magnitud de la fuerza en dirección del desplazamiento 5.7

Luego:

en la figura 5.7 a. $W = F_x \Delta x$.

En 5.7 b. $W = F \cos \theta \Delta x$.

Y en 5.7 c. $W = F_y 0 = 0$.

Es importante destacar que el trabajo es una cantidad física de carácter escalar, es decir, no tiene dirección.

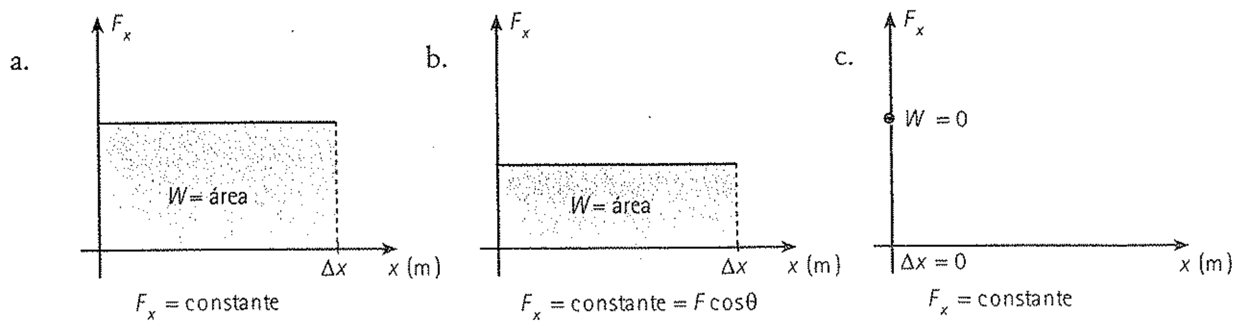


Fig. 5.7 Gráfico de la fuerza realizada por Esteban sobre la caja, en las situaciones planteadas.

Ejemplo

Un niño empuja hacia arriba, con rapidez constante, una caja de 45 kg de masa, sobre un plano inclinado 25° respecto a la horizontal (figura 5.8 a.)

Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el plano inclinado y la caja es $\mu_k = 0{,}1$ y el desplazamiento a lo largo del plano es $\Delta x = 3$ m, determinemos el trabajo que realiza la fuerza aplicada por el niño sobre la caja.

Solución

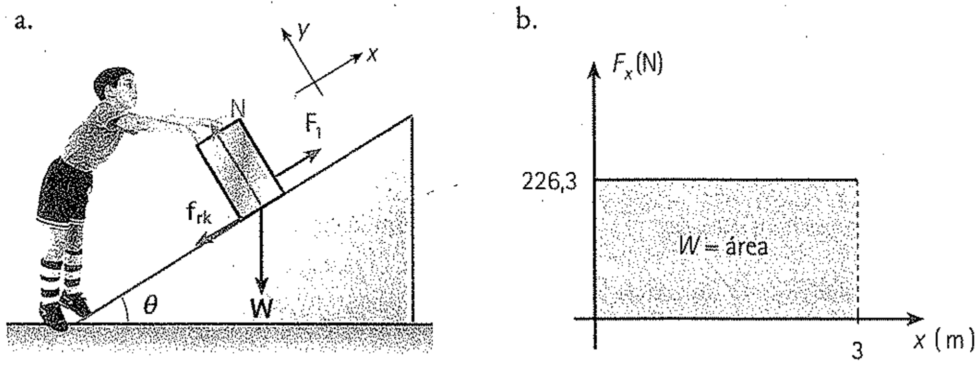


Fig. 5.8 a. Niño empujando una caja a lo largo de un plano inclinado.
b. Diagrama de fuerzas.

De acuerdo con el diagrama de fuerzas de la figura 5.8 a., tenemos:

$$\sum_x : F_{\text{aplicada}} - mg \text{ sen } \theta - \mu_k mg \cos\theta = 0$$

Despejamos la fuerza aplicada, factorizamos y remplazamos los valores numéricos así:

$$F_{\text{aplicada}} = mg \text{ sen } \theta + \mu_k mg \cos\theta$$

$$F_{\text{aplicada}} = mg (\text{sen } \theta + \mu_k \cos\theta)$$

$$F_{\text{aplicada}} = 45 \text{ kg} \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (\text{sen } 25° + 0{,}1 \times \cos 25°) = 226{,}3 \text{ N}$$

En la figura 5.8 b. ilustramos el gráfico de la fuerza aplicada en función del desplazamiento.

Luego, el trabajo de la fuerza aplicada es:

$$W = \text{altura} \times \text{base} = 226{,}3 \text{ N} \times 3 \text{ m} = 678{,}9 \text{ J}$$

Trabajo neto

Cuando sobre un objeto actúan varias fuerzas constantes no equilibradas, podemos calcular el trabajo neto sobre el objeto adicionando algebraicamente los trabajos de cada fuerza o determinando el trabajo de la fuerza resultante.

$$W_{\text{neto}} = F_{1x}\,\Delta x + F_{2x}\,\Delta x + F_{3x}\,\Delta x + \ldots$$

$$W_{\text{neto}} = (F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots)\,\Delta x$$

$$W_{\text{neto}} = F_{x\,\text{resultante}}\,\Delta x \qquad 5.8$$

Ejemplo

Sobre un objeto de masa 18 kg se aplica una fuerza de magnitud 65 N, formando un ángulo de 40° con la horizontal; el coeficiente de rozamiento cinético entre el objeto y la superficie sobre la que se desplaza es $\mu_k = 0,25$, y el desplazamiento del objeto es $\Delta x = 25$ m.

a. Determinemos el trabajo que realiza cada fuerza aplicada sobre el objeto.

b. ¿Qué valor tiene el trabajo neto sobre el objeto?

Solución

a. Sólo realiza trabajo la fuerza que se aplica en dirección horizontal y la fuerza de rozamiento sobre el objeto; ¿por qué?

Como la fuerza aplicada es constante en magnitud, tomamos la ecuación 5.2 y sustituimos los valores conocidos:

$$W = 65 \text{ N} \cos 40° \times 25 \text{ m}$$
$$= 1244{,}82 \text{ J}$$

Para hallar el trabajo de la fuerza de rozamiento primero determinamos el valor de la fuerza normal; para hacerlo, realizamos el diagrama de cuerpo libre que observamos en la figura 5.9.

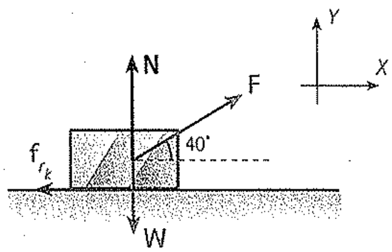


Fig. 5.9 Diagrama de cuerpo libre.

En el diagrama vemos que la fuerza de rozamiento cinético se opone a la dirección del movimiento del objeto, y deducimos que la suma en dirección vertical es: $\sum_y : N + F \text{ sen } 40° - mg = 0$

Despejamos la fuerza normal:

$$N = mg - F \text{ sen } 40°$$

$$N = 18 \text{ kg} \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 65 \text{ N sen } 40°$$

$$N = 134{,}61 \text{ N}$$

En la ecuación $f_k = -\mu_k N$ remplazamos los valores:

$$f_k = -0{,}25 \times 134{,}61 \text{ N} = -33{,}65 \text{ N}$$

Entonces, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento –que también es constante– sobre el objeto es:

$$W = f_k \Delta x$$

Como ya conocemos el valor de la fuerza de rozamiento, sustituimos por sus valores:

$$W = -33{,}65 \text{ N} \times 25 \text{ m} = -841{,}25 \text{ J}$$

En la figura 5.10 a. observamos el gráfico de la fuerza de rozamiento como función de la posición. El área está orientada de manera negativa, por tanto, el trabajo tendrá signo negativo; físicamente significa que la fuerza de rozamiento se opone al desplazamiento.

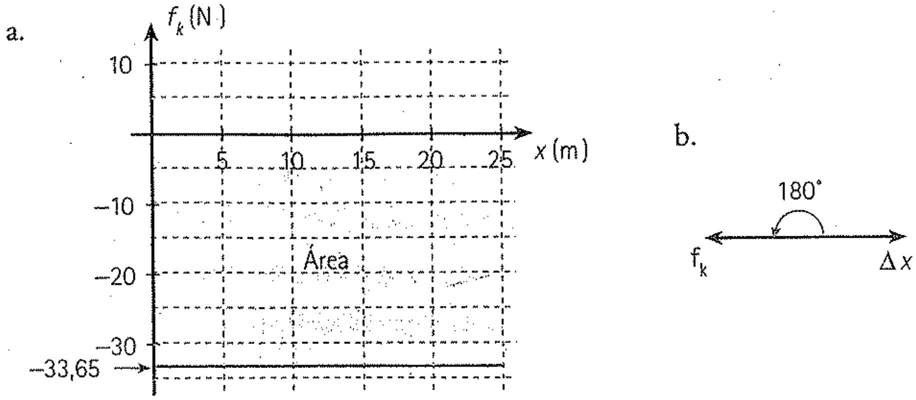


Fig. 5.10 a. Diagrama de fuerzas. b. Ángulo entre la fuerza de rozamiento y el desplazamiento.

Vemos que el ángulo, entre la fuerza de rozamiento y el desplazamiento es 180° (figura 5.10 b.).

b. El trabajo neto es:

$$W_{\text{neto}} = W_{\text{fuerza aplicada}} + W_{\text{fuerza de rozamiento}}$$

Sustituyendo por los valores tenemos:

$$W_{\text{neto}} = 1244{,}82 \text{ J} + (-841{,}25 \text{ J}) = 403{,}57 \text{ J}$$

Trabajo de fuerzas que varían en función de la posición

Para determinar el trabajo realizado por fuerzas que varían en función de la posición trazamos la gráfica F_x en función de x y calculamos el área bajo la curva. Veámoslo con un ejemplo.

Ejemplo

El sistema masa-resorte de la figura 5.11 a. nos muestra una masa m unida al extremo de un resorte de constante de elasticidad $k = 1000\ \dfrac{\text{dinas}}{\text{cm}}$. El resorte se comporta de acuerdo con la ley de Hooke, es decir, ejerce una fuerza $F_x = -kx$ (en donde k es la constante de elasticidad y x la distancia que se estira o comprime el resorte). En $x = 0$ el resorte tiene su longitud original; si se estira 15 cm, determinemos el trabajo realizado por la fuerza F_x sobre la masa.

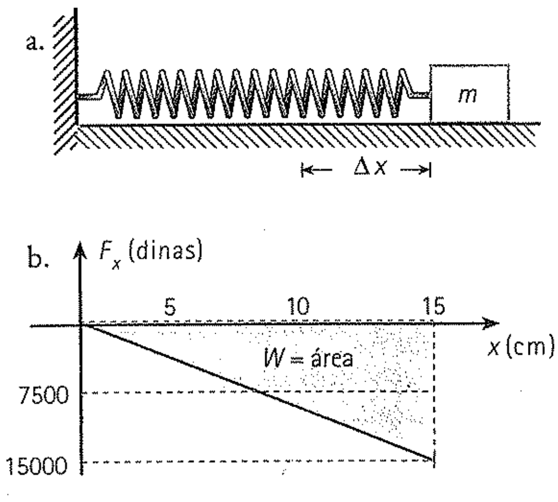


Fig. 5.11 Trabajo realizado por una fuerza variable.

Solución

La fuerza aplicada sobre el resorte no es constante. ¿Por qué?

De acuerdo con la figura 5.11 b., el trabajo realizado por la fuerza sobre la masa es:

$$W = \text{Área} = -\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$W = -\frac{15 \text{ cm} \times 15\ 000 \text{ dinas}}{2} = -112\ 500 \text{ ergios}$$

Vemos que el área está orientada en dirección negativa, por eso le colocamos signo negativo. Recordemos que el área no es negativa, pero sí su orientación. El signo negativo indica que el desplazamiento de la masa se opone a la dirección de la fuerza aplicada.

Energía cinética

Cuando hablamos de trabajo lo relacionamos con otro concepto de gran importancia denominado energía.

Así como el trabajo, la energía es una magnitud escalar y sus unidades son las mismas que las del trabajo.

Analicemos la siguiente situación.

Supongamos que un autobús y un auto se mueven con la misma velocidad v por una carretera, como lo vemos en la figura 5.12.

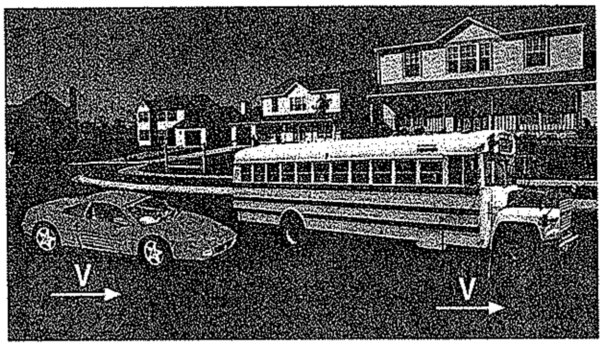


Fig. 5.12 El auto tiene una energía cinética menor que la del autobús, aunque los dos se muevan con igual rapidez.

Sabemos que:

$$W_{\text{neto}} = F_{x\,\text{resultante}}\, \Delta x$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$F_{x\,\text{resultante}} = ma_x$$

Sustituyendo el valor de $F_{x\,\text{resultante}}$ tenemos:

$$W_{\text{neto}} = ma_x\, \Delta x$$

Como la fuerza es constante, el movimiento resultante es uniformemente acelerado. Por lo estudiado en cinemática, sabemos que la magnitud al cuadrado de la componente horizontal de la velocidad instantánea es:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a\Delta x \qquad 5.9$$

Despejamos y obtenemos: $a\Delta x = \dfrac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2}$.

Finalmente sustituimos este valor en la fórmula de trabajo neto.

$$W_{\text{neto}} = ma_x\Delta x = m\left(\frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2}\right)$$

$$W_{\text{neto}} = \frac{mv_x^2}{2} - \frac{mv_{0x}^2}{2} \qquad 5.10$$

El término $\dfrac{mv_x^2}{2}$ se denomina *energía cinética* (E_k) del objeto, luego:

$$E_k = \frac{mv_x^2}{2} \qquad 5.11$$

De acuerdo con la ecuación 5.10 podemos afirmar:

el trabajo neto sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética del mismo.

$$W_{\text{neto}} = E_{k\,\text{final}} - E_{k\,\text{inicial}} = \Delta E_k \qquad 5.12$$

La expresión anterior se denomina **teorema del trabajo y la energía.**

Por lo anterior podemos afirmar que el auto tiene menor energía cinética que el autobús, pues aunque se desplazan con igual rapidez su masa es menor. Vemos que la **energía cinética** de un objeto de masa m es una magnitud escalar que depende de la masa y la rapidez del objeto.

Ejemplo

Un niño de 35 kg de masa corre en línea recta con velocidad instantánea $\mathbf{v} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \hat{\mathbf{i}}$. Determinemos su energía cinética en joules y en ergios.

Solución

Aplicamos la ecuación 5.11 y con ella calculamos la energía cinética del niño así:

$$E_k = \frac{35\ \text{kg} \times \left(2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 109{,}37\ \text{J}$$

$$E_k = 109{,}37 \times 10^7\ \text{ergios} = 1{,}09 \times 10^9\ \text{ergios}$$

Ejemplo

Se lanza un cuerpo de 0,13 kg hacia arriba de un plano inclinado muy liso, con rapidez inicial de 12 m/s, como observamos en la figura 5.13 a. Calculemos la variación de la energía cinética del cuerpo cuando éste se ha desplazado 3 m sobre el plano inclinado. Respecto a la horizontal, el plano tiene un ángulo de inclinación de 34°.

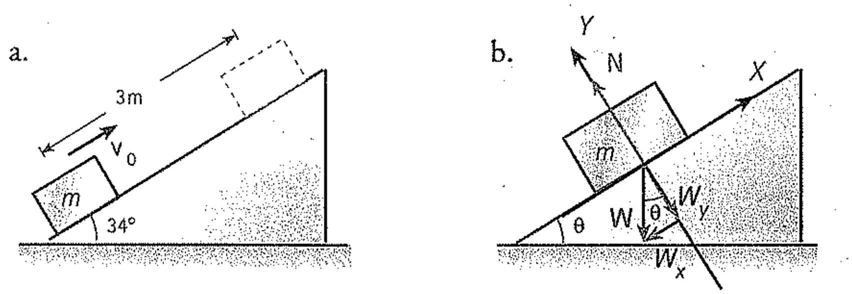


Fig. 5.13

Solución

Lo primero que debemos establecer es la rapidez del cuerpo cuando se ha desplazado 3 m; para lograrlo, trazamos el diagrama de cuerpo libre. En la figura 5.13 b. ilustramos las fuerzas que actúan sobre él.

Ahora aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\mathbf{N} + \mathbf{W} = m\,\mathbf{a}$$

De acuerdo con el sistema de referencia elegido tenemos:

$$N\,\hat{\mathbf{j}} - mg\ \text{sen}\ 34°\,\hat{\mathbf{i}} - mg\cos 34°\,\hat{\mathbf{j}} = ma_x\,\hat{\mathbf{i}}$$

Igualando las componentes rectangulares:

para x: $-mg$ sen $34° = ma_x$.

Para y: $N - mg \cos 34° = 0$

De la ecuación en x simplificamos la masa y calculamos el valor de la aceleración:

$$a_x = -g \text{ sen } 34°$$

$$a_x = -9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ sen } 34° = -5{,}48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Como es un movimiento con aceleración constante, para hallar la rapidez del cuerpo cuando ha recorrido 3 m, remplazamos los valores que ya tenemos en la ecuación 5.9:

$$v_x = \sqrt{\left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\left(-5{,}48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3 \text{ m})} = 10{,}54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Finalmente, la variación de la energía cinética del objeto de acuerdo con el teorema del trabajo y la energía (ecuación 5.12) es:

$$\Delta E_k = \frac{mv_x^2}{2} - \frac{mv_{0x}^2}{2}$$

Remplazando tenemos:

$$\Delta E_k = \frac{0{,}13 \text{ kg}\left(10{,}54 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} - \frac{0{,}13 \text{ kg}\left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}$$

$$\Delta E_k = 7{,}22 \text{ J} - 9{,}36 \text{ J} = -2{,}14 \text{ J}$$

El signo negativo nos indica que la energía cinética disminuye a medida que el bloque asciende por el plano inclinado.

Potencia

Debido al uso progresivo de las máquinas a finales del siglo XVIII, se hizo necesario hallar una forma de expresar con qué rapidez podían efectuar un trabajo, porque en física no sólo es fundamental conocer el trabajo que efectúa una fuerza, sino también la rapidez con la cual puede realizar ese trabajo. Fue así como James Watt (1736-1819), que necesitaba comparar el valor práctico de su máquina de vapor con su caballo, efectuó algunos experimentos reales y llegó a la estimación del trabajo producido por segundo, de un caballo. A esta unidad la denominó caballo de vapor (*horsepower*).

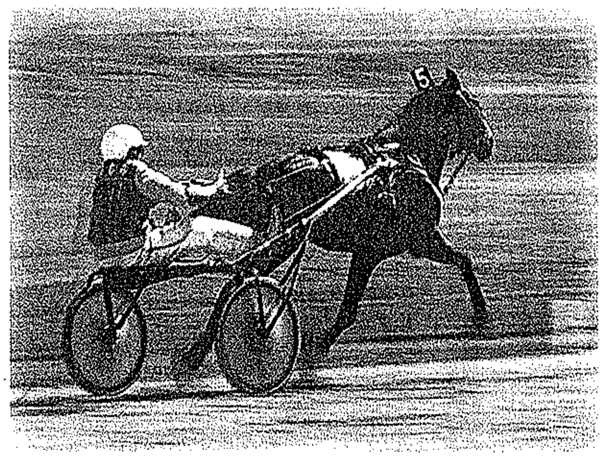


Fig. 5.14 El caballo ganador ha desarrollado mayor potencia.

Potencia media

Si a un cuerpo en movimiento le aplicamos una fuerza constante F_x en la dirección de su desplazamiento Δx, entonces el trabajo realizado por esta fuerza es $\Delta W = F_x \, \Delta x$. Si la fuerza actúa durante un tiempo Δt, la variación del trabajo en ese intervalo de tiempo se denomina **potencia media** (P_m) y está dada por:

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad 5.13$$

Otra ecuación equivalente de la potencia media es:

$P_m = F_x \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$. ¿Por qué?

Las dimensiones y unidades de potencia son:

$$[P] = \left[\frac{ML^2}{T^2\,T}\right] = \left[\frac{ML^2}{T^3}\right]$$

La potencia media es una magnitud física derivada y también una magnitud escalar.

En el SI la unidad de potencia es el **vatio** (W):

$$\text{watt} = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}}; \left(1\text{ W} = \frac{\text{J}}{\text{s}}\right) \qquad 5.14$$

Otra unidad de potencia es el caballo de vapor (hp), cuya equivalencia con el vatio es:

$$1\text{ hp} = 746\text{ W} \qquad 5.15$$

En aquellos casos en los que intervienen mayores cantidades de potencia algunas unidades más adecuadas son el kilovatio (kW) y el megavatio(MW).

$$1\text{ kW} = 10^3\text{ W} \qquad 1\text{ MW} = 10^6\text{ W}$$

Potencia instantánea

Cuando el tiempo Δt en el que se realiza el trabajo tiende a cero, entonces la potencia media P_m se aproxima a un valor conocido como **potencia instantánea** en el instante de tiempo t, es decir:

$$P_{\text{instantánea}} = \lim_{\Delta t \to 0} P_m = F_x \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$$

$$P_{\text{instantánea}} = F_x \, v_x \qquad 5.16$$

Ejemplo

Un macaco, de masa 45 kg, sube con rapidez constante a un árbol en 12 s, por una liana de 32 m de longitud. Determinemos la potencia media del animal.

Solución

Realicemos el diagrama de cuerpo libre para el macaco.

Fig. 5.15 Macaco moviéndose con rapidez constante.

Del diagrama de cuerpo libre tenemos:

$$\mathbf{T} + \mathbf{w} = \mathbf{0}$$

Respecto al sistema de referencia:

$$T\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos por componentes rectangulares:

$$T - mg = 0$$

De esta ecuación despejamos la magnitud de la tensión y remplazamos en ella los valores:

$$T = mg$$

$$T = 45 \text{ kg} \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 441 \text{ N}$$

Para que el macaco pueda subir con rapidez constante debe aplicar, por lo menos, una fuerza igual a 441 N en dirección vertical. ¿Por qué? Por tanto, la potencia media será:

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{441 \text{ N} \times 32 \text{ m}}{12 \text{ s}} = 1176 \text{ W}$$

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. Un soldado presta guardia a la entrada del batallón, durante 12 horas continuas. Todo ese tiempo está de pie y carga su pesado equipo. Desde el punto de vista de la física, ¿el soldado realiza trabajo? Razona tu respuesta

2. Un estudiante de 10o. grado afirma: "*el trabajo es el producto de la fuerza por la distancia*". ¿Es correcta la afirmación? Argumenta tu respuesta.

3. ¿Las dimensiones de trabajo son: $[W] = \left[\frac{ML^2}{T}\right]$? Compara tu respuesta.

4. ¿La potencia es una cantidad física de carácter vectorial? Compara tu respuesta.

5. En la figura 5.16 se ilustra una fuerza F_x no constante, que actúa sobre un objeto de masa m. Encuentra el trabajo de la fuerza sobre la masa entre:

   a. $x_1 = 0$ y $x_2 = 4$ m

   b. $x_1 = 0$ y $x_2 = 6$ m

   c. $x_1 = 6$ m y $x_2 = 8$ m

   d. $x_1 = 8$ m y $x_2 = 14$ m

   e. Determina el trabajo total entre $x_1 = 0$ y $x_2 = 14$ m.

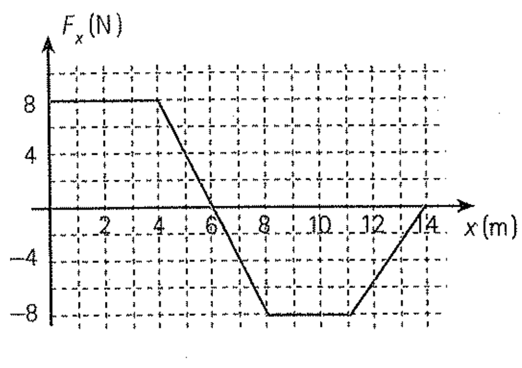


Fig. 5.16

6. Un niño arrastra su carro de juguete con una cuerda y le aplica una fuerza de magnitud 500 dinas. La masa del carro es 45 g, la cuerda forma un ángulo de 45° con la horizontal y el niño desplaza el juguete en línea recta 5 m. Asume que la fuerza de rozamiento es igual a cero. Con esta información:

   a. traza el gráfico de cada una de las fuerzas como función de la posición.

   b. Determina el trabajo de la fuerza aplicada sobre el carro, así como el de la fuerza normal y el peso.

7. Sobre la masa de 4 kg de la figura 5.17, actúan las siguientes fuerzas: una paralela al plano, de magnitud $F_1 = 12$ N; otra en dirección horizontal, de magnitud $F_2 = 4$ N; el coeficiente de rozamiento cinético entre la masa y el plano es igual a cero; como resultado de las fuerzas la masa se desplaza 12 m hacia arriba en el plano. Determina:

   a. el trabajo de cada fuerza que actúa sobre la masa.

   b. El trabajo neto.

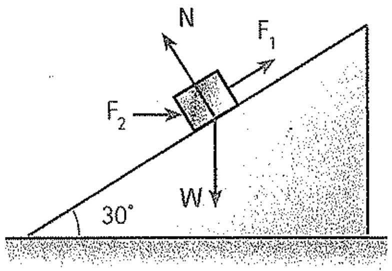


Fig. 5.17

8. Un obrero empuja, desde el reposo, una nevera de masa 45 kg sobre un piso áspero, aplicándole una fuerza de 120 N. El obrero desplaza la nevera 30 m. El coeficiente de fricción cinético entre la nevera y el piso es 0,25. Halla:

   a. el trabajo de la fuerza resultante sobre la nevera.

   b. El cambio en la energía cinética que experimenta la nevera.

   c. La velocidad final de la nevera.

9. Un joven arrastra una caja de 100 kg horizontalmente. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es 0,35.

   a. ¿Qué potencia instantánea debe suministrar el joven para desplazar la caja a 6 m/s?

   b. Calcula cuánto trabajo realiza el joven en 10 minutos.

10. El motor de una moto acuática hala con rapidez constante a un esquiador. La resistencia del agua sobre la tabla en la cual está parado el deportista es igual a 145 N. El esquiador se desplaza 400 m. Determina la potencia media desarrollada por el motor en un tiempo de 30 minutos.

11. Una ama de casa sube, con una cuerda, un canasto con víveres –desde el primero hasta el quinto piso del edificio donde vive– una altura aproximada de 15 m. El canasto con los víveres pesa 25 kg y el movimiento se realiza con rapidez constante.

   a. Elabora la gráfica de la fuerza aplicada por la señora en función de la posición.

   b. Determina el trabajo realizado por la fuerza aplicada.

   c. Si el movimiento lo realizó en 12 s, expresa la potencia –en hp– que desarrollaron los brazos del ama de casa.

Describe situaciones relacionadas con trabajo, potencia y energía.
Establece relaciones entre variables.
Interpreta situaciones con ayuda de modelos.
Pone en común las soluciones a los ejercicios propuestos.

Conservación de la energía mecánica

TEMA 2

ESTÁNDAR E

Aplica y relaciona el concepto de energía potencial y trabajo. Aplica el principio de conservación de la energía.

En este tema analizaremos uno de los principios básicos de la física clásica: el de conservación de la energía mecánica. Estudiaremos los cambios de energía cinética en energía potencial experimentados por un objeto y cómo la suma de esas energías en cualquier punto de la trayectoria permanece constante.

Fuerza conservativa

Un sistema conservativo es aquel en el cual el trabajo realizado por las fuerzas del sistema, como fuerzas restauradoras o fuerza gravitacional, es *completamente independiente* de la trayectoria que sigue el cuerpo. Por tanto, no existen fuerzas de rozamiento ni disipativas que puedan generar una pérdida de energía cinética. Las fuerzas que actúan en dichos sistemas se denominan *conservativas.*

Una fuerza es conservativa cuando cumple dos condiciones:

- que el trabajo realizado por la fuerza sobre un objeto de masa m sea independiente de la trayectoria.
- Y que el trabajo realizado por la fuerza sobre la masa m sea igual a cero, siempre que la trayectoria sea cerrada.

Trayectoria cerrada significa que el desplazamiento de la masa es igual a cero, es decir, la masa parte de cierto punto y regresa a él $(\Delta x = 0)$.

Algunas *fuerzas conservativas* son: el peso $\mathbf{w} = -mg\,\hat{\mathbf{j}}$, la fuerza asociada con un resorte de constante elástica k: $\mathbf{F}_x = -kx\,\hat{\mathbf{i}}$ y, en general, las fuerzas constantes.

Las *fuerzas disipativas* también se conocen como *no conservativas.* Una fuerza no conservativa es la de rozamiento: $\mathbf{f}_r = -\mu N\,\hat{\mathbf{i}}$, como por ejemplo la que ejercen las llantas de un auto para detenerse en el pavimento.

Energía potencial

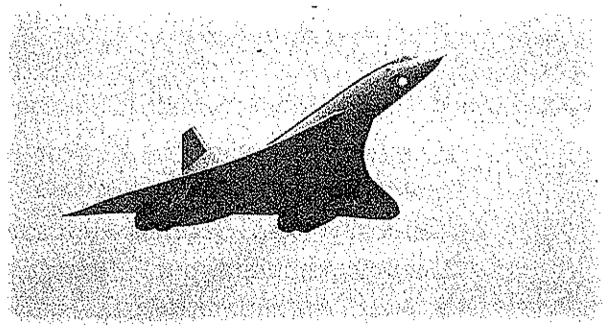


Fig. 5.18 El concorde tiene energía potencial debido a la altura que presenta respecto a la variación de su posición.

En algunos casos el trabajo neto sobre un objeto no se convierte en energía cinética en términos del movimiento del objeto, sino que más bien este trabajo se almacena en otra forma de energía denominada **energía potencial**. Esta permite estudiar algunos sistemas en los cuales es posible aprovechar el trabajo mecánico que realiza una fuerza conservativa de manera útil.

De esta manera, el trabajo producido puede interpretarse como la diferencia entre los valores de cierta "función" en las posiciones final e inicial del cuerpo.

Los valores de esta función deben ser escalares, ya que el trabajo lo es.

Esta función recibe el nombre de *función de energía potencial* y la denotamos (E_p).

Por tanto: $W = -\left(E_{p\,\text{posición final}} - E_{p\,\text{posición inicial}}\right)$

$$W = \Delta E_p = -\left(E_p - E_{p0}\right) \qquad 5.17$$

Logros: plantear y aplicar condiciones para que la energía mecánica se conserve en un determinado sistema.

Ejemplo

Sistema masa-Tierra

Determinemos la función energía potencial asociada a la fuerza gravitacional $\mathbf{F}_g = -mg\hat{\mathbf{j}}$, al llevar un objeto de masa m desde $y = 0$ hasta $y > 0$.

Solución

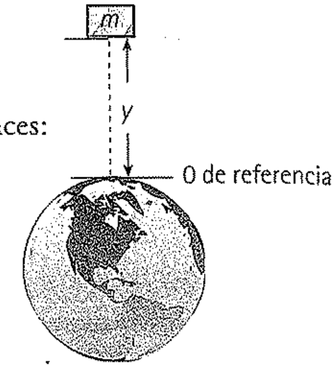


Fig. 5.19 Masa situada a una altura y.

En la figura 5.19 ilustramos el sistema masa-Tierra.

Como la fuerza que actúa es gravitacional y constante, entonces:

$$W = F_y \ \Delta y$$

$$W = -mgh$$

$$W = -mg(h - 0)$$

$$W = -\left(mgh - mg0\right)$$

$$W = -\left[E_p(h) - E_p(0)\right]$$

Es necesario ubicar un cero de referencia respecto al cual aplicaremos las variaciones de energía potencial.

Para este caso elegimos arbitrariamente el cero de referencia en el piso; entonces, asumimos que la energía potencial es igual a cero cuando $y = 0$, es decir, $E_p(0) = 0$, luego:

$$W = F_y \ \Delta y$$

$$W = -mgh = -E_p(h)$$

Por tanto, la función energía potencial asociada a la fuerza gravitacional en función de la altura h, queda expresada como:

$$E_p(h) = mgh$$

O simplemente: $E_p = mgh$ 5.18

Ejemplo

Sistema masa-resorte

Determinemos la función energía potencial asociada a la fuerza $\mathbf{F}_x = -kx\hat{\mathbf{i}}$, al llevar la masa desde $x = 0$ hasta $x > 0$.

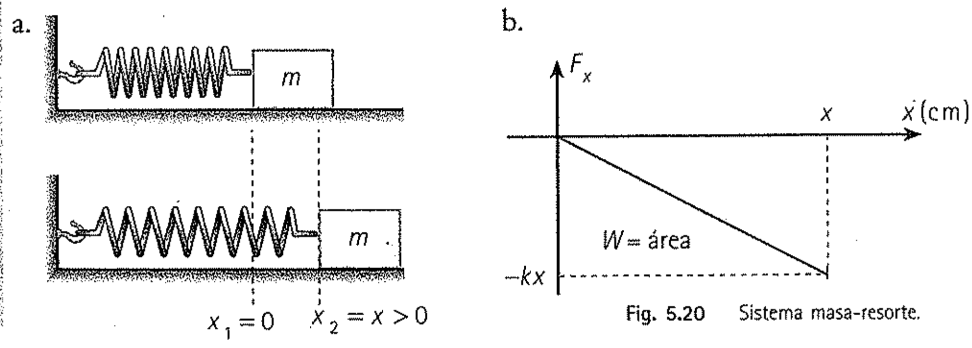


Fig. 5.20 Sistema masa-resorte.

Solución

En la figura 5.20 a. ilustramos el sistema masa-resorte. El resorte se ha estirado. En la figura 5.20 b. vemos cómo la fuerza actúa sobre la masa en función de la posición.

Como la fuerza no es constante, debemos determinar el área bajo la recta a partir de $W = -\dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$:

$$W = -\frac{(kx) \times (x)}{2} = -\frac{kx^2}{2}$$

$$W = -\left[E_p(x) - E_p(0)\right]$$

Cuando el resorte presenta su longitud natural asumimos que no tiene energía potencial. Entonces, para $x = 0$, la $E_p(0) = 0$. Por consiguiente, la función energía potencial asociada a la fuerza del resorte en función de la posición es:

$$E_p(x) = \frac{kx^2}{2} \qquad 5.19$$

Principio de conservación de la energía mecánica

Observemos detenidamente la foto de la clavadista. En su movimiento, la energía potencial gravitacional se trasforma en energía cinética a medida que va descendiendo.

Fig. 5.21 En la caída, la clavadista trasforma su energía potencial gravitacional en energía cinética.

De la ecuación 5.12 sabemos que el trabajo neto que actúa sobre una masa es igual al cambio en la energía cinética: $W_{neto} = \Delta E_k$.

Si la fuerza aplicada es *conservativa*, este trabajo neto también es igual a la disminución de la energía potencial:

$$W_{neto} = \Delta E_k = -\Delta E_p$$

Si en este resultado tomamos los dos últimos términos:

$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

esto es equivalente a:

$$E_{k\,final} - E_{k\,inicial} = -\left(E_{p\,final} - E_{p\,inicial}\right)$$

Organizamos los términos de la siguiente manera:

$$E_{k\,inicial} + E_{p\,inicial} = E_{k\,final} + E_{p\,final} \qquad 5.20$$

Para un sistema en el que sólo actúan fuerzas conservativas la suma de la energía cinética más la energía potencial en un punto se denomina **energía mecánica total del sistema.**

$$E_{total} = E_{k\,inicial} + E_{p\,inicial} = \text{constante} \qquad 5.21$$

Este resultado recibe el nombre de **principio de conservación de la energía mecánica**.

Ejemplo

Se lanza un objeto en forma parabólica con rapidez v_0, como vemos en la figura 5.22. En cada uno de los puntos señalados, indiquemos la energía cinética y la energía potencial respecto al punto de lanzamiento.

Solución

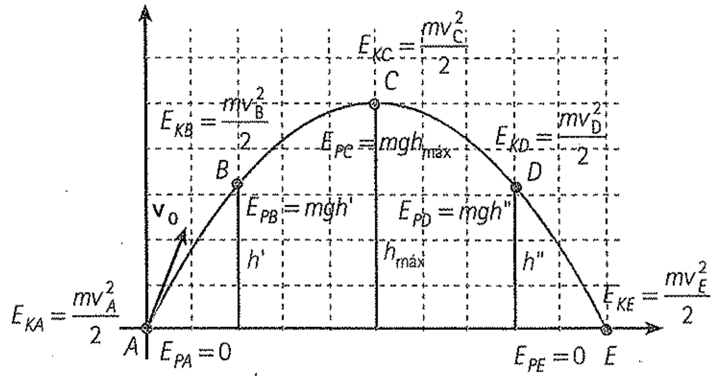


Fig. 5.22 Variaciones de energía cinética y energía potencial en un lanzamiento parabólico.

El principio de conservación de la energía mecánica dice: *la energía total se mantiene constante en todos los puntos señalados*; para que eso se cumpla cuando la energía cinética aumenta, la energía potencial debe disminuir.

Ejemplo

Un objeto de 4 kg de masa se suelta desde el reposo en el punto A, a una altura de 15 m, como vemos en la figura 5.23. En el punto C se ha colocado un resorte cuya constante de fuerza es $k = 2000\ \mathrm{N/m}$. Si la superficie no presenta rozamiento, determinemos:

a. la velocidad del objeto al pasar por el punto B.

b. La compresión máxima del resorte.

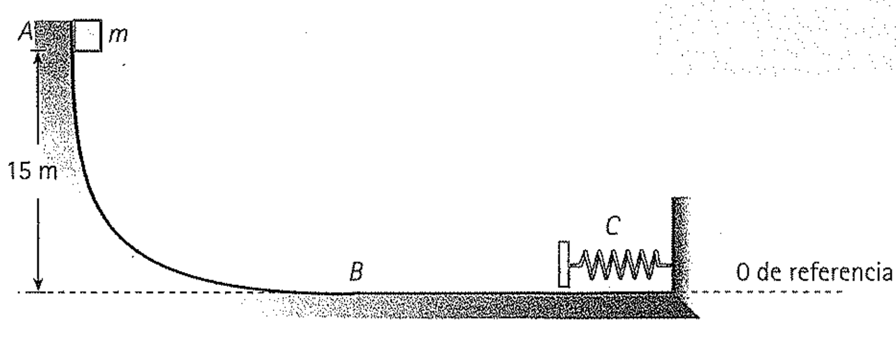


Fig. 5.23 Cambios de energía.

Solución

a. Al analizar las fuerzas que actúan sobre el objeto mientras se mueve desde el punto A hasta el punto donde el resorte llega a su compresión máxima, nos damos cuenta que todas son conservativas. ¿Por qué?

Para determinar la rapidez del objeto en la base de la pista (punto B), aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B:

$$E_{\text{total en } A} = E_{\text{total en } B}$$

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

En la figura 5.23 elegimos el cero de referencia en la base de la pista.

En el punto A el objeto tiene energía potencial ya que se encuentra a una altura h respecto al cero de referencia, pero la energía cinética es igual a cero porque la rapidez inicial es cero. En consecuencia, la energía total en A es:

$$E_{pA} + E_{kA} = mgh + 0$$

En el punto B la altura es igual a cero, entonces la energía potencial se ha trasformado en energía cinética.

La energía total en B es:

$$E_{kB} + E_{pB} = \frac{mv_B^2}{2} + 0$$

Igualamos la energía total inicial (en A) con la energía total final (en B):

$$mgh = \frac{mv_B^2}{2}$$

Simplificamos la masa, despejamos la rapidez en el punto B y remplazamos por los valores numéricos:

$$v_B = \sqrt{(2gh)}$$

$$v_B = \sqrt{\left(2 \times 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 15\ \text{m}\right)} = 17{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. Para determinar la compresión máxima del resorte, aplicamos de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos B y C:

$$E_{\text{total en } B} = E_{\text{total en } C}$$

Respecto al cero de referencia, la energía total en B es:

$$E_{kB} + E_{pB} = \frac{mv_B^2}{2} + 0$$

La energía total en C es (la energía cinética se ha trasformado en energía potencial almacenada en el resorte):

$$E_{kC} + E_{pC} = 0 + \frac{kx^2}{2}$$

Igualamos la energía total inicial (en B) con la energía total final (en C):

$$\frac{mv_B^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

Simplificamos la expresión, despejamos x y remplazamos los valores numéricos:

$$x = \sqrt{\frac{mv_B^2}{k}}$$

$$x = \sqrt{\frac{(4\ \text{kg})\left(17{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}76\ \text{m} \qquad \text{(tomamos la raíz positiva)}$$

Ejemplo

Un sistema de masas $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 4$ kg se ubica como vemos en la figura 5.24. Asumimos que entre la superficie y m_1 no se presenta rozamiento y que la polea también carece de rozamiento. Si el sistema se libera desde el reposo, determinemos:

a. la velocidad lineal en magnitud (v) de m_2 al descender 4 m.

b. La aceleración de las masas.

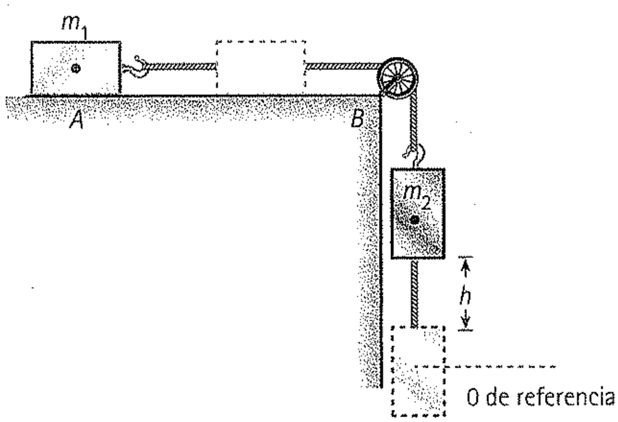


Fig. 5.24 Sistema de dos masas.

Solución

a. De acuerdo con el cero de referencia para el sistema tenemos:

$$E_{\text{total en } A} = E_{\text{total en } B}$$

La energía total en A es (la energía cinética en A es igual a cero porque el sistema parte del reposo):

$$E_{kA} + E_{pA} = 0 + m_1 gh + m_2 gh$$

La energía total en B es:

$$E_{kB} + E_{pB} = \frac{(m_1 + m_2)\,v_B^2}{2} + m_1 gh$$

Igualamos la energía total inicial (en A) con la energía total final (en B):

$$m_1 gh + m_2 gh = \frac{(m_1 + m_2)\,v_B^2}{2} + m_1 gh$$

Cancelamos el término común y despejamos la rapidez del sistema:

$$v_B = \sqrt{\left[\frac{2m_2gh}{(m_1 + m_2)}\right]}$$

Remplazamos por los valores numéricos:

$$v_B = \sqrt{\left[\frac{2 \times 4 \text{ kg} \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4 \text{ m}}{(6 \text{ kg})}\right]} = 7{,}22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. El sistema se mueve con aceleración constante:

$$v^2 = v_0^2 + 2ah$$

Eliminamos la rapidez inicial –porque el sistema parte del reposo–, despejamos la aceleración y remplazamos por los valores:

$$a = \frac{v^2}{2h}$$

$$a = \frac{\left(7{,}22 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 4 \text{ m}} = 6{,}51 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Teorema generalizado de trabajo y energía

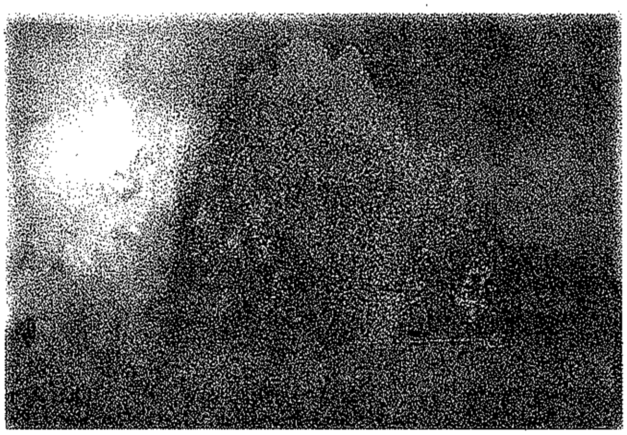


Fig. 5.25 El volcán libera una enorme cantidad de energía en forma de calor.

Cuando en un sistema actúan fuerzas no conservativas, como la fuerza de rozamiento, la energía mecánica total no se conserva, pues parte o toda se trasforma en calor. Por ejemplo cuando frotas tus manos, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento lo experimentas rápidamente en forma de calor. Este calor vamos a determinarlo mediante el trabajo de la fuerza no conservativa.

De la ecuación $\Delta E_k = -\Delta E_p$ sabemos que este resultado es válido solo para fuerzas conservativas; pasando a adicionar la variación de la energía cinética tenemos:

$$0 = \Delta E_k + \Delta E_p$$

Cuando consideramos fuerzas no conservativas, entonces: $0 \neq \Delta E_k + \Delta E_p$.

Si incluimos el término de calor obtenemos:

$$W_{\text{no conservativo}} = \Delta E_k + \Delta E_p \qquad 5.22$$

Este resultado se denomina **teorema generalizado de trabajo y energía.**

El trabajo de la fuerza no conservativa lo determinamos a partir de la ecuación 5.1, si la fuerza es constante:

$$W_{\text{no conservativo}} = F_x \, \Delta x \qquad 5.23$$

Ejemplo

Resolvamos el ejemplo anterior, pero ahora consideremos un coeficiente de rozamiento cinético entre la superficie y m_1, de $\mu_k = 0,1$.

Solución

Al desplazarse m_1 sobre la superficie horizontal, sabemos que la fuerza de rozamiento cinético es:

$$f_k = -\mu_k N$$

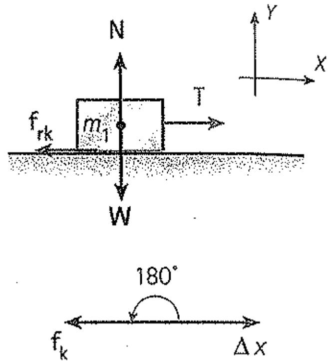


Fig. 5.26 Diagrama de cuerpo libre para m_1.

De acuerdo con el diagrama de cuerpo libre de la figura 5.26, adicionamos las fuerzas en dirección vertical o suma de fuerzas en y, para determinar el valor de la fuerza normal:

$$N\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{j}}$$

Igualamos las componentes en y:

$$N - m_1 g = 0$$

Entonces: $N = m_1 g$.

Sustituimos el valor de N en la ecuación de la fuerza de rozamiento y nos queda: $f_k = -\mu_k m_1 g$.

Como $F_x = f_k$, lo remplazamos en la relación 5.23 y como trabajo de la fuerza no conservativa obtenemos:

$$W_{\text{no conservativo}} = -\mu_k m_1 g \Delta x$$

Ahora remplazamos por los valores:

$$W_{\text{no conservativo}} = -0,1 \times 2 \text{ kg} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4 \text{ m}$$

$$W_{\text{no conservativo}} = -7,84 \text{ J} \qquad 5.24$$

La variación de la energía cinética es:

$$\Delta E_k = E_{kB} - E_{kA} = \frac{(m_1 + m_2)\, v_B^2}{2} - 0$$

$$\Delta E_k = \frac{6 \text{ kg} \times v_B^2}{2}$$

$$\Delta E_k = 3 \text{ kg } v_B^2 \qquad 5.25$$

La variación de la energía potencial es:

$$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = m_1 gh - (m_1 gh + m_2 gh) = -m_2 gh$$

$$\Delta E_p = -4 \text{ kg} \times 9{,}8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4 \text{ m}$$

$$\Delta E_p = -156{,}8 \text{ J} \qquad 5.26$$

En la ecuación 5.22 sustituimos los valores hallados en 5.24, 5.25 y 5.26, y tenemos:

$$-7{,}84 \text{ J} = 3 \text{ kg } v_B^2 - 156{,}8 \text{ J}$$

Ahora despejamos la rapidez v_B^2:

$$v_B = \sqrt{\frac{-7{,}84 \text{ J} + 156{,}80 \text{ J}}{3 \text{ kg}}} = 7{,}04 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. Como la aceleración del sistema es $a = \dfrac{v^2}{2h}$, entonces remplazamos por sus valores:

$$a = \frac{\left(7{,}04 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 4 \text{ m}} = 6{,}20 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo

Un bloque de masa m_0 se suelta desde el reposo, como observamos en la figura 5.27 a. El coeficiente de rozamiento cinético entre la superficie del plano y el bloque es $\mu_k = 0{,}1$. La longitud del plano es 12 m y su inclinación 30°. ¿Qué rapidez tendrá el bloque al llegar a la base del plano?

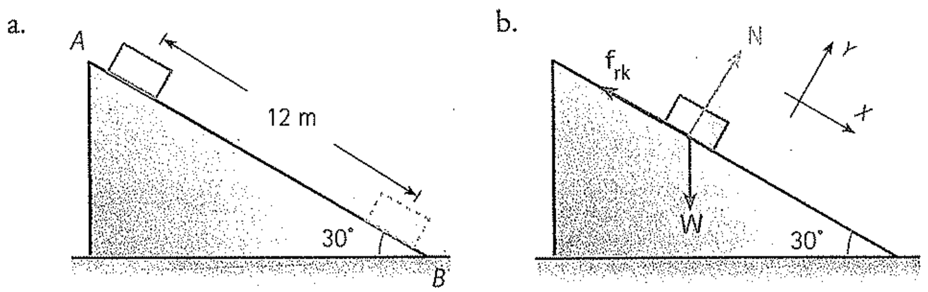


Fig. 5.27 Bloque sobre superficie rugosa.

Solución

Como la fuerza de rozamiento cinético es no conservativa, aplicamos el teorema generalizado de trabajo y energía.

La figura 5.27 b. corresponde al diagrama de cuerpo libre para la masa m_0. Para determinar el valor de la fuerza normal sobre el bloque, tomamos la suma de fuerzas en y:

$\sum_y : N\hat{\mathbf{j}} - m_0 g \cos 30° \hat{\mathbf{j}} = 0\hat{\mathbf{j}}$

Entonces:

$N - m_0 g \cos 30° = 0$

De donde: $N = m_0 g \cos 30°$.

Como $f_{rk} = -\mu_k N$ y de acuerdo con la ecuación 5.23, entonces:

$W_{\text{no conservativo}} = F_x \Delta x = -\mu_k m_0 g \cos 30° \Delta x$

Remplazamos por los valores:

$$W_{\text{no conservativo}} = -0{,}1 \times m_0 \times 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos 30° \ (12 \text{ m})$$

$$W_{\text{no conservativo}} = -10{,}18 \ m_0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \qquad 5.27$$

Luego la variación de la energía cinética es:

$$\Delta E_k = E_{kB} - E_{kA} = \frac{m_0 v_B^2}{2} - 0 = \frac{m_0 v_B^2}{2} \qquad 5.28$$

La variación de la energía potencial es:

$\Delta E_p = E_{pB} - E_{pA} = 0 - m_0 g h$

En el triángulo rectángulo determinado por el plano inclinado la altura h es:

$h = 12 \text{ m sen } 30°$

$$\Delta E_p = -m_0 \ 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 12 \text{ m sen } 30°$$

$$\Delta E_p = -m_0 \ 58{,}8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \qquad 5.29$$

Remplazamos 5.27, 5.28 y 5.29 en 5.22 y obtenemos:

$$-10{,}18 \ m_0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \frac{m_0 v_B^2}{2} + \left(-m_0 \ 58{,}8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)$$

Eliminamos la masa m_0, despejamos la rapidez en B y sustituimos por los valores numéricos:

$$v_B^2 = 2\left(-10{,}18 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 58{,}8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)$$

$$v_B = 9{,}86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. ¿Cúales son las condiciones para que una fuerza sea conservativa?

2. ¿Todas las fuerzas conservativas tienen una función energía potencial asociada? Razona tu respuesta.

3. ¿Las dimensiones de la función energía potencial asociada a un resorte son:

$$[E_p] = \left[\frac{ML^2}{T^2}\right]?$$ Compara tu respuesta.

4. ¿La fuerza de rozamiento es disipativa? Analiza tu respuesta.

5. Un objeto de masa 25 kg se deja caer desde el reposo, a una altura de 15 m.

   a. ¿Con qué rapidez llega el objeto al suelo?

   b. Cuando la altura de la cual cae el objeto es 8 m, ¿qué rapidez tiene?

6. Desde el reposo se libera el sistema que vemos en la figura 5.28. En el instante inicial, la masa de 18 kg está a 15 m del suelo.

   a. Con base en la conservación de energía, determina la rapidez con la cual la masa llega al piso.

   b. ¿Qué aceleración tienen las masas en ese instante?

   c. Traza la gráfica de posición en función del tiempo para el bloque de 9 kg.

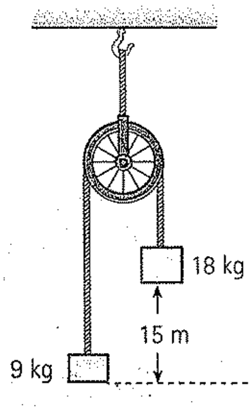


Fig. 5.28

7. Desde una altura de 2 m se suelta un objeto, de masa 55 kg, sobre un resorte de constante de elasticidad $k = 2500$ N.

   a. ¿Qué rapidez tiene el objeto en el momento que toca el resorte?

   b. Determina la compresión máxima del resorte.

8. Un objeto de 120 g se lanza con trayectoria parabólica, con una rapidez inicial de 30 m/s y formando un ángulo de 35° con la horizontal; aplica el principio de conservación de la energía y calcula:

   a. la energía potencial del cuerpo en la altura máxima.

   b. La variación de energía cinética entre el punto de lanzamiento y la altura máxima.

   c. La variación de energía potencial entre el punto de lanzamiento y la altura máxima.

9. Un niño tiene una pista de juguete, sin rozamiento entre los puntos A y F, como observamos en la figura 5.29. El niño suelta uno de sus autos desde el punto A.

   a. Determina la rapidez del auto en el punto B.

   b. ¿A qué altura h_1 se encuentra el vehículo en C, si se sabe que la rapidez en ese punto es 3,2 m / s?

   c. ¿Qué rapidez tiene el auto en E si la altura en ese punto es $h_2 = 0,20$ m?

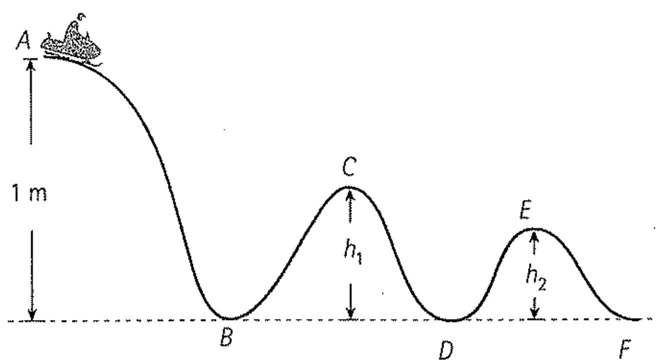


Fig. 5.29

Formula el principio de conservación de la energía y el teorema generalizado de trabajo y energía.
Resuelve problemas de conservación de energía y situaciones donde la energía no se conserva.
Interpreta datos donde la energía se conserva y donde no se conserva.
Analiza el principio de conservación de la energía y el teorema generalizado de trabajo y energía.

Impulso. Cantidad de movimiento

TEMA 3

ESTÁNDAR E

Aplica y relaciona los conceptos de impulso y cantidad de movimiento, y el principio de la conservación de la cantidad de movimiento.

A continuación estudiaremos un concepto de gran importancia definido por Newton, en el que se relacionan dos cantidades que tienen que ver con nuestra cotidianidad: la masa de un objeto y la velocidad instantánea que éste pueda tener. Este concepto se ha denominado **cantidad de movimiento**. También analizaremos interacciones de objetos en tiempos muy cortos y su conexión con la cantidad de movimiento.

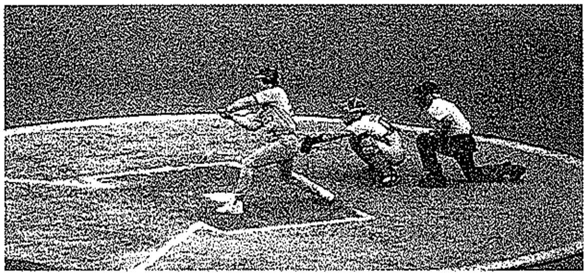


Fig. 5.30 Al golpear la bola con el bate, el beisbolista le cambia la trayectoria.

Impulso

De acuerdo con la segunda ley de Newton: $\mathbf{F}_{\text{resultante}} = m\mathbf{a}$; cuando la fuerza es constante, la aceleración la expresamos: $\mathbf{a} = \dfrac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$.

Si remplazamos el valor de **a** en la ecuación de la fuerza, tenemos:

$$\mathbf{F} = m\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Este resultado podemos expresarlo como:

$$\mathbf{F}\Delta t = m\Delta \mathbf{v} \qquad 5.30$$

A este producto se le denomina *impulso*:

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\Delta t \qquad 5.31$$

Notamos que el impulso es una cantidad de carácter vectorial, dirigido en la misma dirección que la fuerza.

Dimensiones y unidad del impulso

Las dimensiones del impulso son:

$$[I] = \left[M\frac{L}{T^2}T\right] = \left[\frac{ML}{T}\right]$$

Su unidad en el SI es:

$$\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot \text{s} = \text{N s}$$

Ejemplo

Un jugador de tenis golpea la bola con su raqueta, con fuerza máxima horizontal, aplicándole un impulso igual a $4\ \text{kg}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, en un tiempo de $4{,}2 \times 10^{-3}$ s; determinemos la fuerza máxima aplicada por el jugador.

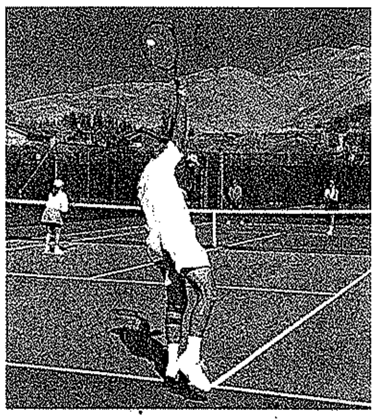


Fig. 5.31 El jugador aplica con su raqueta una fuerza de gran magnitud a la pelota, en un tiempo aproximado de 4×10^{-3} s.

Logros: identificar los conceptos de cantidad de movimiento lineal e impulso; analizar en qué condiciones se conserva el momento lineal.

Solución

De la ecuación 5.31 despejamos la magnitud de la fuerza en dirección horizontal:

$$F_x = \frac{I_x}{\Delta t}$$

Ahora sustituimos por los valores:

$$F_x = \frac{4 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}2 \times 10^{-3} \text{ s}} = 952{,}4 \text{ N}$$

Cantidad de movimiento (momento lineal)

De la relación 5.30 tenemos:

$$\mathbf{F}\Delta t = m\Delta\mathbf{v} = m(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) = m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0$$

Definimos: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

donde $\mathbf{p}$ se denomina **cantidad de movimiento.**

$$\mathbf{F}\Delta t = m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0 = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0$$

De las ecuaciones 5.30 y 5.31 concluimos que: *el impulso es igual al cambio de la cantidad de movimiento.*

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\Delta t = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \Delta\mathbf{p} \qquad 5.32$$

El impulso se estudia usualmente para fuerzas de gran magnitud, aplicadas en un tiempo muy corto; por ejemplo, de acuerdo con la figura 5.30, en un juego de béisbol cuando el bateador golpea la bola, la trayectoria de esta cambia, es decir, se produce una variación en la cantidad de movimiento.

Como el impulso es igual a la variación de movimiento del objeto, las unidades de estas cantidades físicas coinciden.

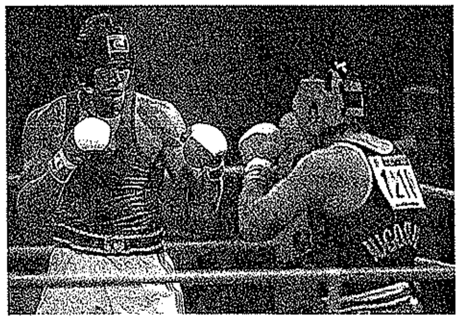


Fig. 5.32 En el boxeo deben enfrentarse contendores de masa similar. ¿Por qué?

Ejemplo

Una bola de ping-pong se mueve con velocidad instantánea $\mathbf{v}_0 = 3{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\mathbf{i}}$ y tiene una masa aproximada de 10 g. Después de chocar con la raqueta su velocidad es $\mathbf{v}_f = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\mathbf{i}}$ (rebota). Determinemos la variación en la cantidad de movimiento de la bola.

Solución

De la relación 5.32 sabemos que:

$$\Delta\mathbf{p} = m\Delta\mathbf{v}$$

$$\Delta\mathbf{p} = m(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$$

Por tanto:

$$\Delta\mathbf{p} = 0{,}01 \text{ kg}\left(-5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\mathbf{i}} - 3{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\mathbf{i}}\right) = -0{,}085 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{\mathbf{i}}$$

Este resultado es también el impulso trasmitido a la bola.

Conservación de la cantidad de movimiento

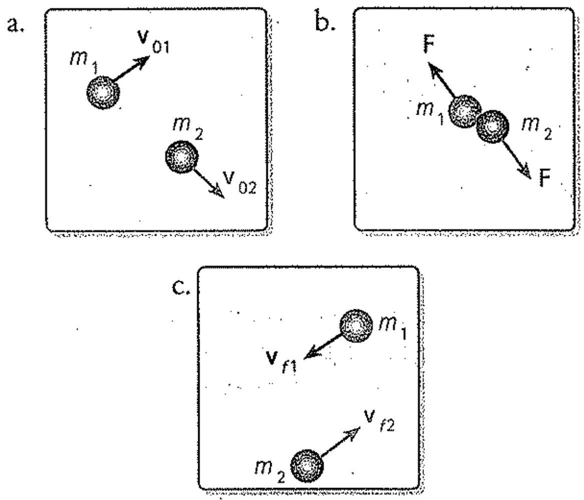


Fig. 5.33 Sistema aislado conformado por dos masas que chocan.

En la figura 5.33 consideramos un sistema que lo forman dos masas (pueden ser dos bolas de billar) m_1 y m_2, cada una con velocidades instantáneas $\mathbf{v}_{01}$ y $\mathbf{v}_{02}$. Asumamos que las masas se hallan confinadas en un sitio en el cual sólo están sujetas a sus propias interacciones, es decir, en un *sistema aislado*.

En algún momento las masas deben interactuar (esto es, chocar o colisionar), como se observa en la figura 5.33 b.; como consecuencia de esta interacción las velocidades de las masas serán ahora: $\mathbf{v}_{f1}$ y $\mathbf{v}_{f2}$, como vemos en la figura 5.33 c.

De acuerdo con la tercera ley de Newton las fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ son un par acción-reacción.

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

La interacción se realiza en un intervalo Δt; entonces, podemos afirmar que el impulso que la bola 1 le trasmite a la bola 2 es: $\mathbf{F}_1\Delta t$, mientras que el impulso que la bola 2 le trasmite a la bola 1 es: $-\mathbf{F}_2\Delta t$. Como el intervalo de tiempo Δt es común para las dos masas, tenemos:

$$\mathbf{F}_1\Delta t = -\mathbf{F}_2\Delta t$$

Según la relación 5.32 tenemos que:

$$\Delta\mathbf{p}_1 = -\Delta\mathbf{p}_2$$

esta expresión equivale a:

$$m_1\mathbf{v}_{f1} - m_1\mathbf{v}_{01} = -\left(m_2\mathbf{v}_{f2} - m_2\mathbf{v}_{02}\right)$$

Agrupamos los términos y obtenemos:

$$m_1\mathbf{v}_{01} + m_2\mathbf{v}_{02} = m_1\mathbf{v}_{f1} + m_2\mathbf{v}_{f2} \qquad 5.33$$

Este resultado se conoce como **ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal.**

Esta ley se expresa así:

la cantidad total de movimiento lineal de un sistema se mantiene constante siempre y cuando no actúen sobre este fuerzas externas.

De la ecuación 5.33 tenemos:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{constante} \qquad 5.34$$

Pese a que el sistema considerado lo forman sólo dos partículas, la conservación de la cantidad de movimiento tiene validez en cualquier sistema aislado de n partículas que interactúan entre sí.

Ejemplo

Un niño lanza un balón de masa 50 g con velocidad instantánea $\mathbf{v} = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}}$, sobre su carro de juguete de masa 300 g, como vemos en la figura 5.34; el piso tiene cera, por lo que podemos considerar el rozamiento aproximadamente igual a cero. Si el balón queda pegado al carro, determinemos la velocidad instantánea del sistema carro-balón inmediatamente después de la interacción.

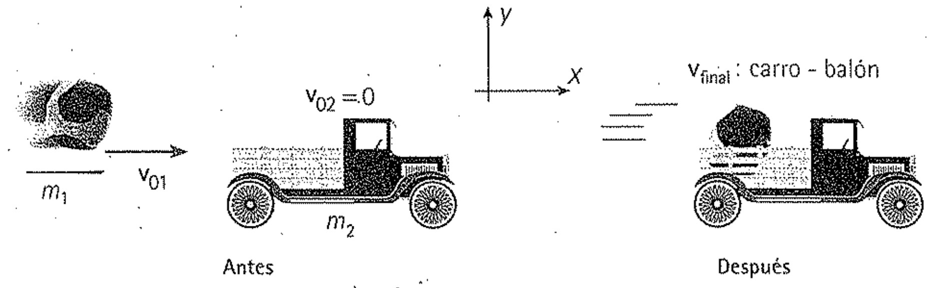


Fig. 5.34 Sistema carro-balón.

Solución

Al no presentarse fuerzas externas en el sistema, la cantidad de movimiento es igual tanto antes de la interacción como después de ella.

Aplicamos la ecuación 5.33 (o de conservación de la cantidad de movimiento lineal), donde llamamos m_1 a la masa del balón, m_2 a la masa del carro, $\mathbf{v}_{01}$ a la velocidad inicial del balón y $\mathbf{v}_{02} = 0$ a la velocidad inicial del carro de juguete.

Como después de la interacción el balón y el carro adquieren la misma velocidad instantánea, entonces agrupamos los términos de la ecuación así:

$$m_1 \mathbf{v}_{01} = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_{\text{carro-balón}}$$

Despejamos la velocidad del conjunto (carro-balón):

$$\mathbf{v}_{\text{carro-balón}} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{01}}{(m_1 + m_2)}$$

Y remplazamos por los valores numéricos:

$$\mathbf{v}_{\text{carro-balón}} = \frac{0{,}05 \text{ kg} \times 6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}}}{(0{,}05 \text{ kg} + 0{,}3 \text{ kg})} = 0{,}85 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}}$$

De acuerdo con el resultado obtenido, inmediatamente después de la colisión el carro y el balón adquieren una rapidez de $0{,}85 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ en dirección horizontal positiva.

Ejemplo

Un vehículo de masa 1000 kg se desplaza por una vía con velocidad instantánea $\mathbf{v}_{01} = 30 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\mathbf{j}}$; un segundo auto de masa 1500 kg se mueve por otra vía con velocidad instantánea $\mathbf{v}_{02} = 40 \ \frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\mathbf{i}}$. Los automóviles se aproximan a un cruce y allí colisionan, como vemos en la figura 5.35. Después del choque el pri-

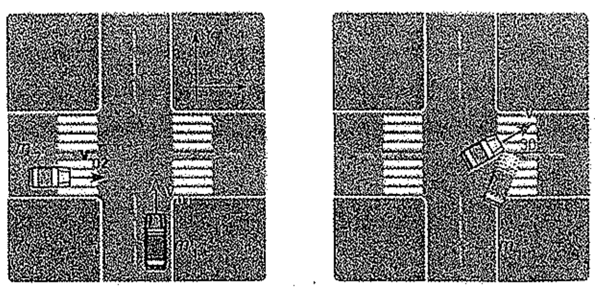


Fig. 5.35 Colisión de autos en dos dimensiones.

mero se mueve con rapidez $v_{f1} = 12\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ formando un ángulo de 30° con el eje X^+. Determinemos la velocidad instantánea final del segundo vehículo.

Solución

En la figura 5.35 elegimos un sistema de referencia para tomar las componentes rectangulares de las velocidades instantáneas antes de la colisión y después de ella.

Si tomamos las componentes en dirección horizontal y vertical, tenemos:

$$m_1\left(v_{01x}\,\hat{\mathbf{i}} + v_{01y}\,\hat{\mathbf{j}}\right) + m_2\left(v_{02x}\,\hat{\mathbf{i}} + v_{02y}\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$
$$= m_1\left(v_{f1x}\,\hat{\mathbf{i}} + v_{f1y}\,\hat{\mathbf{j}}\right) + m_2\left(v_{f2x}\,\hat{\mathbf{i}} + v_{f2y}\,\hat{\mathbf{j}}\right)$$

Igualamos componentes y aplicamos la ecuación 5.33:

$$\sum{}_x: m_1 v_{01x} + m_2 v_{02x} = m_1 v_{f1x} + m_2 v_{f2x} \qquad 5.35$$

$$\sum{}_y: m_1 v_{01y} + m_2 v_{02y} = m_1 v_{f1y} + m_2 v_{f2y} \qquad 5.36$$

Cambiamos las unidades al SI para las velocidades instantáneas iniciales:

$$\mathbf{v}_{01} = 30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\mathbf{j}} = 8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{j}};\ \mathbf{v}_{02} = 40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\,\hat{\mathbf{i}} = 11{,}11\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\mathbf{i}}$$

La rapidez final de m_1: $\quad v_{f1} = 12\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Remplazamos los valores numéricos en 5.35 y 5.36:

$$\sum{}_x: 1000\ \text{kg}\ (0) + 1500\ \text{kg}\left(11{,}11\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$
$$= 1000\ \text{kg}\left(3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cos\ 30°\right) + 1500\ \text{kg}\ v_{f2x}$$

$$\sum{}_y: 1000\ \text{kg}\left(8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + 1500\ \text{kg}\ (0)$$
$$= 1000\ \text{kg}\left(3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \text{sen}\ 30°\right) + 1500\ \text{kg}\ v_{f2y}$$

Despejando las componentes de las velocidades finales:

$$v_{f2x} = 9{,}18\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_{f2y} = 4{,}44\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El vector velocidad instantánea final para m_2 es:

$$\mathbf{v}_{f2} = \left(9{,}18\ \hat{\mathbf{i}} + 4{,}44\ \hat{\mathbf{j}}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como $v = \sqrt{x^2 + y^2}$, entonces la magnitud de este vector es:

$$v_{f2} = \sqrt{(9{,}18^2 + 4{,}44^2)} = 10{,}19\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La dirección: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}44}{9{,}18}\right) = 25{,}81°$

Colisiones o choques

Cuando dos o más objetos interactúan mutuamente y como consecuencia de esa interacción sus velocidades instantáneas finales cambian en magnitud y/o dirección, se dice que entre estos ocurre una colisión.

Estudiaremos dos clases de colisiones: las *elásticas* y las *inelásticas*.

Colisión elástica

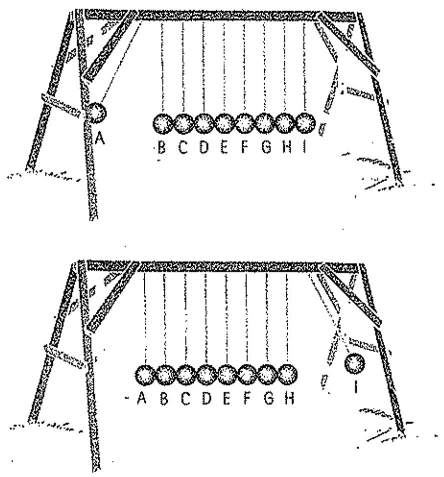


Fig. 5.36 Al separar la esfera A hasta cierta altura y soltarla, desciende, choca con la esfera B y queda en reposo. Entonces, del lado opuesto sale la última esfera (I) y se eleva; luego el momento lineal se trasmite y la energía cinética se conserva. Este instrumento se conoce como la "cuna" de Newton.

Una *colisión es elástica* cuando se conserva el momento lineal y la energía cinética, es decir, cuando la energía cinética total antes de la colisión es igual a la energía cinética después de la colisión.

Colisión inelástica

Fig. 5.37 Cuando los autos chocan se genera gran cantidad de calor.

Una *colisión es inelástica* cuando se conserva el momento lineal, pero la energía cinética no; esto implica que parte o toda la energía cinética se trasforma en calor (el calor lo indicamos con la letra Q).

$$Q = E_{k\,\text{final total}} - E_{k\,\text{inicial total}} \qquad 5.37$$

Si los objetos que interactúan quedan unidos después de la colisión, decimos que esta es una *colisión totalmente inelástica*.

Ejemplo

Utilicemos los resultados del ejemplo anterior para determinar si la colisión es elástica o inelástica.

Solución

Para establecer el tipo de colisión que se presenta, determinamos la cantidad de calor Q. Si este valor es cero la colisión es elástica, pero si es diferente de cero la colisión es inelástica.

Utilicemos la ecuación 5.37 para calcular Q. Veamos a qué corresponde cada uno de los términos:

$$E_{k\,\text{final total}} = \frac{m_1 v_{f1}^2}{2} + \frac{m_2 v_{f2}^2}{2}$$

$$E_{k\,\text{final total}} = \frac{1000\ \text{kg} \times \left(3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} + \frac{1500\ \text{kg} \times \left(10{,}19\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}$$

$$E_{k\text{ final total}} = 83\ 421{,}52\ \text{J}$$

$$E_{k\text{ inicial total}} = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}$$

$$E_{k\text{ inicial total}} = \frac{1000\ \text{kg} \times \left(8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} + \frac{1500\ \text{kg} \times \left(11{,}11\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2}$$

$$E_{k\text{ inicial total}} = 127\ 268{,}52\ \text{J}$$

Entonces:

$$Q = 83\ 421{,}52\ \text{J} - 127\ 268{,}52\ \text{J} = -43\ 847\ \text{J}$$

Como el calor es diferente de cero, la colisión es inelástica.

El signo negativo significa que la energía cinética final es menor que la inicial.

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. ¿El impulso es equivalente a la cantidad de movimiento? Argumenta tu respuesta.

2. ¿El impulso es una cantidad de carácter vectorial? Compara tu respuesta.

3. ¿La unidad de la cantidad de movimiento es newton $= \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$? Compara tu respuesta.

4. En una colisión elástica entre dos bolas de billar, ¿se conservan la energía cinética y el momento lineal? Argumenta tu respuesta.

5. Una pelota de tenis de masa 55 g se lanza en dirección horizontal X^+, con rapidez 5 m/s; luego de chocar con la raqueta, la bola rebota con una rapidez de 3,5 m/s. Determina el cambio de momento lineal sobre la pelota; expresa tu respuesta en el sistema cgs.

6. Un balón se somete a un impulso de magnitud 9 kg $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ en dirección vertical. Sabemos que en la altura máxima la rapidez del balón es momentáneamente igual a cero. Determina la rapidez con la cual fue lanzado si la masa aproximada del balón es 250 g.

7. Desde una altura de 1 m un jugador de baloncesto suelta, desde el reposo, un balón de aproximadamente 600 g de masa. Determina el cambio de momento lineal del balón al chocar contra el piso e inmediatamente rebotar.

8. Para un lanzamiento parabólico también podemos determinar el impulso. Un objeto de 350 g se lanza con una rapidez inicial de 30 m/s, formando un ángulo de 25° con la horizontal. Determina el impulso del objeto, entre los puntos:
   a. A y B (el momento de lanzamiento y la altura máxima).
   b. A y C (el momento de lanzamiento y el alcance horizontal).

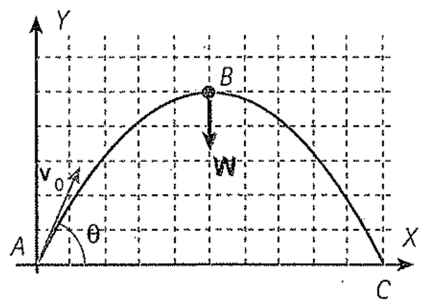


Fig. 5.38

9. Un auto de 1500 kg lleva una velocidad instantánea de $\mathbf{v}_{01} = 20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\ \hat{\mathbf{i}}$ y choca con otro auto de 700 kg, el cual tiene una velocidad

instantánea de $\mathbf{v}_{02} = 15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\ \hat{\mathbf{j}}$; luego de colisionar los autos quedan unidos.

a. Determina el vector velocidad instantánea de los autos inmediatamente después de la colisión.

b. Determina el cambio de momento lineal en cada auto.

c. En la figura 5.39, dibuja la situación inmediatamente después del choque.

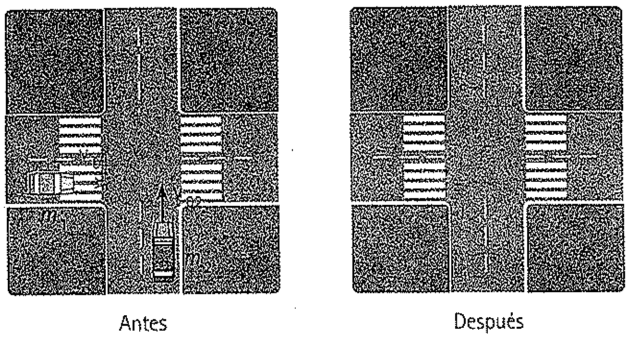


Fig. 5.39

10. Un niño suelta una esfera en caída libre y determina que ésta tarda 0,8 s para llegar al suelo. A partir del concepto de impulso calcula la rapidez final de la esfera.

11. Una esfera de 2 g de masa se mueve con rapidez de 5 cm/s en dirección horizontal positiva; otra esfera de 1,5 g de masa se mueve en dirección horizontal positiva con rapidez de 3 cm/s, como muestra la figura 5.40. Las esferas chocan, de manera que la primera queda con rapidez de 2 cm/s en dirección horizontal positiva.

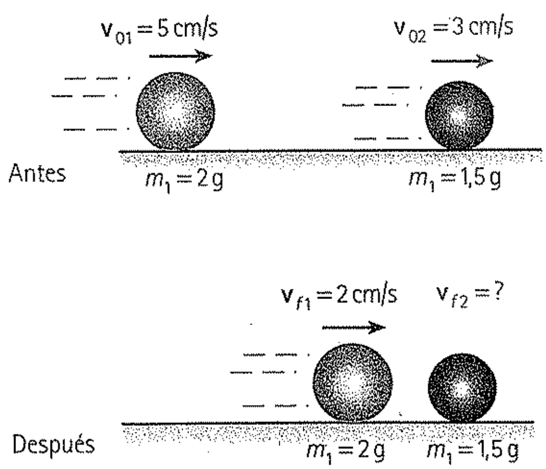


Fig. 5.40

a. Determina la rapidez de la segunda esfera después del choque.

b. ¿Es elástico este choque?

12. David se desplaza en bicicleta con una rapidez de 5 m/s, en dirección horizontal positiva. La masa de David es 60 kg y la de la bicicleta, 30 kg. Alejandra, su amiga, tiene 65 kg de masa y corre con una rapidez de 5,5 m/s para alcanzar a David. La joven lo alcanza y salta sobre la bicicleta, como vemos en la figura 5.41. Determina la rapidez final de los muchachos y la bicicleta.

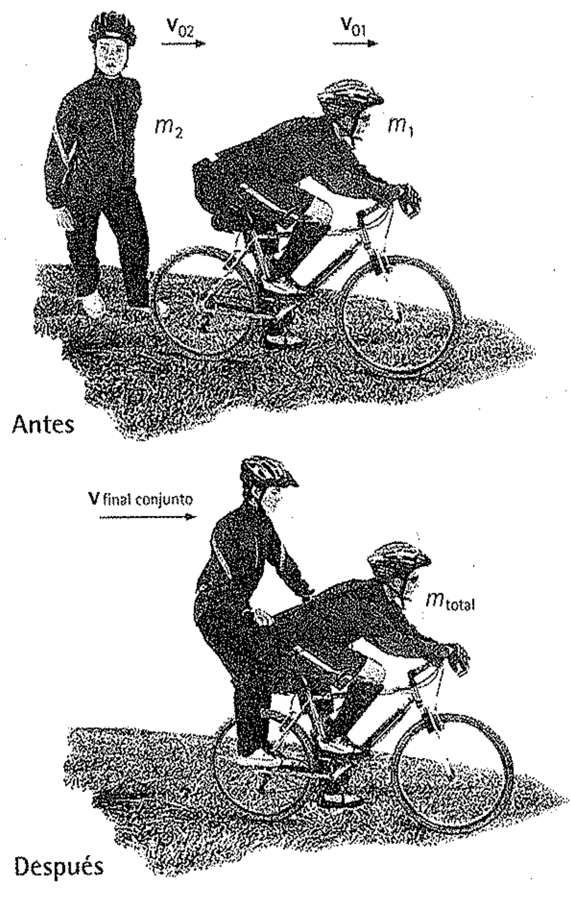


Fig. 5.41

Interpreta los conceptos trabajados durante el tema.
Resuelve y justifica problemas en los cuales aplica los conceptos estudiados.
Soluciona situaciones que involucran relaciones de interacción entre cuerpos.
Comunica oral y verbalmente sus resultados.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
▒	▒	Defino y aplico los conceptos de trabajo, potencia y energía cinética a diversas situaciones.
▒	▒	Establezco la relación entre energía potencial y trabajo, para así aplicar el principio de conservación de la energía a diversas situaciones.
▒	▒	Aplico el concepto de impulso y cantidad de movimiento a distintas circunstancias.
▒	▒	Aplico el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal e identifico los diversos tipos de choques.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. El trabajo podemos determinarlo a partir de un gráfico de fuerza en función de la posición.

b. El trabajo realizado por una fuerza conservativa en una trayectoria cerrada es igual a cero.

c. La función energía potencial asociada con la fuerza $F_x = -kx$ es $E_p = \frac{kx}{2}$.

d. El impulso es equivalente a la potencia media.

Resuelvo problemas

2. Un niño juega con su carrito de impulso, aplicándole un fuerza variable en dirección horizontal. El gráfico de la fuerza en función del desplazamiento lo vemos en la figura 5.42.

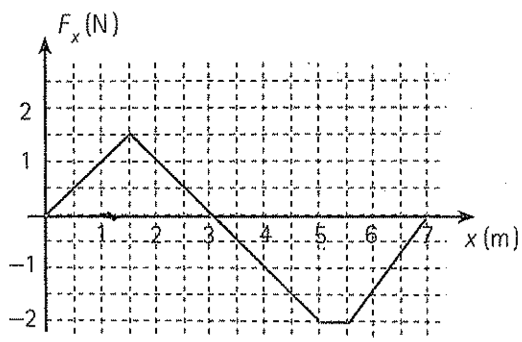


Fig. 5.42

Completa la siguiente tabla.

Desplazamiento Δx (m)	(0; 1,5)	(1,5; 5)	(3; 6)	(5; 7)	(0; 7)
Trabajo W (J)					

Tabla 5.1

3. Un obrero arrastra con rapidez constante un saco lleno de arena, de masa 50 kg, por un piso horizontal rugoso, de coeficiente de rozamiento $\mu_k = 12$. Él le aplica una fuerza horizontal F_x.

a. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento sobre el saco es: ________.

b. El trabajo que produce la fuerza aplicada sobre el saco es: __________.

c. El trabajo que realizan el peso y la fuerza normal sobre el saco es: ______________.

d. El trabajo neto sobre el saco es: __________.

e. La variación en la energía cinética del saco es: ΔE_k ________.

4. A un bloque de 2,5 kg de masa se le aplica una fuerza horizontal $F_x = 4{,}5$ N. El piso es áspero y tiene un coeficiente de rozamiento $\mu_k = 0{,}1$. El bloque parte del reposo y se desplaza 5 m sobre el piso.

a. El trabajo que efectúa la fuerza aplicada sobre el bloque es: ______.

b. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento sobre el bloque es: ______.

c. El trabajo neto sobre el bloque es: ______.

d. La variación en la energía cinética sobre el bloque es: ______.

e. La rapidez final del bloque es: ______.

5. Sobre un objeto de masa m actúan: una fuerza constante $\mathbf{F}$ formando un ángulo θ con la horizontal, la fuerza de rozamiento cinético f_{rk}, la normal y el peso, como vemos en la figura 5.43.

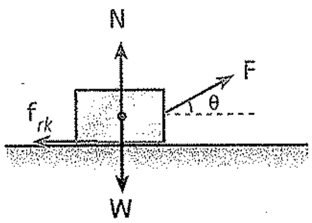


Fig. 5.43

a. Las fuerzas conservativas que actúan sobre el objeto son: ______.

b. La(s) fuerza(s) no conservativa(s) que actúa(n) sobre el objeto es (son): ______.

6. Un hombre trasporta una caja de 25 kg desde el primer piso hasta el séptimo, situado a una altura aproximada de 15 m.

La variación en la energía potencial de la caja es: ΔE_p ______.

7. Se suelta un carro de juguete desde el punto A, situado a 6 m de altura, como vemos en la figura 5.44. La superficie por la que desciende el carro es lisa.

a. La rapidez del auto en el punto C es: $v =$ ______.

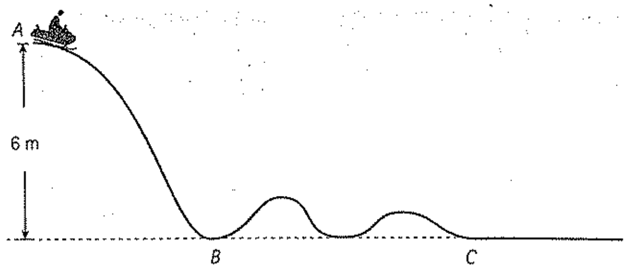


Fig. 5.44

b. La variación en la energía cinética entre A y C es: $\Delta E_k =$ ______.

c. La variación en la energía potencial entre A y C es: ΔE_p ______.

d. El trabajo neto entre A y C es: $W =$ ______.

8. En el juego de billar las bolas tienen la misma masa. Un jugador golpea con el taco una de las bolas y le imprime una rapidez de 5 cm/s para golpear la segunda bola, que inicialmente está en reposo. Luego de la colisión la primera bola se mueve a 3 cm/s y forma un ángulo de 30° respecto a la dirección original.

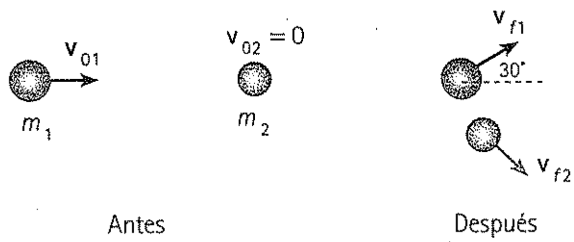


Fig. 5.45

a. La rapidez final de la segunda bola es: ______.

b. La dirección de la segunda bola es: ______.

c. La variación en la cantidad de movimiento de la primera bola es: $\Delta \mathbf{p}$ ______.

d. ¿Esta colisión es elástica? ______
¿Por qué? ______

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Práctica 1

Conservación de la energía mecánica

Objetivo

Determinar la rapidez de una esfera a partir del principio de conservación de la energía.

Materiales

Una rampa.
Una esfera.
Regla.
Una mesa.

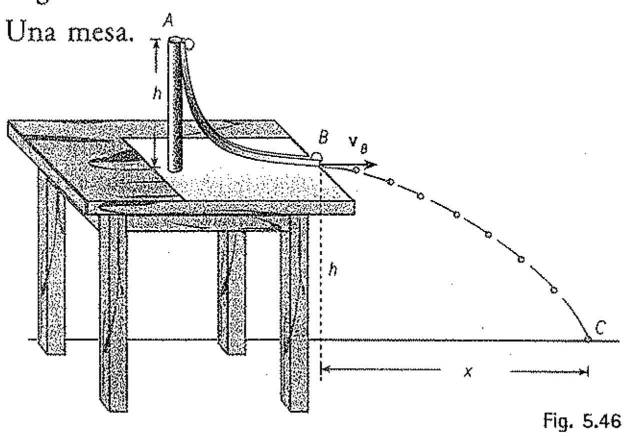


Fig. 5.46

Procedimiento y análisis

1. De acuerdo con el montaje de la figura 5.46 coloca la esfera en A y mide la altura h. Aplica el principio de la conservación de la energía (asumiendo que en la rampa no se presenta rozamiento) y determina la rapidez de la esfera en el punto B.
2. Aplica de nuevo el principio de conservación de la energía entre B y C y determina ahora la rapidez de la esfera al llegar a C. ¿Qué datos debes tomar para cumplir este objetivo?

   ¿Es necesario conocer la masa de la esfera? Explica.
3. Varía por lo menos cinco veces la altura h y realiza de nuevo el experimento. Resume en una tabla adecuada tus datos y resultados.

Práctica 2

Trabajo de varias fuerzas

Objetivo

Determinar experimentalmente el trabajo de varias fuerzas.

Materiales

Plano inclinado.
Un bloque de madera.
Dinamómetro.
Un trasportador.
Regla.
Balanza.

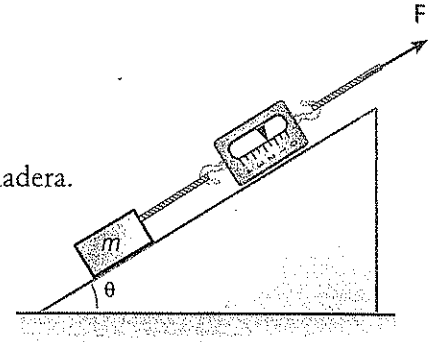


Fig. 5.47

Procedimiento y análisis

1. Coloca el bloque de madera sobre el plano inclinado, como se ve en la figura 5.47; con el dinamómetro, aplica sobre el bloque una fuerza en dirección paralela al plano, de manera que suba por él una distancia d con rapidez constante, es decir, que el bloque se mueva lentamente. En otras palabras, la idea es que el bloque recorra distancias iguales en tiempos iguales.
2. Mide el ángulo de inclinación del plano y, con la balanza, determina la masa del bloque de madera.
3. Dibuja el diagrama de cuerpo libre a medida que el bloque se desplaza por el plano inclinado.
4. Determina el trabajo de cada fuerza, así como el trabajo neto.
5. Con esos datos, ¿es posible determinar el coeficiente de rozamiento cinético? Si tu respuesta es afirmativa, ¿qué valor encuentras para este coeficiente? Si tu respuesta es negativa, razónala y explica cómo podría obtenerse el coeficiente.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Para realizar esta actividad necesitas: un cronómetro, un decámetro y una escalera.

¿Qué debes hacer? Sube rápidamente un tramo de una escalera.

- Pídele a un compañero o compañera que cronometre el tiempo que demoras en llevar a cabo esta actividad.
- A partir de tu peso, la altura de la escalera y el tiempo, determina la potencia que desarrollas al subir la escalera.
- Compara la potencia que desarrollas con la de varios compañeros o compañeras.

COMPETENCIA COMUNICATIVA

Observa el péndulo simple de la figura 5.48 (una esfera atada a una cuerda de longitud L).

a. ¿Cómo puedes determinar la rapidez del péndulo cuando pasa por el punto B o parte más baja de la trayectoria?

b. ¿Es posible calcular el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre la esfera? Discute tu respuesta con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora.

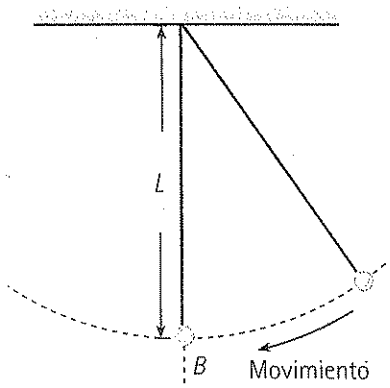


Fig. 5.48 Péndulo simple.

PRUEBA ICFES

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

Con base en la siguiente información, responde las preguntas 1., 2. y 3.

Un obrero arrastra un cajón con rapidez constante, por un piso horizontal rugoso de coeficiente de rozamiento cinético $\mu_k = 0{,}15$. El peso del cajón es 50 N y se desplaza 10 m. Luego levanta el cajón con rapidez constante, para colocarlo a una altura de 0,75 m. En su labor, el obrero demora 2 minutos.

1. Las fuerzas que aplica el obrero son:
   - **a.** Constantes en el piso y al levantar el cajón.
   - **b.** Igual a cero en el piso e igual al peso del cajón cuando lo levanta.
   - **c.** Las mismas, en magnitud, tanto en la parte horizontal como cuando levanta el cajón.
   - **d.** Constante en el piso e igual a cero cuando levanta el cajón.

2. El trabajo neto sobre el cajón para los dos minutos es:
   - **a.** 0 J
   - **b.** 75 J
   - **c.** 37,5 J
   - **d.** 112,5 J

3. La potencia desarrollada en el proceso completo es:
   - **a.** 0 W
   - **b.** 0,625 W
   - **c.** 0,94 W
   - **d.** 0,313 W

La siguiente información permite contestar las preguntas 4., 5. y 6.

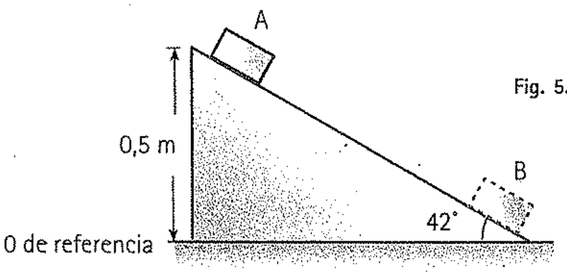


Fig. 5.49

Desde el reposo en el punto A, situado a 0,5 m de altura, se suelta un bloque de 0,2 kg, como se observa en la figura 5.49. El ángulo del plano inclinado respecto a la horizontal mide 42°. Las superficies del plano inclinado y la del bloque son lisas.

4. La variación en la energía cinética ΔE_k del bloque entre los puntos A y B es:
   - **a.** 0
   - **b.** 1,45 J
   - **c.** 0,311 J
   - **d.** 0,97 J

5. De acuerdo con el cero de referencia sugerido en la figura 5.49:
   - **a.** La energía potencial en A es igual a la energía cinética en B.
   - **b.** En A las energías potencial y cinética son iguales.
   - **c.** La energía potencial en A es menor que la energía cinética en B.
   - **d.** La energía potencial en A es mayor que la energía cinética en B.

6. De acuerdo con la información suministrada:
   - **a.** Podemos aplicar el principio de conservación de la energía entre los puntos A y B porque actúan fuerzas disipativas.
   - **b.** Todas las fuerzas que actúan sobre el bloque son conservativas.
   - **c.** La única fuerza conservativa es el peso.
   - **d.** Las fuerzas que actúan entre A y B tienen resultante igual a cero.

La siguiente información permite contestar las preguntas 7., 8. y 9.

En el siguiente sistema $m_2 > m_1$; inicialmente las masas se ubican como se ve en la figura 5.50; en $t = 0$ se libera el sistema desde el reposo.

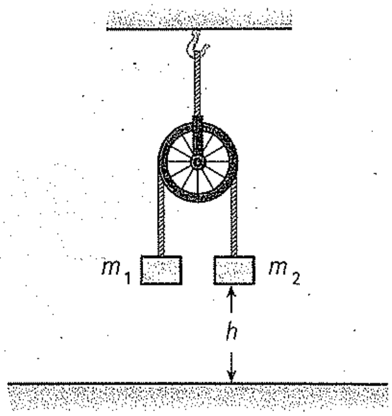


Fig. 5.50

7. La rapidez de m_2 al descender la altura h es:

a. $v = \sqrt{\dfrac{2m_2gh}{m_1 + m_2}}$

b. $v = \sqrt{\dfrac{2m_1gh}{m_1 + m_2}}$

c. $v = \sqrt{\dfrac{2m_2gh}{m_1 - m_2}}$

d. $v = \sqrt{\dfrac{2m_1gh}{m_1 - m_2}}$

8. La magnitud de la aceleración de m_2 al descender la altura h es:

a. $g = 9{,}8\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ b. $\dfrac{(m_1 + m_2)g}{m_1 \times m_2}$

c. $\dfrac{m_1g}{m_1 + m_2}$ d. $\dfrac{m_2g}{m_1 + m_2}$

9. De acuerdo con el enunciado:

a. la magnitud de la aceleración de m_1 es constante y en dirección negativa.

b. La energía se conserva porque las fuerzas que actúan en el sistema son conservativas.

c. La rapidez de m_1 es menor que la de m_2.

d. La magnitud del momento lineal final de m_1 es igual a la de m_2.

La siguiente información permite responder las preguntas 10. y 11.

El siguiente es un gráfico de la fuerza en dirección horizontal, que actúa sobre una masa como función del tiempo. En $t = 0$ la rapidez de la masa es igual a cero; el valor de la masa es 2 kg.

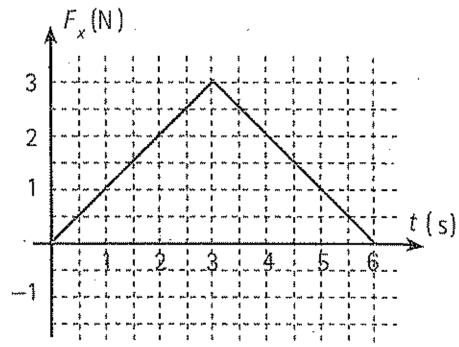


Fig. 5.51

10. De acuerdo con la información:

a. las dimensiones del área del triángulo son: $\dfrac{\text{kg m}}{\text{s}}$, luego deben corresponder al trabajo de la fuerza sobre la masa.

b. Las dimensiones del área del triángulo son: N s, luego deben corresponder al trabajo de la fuerza sobre la masa.

c. Las dimensiones del área del triángulo son: $\left[\dfrac{ML}{T}\right]$, luego deben corresponder al impulso que actúa sobre la masa.

d. Las dimensiones del área del triángulo son: $\left[\dfrac{ML}{T^2}\right]$, luego deben corresponder al impulso que actúa sobre la masa.

11. De acuerdo con el gráfico, para el intervalo entre 0 y 6 s:

a. el trabajo es: $W = 18$ J.

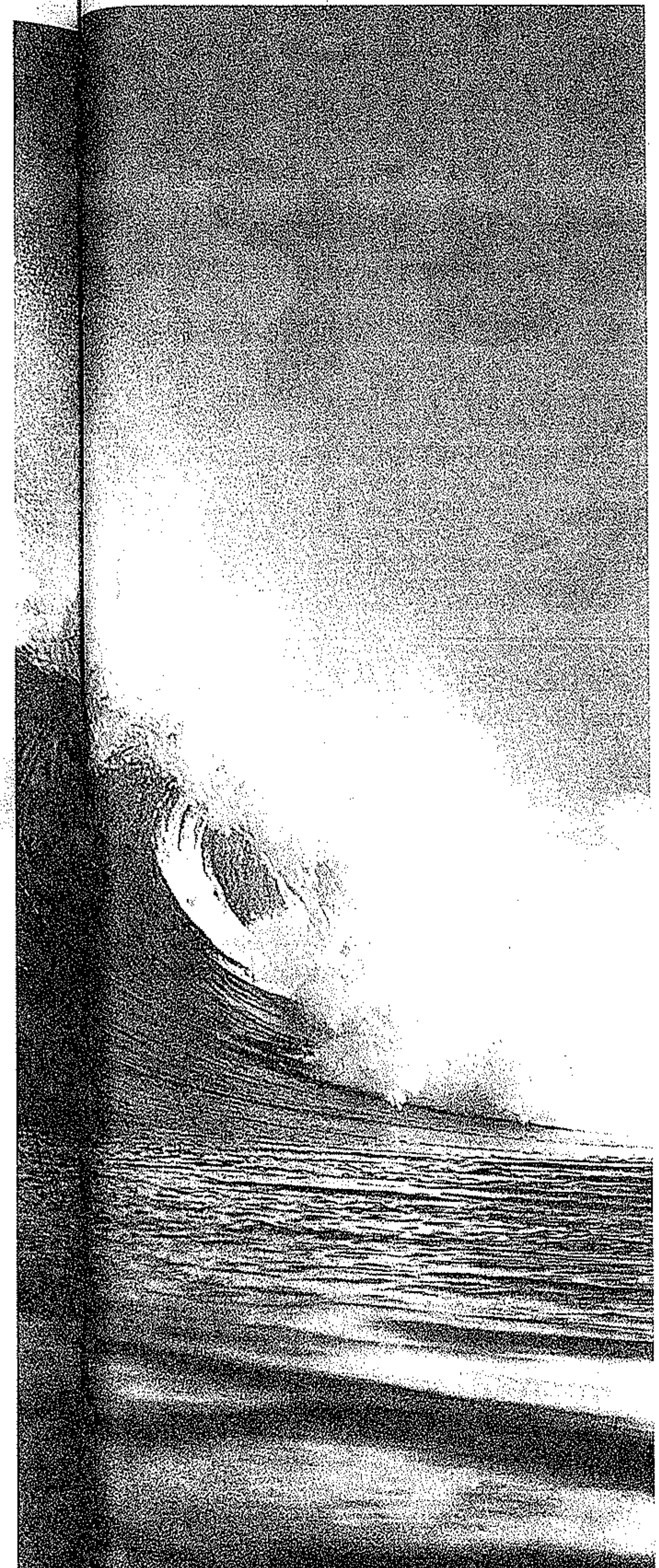
b. La magnitud del impulso es: $I = 9$ N s.

c. La variación en la energía cinética es: $\Delta E_k = 9$ J.

d. La magnitud de la fuerza es: 3 N.

Mecánica de fluidos

Fig. 6.1 El aire y el agua son fluidos no sólo indispensables para la vida, sino también son un gran medio para la recreación y el deporte.



UNIDAD 6

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa de situaciones físicas relacionadas con la mecánica de los fluidos.
- Selección de criterios de clasificación y de unidades de medida.

E Establecer condiciones

- Aplicación de los conocimientos a situaciones experimentales y de la vida cotidiana.
- Análisis de variables en una situación.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables en un evento físico relacionado con la mecánica de los fluidos.
- Resolución de problemas a partir de sus observaciones.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Planteamiento y resolución de problemas sobre mecánica de fluidos.
- Verificación de hipótesis sobre mecánica de fluidos.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Participación activa en la toma de decisiones para la resolución de problemas.
- Valoración del papel de la ciencia y de la tecnología en la calidad de vida.
- Respeto por la pluralidad de ideas.
- Valoración del trabajo en grupo.

La hidrostática

Tema 1

Interpreta los conceptos de presión y densidad. Plantea y resuelve problemas en los cuales aplica los principios de Pascal y Arquímedes.

En esta unidad estudiaremos los fluidos. Los líquidos y los gases presentan algunas propiedades especiales, como consecuencia de la separación existente entre las partículas que los constituyen, lo que permite que puedan escapar por orificios y cañerías o escurrir y tener la forma del recipiente que los contiene, razón por la cual se denominan ***fluidos****. La rama de la física encargada de estudiar los fluidos en reposo recibe el nombre de hidrostática.*

Empezaremos por definir dos conceptos muy importantes: densidad y presión.

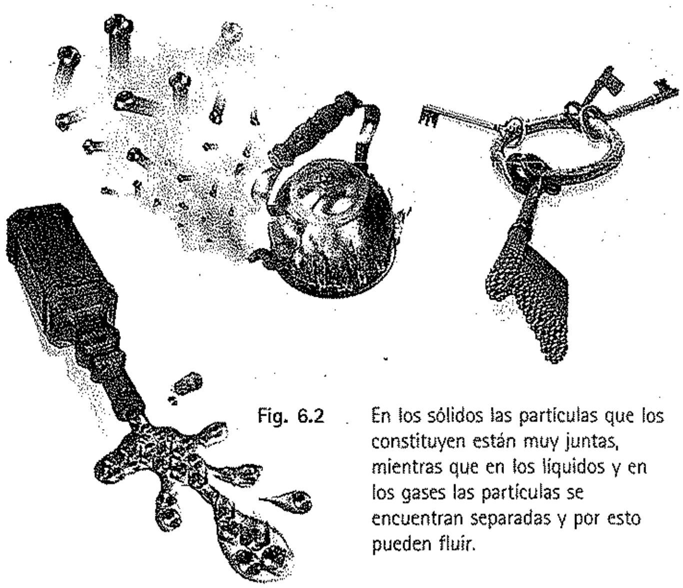


Fig. 6.2 En los sólidos las partículas que los constituyen están muy juntas, mientras que en los líquidos y en los gases las partículas se encuentran separadas y por esto pueden fluir.

La densidad (ρ)

Una de las propiedades físicas de la materia y que caracteriza a cada sustancia es la densidad, que es la masa que posee un cuerpo por unidad de volumen. Se simboliza con la letra griega ρ (ro) y matemáticamente se expresa mediante la ecuación:

$$\text{densidad } (\rho) = \frac{\text{masa } (m)}{\text{volumen } (V)} = \frac{m}{V} \qquad 6.1$$

En el Sistema Internacional de unidades la unidad de densidad es el $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; si realizamos la conversión al sistema cgs, tenemos:

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1000 \text{ g}}{(100 \text{ cm})^3} = 10^{-3}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

De lo anterior deducimos que el factor de conversión es: $1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. 6.2

Ejemplo

Una esfera tiene 8 g de masa y un radio $R = 0{,}5$ cm; determinemos su densidad.

Solución

Para aplicar la ecuación 6.1 primero calculamos el volumen de la esfera:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi(0{,}5 \text{ cm})^3}{3} = 0{,}52 \text{ cm}^3$$

La densidad de la esfera es:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{8\text{ g}}{0{,}52\text{ cm}^3} = 15{,}38\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Logros: definir operacionalmente los conceptos: densidad, presión, principio de Pascal y principio de Arquímedes, y aplicarlos en la solución de problemas relacionados con la hidrostática.

En la tabla 6.1 presentamos la densidad de algunas sustancias.

Material	Aluminio	Cobre	Acero	Oro	Plata	Agua	Agua de mar	Glicerina	Mercurio	Aire	Helio
Densidad $\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	2,7	8,9	7,8	19,3	10,5	1,0	1,03	1,29	13,6	$1,3 \times 10^{-3}$	$0,18 \times 10^{-3}$

Tabla 6.1

Ejemplo

¿Qué valor tiene la masa de aire encerrada en una habitación cuyas dimensiones son: 3,0 m, 3,5 m y 2,9 m?

Solución

Para calcular la masa del aire encerrado en la habitación determinamos el volumen de la misma:

$$V = 3{,}0\,\text{m} \times 3{,}5\,\text{m} \times 2{,}9\,\text{m} = 30{,}45\,\text{m}^3$$

Consultamos en la tabla 6.1 el valor de la densidad del aire y de la ecuación 6.1 despejamos la masa:

$$m = \rho V = 1{,}3 \times 10^{-3}\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 3{,}045 \times 10^7\,\text{cm}^3 = 3{,}9585 \times 10^4\,g$$

Presión

Observa la figura 6.3. ¿Te has preguntado por qué cuando una señora camina sobre una alfombra deja las marcas de sus tacones, mientras que cuando lo hace un señor –que tiene un mayor peso– no deja marca tan notoria?

La respuesta está en la presión, pues aunque el peso del señor es mayor que el de la dama, el peso de ésta se distribuye en una superficie más pequeña (los tacones).

La relación entre la fuerza que se aplica perpendicularmente a una superficie y el área de la misma se conoce como **presión** (P), es decir, es la fuerza aplicada (F) por unidad de área (A).

La presión se calcula mediante la expresión:

$$P(\text{presión}) = \frac{F(\text{fuerza})}{A(\text{área})} \qquad 6.3$$

La presión es una cantidad física de carácter escalar. Sus dimensiones son:

$$[P] = \left[\frac{ML}{T^2L^2}\right] = \left[\frac{M}{T^2L}\right]$$

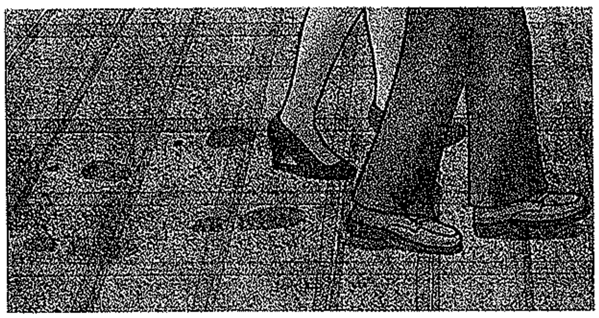


Fig. 6.3 La señora ejerce mayor presión sobre el tapete que el señor.

La unidad de presión en el Sistema Internacional es el $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, que recibe el nombre de **pascal** (Pa).

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{pascal (Pa)} \qquad 6.4$$

En el sistema cgs la presión se expresa en $\frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$. El factor de conversión entre pascal y $\frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$ es:

$$1\,\frac{\text{dina}}{\text{cm}^2} = 0{,}1\,\text{Pa} \qquad 6.5$$

Ejemplo

Una estudiante de décimo grado tiene una masa de 46 kg y usa zapatos de tacón muy delgado, cuya área es aproximadamente 0,05 cm^2. Determinemos la relación entre la presión que ejerce la niña contra el piso y la que ejerce su compañero de clase, que tiene 70 kg de masa y cuya área del tacón del zapato es 3 cm^2, si los dos estudiantes se paran momentáneamente en un solo pie.

Solución

En los dos casos aplicamos la ecuación 6.3.

$$P_{\text{niña}} = \frac{mg}{A} = \frac{46\text{kg} \times 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}000005\ \text{m}^2} = 90\ 160\ 000\text{Pa}$$

$$P_{\text{compañero}} = \frac{70\text{kg} \times 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}0003\ \text{m}^2} = 2\ 286\ 666{,}66\text{Pa}$$

Veamos ahora la relación entre las presiones, tomando el cociente entre nuestros resultados y despejando la presión de la niña:

$$\frac{P_{\text{niña}}}{P_{\text{compañero}}} = \frac{90\ 160\ 000\text{Pa}}{2\ 286\ 666{,}66\text{Pa}} = 39{,}42$$

En consecuencia:

$$P_{\text{niña}} = 39{,}42\, P_{\text{compañero}}$$

Aunque la niña aplique menor fuerza contra el piso, debido a que su peso es menor, la presión que ejerce es mayor que la de su compañero, ya que el área sobre la cual la ejerce es menor.

Presión y fluidos en reposo

Cuando nos desplazamos de una región de clima frío a una de clima cálido todos hemos experimentado una molestia en nuestros oídos; esta situación obedece al cambio de altura que experimentamos respecto al nivel del mar y se relaciona con la variación de presión.

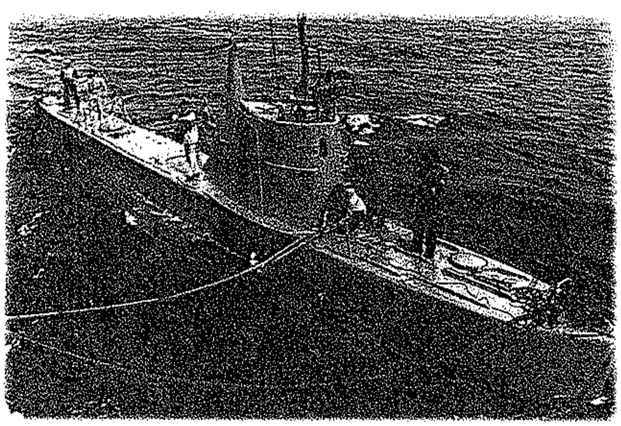


Fig. 6.4 Los submarinos son máquinas desarrolladas para soportar grandes presiones.

De igual manera, cuando un submarino se sumerge en el agua, está sometido a una variación de presión relacionada con la profundidad a la cual puede llegar.

Veamos algunos resultados importantes relacionados con el concepto de presión en un fluido en reposo:

- La presión que ejerce un fluido en reposo es la misma en todas las direcciones.
- Para que el fluido se mantenga en reposo la fuerza aplicada sobre éste siempre debe ir en dirección perpendicular a toda superficie que se encuentre en contacto con el fluido. Si esto no ocurriera, el fluido se aceleraría en dirección de la fuerza paralela a la superficie.
- La presión en un punto de un fluido depende de la profundidad a la cual se encuentra dicho punto.

Podemos precisar la definición de *presión en un punto* como la magnitud de la fuerza en dirección perpendicular a la superficie dividida por el valor del área de la superficie cuando esta área tiende a cero, o sea:

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

Variación de la presión con la profundidad

Dado un fluido confinado en un recipiente como el ilustrado en la figura 6.5 a., tomemos un elemento del fluido en forma de placa rectangular, con área A y espesor Δy, situado en el punto O. La fuerza neta sobre el elemento es cero, pues se encuentra en reposo, como observamos en el diagrama de cuerpo libre de la figura 6.5 b.

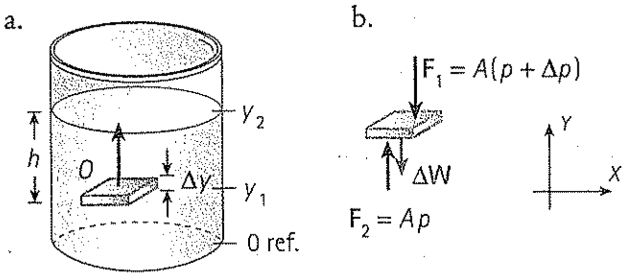


Fig. 6.5 Variación de la presión en el interior de un fluido.

Analicemos las fuerzas que actúan sobre el elemento de fluido.

Si llamamos P a la presión sobre la cara inferior y $(P + \Delta P)$ a la presión sobre la cara superior, de la expresión 6.3 tenemos:

$$P = \frac{F_2}{A} \text{ y } (P + \Delta P) = \frac{F_1}{A}, \text{ es decir:}$$

$$\sum_y : F_2 - \Delta w - F_1 = 0$$

$$PA - (P + \Delta P)A - \Delta w = 0 \qquad (1)$$

ya que el elemento se encuentra en reposo.

$$\Delta w = \Delta m g \qquad (2)$$

corresponde al peso del elemento de fluido.

Relacionando la masa del elemento del fluido con el área del mismo y su volumen tenemos:

$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta y$, donde ρ es la densidad del fluido.

En consecuencia, el peso del elemento de fluido en (2) es:

$\Delta w = \rho A \Delta y g$.

Remplazamos el peso en la ecuación de la fuerza (1) y simplificamos:

$$\cancel{PA} - \cancel{PA} - \Delta P \cancel{A} - \rho \cancel{A} \Delta y g = 0$$

$$\Delta P = -\rho g \Delta y$$

Si determinamos la variación de presión entre y_1, es decir, donde se ha ubicado el elemento de fluido, y y_2 podemos hallar la presión en y_1 (y_1 y y_2 se han medido respecto a la base del recipiente).

$$P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Despejamos P_1:

$$P_1 = P_2 + \rho g h \qquad 6.6$$

en donde $h = y_2 - y_1$.

Como $P_1 - P_2 = \Delta P$, entonces la ecuación 6.6 se expresa como:

$$\Delta P = \rho g h \qquad 6.7$$

La ecuación 6.7 indica la variación de presión ΔP entre dos puntos. De acuerdo con el resultado, ΔP es función de la densidad del fluido, el valor local de la gravedad y la profundidad a la que se está calculando la presión.

Ejemplo

Un pez está nadando en el mar a 30 m de profundidad. Determinemos la variación de la presión ΔP que experimenta el pez respecto a la superficie.

Solución

Para determinar la variación de la presión del agua sobre el pez aplicamos la ecuación 6.7.

$$\Delta P = \rho g h = \left(1{,}03 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \times \left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 30\,\text{m} = 302{,}82 \times 10^3\,\text{Pa}$$

Presión atmosférica

La Tierra está envuelta por una capa de gases llamada *atmósfera*. Debido a la fuerza gravitacional, estos gases no escapan; además, ejercen sobre los cuerpos que se encuentran en su superficie, una presión conocida como presión atmosférica (P_{atm}).

La presión atmosférica no es uniforme en toda la superficie terrestre, pues varía con la altitud; a medida que aumenta la altura respecto a la superficie la presión atmosférica disminuye. A nivel del mar, es decir, cuando la altitud es 0 m, la presión atmosférica es:

$$P_{\text{atmosférica}} = 1{,}01 \times 10^3\,\text{Pa}$$

Para medir la presión atmosférica existen otras unidades como la atmósfera (atm) o los milímetros de mercurio (mmHg). La relación entre pascales, atmósferas y milímetros de mercurio es:

$$1{,}01 \times 10^3\,\text{Pa} = 1\,\text{atm} = 760\,\text{mmHg}$$

En la figura 6.6 ilustramos la gráfica que representa la variación de la presión atmosférica en función de la altitud. Para este gráfico asumimos constantes la temperatura y la gravedad.

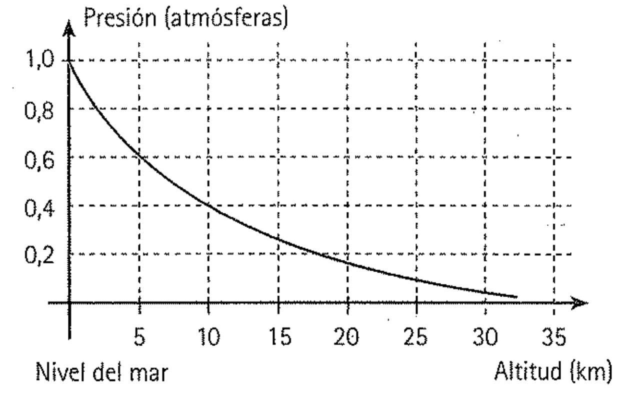


Fig. 6.6 Gráfico de la variación de la presión atmosférica en función de la altitud.

Medida de la presión atmosférica

Para medir la presión atmosférica se utiliza el **barómetro**. El primer barómetro fue diseñado y construido por el físico italiano Evangelista Torricelli (1608 - 1647).

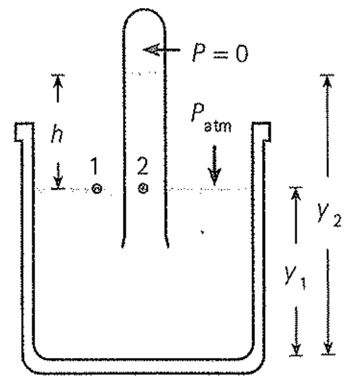


Fig. 6.7 Barómetro de Torricelli.

El barómetro es un tubo de vidrio, el cual se llena con mercurio (el mercurio es un metal que a temperatura ambiente se mantiene líquido), luego se invierte y se sumerge en una vasija que también contiene mercurio. Si el tubo tiene la longitud adecuada, al invertirlo dentro del recipiente el nivel del mercurio desciende y queda un espacio vacío en la parte superior, donde la presión es aproximadamente nula debida a los gases de mercurio. Si el experimento se realiza a nivel del mar, la columna de mercurio se eleva hasta una altura de 76 cm. En la figura 6.7 vemos que la presión en el punto 1 es igual a la presión en el punto 2:

$$P_1 = P_2$$

en donde $P_1 = P_{\text{atm}}$ y P_2, aplicando la ecuación 6.7, es $\rho g h$, de donde: $P_{\text{atm}} = \rho g h$.

Manómetro de tubo abierto en forma de U

Para medir la presión de los gases se utiliza un instrumento como el de la figura 6.8, denominado **manómetro**. Este es un tubo de cristal en forma de U, en el cual se vierte mercurio. Una de las ramas del tubo está abierta a la presión atmosférica, mientras que la otra se conecta al sistema al cual deseamos medirle la presión, en este caso un gas confinado en la burbuja. El gas ejerce presión sobre la columna de mercurio y, entonces, se registra una diferencia de altura proporcional a la variación de presión.

En el nivel y_1, la presión que ejerce el gas es igual a la presión que ejerce la atmósfera más la presión de la columna de mercurio de altura h, de manera que:

$$P_{gas} = P_{atm} + P_{Hg}$$

$$P_{gas} = P_{atm} + \rho g h \tag{6.8}$$

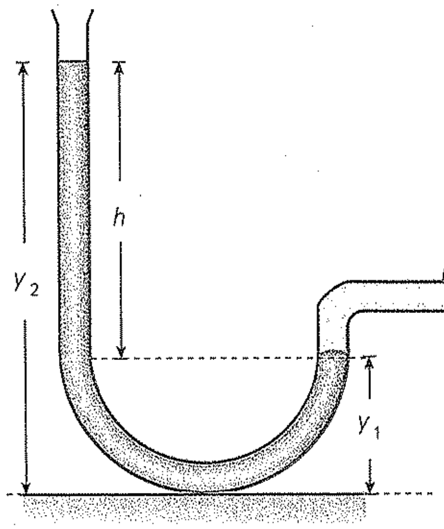


Fig. 6.8 Manómetro en forma de U.

Principio de Pascal

Supongamos que tenemos un recipiente que contiene un fluido como el de la figura 6.9, en el cual se han dispuesto una serie de corchos y en la boca del

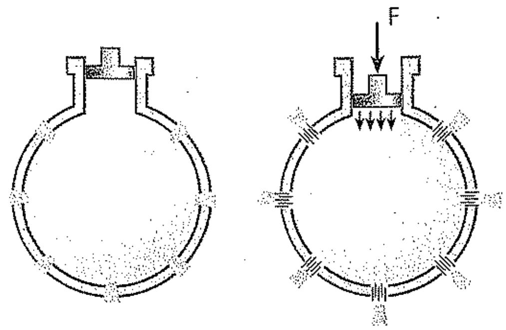


Fig. 6.9 La variación de presión aplicada a un fluido en reposo, se trasmite con igual intensidad en todos los puntos del fluido.

recipiente hay un émbolo. Si empujamos el émbolo hacia dentro, notaremos cómo los corchos salen con la misma presión. Este efecto se conoce como **principio de Pascal,** el cual fue formulado por el matemático, físico y filósofo francés Blaise Pascal (1623 - 1662), quien lo enunció así:

> la presión que se ejerce en cualquier fluido confinado y en reposo, se trasmite en todas las direcciones y con la misma intensidad.

El principio de Pascal es ampliamente aplicado para la construcción de máquinas multiplicadoras de fuerza como el gato hidráulico, elevador de autos y la silla del odontólogo.

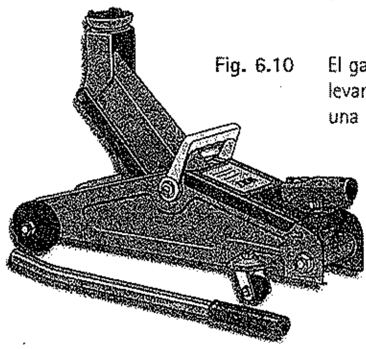


Fig. 6.10 El gato hidráulico se utiliza para levantar objetos pesados aplicando una fuerza pequeña.

Ejemplo

De acuerdo con la figura 6.11, determinemos la fuerza necesaria para elevar la lavadora de masa m.

Solución

En esta situación vamos a hallar una relación entre las áreas y las fuerzas aplicadas.

Como inicialmente los pistones se encuentran a la misma altura se cumple que:

$$P_1 = P_2$$

Entonces:

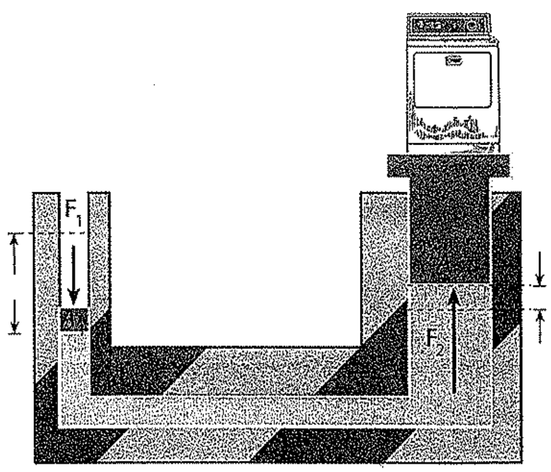


Fig. 6.11

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Despejando F_2 tenemos:

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \qquad 6.9$$

Vemos que si el A_2 es 10 veces el A_1: $(A_2 = 10A_1)$, la F_2 estará dada por la expresión:

$$F_2 = F_1 \frac{10A_1}{A_1}$$

Simplificando:

$$F_2 = 10F_1$$

Esto significa que al tener una mayor área incrementamos la fuerza, lo que nos permite levantar objetos muy pesados empleando una pequeña fuerza.

Principio de Arquímedes

Si alguna vez has intentado levantar a una persona en una piscina, habrás notado que aparentemente pesa menos. Esto se debe a que el fluido, en este caso el agua, ejerce sobre el cuerpo una fuerza vertical hacia arriba llamada **empuje.**

El matemático y físico griego Arquímedes (287 - 212 a. de C.) propuso la relación existente entre el empuje y el peso del líquido desalojado por un cuerpo cuando este se halla parcial o totalmente sumergido en un fluido, como lo vemos en la figura 6.12. Esta relación se denomina **principio de Arquímedes** y dice:

un objeto sumergido parcial o totalmente en un fluido experimenta una fuerza ascensional denominada empuje, de abajo hacia arriba igual al peso del fluido desalojado por el objeto.

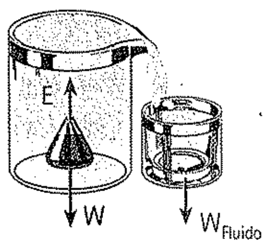


Fig. 6.12 Principio de Arquímedes. El empuje es equivalente al peso del fluido desalojado por el objeto.

Matemáticamente el empuje **E** lo expresamos como:

$$\mathbf{E} = \rho_f V_s g \hat{\mathbf{j}} \qquad 6.10$$

donde ρ_f = densidad del fluido

V_s = volumen sumergido

g = gravedad

En magnitud:

$$E = \rho_f V_s g \qquad 6.11$$

Un factor que hace que un cuerpo se hunda o flote en un fluido es la densidad del cuerpo respecto a la densidad del fluido. Así, cuando el objeto tiene una densidad ρ menor que la densidad del fluido, el objeto flota en el fluido; si el objeto tiene una densidad ρ mayor que la del fluido, el objeto se hunde y cuando las densidades del objeto y del fluido tienen el mismo valor, el objeto ni sube ni baja dentro del fluido.

Ejemplo

Un trozo de madera de densidad $0{,}6\,\frac{g}{cm^3}$ flota en el agua. ¿Qué fracción de la madera se sumerge dentro del agua?

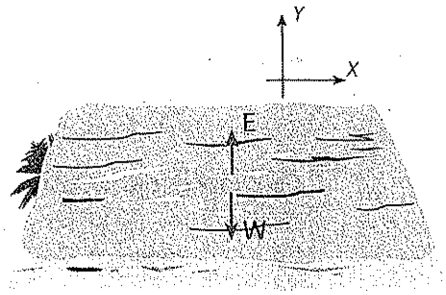


Fig. 6.13

Solución

En la figura 6.13 observemos el diagrama de cuerpo libre sobre el trozo de madera. Como el trozo se encuentra en equilibrio: $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$

es decir: $\mathbf{E} - \mathbf{w} = \mathbf{0}$

De acuerdo con el sistema de referencia se tiene: $E\hat{\mathbf{j}} - mg\hat{\mathbf{j}} = \mathbf{0}$.

Tomando las magnitudes de las componentes en dirección vertical: $E - mg = 0$.

Aplicando la ecuación 6.11 y sustituyendo en la ecuación anterior la masa de la madera en función de la densidad y el volumen, llegamos a:

$$\rho_f V_s g - \rho_{\text{madera}} V_{\text{madera}} g = 0$$

Eliminando la gravedad, despejando el volumen sumergido y remplazando por los valores conocidos tenemos:

$$V_s = \frac{\rho_{\text{madera}} V_{\text{madera}}}{\rho_{\text{fluido}}} = \frac{0{,}6\,\frac{g}{cm^3} \cdot V_{\text{madera}}}{1\,\frac{g}{cm^3}} = 0{,}6\ V_{\text{madera}}$$

En este resultado vemos que un poco menos de la mitad del trozo de madera flota.

Ejemplo

Un objeto de acero, de masa 30 g, se suspende de una cuerda y se sumerge en un vaso de agua, como muestra la figura 6.14. ¿Qué valor marca el dinamómetro en gf?

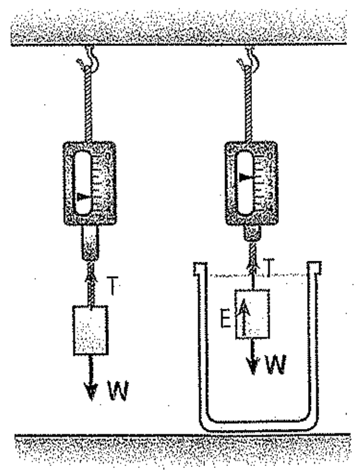


Fig. 6.14

Solución

En la figura ilustramos el diagrama de cuerpo libre sobre el objeto:

$\mathbf{T} + \mathbf{E} - \mathbf{w} = \mathbf{0}$

La tensión $\mathbf{T}$ en magnitud corresponde a lo que marca el dinamómetro; ¿por qué?

De acuerdo con el sistema de referencia, tomando la componente vertical de las fuerzas:

$T + E - mg = 0$

Despejando la tensión obtenemos: $T = mg - E$.

Sustituimos el valor de E de la ecuación 6.11:

$$T = mg - \rho_f V_s g \qquad (1)$$

En esta situación el volumen sumergido es el total, entonces:

$$m_{\text{objeto}} = \rho_{\text{objeto}} V_s$$

Despejando el volumen sumergido de la expresión anterior tenemos:

$$V_s = \frac{m_{\text{objeto}}}{\rho_{\text{objeto}}} \qquad (2)$$

Remplazamos (2) en (1):

$$T = mg - \rho_{\text{fluido}} \frac{m_{\text{objeto}}}{\rho_{\text{objeto}}} g = g\left(m - \rho_{\text{fluido}} \frac{m_{\text{objeto}}}{\rho_{\text{objeto}}}\right)$$

Sustituimos los valores numéricos conocidos y consultamos la densidad del acero en la tabla 6.1:

$$T = 980\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\left(30\text{g} - 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\frac{30\,\text{g}}{7{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}\right) = 25\ 630{,}76 \text{ dinas}$$

Como $1\,\text{gf} = 980\,\text{dinas}$, la respuesta es: $T = 26{,}15\ \text{gf}$.

Ejemplo

El peso en el aire de una argolla es 6860 dinas $= 7\,\text{gf}$; al sumergirla en un vaso de agua como se ve en la figura 6.15, el dinamómetro marca 6370 dinas $= 6{,}5\,\text{gf}$. ¿Es de oro la argolla?

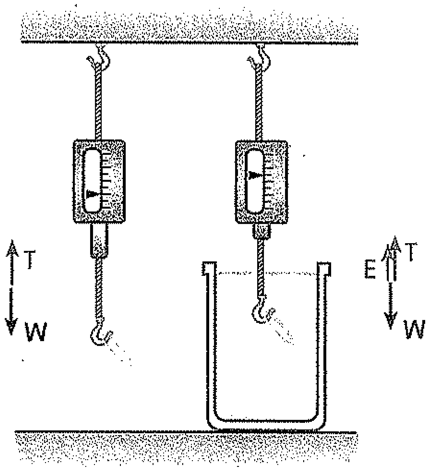


Fig. 6.15

Solución

En el diagrama de cuerpo libre de la figura 6.15 tenemos:

$$\mathbf{T} + \mathbf{E} - \mathbf{w} = \mathbf{0}$$

Con base en el sistema de referencia, tomando la componente vertical de las fuerzas, tenemos:

$$T + E - mg = 0$$

Remplazamos el empuje:

$$T + \rho_f V_s g - mg = 0 \qquad (1)$$

Con un razonamiento similar al del ejemplo anterior el volumen sumergido es:

$$V_s = \frac{m_{\text{anillo}}}{\rho_{\text{anillo}}} \qquad (2)$$

Remplazamos en (1) el valor de (2):

$$T + \rho_f \frac{m_{\text{anillo}}}{\rho_{\text{anillo}}} g - mg = 0$$

En esta expresión lo único que no sabemos es el valor de la densidad del anillo; despejando:

$$\rho_f \frac{m_{\text{anillo}}}{\rho_{\text{anillo}}} g = mg - T$$

Entonces: $\rho_{\text{anillo}} = \dfrac{\rho_f m_{\text{anillo}} g}{mg - T}$. (Recordemos que $w = mg$.)

Remplazando por los valores numéricos obtenemos:

$$\rho_{\text{anillo}} = \frac{1\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 6860 \text{ dinas}}{6860 \text{ dinas} - 6370 \text{ dinas}} = 14\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

De acuerdo con la tabla 6.1 la densidad del oro es $19{,}3\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, luego concluimos que el anillo no es de oro.

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. ¿La hidrostática corresponde al estudio de los fluidos moviéndose con rapidez constante? Razona tu respuesta.

2. ¿Las dimensiones de la densidad son: $[\rho] = \left[\dfrac{L^3}{\text{kg}}\right]$? Argumenta tu respuesta.

3. ¿La presión atmosférica a nivel del mar es mayor que a 2600 m de altura? Razona tu respuesta.

4. Al soltar una esfera de acero dentro de un estanque lleno de agua, observamos como ésta se hunde. ¿Podemos afirmar que esto ocurre porque el empuje sobre la esfera actúa de arriba hacia abajo? Razona tu respuesta.

5. Explica por qué es más fácil flotar en el mar que en un río.

6. Verifica que $1\dfrac{\text{dina}}{\text{cm}^2} = 0{,}1\dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

7. Un prisma macizo de acero tiene las siguientes dimensiones: 3 cm × 2 cm × 1 cm. Determina su masa.

8. Estima la presión ejercida por una bailarina de tango de 45 kg, que se para de manera momentánea en uno de sus tacones de área aproximada 0,05 cm^2. Compara este resultado con la presión que ejerce una jirafa de masa 1000 kg, suponiendo que se para en una de sus patas y que el área de apoyo de la pata es 40 cm^2.

9. Si a nivel del mar construimos un barómetro de Torricelli utilizando alcohol, ¿a qué altura

llegará la columna de alcohol? (Densidad del alcohol $= 0{,}79 \times 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.)

10. Las dimensiones de una alberca son: 1 m × 0,5 m y altura 0,80 m. Si se encuentra completamente llena de agua, qué valor tiene:

a. la presión total en el fondo.

b. La presión manométrica en el mismo punto.

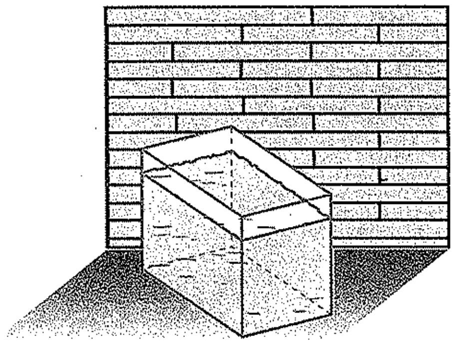


Fig. 6.16

11. Un manómetro en forma de U, como se ve en la figura 6.17, permite determinar la presión del gas. Si la diferencia de alturas es $h = 13$ cm:

a. ¿qué presión absoluta ejerce el gas?

b. En atmósferas, ¿qué valor tiene la presión manométrica?

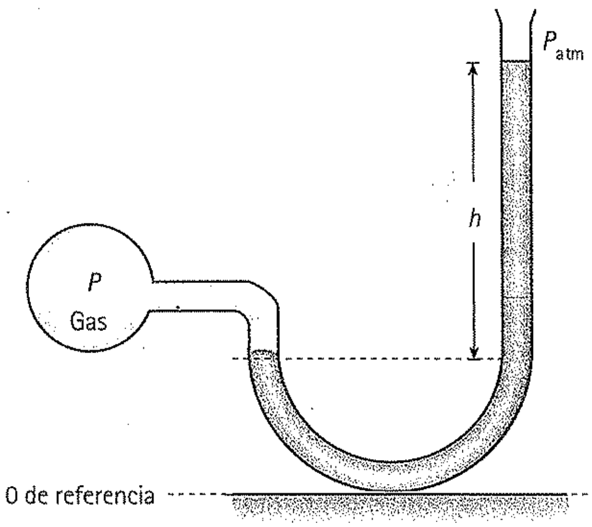


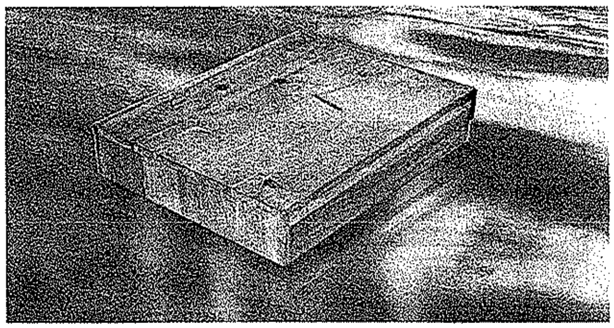
Fig. 6.17

12. Arquímedes planteó su principio a raíz de un incidente con una corona que el rey mando elaborar a un joyero. Investiga qué fue lo que ocurrió y discútelo en clase con tus compañeros.

13. Un arqueólogo halla una piedra muy antigua de forma irregular. Para determinar su densidad primero la pesa en el aire y encuentra que su valor es 15 kgf; luego la ata con una cuerda muy fuerte, pero de masa despreciable, la sumerge en agua y el dinamómetro registra 11 kgf. Con estos datos, ayúdale al arqueólogo a determinar la densidad de la piedra.

14. Una tabla de madera $\left(\rho_{\text{madera}} = 0{,}6 \dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ de 40 cm de ancho, 90 cm de largo y 10 cm de espesor flota en el agua. Un perro brinca sobre la tabla y esta queda a ras del agua, como se ilustra en la figura 6.18. Determina la masa del perro en gramos.

ANTES



DESPUÉS

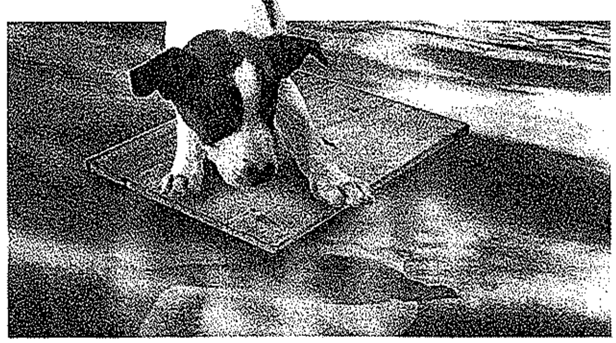


Fig. 6.18

Describe problemas físicos relacionados con la hidrostática.
Establece relaciones entre variables para la resolución de problemas.
Resuelve problemas relacionados con hidrostática.
Pone en común la solución de los ejercicios y problemas propuestos.

La hidrodinámica

TEMA 2

Explica situaciones para fluidos que se encuentran en movimiento, a partir de los conceptos presentados en las ecuaciones de continuidad y de Bernoulli.

En el tema anterior estudiamos la mecánica de los fluidos en reposo o hidrostática. A lo largo de este tema estudiaremos los fluidos en movimiento o **hidrodinámica**.

En nuestra vida cotidiana estamos en continua interacción con los fluidos en movimiento, como por ejemplo cuando caminamos, conducimos un auto, volamos en un avión o cuando abrimos la llave de un grifo y dejamos escapar el agua.

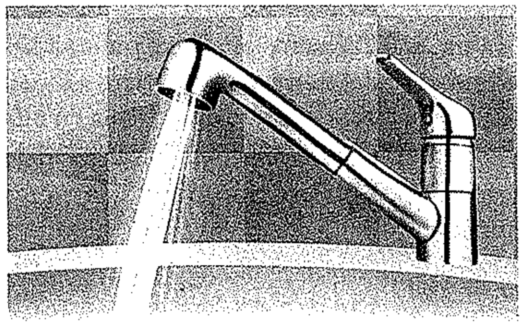


Fig. 6.19 El movimiento del agua es una situación que se estudia en hidrodinámica.

Flujo de fluidos

Se denomina **flujo** al movimiento que hacen las partículas que constituyen un fluido. Existen dos tipos de flujo: el laminar y el turbulento.

El **flujo laminar** se presenta cuando en cada pequeña región del fluido las partículas que lo conforman se mueven con velocidad constante. Sin embargo, en diferentes puntos del fluido esta velocidad puede variar.

Las trayectorias que describen los fluidos se conocen como *líneas de flujo*. En el flujo laminar estas líneas no se cruzan y, por tanto, no se cortan, como lo observamos en la figura 6.20 a.

El **flujo turbulento** ocurre cuando las partículas que constituyen el fluido llevan un movimiento no uniforme, de manera que las líneas de flujo se cruzan entre sí y se forman remolinos.

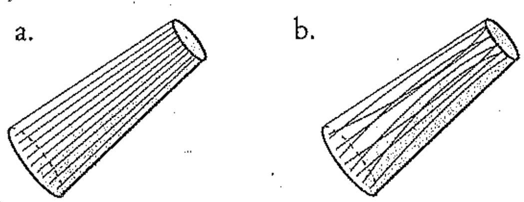


Fig. 6.20 a. Flujo laminar y b. flujo turbulento.

Observemos el movimiento que hace el humo del incienso en la figura 6.21; notemos que entre el punto 1 y el punto 2 el movimiento del fluido es de flujo laminar, pero del punto 2 en adelante el flujo es turbulento.

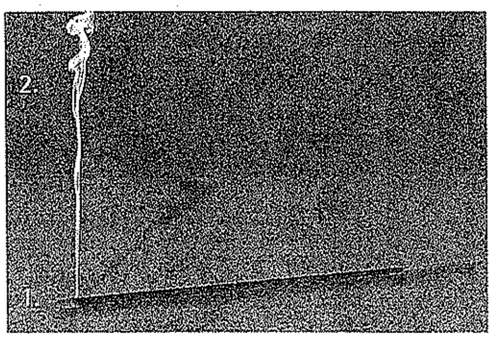


Fig. 6.21 Flujo laminar y turbulento en el humo de una vara de incienso.

La ecuación de continuidad

La experiencia nos demuestra que cuando en una manguera disminuimos el área a través de la cual fluye el agua, la rapidez del líquido aumenta.

A continuación estableceremos una relación matemática entre la rapidez con la que se mueve un fluido y el área por la cual circula. Imaginemos un fluido incompresible, es decir, aquel cuya densidad no varía en forma significativa con la presión, que se mueve dentro de una tubería.

Logros: identificar las propiedades de los fluidos en movimiento. Aplicar la ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli en la solución de problemas.

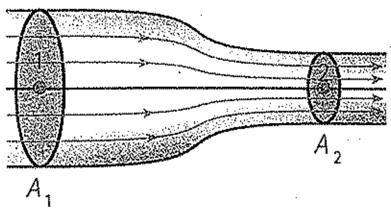


Fig. 6.22 Observemos la diferencia en las áreas de la tubería en los puntos 1 y 2.

En la figura 6.22 vemos que en el punto 2 la sección trasversal de la tubería se estrecha. Tomemos la cantidad de masa de fluido que circula en un tiempo Δt por los puntos 1 y 2; como la cantidad de fluido que entra por un extremo debe salir por el otro, entonces:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

Al remplazar la masa en términos de la densidad y el volumen tenemos: $\Delta m = \rho_f \Delta V$.

Por tanto: $\rho_f \Delta V_1 = \rho_f \Delta V_2$

Al simplificar la densidad y recordando que el volumen podemos definirlo como $A\Delta x$, obtenemos la expresión:

$$A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 \qquad (1)$$

Como asumimos que el fluido se mueve con velocidad instantánea constante, entonces:

$$\Delta x = v\Delta t \qquad (2)$$

Remplazando (2) en (1), tenemos:

$$A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

Al simplificar el tiempo nos queda:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad 6.12$$

La ecuación 6.12 recibe el nombre de **ecuación de continuidad** para un líquido incompresible.

Si un líquido circula por una tubería cuya área trasversal varía, de acuerdo con la ecuación de continuidad, cuando el área se estrecha el líquido se mueve más rápido, de manera que siempre el producto

$$Q = Av \qquad 6.13$$

es constante.

Q recibe el nombre de **caudal** o **gasto volumétrico** y su unidad en el SI es $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

El caudal nos indica el volumen de fluido que circula por una tubería en cierto tiempo. Luego:

$$Q = Av = \frac{V}{t} \qquad 6.14$$

Ejemplo

La sangre circula por una arteria de 2 mm de radio con una rapidez de $12\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$; en otro punto de la misma arteria la rapidez es $20\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$, debido al poco ejercicio que la persona realiza y a una inadecuada dieta.

a. ¿Qué valor tiene en el segundo punto el radio de la arteria?

b. ¿Qué valor tiene el caudal en esta arteria?

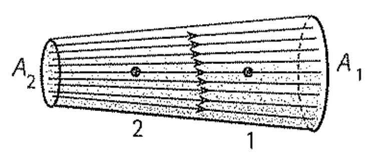


Fig. 6.23

Solución

a. En la figura 6.23 asumimos que la arteria es aproximadamente una tubería cuya sección trasversal disminuye.

Para encontrar el radio en el segundo punto, despejamos A_2 en la ecuación 6.12:

$$A_2 = \frac{A_1 v_1}{v_2} = \frac{\pi R_1^{\ 2} v_1}{v_2} = \frac{\pi (0{,}2 \text{ cm})^2 12 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{20 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 0{,}075 \text{ cm}^2$$

De la fórmula de área:

$A = \pi R^2$, despejamos el radio: $R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{0{,}075 \text{ cm}^2}{\pi}} = 0{,}15 \text{ cm}$

Vemos entonces que en el segundo punto el radio de la arteria disminuye.

b. El caudal Q es:

$$Q = A_1 v_1 = \pi (0{,}2 \text{ cm})^2 12 \ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1{,}50 \ \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Comprueba que llegamos a la misma respuesta planteando el caudal con el área 2.

Ecuación de Bernoulli

En 1738 el matemático y físico Daniel Bernoulli dedujo la ecuación que hoy conocemos como *ecuación de Bernoulli*; esta ecuación interpreta cómo un fluido sometido a un cambio de presión experimenta una variación de energía.

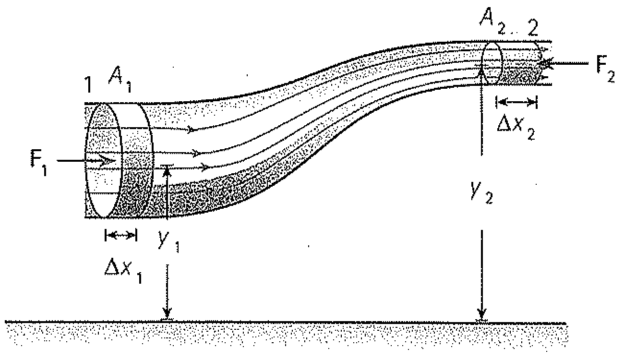


Fig. 6.24 Fluido en movimiento en una tubería de sección trasversal, rapidez y alturas variables.

Imaginemos un fluido con flujo laminar e incompresible, que se encuentra en movimiento dentro de una tubería como la de la figura 6.24. Vemos que los puntos 1 y 2 están a diferente altura, luego la presión en el punto 1 (P_1) es diferente a la presión en el punto 2 (P_2). Las fuerzas en dichos puntos tienen direcciones contrarias y realizan un trabajo sobre el fluido, correspondiente a la variación de la energía mecánica:

$$W_{total} = \Delta E_k + \Delta E_p \qquad (1)$$

En el punto 1 la fuerza F_1 es mayor que la fuerza F_2 en el punto 2, luego el fluido circula en dirección positiva. El trabajo de la fuerza F_2 es negativo, porque la dirección de esta fuerza se opone a la del desplazamiento del fluido.

Entonces, el trabajo total entre los puntos 1 y 2 es:

$$W = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2$$

A partir de la definición de presión tenemos:

$$W = P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2$$

El producto del área por el desplazamiento corresponde a la variación del volumen: $A \Delta x = \Delta V$.

Luego el trabajo neto lo expresamos como:

$$W = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2 \qquad (2)$$

La variación en la energía cinética entre los puntos 1 y 2 es:

$$\Delta E_k = \frac{\Delta m_2 v_2^{\ 2}}{2} - \frac{\Delta m_1 v_1^{\ 2}}{2}$$

Como $\Delta m = \rho_f \Delta V$, al remplazar este valor en la ecuación anterior obtenemos:

$$\Delta E_k = \frac{\rho_f \Delta V_2 v_2^{\ 2}}{2} - \frac{\rho_f \Delta V_1 v_1^{\ 2}}{2} \qquad (3)$$

La variación de la energía potencial entre los puntos 1 y 2 es:

$$\Delta E_p = \Delta m_2 g y_2 - \Delta m_1 g y_1$$

Sustituyendo la variación de la masa se tiene:

$$\Delta E_p = \rho_f \Delta V_2 g y_2 - \rho_f \Delta V_1 g y_1 \quad (4)$$

Remplazamos (2), (3) y (4) en (1) y simplificamos la variación en el volumen ΔV:

$$P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2 = \left(\frac{\rho_f \Delta V_2 v_2^{2}}{2} - \frac{\rho_f \Delta V_1 v_1^{2}}{2} \right) +$$

$$\left(\rho_f \Delta V_2 g y_2 - \rho_f \Delta V_1 g y_1 \right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho_f v_2^{2}}{2} - \frac{\rho_f v_1^{2}}{2} + \rho_f g y_2 - \rho_f g y_1$$

Escribiendo los términos que corresponden al punto 1 de la tubería en un lado de la igualdad y los que competen al punto 2 en el otro lado tenemos:

$$P_1 + \frac{\rho_f v_1^{2}}{2} + \rho_f g y_1 = P_2 + \frac{\rho_f v_2^{2}}{2} + \rho_f g y_2$$

Este resultado quiere decir que en un punto determinado del fluido en movimiento sin aceleración, se cumple:

$$P + \frac{\rho_f v^2}{2} + \rho_f g y = \text{constante} \qquad 6.15$$

Este resultado se conoce como **ecuación de Bernoulli**. En esta ecuación, la presión P es la presión absoluta.

Ejemplo

En la figura 6.25 vemos un tanque lleno de agua, abierto a la presión atmosférica en la parte superior y de área A_1. En el punto 2 el tanque tiene un orificio de área A_2, por el cual el agua escapa con rapidez v_2. Determinemos la velocidad de salida del agua si la rapidez con la cual desciende en el punto 1 es v_1.

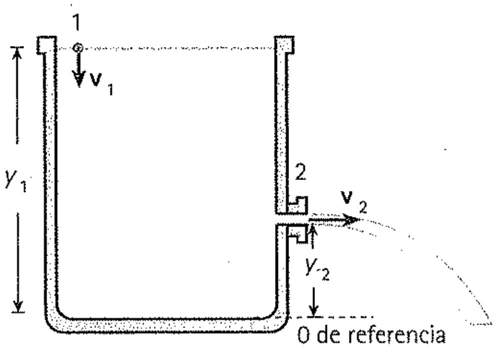


Fig. 6.25

Solución

En la figura 6.25 fijamos el cero de referencia en la parte inferior del tanque y aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2:

$$P_1 + \frac{\rho_f v_1^{2}}{2} + \rho_f g y_1 = P_2 + \frac{\rho_f v_2^{2}}{2} + \rho_f g y_2$$

Como la presión que actúa en el punto 1 y la que se ejerce sobre el punto 2 son iguales a la presión atmosférica, entonces eliminamos estos términos:

$$\frac{\rho_f v_1^{2}}{2} + \rho_f g y_1 = \frac{\rho_f v_2^{2}}{2} + \rho_f g y_2$$

La densidad también podemos eliminarla por ser un término común:

$$\frac{v_1^{2}}{2} + g y_1 = \frac{v_2^{2}}{2} + g y_2$$

Despejando la rapidez en el punto 2 obtenemos:

$$\frac{v_1^{2}}{2} + g y_1 - g y_2 = \frac{v_2^{2}}{2}$$

Factorizando la gravedad y teniendo en cuenta que la diferencia de alturas es igual a h tenemos:

$$\frac{v_2^{\,2}}{2} = \frac{v_1^{\,2}}{2} + gh$$

Encontramos que la rapidez en el punto 2 es:

$$v_2 = \sqrt{\left(v_1^{\,2} + 2gh\right)}$$

Cuando el área 1 es muy grande comparada con el área 2 $\left(A_1 >> A_2\right)$, podemos despreciar la rapidez en el punto 1 comparada con la rapidez en el punto 2 $\left(v_1 >> v_2\right)$, en consecuencia:

$$v_2 \cong \sqrt{2gh} \qquad 6.16$$

Este resultado recibe el nombre de **teorema de Torricelli**. En una unidad anterior estudiamos un resultado similar; ¿en qué tipo de movimiento apareció una ecuación muy semejante?

Ejemplo

Analicemos cómo se logra sustentar el ala de un avión cuando éste se encuentra a una altura h respecto al suelo.

Solución

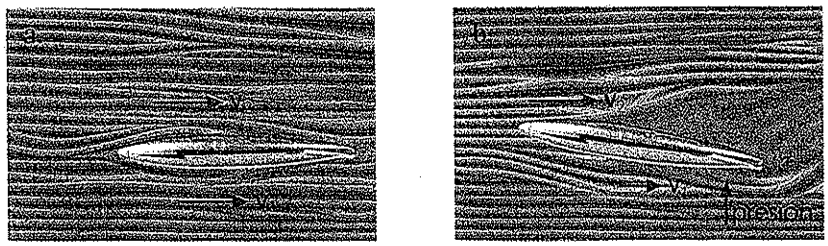


Fig. 6.26

En la figura 6.26 a. ilustramos las líneas de flujo del aire cuando el ala está en posición horizontal. Al inclinarse el ala (figura 6.26 b.), en la parte superior la velocidad v_2 aumenta y la presión disminuye, y en la región inferior la velocidad disminuye y la presión aumenta, por tanto, la diferencia de presiones y las áreas de la parte superior e inferior dan lugar a la fuerza ascensional que permite la sustentación.

Ejemplo

Tubo de Venturi

El tubo de Venturi está formado por una tubería que presenta en la entrada un estrechamiento gradual en su sección trasversal, y luego un aumento en la sección trasversal, también gradual en la salida, tal como muestra la figura 6.27. Se le acondicionan dos tubos verticales, los cuales permiten realizar una lectura inmediata de la presión en los puntos 1 y 2.

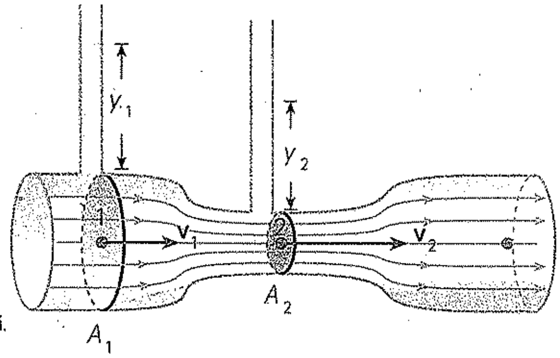


Fig. 6.27 Tubo de Venturi.

Al variar el diámetro se busca variar la presión, lo que permite aplicaciones de este dispositivo, por ejemplo, en los motores de combustión interna para facilitar su ignición.

Determinemos la velocidad de salida en el punto 2.

Solución

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 tenemos:

$$P_1 + \frac{\rho_f v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho_f v_2^2}{2} \qquad (1)$$

La ecuación de continuidad entre los puntos 1 y 2 es:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (2)$$

Despejamos la velocidad v_1:

$$v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1} \qquad (3)$$

Sustituimos (3) en (1) y despejamos la velocidad en el punto 2:

$$P_1 + \frac{\rho_f \left(\frac{A_2 v_2}{A_1}\right)^2}{2} = P_2 + \frac{\rho_f v_2^2}{2}$$

$$P_1 + \frac{\rho_f A_2^2 v_2^2}{2A_1^2} = P_2 + \frac{\rho_f v_2^2}{2}$$

Al realizar algunas operaciones algebraicas la velocidad en el punto 2 es:

$$v_2^2 = \frac{(P_1 - P_2)2A_1^2}{\rho_f (A_1^2 - A_2^2)} \qquad (4)$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli para los puntos 1 y 2 tenemos:

$$P_1 = P_{\text{atm}} + \rho_f g y_1$$

$$P_2 = P_{\text{atm}} + \rho_f g y_2$$

Haciendo la diferencia de P_1 y P_2 y teniendo en cuenta que: $y_1 - y_2 = h$, entonces:

$$P_1 - P_2 = \rho_f g h \tag{5}$$

Remplazando (5) en (4) obtenemos:

$$v_2^{\,2} = \frac{\rho_f g h 2 A_1^{\,2}}{\rho_f (A_1^{\,2} - A_2^{\,2})}$$

Por último, simplificamos y despejamos la velocidad en el punto 2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 g h A_1^{\,2}}{(A_1^{\,2} - A_2^{\,2})}}$$

Viscosidad

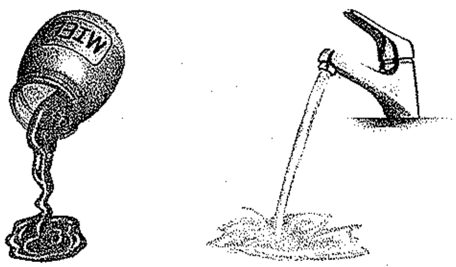


Fig. 6.28 La miel fluye más lentamente que el agua.

Los conceptos planteados hasta ahora corresponden a los denominados fluidos ideales, es decir, aquellos que son tomados como incompresibles y que no presentan fricción; sin embargo, cuando un fluido real se desplaza dentro de una tubería se presenta rozamiento interno, el cual se conoce como **viscosidad**. Esta fuerza de rozamiento se atribuye a las fuerzas de cohesión entre las moléculas.

La viscosidad depende en gran medida de la temperatura; todos hemos observado cómo la miel de abejas es mucho más viscosa o "espesa" a temperatura ambiente que cuando la tibiamos. Los jarabes, en general, son más viscosos que el agua (fluyen más lentamente), la grasa es más viscosa que el aceite de auto y los líquidos son más viscosos que los gases.

En la figura 6.29 ilustramos un modelo sencillo para estudiar fluidos viscosos en movimiento. En él vemos un fluido entre dos placas paralelas, cada una de ellas de área A y separadas una distancia l. La placa inferior se mantiene en reposo mientras que la superior puede desplazarse con velocidad constante.

Como el fluido es viscoso, al intentar deslizar la placa superior aplicando una fuerza **F**, observamos que el fluido se comporta como una serie de láminas paralelas, en donde la lámina superior se mueve más rápido que la siguiente y así sucesivamente, de manera la última capa de fluido se encuentra prácticamente en reposo.

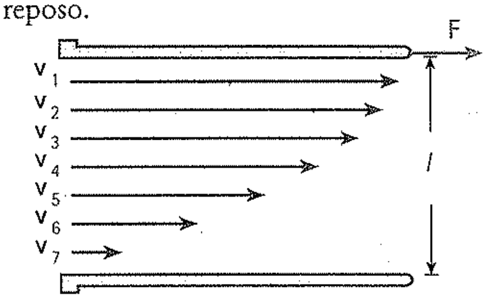


Fig. 6.29 Modelo de láminas paralelas para explicar la viscosidad.

Energía eólica

La energía eólica es la producida por el viento. Actualmente tiene diversas aplicaciones, por ejemplo en la navegación de vela, y en sistemas que trasforman la energía del viento en otros tipos de energía.

La energía eólica es muy inestable, razón por la cual es necesario diseñar alternativas para garantizar el recurso cuando se presenta calma o cuando el viento sopla en la dirección no deseada.

En algunos lugares del mundo se han construido los denominados parques eólicos, en donde emplean acumuladores con el fin de producir electricidad cuando el viento no sopla.

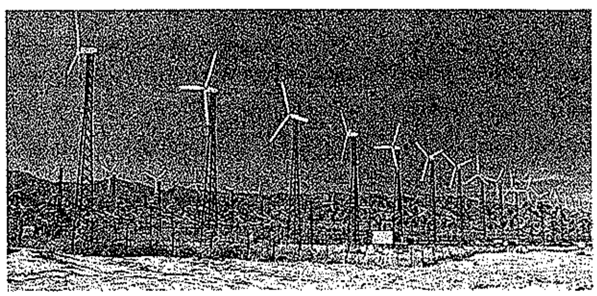


Fig. 6.30 Observemos un parque eólico, en el cual los aerogeneradores producen energía eléctrica a partir de la energía eólica.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. ¿Un fluido con flujo laminar es aquel que se desplaza desde un punto hasta otro con aceleración constante? Razona tu respuesta.

2. ¿Las dimensiones del caudal son:
$$[Q] = \left[\frac{L^3}{T}\right]?$$ Argumenta tu respuesta.

3. ¿La ecuación de Bernoulli corresponde al principio de conservación de la energía para fluidos? Razona tu respuesta.

4. En la figura 6.31 ilustramos una tubería por la que circula agua. La rapidez en el punto 1 es $v_1 = 5\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y el diámetro en este punto es $d_1 = 7$ cm. Si el diámetro de la tubería en el punto 2 es $d_2 = 5$ cm, determina:
   - **a.** la rapidez del agua en el punto 2.
   - **b.** El caudal.

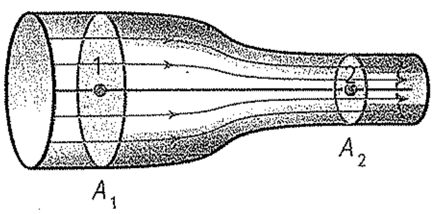


Fig. 6.31

5. Por la tubería ilustrada en la figura 6.32 circula agua. La altura en el punto 1 es $y_1 = 50$ cm y en el punto 2, $y_2 = 200$ cm. En el punto 1, el radio de la sección trasversal es $R_1 = 10$ cm, la rapidez del agua es $v_1 = 17\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y la presión en este punto es $P_1 = 3{,}0 \times 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; en el punto 2 el radio de la sección trasversal es $R_2 = 7$ cm. Para el punto 2 determina:
   - **a.** la rapidez.
   - **b.** La presión.

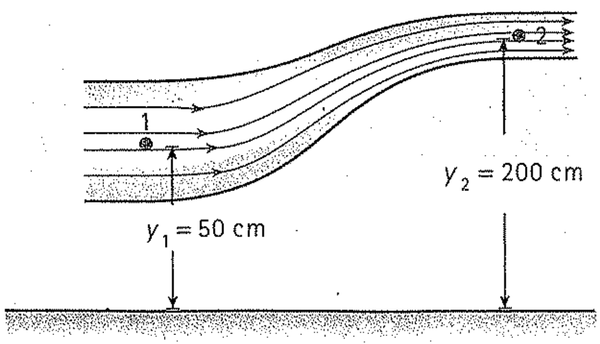


Fig. 6.32

6. La figura 6.33 ilustra un tubo de Venturi. El radio en el punto 1 es $R_1 = 30$ cm y el del punto 2 es $R_2 = 20$ cm. El fluido que circula por el Venturi es agua. 8.
   - **a.** Determina la rapidez del agua en el punto 2 si se sabe, además, que la diferencia de alturas entre los puntos 1 y 2 es $h = 45$ cm.
   - **b.** ¿Qué valor tiene el caudal?

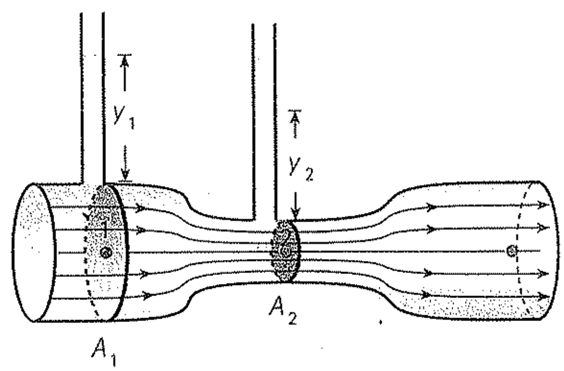


Fig. 6.33

7. Para un bazar del colegio se compró la gaseosa en barriles. Uno de ellos tiene un grifo de 1,5 cm de diámetro situado a 2 m por debajo del nivel inicial de la gaseosa, como vemos en la figura 6.34. El barril no tiene tapa. Si asumimos que la rapidez de la gaseosa en el punto 1 es muy pequeña comparada con la rapidez de la misma en el punto 2:

a. determina con qué rapidez sale la gaseosa por el grifo.

b. Precisa el caudal de la gaseosa.

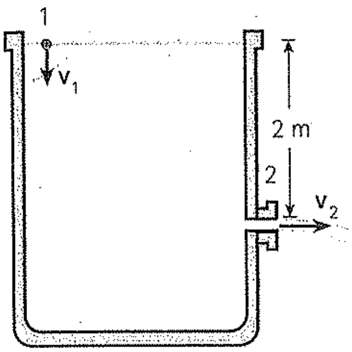


Fig. 6.34

8. En la figura 6.35 está ilustrado un tanque abierto a la presión atmosférica. Un chorro de agua sale horizontalmente por un orificio de 30 mm de radio y el caudal tiene un valor $Q = 1000\frac{cm^3}{s}$.

a. ¿Qué altura inicial h tiene el nivel del agua?

b. Determina el alcance horizontal del chorro.

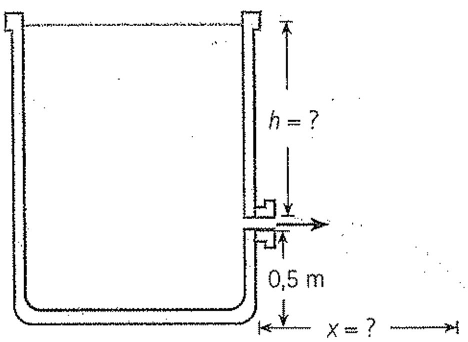
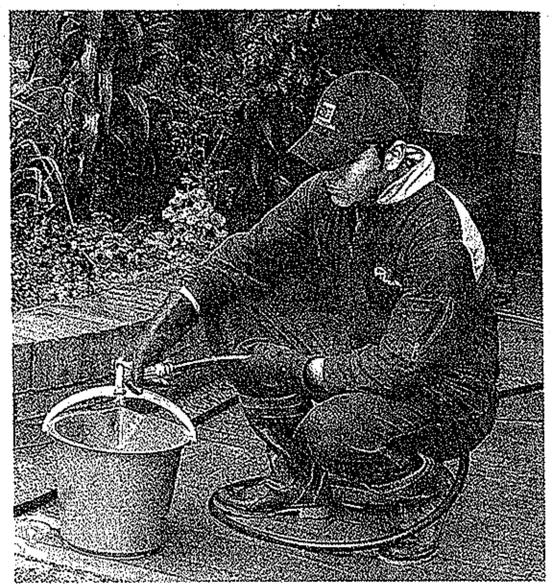


Fig. 6.35

9. Para llenar un recipiente de 1 m^3 se utiliza una manguera de 3 cm de radio; el proceso tarda 7 minutos. Determina la rapidez con la cual sale el agua por la manguera.



10. Si el radio de la manguera del problema anterior se reduce a la mitad, calcula de nuevo la rapidez con la cual sale el agua si asumimos el mismo caudal.

11. El agua fluye a través de una manguera de 4 cm de diámetro con una velocidad de 0,65 m/s. El diámetro de la boquilla por donde sale el agua es 0,40 cm.

a. ¿A qué velocidad pasa el agua a través de la boquilla?

b. Si la llave que surte de agua a la manguera está a la misma altura de la boquilla y la presión en ésta es la presión atmosférica, ¿cuál es la presión en la llave?

12. Por una tubería horizontal fluye agua a razón de 3 m/s, con una presión de 200 Pa. En una sección la tubería se estrecha hasta la mitad de su diámetro original.

a. ¿Cuál es la presión en la sección estrecha?

b. ¿Cuál es la rapidez del flujo en la sección estrecha?

c. ¿Cómo podrías comparar la masa de agua que fluye por la sección estrecha de la tubería y la que fluye por la parte ancha, en un intervalo de tiempo Δt?

Describe eventos físicos relacionados con hidrodinámica.
Establece relaciones entre variables y ecuaciones para plantear problemas.
Resuelve problemas relacionados con hidrodinámica.
Respeta la opinión de los demás.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
		Defino operacionalmente y aplico los conceptos de densidad, presión, principio de Pascal y principio de Arquímedes al resolver problemas relacionados con hidrostática.
		Identifico las propiedades de los fluidos en movimiento.
		Aplico la ecuación de la continuidad y la ecuación de Bernoulli.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. Las dimensiones de la densidad en el SI son: $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$.

b. La presión que ejerce una fuerza sobre un área de 4 cm^2 es menor que la que ejerce la misma fuerza sobre un área de 2 cm^2.

c. La presión que soporta un buzo a 5 m de profundidad es menor que la que experimenta a 12 m de profundidad.

d. El empuje depende de la profundidad a la que está sumergido un objeto.

e. La ecuación de continuidad es una relación entre cantidades vectoriales.

f. La ecuación de Bernoulli incluye la presión manométrica ejercida por el fluido en cierto punto de una tubería.

Resuelvo problemas

2. Un cilindro macizo metálico tiene 4 cm de radio y la longitud del lado mide 5 cm. Se coloca sobre una balanza calibrada en unidades de fuerza y ésta marca 50 dinas. La densidad del cilindro es:

$$\rho = \_\_\_\_\_\_ \frac{g}{cm^3} = \_\_\_\_\_\_ \frac{kg}{m^3}$$

3. Un elefante tiene 500 kg de masa aproximadamente. El área de contacto de cada una de las patas es 5 cm^2. Si el elefante se para momentáneamente en una de sus patas, la presión de ésta sobre el piso es:

$$P = \_\_\_\_\_\_ \frac{dinas}{cm^2} = \_\_\_\_\_\_ \frac{N}{m^2}$$

4. En una piscina de 2 m de profundidad el agua está a 40 cm por debajo del borde. Los valores de la presión total y la magnitud de la fuerza ejercida por el agua en el fondo de la piscina son respectivamente:

$P = \_\_\_\_\_\_$, $F = \_\_\_\_\_\_$

5. Una esfera de acero, de radio 50 cm, se sujeta con una cuerda, como se ve en la figura 6.36. La canoa descansa en el agua.

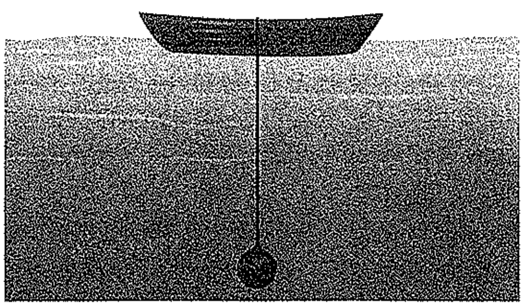


Fig. 6.36

El valor de la tensión en magnitud es:

$T =$ ______ N

6. Una tubería horizontal tiene un diámetro $d_1 = 14$ cm en un punto y un diámetro $d_2 = 6$ cm en otro punto. Por la tubería circula agua y su rapidez en el punto 1 es $v_1 = 12 \frac{cm}{s}$. La rapidez del agua en el punto 2 y el caudal son respectivamente:

$v_2 =$ ______ $\frac{m}{s}$

$Q =$ ________ $\frac{m^3}{s}$

7. En la figura 6.37 ilustramos una tubería por donde circula agua. En el punto 1 el radio de la sección trasversal es $R_1 = 10$ cm y la rapidez del agua es $v_1 = 17 \frac{cm}{s}$. La presión en el punto 1 es $P_1 = 3 \times 106 \frac{N}{m^2}$. La rapidez y la presión en el punto 2 son respectivamente:

$v_2 =$ _______ $\frac{cm}{s} =$ _________ $\frac{m}{s}$

$P_2 =$ _______ atm $=$ _______ $\frac{dinas}{cm^2}$

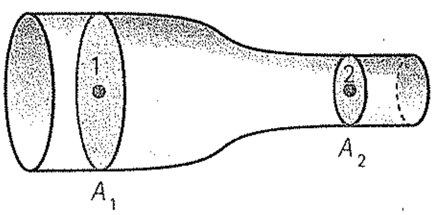


Fig. 6.37

8. Un recipiente sin tapa como el de la figura 6.25, contiene agua. Se le hace un orificio a 0,5 m del nivel del piso, por donde sale un chorro con una rapidez de 4,5 cm/s. Determina el alcance horizontal del chorro de agua.

9. El gráfico que describe el alcance horizontal del chorro en función del tiempo es:

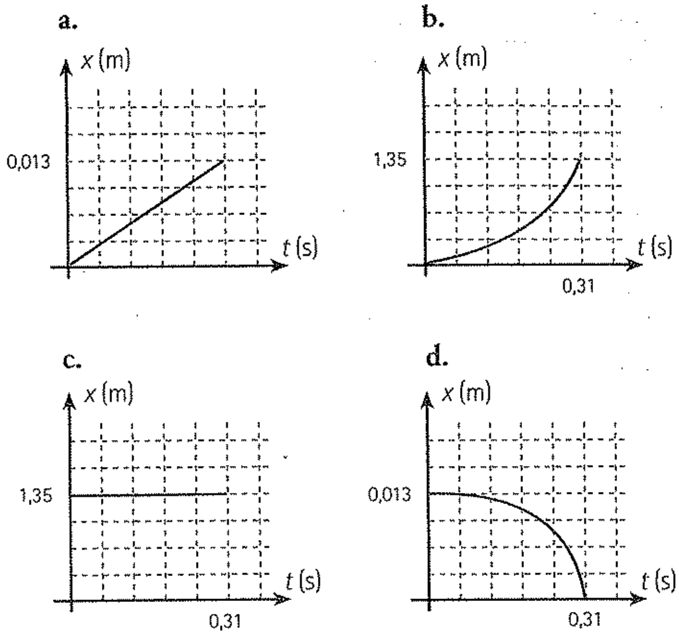


Fig. 6.38

10. El gráfico que describe la posición en dirección vertical del chorro, en función del tiempo, es:

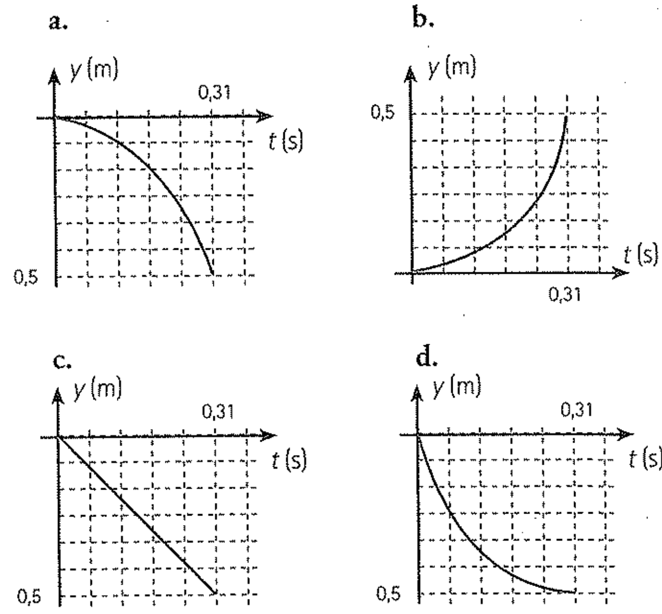


Fig. 6.39

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Práctica 1

Densidad de algunos líquidos

Objetivo

Determinar la densidad de un fluido.

Materiales

Tubo de vidrio en forma de U.
Aceite de cocina.
Agua.
Soportes de apoyo.

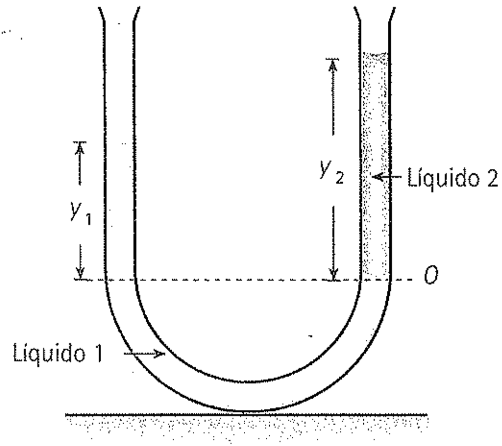


Fig. 6.40

Procedimiento y análisis

1. Vierte agua en el tubo en forma de U, de acuerdo con el montaje de la figura 6.40; luego, vierte aceite lentamente en una de las dos ramas hasta que apreciemos una diferencia de alturas.
2. Mide las alturas de los fluidos en las ramas izquierda y derecha del tubo respecto al punto O; a partir del hecho de tener la misma presión en este punto, determinemos la densidad del aceite.
3. ¿Con qué otro líquido podemos realizar la experiencia?
4. ¿Qué características deben tener los líquidos empleados?

Práctica 2

Rapidez en la salida de un líquido

Objetivo

Determinar experimentalmente la rapidez en la salida de un líquido por cada uno de los orificios.

Materiales

Recipiente con varios orificios.
Corchos.
Agua.
Regla.
Recipiente para recoger el agua.

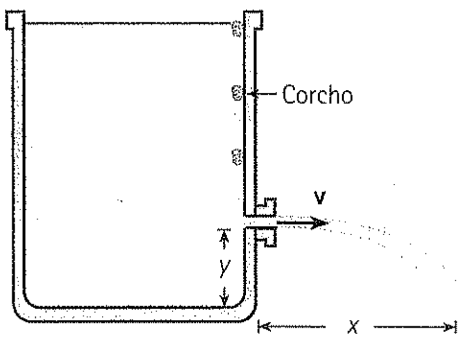


Fig. 6.41

Procedimiento y análisis

1. Con base en el montaje de la figura 6.41, mide el alcance horizontal del chorro de agua (x) y la altura correspondiente a cada uno de estos alcances (y).
2. Para tomar la medida de cada uno de los alcances destapa sólo uno de los orificios y deja tapados con los corchos los demás.
3. Con los datos determina la velocidad de salida del chorro de agua en cada orificio.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Para realizar esta actividad necesitas dos hojas de papel.

Toma las hojas y ubícalas paralelas una muy cerca de la otra, como se ve en la figura 6.42. Al soplar entre ellas:

- **a.** se acercan.
- **b.** Se alejan.
- **c.** No se mueven.

Explica tu elección a partir de los conceptos vistos en la unidad.

Fig. 6.42

COMPETENCIA COMUNICATIVA

Toma un pitillo trasparente, sumérgelo en un vaso que contenga agua coloreada, tapa el orificio superior con un dedo y luego sácalo del agua; ¿qué observas?

Levanta el dedo del orificio. ¿Qué ocurre ahora?

Sin tapar el orificio superior, introduce ahora el pitillo en el agua y extráelo. ¿Qué ocurre?

A partir de los conceptos estudiados en la presente unidad explica tus observaciones; discute tus argumentos con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora.

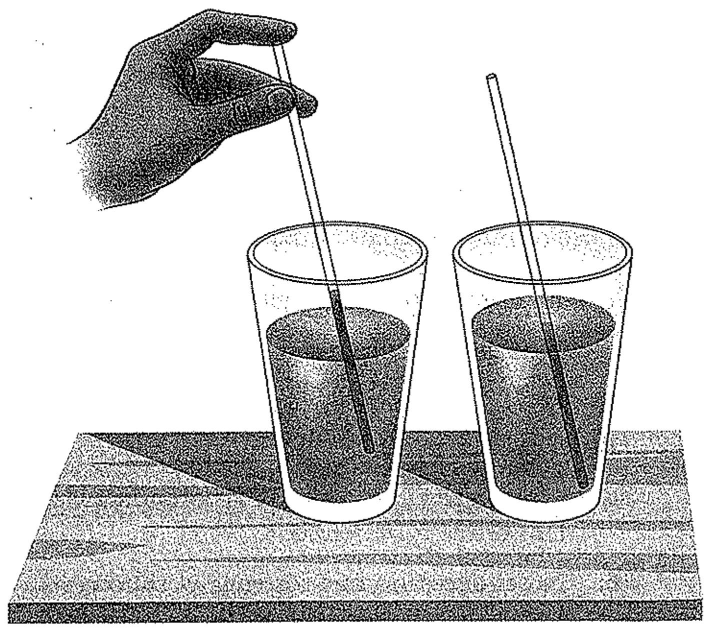


Fig. 6.43

PRUEBA ICFES

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

La siguiente información permite contestar los problemas 1., 2. y 3.

Un niño tiene un cubo de cobre de 7 cm de arista, lo amarra a una cuerda de masa despreciable comparada con la masa del cubo, lo sumerge completamente en la alberca de su casa y lo sostiene con la cuerda como vemos en la figura 6.44.

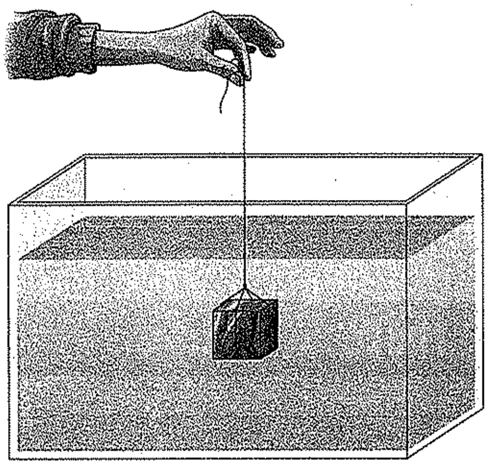


Fig. 6.44

1. De acuerdo con el texto:
   a. la masa del cubo es igual a 33 052,7 g.
   b. El empuje en magnitud que actúa sobre el cubo es: $E = 336{,}14 \times 10^3$ gf.
   c. La masa del cubo es igual a 33 052 dinas.
   d. El empuje en magnitud que actúa sobre el cubo es: $E = 336{,}14\,\text{N}$.
2. Podemos afirmar que:
   a. al sumergir el cubo a mayor profundidad la tensión va a aumentar.
   b. No es necesario que sostenga el cubo con la cuerda porque éste flota debido a que su densidad es mayor que la del agua.
   c. Al soltar la cuerda el cubo se hunde porque el empuje hace descender el objeto.
   d. La masa del cubo no cambia aunque se sumerja en el fluido.
   e. La tensión y el empuje sobre el cubo actúan en dirección vertical hacia arriba y el peso equilibra estas dos fuerzas.
3. La información suministrada nos permite asegurar que el empuje **E** o la tensión **T** tiene magnitud:
   a. $E = 343$ dinas
   b. $E = 427{,}37 \times 10^3$ dinas
   c. $T = 2{,}7 \times 10^3$ dinas
   d. $T = 2{,}65 \times 10^6$ dinas

La siguiente información nos permite responder los problemas 4., 5. y 6.

En un gran acuario en el cual aún no han colocado los animales marinos que allí van a convivir, sus diseñadores realizan algunas pruebas para conocer las condiciones de presión y velocidad que debe presentar el agua. En la figura 6.45 ilustramos el acuario. Se determinó que en el punto 1 la presión es $4{,}5 \times 10^6 \dfrac{\text{N}}{\text{m}^2}$ y la rapidez del agua, $6\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$; en el punto 2 la rapidez arrojó un valor de $9\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ y el radio de la sección trasversal es 12 m.

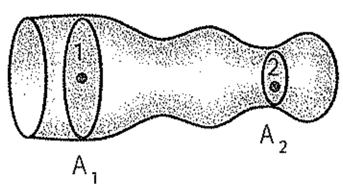


Fig. 6.45

4. El caudal y el diámetro en el punto 1 son respectivamente:
   a. $54\dfrac{\text{m}^3}{\text{s}}$; $4{,}2\,\text{m}$

b. $54\ \frac{m^3}{s}$; 2,39 m

c. $108\ \frac{m^3}{s}$; 4,78 m

d. $108\ \frac{m^3}{s}$; 2,39 m

5. La presión en el punto 2 es:

a. $4,5 \times 10^3\ \frac{N}{m^2}$

b. $22,5 \times 10^3\ \frac{N}{m^2}$

c. $123,79 \times 10^3\ \frac{N}{m^2}$

d. $78,79 \times 10^3\ \frac{N}{m^2}$

6. Con relación a la información suministrada podemos afirmar que:

a. el caudal se mantiene constante en los puntos 1 y 2, pero la presión absoluta en 1 es menor que la presión en el punto 2.

b. La energía cinética del agua es mayor en el punto 1 que en el 2.

c. El caudal se mantiene constante en los puntos 1 y 2, pero la presión absoluta en el punto 1 es mayor que en el 2.

d. En el punto 2 la presión del agua coincide con la presión atmosférica.

La siguiente información permite contestar las problemas 7., 8. y 9.

En la distribución hidráulica de un edificio el agua circula por un tubo de 5 cm de diámetro en el sótano, con una rapidez de 0,7 $\frac{m}{s}$ y una presión de 2,5 atm. En el segundo piso el diámetro del tubo se ha reducido a 4,5 cm.

7. Si el segundo piso del edificio está situado a 6 m de altura, la rapidez del agua y la presión absoluta allí son respectivamente:

a. $70\ \frac{cm}{s}$; 2,5 atm

b. $86,42\ \frac{cm}{s}$; $1284,2\ \frac{dinas}{cm^2}$

c. $86,42\ \frac{cm}{s}$; $1286,7\ \frac{dinas}{cm^2}$

d. $86,42\ \frac{m}{s}$; $1284,2\ \frac{dinas}{cm^2}$

8. El caudal y el diámetro de la tubería en otro punto de ella donde la rapidez del agua es 95 $\frac{cm}{s}$, tienen como valores respectivamente:

a. $5497,78\ \frac{cm^3}{s}$; 4,29 cm

b. $5497,78\ \frac{cm^3}{s}$; 2,14 cm

c. $1374,1\ \frac{cm^3}{s}$; 2,14 cm

d. $1374,1\ \frac{cm^3}{s}$; 4,29 cm

9. La información proporcionada nos permite asegurar:

a. al colocar un corcho dentro de la tubería, éste se moverá con mayor rapidez en el segundo piso que en el sótano, porque el caudal se mantiene constante.

b. La presión disminuye a medida que se incrementa la altura respecto al sótano, y el caudal aumenta en función de la altura.

c. La rapidez del agua en el segundo piso es menor que en el sótano, porque el área de la sección trasversal de la tubería ha disminuido.

d. La rapidez en el sótano es mayor que en el segundo piso, lo que implica que el caudal también es mayor en el segundo piso.

Termodinámica

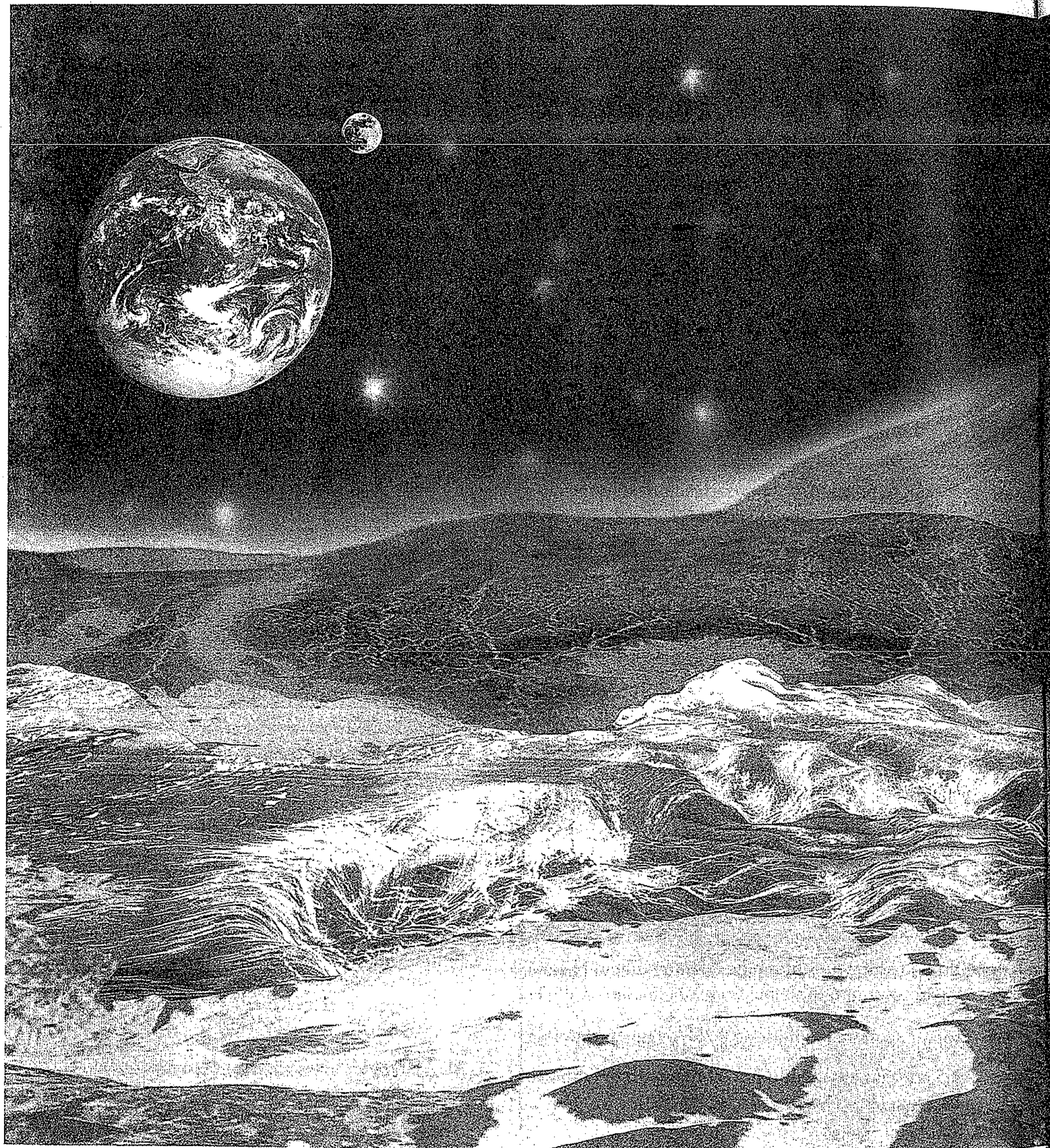
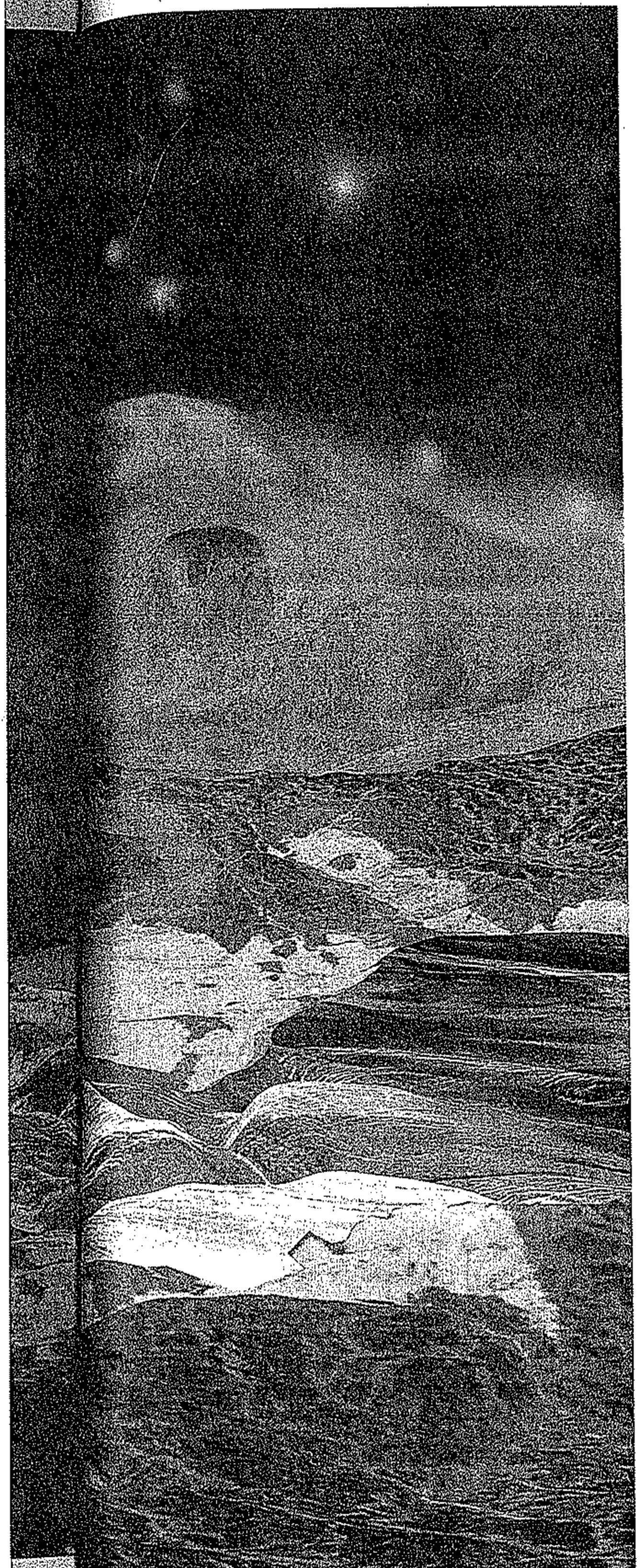


Fig. 7.1 La temperatura del Sol es aproximadamente 15×10^6 °C. Gracias a la energía que emite esta estrella a nuestro planeta es posible la vida.



UNIDAD 7

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción de situaciones físicas relacionadas con la termodinámica.
- Identificación y distinción de los conceptos básicos asociados a la termodinámica.
- Interpretación de la información asociada con la termodinámica.

E Establecer condiciones

- Aplicación de los conocimientos a situaciones experimentales y de la vida cotidiana.
- Construcción y análisis de gráficos.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables en un evento físico relacionado con la termodinámica.
- Utilización apropiada de los códigos de comunicación científica.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Interpretación de situaciones con ayuda de los modelos estudiados.
- Resolución de problemas relacionados con termodinámica.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Respeto por la pluralidad de ideas.
- Valoración del trabajo en grupo.

La temperatura y la dilatación de origen térmico

TEMA 1

Analiza y explica los conceptos de calor y temperatura. Considera los efectos de la variación de la temperatura sobre algunas propiedades físicas de los cuerpos.

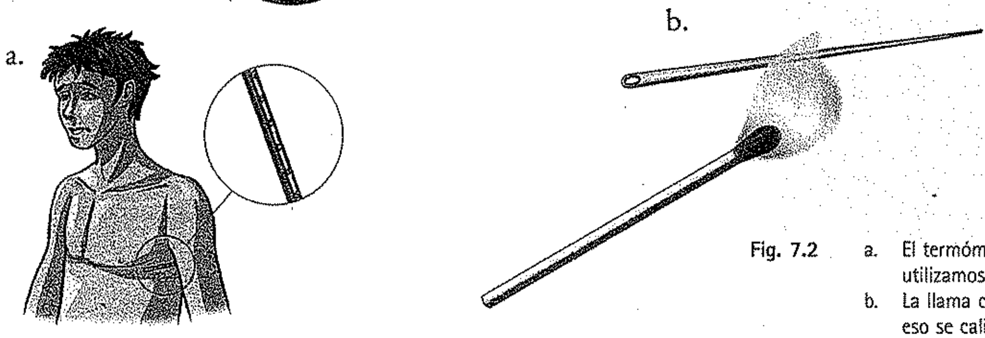


Fig. 7.2 a. El termómetro es el instrumento que utilizamos para medir la temperatura.
b. La llama cede calor a la aguja y por eso se calienta.

Los conceptos trabajados hasta el momento han sido planteados en función de las cantidades fundamentales: longitud, masa y tiempo. En esta unidad aplicaremos una cuarta cantidad fundamental conocida como temperatura.

En nuestra vida cotidiana los términos calor y temperatura se utilizan de manera similar. Sin embargo, en física estos conceptos tienen un significado diferente.

En este tema estudiaremos las nociones básicas de los procesos que involucran los *fenómenos térmicos*, los cuales necesitan de la comprensión del concepto de temperatura y calor. Con el análisis de estos fenómenos, podremos encontrar respuestas a preguntas como: ¿qué es la temperatura?, ¿cómo se mide la temperatura?, ¿qué significa equilibrio térmico?, ¿qué diferencias se presentan entre el calor y la temperatura?, ¿por qué el aumento de la temperatura en algunos materiales hace que estos se expandan?, entre otras.

La temperatura y el calor

Como ya lo dijimos, los conceptos temperatura y calor son diferentes. Para poder comprender la diferencia, pensemos en el siguiente experimento.

Tomemos dos *beakers* o vasos de precipitados; en uno, coloquemos cierta cantidad de agua y en el otro, una menor cantidad del mismo líquido. Los ponemos sobre una estufa en dos parrillas idénticas. La variación de la temperatura en cada recipiente podemos medirla con un termómetro. Como las dos parrillas ceden la misma cantidad de calor, esperaríamos que los dos termómetros indicaran la misma temperatura. Pero no es así, ¡vemos que registran temperaturas diferentes!

Experimentalmente esto nos demuestra que la temperatura no es la medida del calor, pues el calor suministrado por las dos parrillas es igual, pero la temperatura no.

El **calor** puede tomarse como una *forma de energía que se trasfiere de un cuerpo a otro*, para nuestro experimento, de la parrilla al vaso de precipitados y de este al agua. Por su parte, la **temperatura** es una *medida del equilibrio térmico de dos o más cuerpos que se ponen en contacto*, para nuestro experimento, el termómetro y el agua.

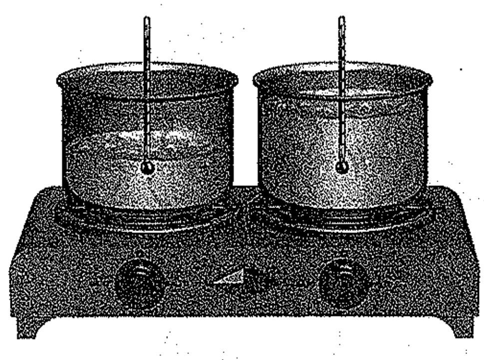


Fig. 7.3 La variación de la temperatura depende de la cantidad de agua sometida al calor que suministra la parrilla.

Logros: comprender el concepto de temperatura y establecer su relación con el equilibrio térmico. Aplicar los conceptos de dilatación térmica en la solución de problemas.

Desde el punto de vista molecular, la materia está constituida por partículas. Cuando la temperatura de un cuerpo aumenta, la rapidez con la cual se mueven esas partículas se hace mayor, lo que nos lleva a pensar que la temperatura es una medida que nos indica la variación de la energía cinética media de las moléculas que constituyen un objeto.

Equilibrio térmico

Supongamos que tomamos una varilla de metal y la sometemos a una fuente de calor; al cabo de un determinado tiempo, la varilla se dilata y su temperatura aumenta. Si la colocamos ahora en contacto con otra varilla, más fría, también de metal (en física se define como contacto térmico), la varilla caliente se contrae un poco y su temperatura disminuye, mientras la varilla fría se dilata y su temperatura aumenta. Cuando las dos varillas presentan la misma temperatura, podemos afirmar que se encuentran en **equilibrio térmico**.

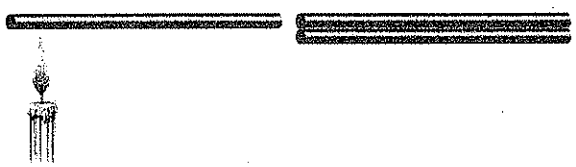


Fig. 7.4 Cuando una varilla se somete a una fuente de calor y luego entra en contacto térmico con otra varilla, después de cierto tiempo alcanzan un equilibrio térmico.

Si dos cuerpos se hallan en equilibrio térmico con un tercer cuerpo, ellos deben estar en equilibrio térmico entre sí. Esto indica que los tres cuerpos tienen la misma temperatura sin tener en cuenta el tipo de sistema que se tome.

Lo expresado anteriormente recibe el nombre de **ley cero de la termodinámica** y se enuncia como: *si dos objetos A y B se encuentran en equilibrio térmico con un tercer objeto C, podemos afirmar que A y B también se encuentran en equilibrio térmico*, como lo vemos en la figura 7.5.

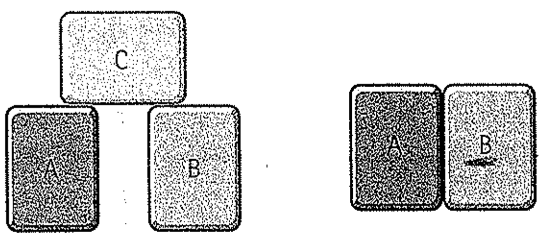


Fig. 7.5 Ley cero de la termodinámica.

Medida de la temperatura

El termómetro es un instrumento que se utiliza para medir la temperatura; mide la relación lineal de la temperatura en función de la propiedad física de la sustancia que se utilice en la fabricación del mismo. Por ejemplo, la dilatación de la columna de mercurio en el termómetro clínico, el cambio de color en las cintas termométricas o la expansión de un gas, como en el termómetro de gas.

En la figura 7.6 ilustramos un esquema de un termómetro de gas, el cual se utiliza con fines industriales. El volumen del gas –usualmente helio– dentro de la burbuja A se mantiene constante. Cuando se incrementa la temperatura del gas, éste se expande y para mantener el volumen constante, se mueve verticalmente la manguera del manómetro que contiene mercurio, así la variable física que cambia es la presión en función de la altura. Como es de notar, en este termómetro se mide la temperatura en función de la presión y el volumen permanece constante.

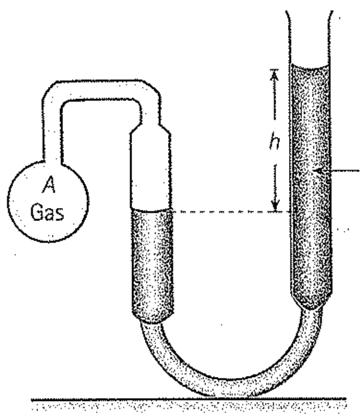


Fig. 7.6 Termómetro de gas a volumen constante.

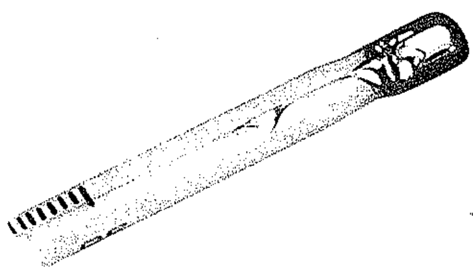


Fig. 7.7 El termómetro clínico registra la temperatura en función de la dilatación del mercurio.

Escalas termométricas

Para medir la temperatura se han diseñado diversas escalas. A continuación explicaremos las escalas de temperatura más utilizadas.

Escala centígrada o Celsius (°C)

Con el fin de proponer una escala de temperatura y construir un instrumento que permita medirla, se tomó un tubo de cristal como el que vemos en la figura 7.7. Este tubo contiene en su interior un capilar con mercurio. Se utiliza este metal líquido porque se dilata fácilmente con variaciones relativamente bajas de temperatura. En este caso la propiedad que se mide es la variación en la longitud de la columna de mercurio dentro del capilar, al colocarlo en contacto térmico con otro objeto y alcanzar el equilibrio térmico.

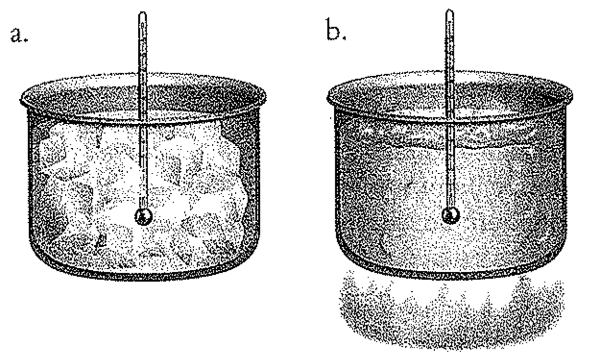


Fig. 7.8 Calibración de un termómetro de mercurio.

Para calibrar el termómetro primero se sumerge dentro de un recipiente con agua en estado líquido con algunos trozos de hielo (véase la figura 7.8 a.) y se espera un tiempo definido hasta que se produzca un equilibrio térmico; esto se logra cuando la columna de mercurio se detiene; se señala entonces este punto, que corresponde a la temperatura de fusión del agua. Luego, como vemos en la figura 7.8 b., se sumerge el termómetro en otro recipiente que contiene agua hirviendo con su vapor; de nuevo, se espera hasta que la columna de mercurio se estabilice y se marca este punto de equilibrio térmico, que corresponde a la temperatura de ebullición del agua. La distancia entre los dos puntos se divide en 100 partes iguales; cada parte corresponde a 1 grado Celsius (denominado también grado centígrado: 1 °C). El tomar 0 °C y 100 °C para los puntos de fusión y de ebullición del agua es arbitrario.

Escala Fahrenheit (°F)

En la escala de temperatura Fahrenheit (°F) el punto de fusión del agua corresponde a 32 °F y la temperatura de ebullición a 212 °F, lo que significa que existen 180 divisiones o grados en esta escala, mientras en la Celsius sólo son 100 grados.

Para hacer la conversión de una escala a otra, trazamos una gráfica de la temperatura Fahrenheit en función de la temperatura centígrada, como vemos en la figura 7.9. Esta gráfica representa una recta cuya ecuación es $y = mx + b$, entonces, la pendiente m es:

$$m = \frac{\Delta T\ (°F)}{\Delta T\ (°C)} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$$

Y la ordenada al origen es 32. Luego:

$$T_F = \frac{9}{5}\, T_C + 32 \qquad 7.1$$

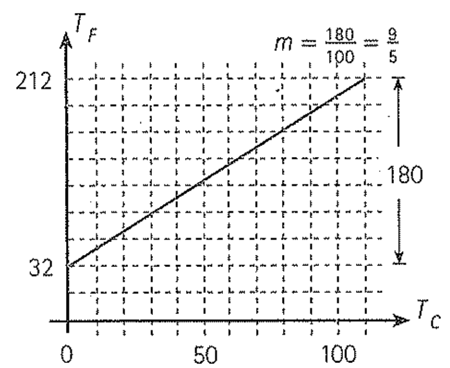


Fig. 7.9 Gráfica para la conversión de grados Fahrenheit a grados Celsius.

Para convertir grados Fahrenheit a Celsius despejamos, de la ecuación 7.1, la temperatura centígrada así:

$$T_F - 32 = \frac{9}{5}\, T_C$$

$$\frac{5\ (T_F - 32)}{9} = T_C \qquad 7.2$$

Escala absoluta o Kelvin (K)

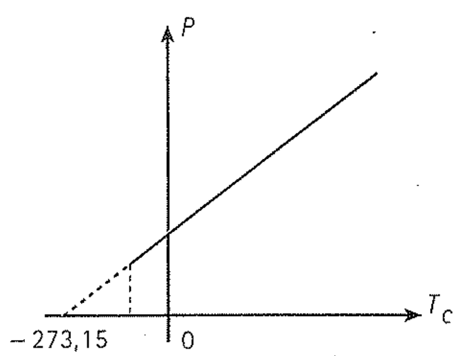


Fig. 7.10 Gráfico de presión en función de la temperatura en grados Celsius para un gas.

En la figura 7.10 observamos un gráfico de presión en función de la temperatura medida en grados Celsius, para un gas. Al disminuir la temperatura sobre el gas encontramos que, después de cierto valor, el gas cambia de estado y se vuelve líquido. Sin embargo, al extrapolar, notamos que la recta toca el punto −273,15 °C. A este valor lo denominamos *cero absoluto*, ya que en él las moléculas que conforman el gas tienen mínima movilidad.

A partir de este resultado se ha definido otra escala de temperatura denominada **escala absoluta o Kelvin** (K), en la que el cero Kelvin coincide con el cero absoluto. El tamaño de cada unidad en la escala absoluta es igual al de cada unidad en la escala Celsius. En la escala Kelvin la temperatura de fusión del agua corresponde a 273,15 K y la de ebullición a 373,15 K.

La relación entre las escalas absoluta y centígrada es:

$$T_K = T_C + 273,15 \qquad 7.3$$

Ejemplo

Un litro de leche a una temperatura inicial de 18 °C se lleva hasta una temperatura de 65 °C. ¿Cuál será el cambio de temperatura en las escalas Kelvin y en Fahrenheit?

Solución

Para hacer la conversión de grados Celsius a Kelvin utilizamos la ecuación 7.3 y determinamos la variación de la temperatura así:

$$T_{iK} = 18 + 273,15 = 291,15 \text{ K}$$

$$T_{fK} = 65 + 273,15 = 338,15 \text{ K}$$

$$\Delta T_K = T_{fK} - T_{iK} = 338,15 \text{ K} - 291,15 \text{ K}$$

$$\Delta T_K = 47 \text{ K}$$

Para determinar la variación de la temperatura en grados Fahrenheit, primero convertimos las temperaturas a esta escala mediante la ecuación 7.1 y, luego, determinamos la variación así:

$$T_{iF} = \frac{9}{5}(18) + 32 = 64,4 \text{ °F}$$

$$T_{fF} = \frac{9}{5}(65) + 32 = 149 \text{ °F}$$

$$\Delta T_F = T_{fF} - T_{iF} = 149 \text{ °F} - 64,4 \text{ °F}$$

$$\Delta T_F = 84,6° \text{ F}$$

Escala Rankine (R)

En esta escala el cero absoluto corresponde a − 460 °F; 0 °F a 460 R; 32 °F a 492 R y 212 °F a 672 R. En la escala Rankine el tamaño de cada unidad es igual al de cada unidad en grados Fahrenheit, de la misma manera que los Kelvin y los Celsius, así:

1 K = 1 °C   1 R = 1 °F

Como las escalas Rankine y Kelvin se basan en los mismos intervalos que las escalas Fahrenheit y Celsius, la temperatura Rankine se define proporcional a la temperatura absoluta así:

$$T_R = \frac{9}{5}T_K \qquad 7.4$$

Ejemplo

La temperatura promedio en Bogotá es, aproximadamente, 18 °C. Determinemos esta temperatura en las escalas Kelvin y Rankine.

Solución

Para convertir de la escala Celsius a Kelvin aplicamos la ecuación 7.3:

$$T_K = 18 + 273{,}15 = 291{,}15 \text{ K}$$

Para convertir de la escala Kelvin a la Rankine aplicamos la ecuación 7.4:

$$T_R = \frac{9}{5}\,(291{,}15)$$

$$T_R = 524{,}07 \text{ R}$$

Dilatación de origen térmico

La temperatura puede ocasionar cambios en las propiedades físicas de la materia. El efecto que ocurre con más frecuencia con los cambios de temperatura es la dilatación de origen térmico, la cual es de gran importancia y tiene muchas aplicaciones en nuestra vida diaria. Por ejemplo, en la construcción de la estructura de los puentes se tiene en cuenta la expansión térmica, con el fin de compensar los cambios en las dimensiones por efectos de la variación en la temperatura.

Fig. 7.11 Los puentes de nuestras ciudades deben incluir uniones de expansión térmica.

Por lo general, casi todos los materiales se dilatan cuando se calientan y se contraen cuando se enfrían. La expansión o dilatación térmica es una consecuencia de la variación de temperatura de un cuerpo, ya que al calentarlo sus moléculas sufren una separación promedio.

La expansión térmica conocida también como dilatación, puede ser: lineal, superficial y volumétrica.

Dilatación lineal (Δl)

Se presenta cuando en un sólido cambia, por acción de la temperatura, una sola dimensión del mismo.

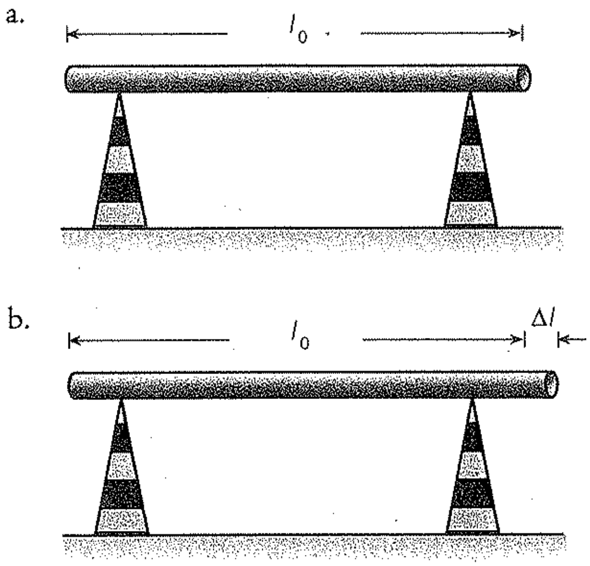


Fig. 7.12 La varilla cambia de longitud al someterse a una variación de temperatura.

En la figura 7.12 la varilla tiene una longitud inicial l_0, pero al someterse a una variación de temperatura ΔT su longitud aumenta Δl. La variación de la longitud resulta proporcional a la longitud inicial y a la variación de la temperatura. Matemáticamente este resultado lo expresamos como:

$$\Delta l = \alpha\, l_0\, \Delta T \qquad 7.5$$

en donde α es el coeficiente de dilatación lineal, el cual es un valor característico para cada material. Fácilmente comprobamos que las unidades de α son el inverso de la temperatura. El coeficiente de dilatación lineal depende de la temperatura del material. En la tabla 7.1 presentamos algunos coeficientes de dilatación lineal, calculados experimentalmente.

Material	Aluminio	Hierro	Cobre	Acero	Vidrio (ordinario)	Concreto	Cuarzo
Coeficiente de dilatación $(\alpha)\,(°C)^{-1}$	24×10^{-6}	12×10^{-6}	16×10^{-6}	12×10^{-6}	9×10^{-6}	12×10^{-6}	$0{,}4 \times 10^{-6}$

Tabla 7.1 Coeficientes de dilatación lineal.

Ejemplo

Una barra de aluminio presenta una longitud de 12 m a 18 °C. Determinemos:

a. la variación en su longitud si incrementamos la temperatura de la barra a 40 °C.

b. La longitud final de la barra.

Solución

a. De acuerdo con la ecuación 7.5, la variación de la longitud de la barra es:

$$\Delta l = 24 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1} \times 12\ m \times (40\ °C - 18\ °C)$$

$$= 0{,}0063\ m = 0{,}63\ cm$$

b. Longitud final de la barra:

$$\Delta l = l_f - l_0$$

$$l_f = \Delta l + l_0 = 0{,}63\ cm + 1200\ cm = 1200{,}63\ cm$$

Dilatación superficial (ΔA)

Ocurre cuando en un sólido cambian sus dimensiones por variación de la temperatura.

En la figura 7.13 vemos lo que ocurre con las dimensiones de una lámina (a.) que está a temperatura ambiente luego de someterla a una fuente de calor: sus dimensiones se incrementan con el aumento de temperatura (b.).

La variación en el área ΔA de un objeto de área inicial A_o, debida al cambio de temperatura ΔT, la expresamos así:

$$\Delta A = 2\alpha A_o \Delta T \qquad 7.6$$

Para la variación del área por efecto térmico, el coeficiente de dilatación lineal lo multiplicamos por el factor 2, siempre y cuando las dimensiones del material se modifiquen en la misma proporción, en todas las direcciones. A estos materiales se les da el nombre de **isótropos**.

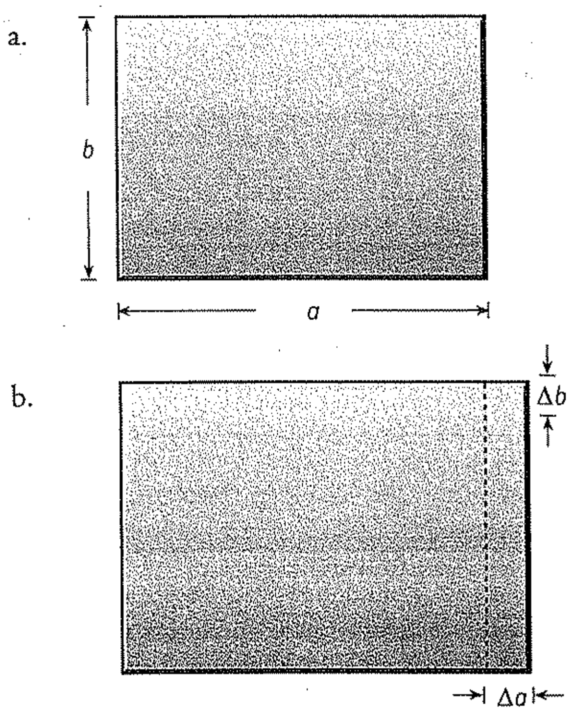


Fig. 7.13 a. Lámina de metal a temperatura ambiente.
b. Cuando la lámina anterior se somete a una fuente de calor, sus dimensiones se incrementan.

Ejemplo

Una lámina de cobre tiene 7 cm^2 de área a 18 °C. ¿Qué área tendrá a 60 °C?

Solución

Consultamos la tabla 7.1 para conocer el coeficiente de dilatación lineal del cobre y aplicamos la ecuación 7.6.

$$\Delta A = 2\alpha_{Cu} A_o \Delta T = 2 \times 16 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1} \times 7\ cm^2\ (60\ °C - 18\ °C)$$
$$= 0{,}009\ cm^2$$

El área final será:

$$\Delta A = A_f - A_o$$

$$A_f = A_o + \Delta A = 7\ cm^2 + 0{,}009\ cm^2 = 7{,}009\ cm^2$$

Dilatación volumétrica (ΔV)

Se presenta en líquidos, gases y sólidos isótropos. Para líquidos y gases la variación del volumen ΔV de un objeto de volumen V_o, debido a un cambio de temperatura ΔT, lo expresamos así:

$$\Delta V = \beta V_o \Delta T \qquad 7.7$$

En la tabla 7.2 encontramos el coeficiente de dilatación volumétrico β de algunos materiales.

Material	Coeficiente de dilatación β $(°C)^{-1}$
Alcohol etílico	750×10^{-6}
Gasolina	$9{,}5 \times 10^{-4}$
Glicerina	500×10^{-6}
Mercurio	180×10^{-6}
Agua	$2{,}1 \times 10^{-4}$
Aire (la mayor parte de los gases a 1 atm de presión)	0,0036

Tabla 7.2 Coeficientes de dilatación volumétrica.

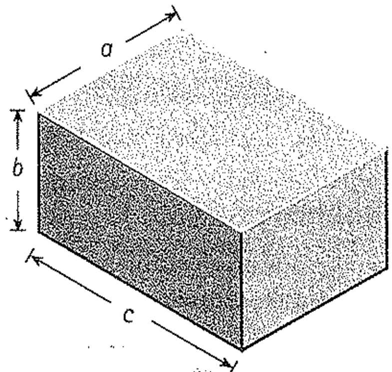
El coeficiente de dilatación volumétrica puede expresarse en función del coeficiente de dilatación lineal para materiales isótropos así:

$$\beta = 3\alpha$$

Luego, para sólidos isótropos la dilatación volumétrica es:

$$\Delta V = 3\alpha V_o \Delta T$$

a.



b.

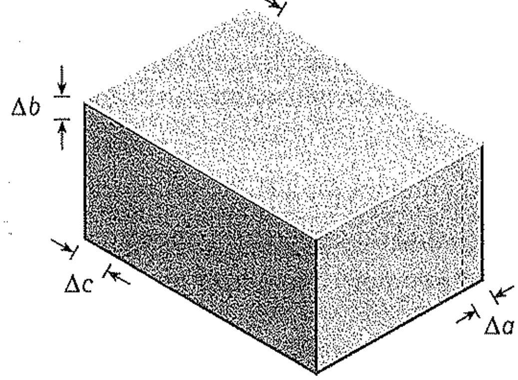


Fig. 7.14 Al aumentar la temperatura el volumen de la caja se incrementa.

Ejemplo

Un recipiente de vidrio ordinario contiene 30 cm^3 de mercurio a 18 °C; el mercurio está a ras en el recipiente. Si se calienta el conjunto hasta alcanzar una temperatura de 35 °C, ¿qué dilatación volumétrica tienen los dos materiales?

Solución

Tomamos los valores de los coeficientes de las tablas 7.1 y 7.2. Luego, de acuerdo con la ecuación 7.7, determinamos la dilatación volumétrica del mercurio y del cristal:

$$\Delta V_{Hg} = 180 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1} \times 30\ cm^3 \times (35\ °C - 18\ °C)$$

$$\Delta V_{Hg} = 0{,}091\ cm^3$$

$$\Delta V_{Cristal} = 3\left[9 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1}\right] \times 30\ cm^3 \times (35\ °C - 18\ °C)$$

$$\Delta V_{Cristal} = 0{,}01377\ cm^3$$

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. Mamá compró un frasco de salsa de tomate y no puede abrirlo. Johana, su hija de 10o. grado, toma el frasco, lo introduce en agua caliente y logra abrirlo. Su mamá le pide una explicación; ¿qué le responde Johana?

2. En una habitación a 20 °C, se toma una cinta de acero y se le trazan marcas para indicar su longitud. Cuando la temperatura en el cuarto asciende a 28 °C, ¿las marcas registradas son más cortas, más largas o quedan iguales?

3. El punto de ebullición del hidrógeno es –252,9 °C. Expresa esta temperatura en las escalas Kelvin y Fahrenheit.

4. La diferencia de temperaturas entre el interior y el exterior de una casa es 5 °C. Consigna esta diferencia en las escalas Rankine y Kelvin.

5. Un metal se calienta de –25 °F hasta 125 °F. Determina el cambio en la temperatura de éste en las escalas Kelvin y Celsius.

6. La longitud de una barra de latón a 22 °C es 4,5 m; precisa la longitud de ésta a 60 °C de temperatura, si el coeficiente de expansión lineal del latón es: $19 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1}$.

7. Un anillo de acero tiene 8 cm de diámetro a 18 °C. Determina el radio del anillo a 50 °C.

8. A 18 °C de temperatura una lámina cuadrada de cobre tiene 2 cm lado.

   a. ¿Qué área tendrá la lámina si su temperatura se incrementa hasta 45 °C?

   b. ¿Cuánto medirá ahora el lado de la lámina?

9. Un recipiente de aluminio de 2 litros de capacidad, se llena por completo con tetracloruro de carbono, el cual tiene como coeficiente de expansión volumétrica: $5{,}81 \times 10^{-4}\ (°C)^{-1}$. La temperatura inicial del conjunto es 12 °C. Si la temperatura del recipiente y del tetracloruro aumenta 11 °C, ¿se derramará parte del tetracloruro? Si es así, determina el volumen que sale del recipiente.

Describe y diferencia los conceptos de calor y temperatura.
Analiza y aplica las escalas de temperatura.
Soluciona problemas relacionados con cambios de temperatura y dilatación.
Participa en la solución de ejercicios propuestos.

Calor

TEMA 2

Analiza y explica el concepto de calor y los efectos de este en los diagramas de fase y en calorimetría.

Históricamente, los conceptos calor y energía habían sido analizados de manera independiente, como dos ramas distintas de la física. Hasta finales del siglo XIX se pensaba que el calor era una sustancia material que pasaba de un cuerpo a otro, al que llamaron *calórico*. Este modelo desapareció cerca de 1850, cuando el científico James Joule y sus contemporáneos, establecieron relaciones entre el calor y la energía.

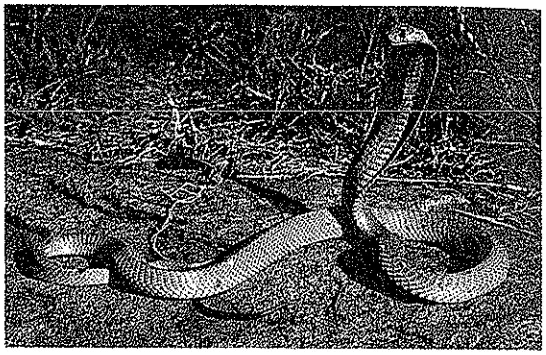


Fig. 7.15 La serpiente detecta a su presa incluso en la oscuridad, porque posee un órgano sensible al calor que ésta emite.

¿Cómo entendemos el calor?

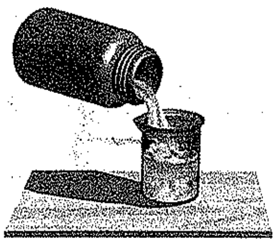


Fig. 7.16 El calor se trasfiere del agua al vaso de precipitados.

Al colocar en contacto térmico dos objetos A y B (agua y vaso de precipitados) con diferentes temperaturas (T_A y T_B), al cabo de determinado tiempo los objetos alcanzan el equilibrio térmico, lo que significa que adquieren una temperatura igual e intermedia a los valores que poseían originalmente, que denominaremos de equilibrio $\left(T_{\text{equilibrio}}\right)$. Este resultado se consigue gracias a que el objeto con mayor temperatura llega a una temperatura menor, mientras el que está a menor temperatura, alcanza una mayor. En un proceso como el descrito decimos que el objeto que tiene mayor temperatura le *ha trasferido calor* al objeto con menor temperatura. Por tanto, el **calor** lo entenderemos como *energía que se trasfiere de un sistema a otro en virtud de una diferencia de temperatura.*

Una unidad utilizada para medir el calor es la **caloría** (cal), que se define *como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 gramo de agua en 1 °C.* Esta unidad varía un poco con la temperatura inicial del agua, por eso, conviene utilizar el intervalo de temperatura 14,5 °C y 15,5 °C. Otra unidad es la *kilocaloría* (kcal).

$$1\ \text{kcal} = 1000\ \text{cal} \qquad 7.8$$

Equivalente mecánico del calor

Como estudiamos en la unidad 5, cuando sobre un objeto actúan fuerzas no conservativas, parte de la energía se trasforma en calor. Este resultado lo evidenciamos, por ejemplo, cuando al arrastrar una caja sobre el piso, al cabo de un tiempo tanto la caja como la superficie del piso se calientan.

El físico inglés James Prescott Joule (1818–1889) estableció, en 1843, una relación entre la energía mecánica y el calor a partir de un experimento como el siguiente:

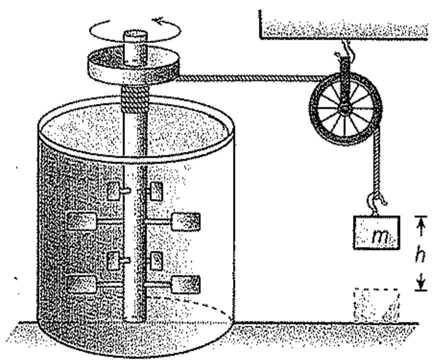


Fig. 7.17 Esquema del experimento de Joule.

Logros: comprender el concepto de calor, calcular el equivalente mecánico de este y analizar diagramas de fase. Aplicar el concepto de calorimetría en la solución de problemas que incluyen cambios de estado.

En un recipiente se tiene cierta cantidad de agua. Inicialmente el sistema está a temperatura ambiente. Dentro del recipiente se ubican unas paletas que giran al descender la masa m una altura h. Experimentalmente se determina que cuando la masa desciende y pierde energía potencial, en el termómetro se registra un ligero aumento en la temperatura del agua, debido a la fricción entre las paletas y el agua contenida en el recipiente. Joule aprovechó este resultado para concluir que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre la masa m es *equivalente a cierta cantidad de calor*. En términos cuantitativos, 4,186 J de trabajo (o variación de energía mecánica) son equivalentes a 1 caloría. Este importante resultado se conoce como el **equivalente mecánico de calor**.

$$4{,}186\ \text{J} = 1\ \text{cal} \qquad 7.9$$

Concepto de calor y calor específico

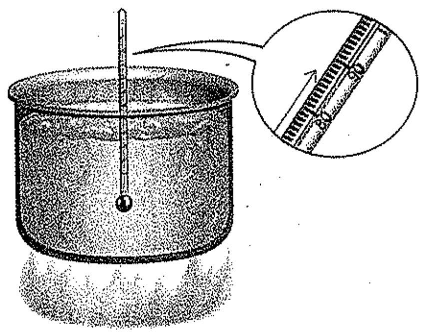


Fig. 7.18 Al someter el agua a una fuente de calor la temperatura del líquido se incrementa.

Cuando colocamos determinada cantidad de agua de masa m a una temperatura inicial T_0 sobre una parrilla caliente, un termómetro dentro del recipiente registrará las variaciones de temperatura.

El calor Q recibido por el agua se asume proporcional a la masa m de ésta y a la variación de temperatura $\Delta T = T_f - T_0$. Al establecer la ecuación matemática tenemos:

$$Q = c\ m\ \Delta T \qquad 7.10$$

donde c es el calor específico, el cual es propio para cada sustancia a la que le aplicamos calor. Si medimos el calor en julios, la unidad del calor específico es: J / kg °C, y si el calor se mide en calorías o en kilocalorías, las unidades correspondientes son: cal/g °C y kcal/kg °C.

Despejando el calor específico de la ecuación 7.10 tenemos:

$$c = \frac{Q}{m\ \Delta T} \qquad 7.11$$

El producto $c\,m$ también se puede denotar como C y recibe el nombre de **capacidad térmica** o **calorífica** de la sustancia. Se define como la energía térmica necesaria para aumentar un grado la temperatura de la sustancia. El **calor específico** c es la capacidad térmica por unidad de masa.

En la tabla 7.3 se presentan algunos valores del calor específico para varias sustancias.

El calor es positivo cuando el objeto absorbe calor y negativo cuando el objeto cede calor.

Sustancia	c (cal/g °C)	c (J/kg °C)
Plata	0,056	230
Plomo	0,0305	130
Aluminio	0,215	900
Oro	0,03	129
Agua	1,00	4186
Hielo	0,50	2100
Mercurio	0,033	140
Hierro	0,107	448

Tabla 7.3 Calor específico para diferentes sustancias.

Ejemplo

Determinemos el calor necesario para elevar de 10 °C hasta 60 °C la temperatura de 500 g de leche.

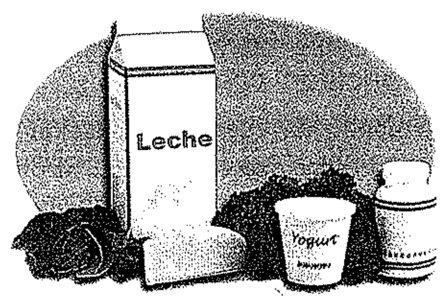


Fig. 7.19 El calor específico de la leche es igual al del agua.

Solución

Podemos asumir, sin cometer mayor error, que el calor específico de la leche es el mismo del agua. Consultamos en la tabla 7.3 el calor específico del agua y aplicamos la ecuación 7.10:

$$Q = c\ m\ \Delta T = \left(\frac{0{,}001\ \text{kcal}}{\text{kg}\ °\text{C}}\right)(0{,}5\ \text{kg})\ (60\ °\text{C} - 10\ °\text{C}) = 0{,}025\ \text{kcal} = 25\ \text{cal}$$

Este resultado podemos expresarlo en el Sistema Internacional a partir de la equivalencia $4{,}186\ \text{J} = 1\ \text{cal}$:

$$25\ \text{cal} = 25 \times (4{,}186\ \text{J}) = 104{,}65\ \text{J}$$

Ejemplo

David, un alumno de 10o. grado, consume el sábado en la tarde 500 kilocalorías entre helados y chocolates. Le preocupa subir de peso y decide gastar esta energía ganada ascendiendo una montaña. Si la masa de David es 65 kg, ¿hasta qué altura debe llegar para lograr su objetivo?

Solución

De acuerdo con el equivalente mecánico de calor sabemos que la energía calorífica consumida por David es equivalente al trabajo W que debe realizar para subir la altura h, donde $W = mgh$.

Realizamos la conversión de unidades de calorías a julios:

$$500\ \text{kcal} = 500 \times 10^3\ \text{cal}\left(\frac{4{,}186\ \text{J}}{\text{cal}}\right) = 2093 \times 10^3\ \text{J} = 2{,}093 \times 10^6\ \text{J}$$

Como $Q = W$, entonces:

$$2{,}093 \times 10^6\ \text{J} = 65\ \text{kg} \times 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ h$$

expresión de la cual despejamos la altura:

$$h = \frac{2{,}093 \times 10^6\ \text{Nm}}{637\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3285{,}71\ \text{m}$$

Luego David debe ascender 3285,71 m.

Capacidad calorífica

Teniendo en cuenta la ecuación 7.10, se conoce como capacidad calorífica C al producto del calor específico por la masa del objeto que recibe o entrega calor. Luego, la ecuación para la capacidad calorífica es:

$$C = cm \qquad 7.12$$

Remplazando el valor de la ecuación 7.12 en la 7.10, podemos expresar el calor en función de la capacidad calorífica:

$$Q = cm\ \Delta T = C\ \Delta T \qquad 7.13$$

Notemos que la capacidad calorífica es el calor (que absorbe o cede un objeto) dividido por la variación de temperatura:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \tag{7.14}$$

Las unidades de capacidad calorífica C son: $\frac{\text{J}}{°\text{C}}$, $\frac{\text{cal}}{°\text{C}}$ o $\frac{\text{kcal}}{°\text{C}}$.

Ejemplo

Una muestra de cierto metal se somete a $25{,}11 \times 10^3$ J de calor dentro de un horno. Determinemos la capacidad calorífica de este metal, si la temperatura inicial de la muestra es 18 °C y la temperatura final es 80 °C.

Solución

$$C = \frac{25{,}11 \times 10^3 \text{ J}}{62\ °\text{C}} = 0{,}405 \times 10^3 \frac{\text{J}}{°\text{C}}$$

Cambios de fase y calor latente

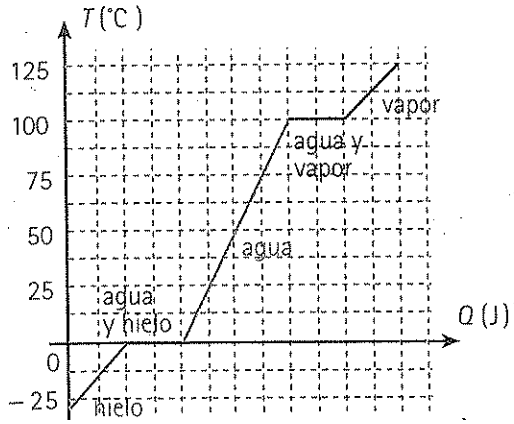


Fig. 7.20 Gráfico de la temperatura en función del calor suministrado a un bloque de hielo.

Supongamos que un bloque de hielo de masa m, inicialmente a una temperatura de -32 °C, lo sometemos al calor sobre una estufa para llevarlo hasta una temperatura por encima de los 100 °C; con un termómetro se registra la variación de temperatura, como vemos en la figura 7.20. Sin embargo, nos damos cuenta que en determinados tiempos, el termómetro no cambia su lectura.

Este fenómeno lo explicamos a partir del cambio de fase que muestra la masa de agua.

Inicialmente la temperatura del hielo varía de -32 °C hasta 0 °C; luego, aunque se sigue suministrando calor, la temperatura no cambia, porque el hielo está pasando de la fase sólida a la líquida.

El **calor latente de fusión** (L_F) se define como el calor necesario por unidad de masa para que una sustancia se funda. Matemáticamente se expresa como: $L_F = \frac{Q_F}{m}$, de donde:

$$Q_F = mL_F \tag{7.15}$$

Al continuar sobre la estufa, vemos cómo la temperatura ahora varía desde 0 °C hasta aproximadamente 100 °C y, después, de nuevo el termómetro se estabiliza en una temperatura fija; esto ocurre porque se está produciendo el segundo cambio de fase de líquido a vapor. Entonces, definimos el **calor latente de vaporización** (L_v) como la cantidad de calor necesaria para que una sustancia bulla, por unidad de masa. Matemáticamente se expresa como:

$L_v = \frac{Q_v}{m}$, de donde:

$$Q_v = mL_v \tag{7.16}$$

Todas las sustancias poseen valores para los cuales cambian de estado sólido a líquido y de líquido a gas. Estos valores dependen de la temperatura de fusión y vaporización para cada una de ellas.

La tabla 7.4 presenta algunos valores para calor latente de fusión y de vaporización de ciertas sustancias y sus respectivas temperaturas.

Sustancia	Temperatura de fusión (°C)	Calor latente de fusión $\left(\frac{J}{kg}\right)$	Temperatura de vaporización (°C)	Calor latente de vaporización $\left(\frac{J}{kg}\right)$
Plata	960,8	$8,82 \times 10^4$	2193	$2,33 \times 10^6$
Oro	1063	$6,4 \times 10^4$	2660	$1,58 \times 10^6$
Cobre	1083	$1,34 \times 10^5$	1187	$5,04 \times 10^6$
Aluminio	660	$3,97 \times 10^5$	2450	$1,14 \times 10^7$
Agua	0	$3,33 \times 10^5$	100	$2,26 \times 10^6$
Helio	–270	$5,24 \times 10^3$	–269	$2,10 \times 10^4$

Tabla 7.4 Calor de fusión, de vaporización y sus temperaturas respectivas.

Ejemplo

Determinemos la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 30 g de agua en estado sólido, a una temperatura inicial de –25 °C, hasta una temperatura final de 45 °C.

Solución

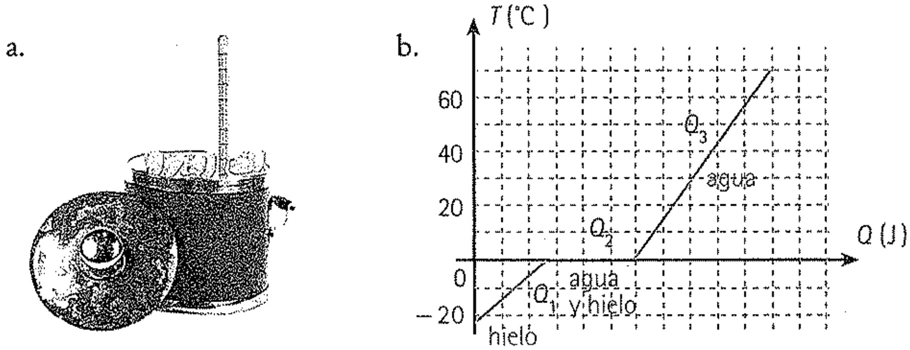


Fig. 7.21 En esta situación, el hielo presenta un cambio de fase: de sólido a líquido.

En la figura 7.21 b. ilustramos el gráfico del calor suministrado a la masa de hielo en función de la temperatura; notemos que se presenta un cambio de fase. Entonces, el calor necesario para elevar la temperatura de los 30 g de agua es:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Veamos qué significa cada término:

Q_1 es el calor necesario para llevar el hielo desde –25 °C hasta 0 °C. En la tabla 7.3 consultamos el calor específico del hielo y calculamos:

$$Q_1 = c_{hielo}\, m_{hielo}\, \Delta T = 2100 \frac{J}{kg\ °C}(0{,}03\ kg)[0\ °C - (-25\ °C)] = 1575\ J$$

Q_2 es el calor que requiere la masa de hielo/agua para que ocurra el cambio de fase de sólido a líquido; en este proceso no se produce variación de temperatura. Consultamos en la tabla 7.4 el calor latente de fusión y calculamos el calor de fusión:

$$Q_2 = mL_F = 0{,}03 \text{ kg}\left(3{,}33 \times 10^5 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) = 9990 \text{ J}$$

Q_3 es el calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta 45 °C.

$$Q_3 = c_{\text{agua}}\, m_{\text{agua}}\, \Delta T = \left(4186 \ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\right)(0{,}03 \text{ kg})(45 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) = 5651{,}1 \text{ J}$$

Finalmente, el calor necesario para elevar la temperatura de 30 g de hielo desde –25 °C hasta 45 °C es:

$$Q = 1575 \text{ J} + 9990 \text{ J} + 5651{,}1 \text{ J} = 17\ 216{,}1 \text{ J}$$

Ejemplo

El Llanero Solitario utilizaba balas de plata para combatir a sus enemigos. Determinemos la velocidad inicial de una de sus balas a 20 °C para que el calor disipado por esta, cuando alcance el reposo, sea justo el necesario para fundirla.

Solución

En esta situación la energía cinética E_k de la bala es equivalente al calor necesario para llevar el proyectil desde la temperatura ambiente hasta la temperatura de fusión de la plata más el calor de fusión de la plata.

$$E_k = c_{\text{plata}}\ m\Delta T + mL_F$$

$$E_k = \left[230 \ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}} \cdot m_{\text{bala}} \cdot (960{,}8 \text{ °C} - 20 \text{ °C})\right] + \left(m_{\text{bala}}\ 8{,}82 \times 10^4 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

Entonces:

$$E_k = \left(2{,}16 \times 10^5 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\ m_{\text{bala}}\right) + \left(8{,}82 \times 10^4 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\ m_{\text{bala}}\right)$$

Remplazando la energía cinética, simplificando la masa de la bala y despejando la rapidez, tenemos:

$$\frac{m_{\text{bala}}\, v^2}{2} = m_{\text{bala}}\left(2{,}16 \times 10^5 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 8{,}82 \times 10^4 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

$$v^2 = 2\left(3{,}04 \times 10^5 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

$$v = \sqrt{6{,}08 \times 10^5 \ \frac{\text{Nm}}{\text{kg}}}$$

$$v = \sqrt{6{,}08 \times 10^5 \ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ \frac{\text{m}}{\text{kg}}}$$

$$v = 780 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Calorimetría

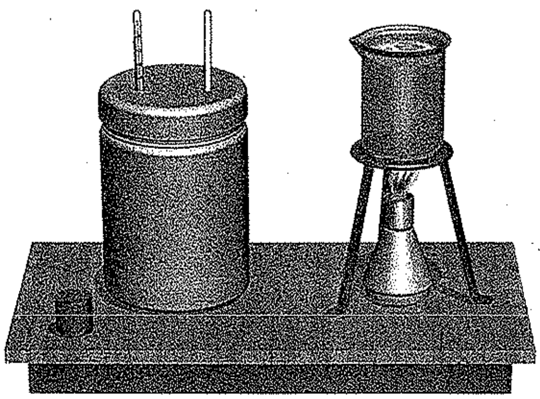


Fig. 7.22 Calorímetro de laboratorio.

A continuación estudiaremos cómo se trasfiere la energía calórica de un objeto hacia sus alrededores. Para hacerlo, asumimos sistemas aislados, como un termo casero. En el laboratorio utilizamos, en lugar del termo, un recipiente denominado *calorímetro*, como el de la figura 7.22. Este instrumento está provisto de un termómetro para registrar la temperatura del interior del recipiente y de un agitador que nos permite mezclar el agua allí depositada.

El calorímetro se utiliza para determinar el calor específico de una sustancia o de un objeto desconocido.

Supongamos que m_0 es la masa de un objeto cuyo calor específico c_x desconocemos y que la temperatura inicial del objeto es T_{i0}. Si lo sumergimos dentro del calorímetro que contiene cierta cantidad de agua m_a a una temperatura inicial T_{ia}, mezclamos el agua con el agitador y observamos el termómetro hasta que la temperatura se estabiliza, ésta corresponde a la temperatura de equilibrio T_e del sistema.

Al estar el objeto y el agua aislados del medio exterior, podemos plantear la siguiente expresión:

$$\text{Calor}_{\textit{absorbido por el agua}} + \text{Calor}_{\textit{cedido por el objeto}} = 0 \quad 7.17$$

$$m_0 c_x (T_e - T_{i0}) + m_a c_a (T_e - T_{ia}) = 0$$

En la ecuación anterior el segundo término es negativo, ya que la temperatura final –de equilibrio– es menor que la inicial. Nótese que no se ha incluido el calor ganado por el calorímetro.

Despejando el calor específico c_x del objeto de la ecuación anterior tenemos:

$$c_x = \frac{m_a c_a (T_e - T_{ia})}{m_0 (T_{i0} - T_e)} \qquad 7.18$$

Ejemplo

Un trozo de cierto metal de masa 0,02 kg, se introduce en un horno hasta alcanzar 150 °C de temperatura. Se extrae del horno y se sumerge rápidamente en un calorímetro que contiene 0,4 kg de agua a temperatura ambiente de 18 °C. Con un termómetro se registra la temperatura de equilibrio igual a 23 °C. A partir de esta información, determinemos el calor específico del metal.

Solución

Tomamos la ecuación 7.18 y sustituimos los datos del problema así:

$$c_x = \frac{0{,}4\ \text{kg}\left(4186\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\right)(23\ \text{°C} - 18\ \text{°C})}{0{,}02\ \text{kg}\ (150\ \text{°C} - 23\ \text{°C})} = 3296{,}06\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}$$

Ejemplo

Un pocillo de aluminio de masa 0,15 kg a una temperatura inicial de 18 °C, se llena con 0,15 kg de café a una temperatura inicial de 75 °C. Determinemos la temperatura final del conjunto al alcanzar el equilibrio térmico.

Solución

Sabemos que el calor absorbido por el pocillo más el calor cedido por el café es igual a cero:

$$Q_{\text{ganado por aluminio}} + Q_{\text{perdido por café}} = 0$$

$$m_{\text{alum}}\, c_{\text{alum}}\, (T_e - T_{o\text{alum}}) = m_{\text{café}}\, c_{\text{café}}\, (T_e - T_{o\text{café}})$$

Como las masas del pocillo y del café son las mismas, simplificamos la masa y despejamos la temperatura de equilibrio:

$$T_e = \frac{c_{\text{alum}}\, T_{o\text{alum}} + c_{\text{café}}\, T_{o\text{café}}}{c_{\text{alum}} + c_{\text{café}}} = \frac{900\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\ (18\ \text{°C}) + 4186\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\ (75\ \text{°C})}{(900 + 4186)\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}} = 64{,}91\ \text{°C}$$

Como notamos, la temperatura de equilibrio se halla entre la temperatura inicial del café y la del recipiente de aluminio.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. Las dimensiones del calor específico son: $[c] = [-]$.

2. Las unidades del calor latente de fusión y del calor latente de vaporización son: ________ .

3. Supongamos que tenemos dos barras, una de cobre y otra de aluminio, con las mismas dimensiones e igual temperatura inicial. Si las colocamos sobre un fogón y les suministramos igual cantidad de calor, ¿deben tener la misma temperatura al cabo de cierto tiempo? Compara tu respuesta.

4. ¿Es posible que se presente algún caso en el que le proporcionemos calor a un objeto, sin que este cambie de temperatura? Argumenta tu respuesta.

5. De acuerdo con el experimento de Joule, supón que tienes una masa m de 2,0 kg suspendida y un recipiente con 500 g de agua. Calcula la variación de temperatura del agua si la masa desciende 5,0 m.

6. Una niña de 10o. grado desea mantener su peso. Para lograrlo, planea subir por una montaña para quemar las 700 calorías que le proporcionaron las chocolatinas y helados que consumió. Si la masa de la niña es 45 kg, ¿hasta qué altura debe subir?

Fig. 7.23 Al subir una montaña quemamos calorías.

7. Halla cuánto calor es necesario para elevar la temperatura de 45 g de cobre de 18 °C hasta 80 °C. Expresa la respuesta en julios.

8. Una barra de metal absorbe 696,6 J en forma de energía calorífica. Si la masa de la barra es 75 g, la temperatura inicial 18 °C y la temperatura final 90 °C, determina el calor específico de la barra.

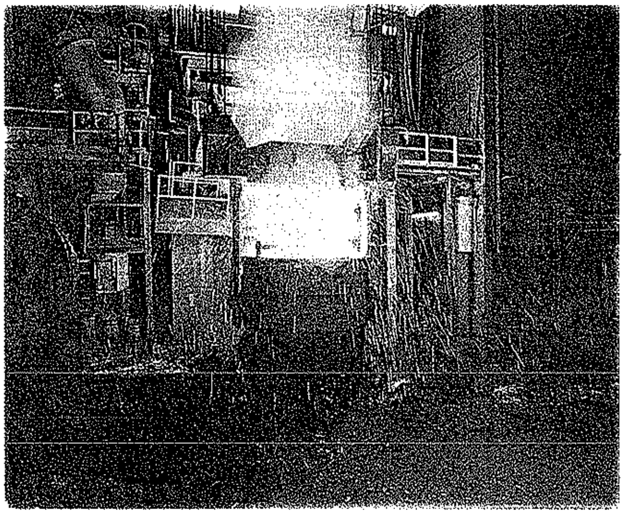
   a. De acuerdo con la tabla 7.3, ¿de qué material debe ser la barra?

   b. Calcula la capacidad calorífica de la barra.

9. Se vierten 120 g de agua, a una temperatura inicial de 89 °C, dentro de un tazón de aluminio de 45 g, a una temperatura inicial de 20 °C. Halla la temperatura de equilibrio del tazón y del agua.

10. Precisa la cantidad de calor necesaria para llevar 45 g de agua de una temperatura inicial de 15 °C hasta 105 °C. (Calor de vaporización del agua: $2,26 \times 10^6 \frac{J}{kg}$; calor específico del vapor de agua: $2,01 \times 10^3 \frac{J}{kg\ °C}$.)

11. Determina la cantidad de calor que es necesario agregar a 200 g de cobre para lograr fundirlo por completo.



12. Halla la temperatura de equilibrio cuando agregamos 25 g de leche, a una temperatura inicial de 15 °C, a 350 g de café, a una temperatura inicial de 89 °C.

13. Se suministran 450 J de calor a 50 g de masa de cierto material y este experimenta una variación de temperatura de 65 °C. Determina el calor específico del material.

14. 100 g de agua a una temperatura inicial de 3 °C, se someten al calor hasta alcanzar una temperatura de 110 °C.

   a. Determina el calor suministrado en este proceso.

   b. Realiza el gráfico de temperatura en función del calor para este proceso.

15. Calcula cuánto calor se debe suministrar a 0,5 kg de hielo, que se hallan a una temperatura de −35 °C, para que todo el hielo se convierta en vapor.

16. Halla la temperatura de equilibrio cuando se sumerge un aro de oro a 125 °C en un recipiente con agua a 12 °C.

17. Con relación al ejemplo del Llanero Solitario, si él utiliza balas de oro en vez de las de plata, determina la velocidad inicial de una de sus balas a 15 °C para que el calor disipado por esta, cuando alcance el reposo, sea justamente el necesario para fundirla.

Describe eventos físicos relacionados con calor.
Analiza variables en una situación física correlacionada con calor.
Resuelve problemas relativos a los conceptos estudiados.
Pone en común la solución de los ejercicios y problemas propuestos.

Trasferencia de calor

TEMA 3

Analiza y explica la trasferencia de calor por conducción, convección y radiación.

El calor se trasfiere de un lugar a otro o de un objeto a otro de tres formas diferentes: por conducción, por convección y por radiación.

Cualquiera de estas formas de propagación se lleva a cabo cuando el sistema y el medio se encuentran a diferente temperatura. Por tanto, el calor se trasfiere de un lugar u objeto que se encuentra a mayor temperatura, hacia un lugar u objeto que está a una menor temperatura.

Fig. 7.24 Una termografía registra las variaciones de calor en una superficie.

Conducción

Este proceso de propagación del calor se da preferiblemente en sólidos. Imaginemos una barra metálica sobre la flama de una llama, como observamos en la figura 7.25.

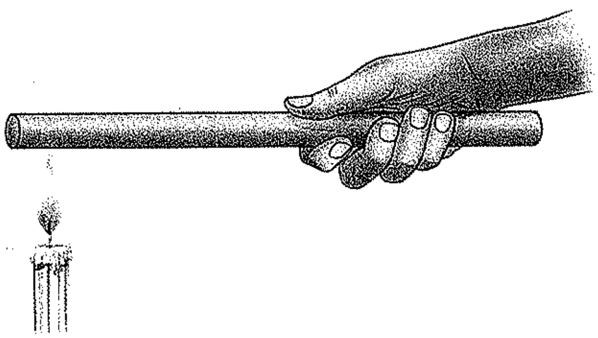


Fig. 7.25 El calor se propaga por conducción de la llama a la mano.

En este proceso, asumimos que las moléculas cercanas a la fuente de calor vibran en forma más rápida, de manera que trasfieren su energía a las demás moléculas, hasta que esta es trasferida al extremo en donde se halla la mano, sin que se presente un movimiento real de la materia; de seguro, la persona que sostiene la barra sentirá que se quema.

Como podemos deducir, la trasferencia de calor por conducción se presenta por acción de la energía que se trasmite de una partícula a otra.

No todos los materiales conducen el calor de la misma manera, ya que algunos son buenos conductores de calor y otros no. A los primeros se les conoce como materiales *conductores* y a los segundos, como *aislantes*.

Son buenos conductores del calor los metales, mientras que los plásticos, telas, paños y la madera son aislantes.

El estado físico de la materia tiene mucho que ver con la conducción del calor, pues los sólidos son mejores conductores que los líquidos y los gases.

En la figura 7.25 ilustramos una barra de longitud l y área trasversal A, a la que le aplicamos calor; el extremo sometido al calor registra una temperatura T_1, mientras que el otro extremo se encuentra a una temperatura T_2.

De acuerdo con los resultados experimentales la variación de calor ΔQ en un tiempo Δt se plantea así:

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{\Delta T}{l} \qquad 7.19$$

donde H es la variación del calor en el intervalo; k es la constante de proporcionalidad entre las variables y se denomina *constante de conductividad*, pues presenta un valor diferente para cada sustancia;

Logros: comprender la manera como se trasfiere el calor y aplicar el concepto de flujo de calor en la solución de problemas.

A es el área de la sección trasversal de la barra; $\Delta T = T_1 - T_2$ es la diferencia de temperaturas; en esta diferencia siempre sustraemos de la temperatura mayor la menor; l es la longitud de la barra.

Las unidades de $\Delta Q / \Delta t$ son watt = julio/segundo, lo que nos indica que H es potencia o energía calorífica en la unidad de tiempo.

La unidad de la constante de conductividad k en el SI es: $\frac{\text{J}}{\text{ms °C}}$. Otra unidad es $\frac{\text{kcal}}{\text{ms °C}}$.

La tabla 7.5 presenta los valores de la constante de conductividad para algunas sustancias.

¿Por qué los metales de la tabla 7.5 presentan mayores valores en la constante de conductividad que los no metales?

Sustancia	Conductividad térmica k $\left(\frac{\text{kcal}}{\text{ms °C}}\right)$	Conductividad térmica k $\left(\frac{\text{J}}{\text{ms °C}}\right)$
Aluminio	$5{,}0 \times 10^{-2}$	238
Acero	$1{,}2 \times 10^{-2}$	40
Cobre	$9{,}2 \times 10^{-2}$	397
Plata	$9{,}7 \times 10^{-2}$	425
Vidrio común	$1{,}9 \times 10^{-4}$	0,84
Agua	$1{,}4 \times 10^{-4}$	0,56
Madera	$1{,}7 \times 10^{-5} - 3{,}36 \times 10^{-5}$	0,08 – 0,16
Aire	$5{,}7 \times 10^{-6}$	0,023
Tejido humano	$4{,}2 \times 10^{-5}$	0,2

Tabla 7.5 Conductividad térmica.

Ejemplo

En la sala de la casa de Andrés hay una gran ventana de vidrio, por la que se presenta una pérdida significativa de calor; las medidas de la ventana son 3,5 m × 1,2 m y 3,2 mm de espesor. Hallemos la variación de calor en la unidad de tiempo si la temperatura exterior del vidrio es 13 °C y la temperatura interior del vidrio es 14,4 °C.

Solución

El área de la ventana es: $A = 3{,}5 \text{ m} \times 1{,}2 \text{ m} = 4{,}2 \text{ m}^2$.

A partir de la ecuación 7.19 y consultando la tabla 7.5, tenemos:

$$H = 0{,}84 \frac{\text{J}}{\text{ms °C}} \left(4{,}2 \text{ m}^2\right) \frac{(14{,}4 \text{ °C} - 13 \text{ °C})}{3{,}2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1543{,}5 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Ejemplo

Una barra de aluminio se coloca en contacto térmico con una de acero; las dos barras tienen la misma longitud e igual área trasversal. Uno de los extremos de la barra formada por estas dos se mantiene a una temperatura de 90 °C,

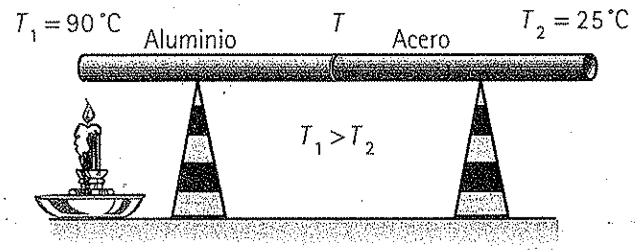


Fig. 7.26 Barras metálicas en contacto térmico.

mientras que el otro extremo está a 25 °C, como vemos en la figura 7.26. Determinemos la temperatura en la unión cuando ésta se equilibra.

Solución

El flujo calorífico se presenta desde el extremo de mayor temperatura hacia el extremo de menor temperatura.

Para la barra de aluminio:

$$H_{\text{alumi}} = \frac{k_{\text{alumi}} A\,(T_1 - T)}{l}$$

Para la barra de acero:

$$H_{\text{acero}} = \frac{k_{\text{acero}} A\,(T - T_2)}{l}$$

Al equilibrarse la temperatura en las barras, la variación de calor en la barra de aluminio es igual a la variación de calor en la barra de acero:

$$H_{\text{alumi}} = H_{\text{acero}}$$

Entonces:

$$\frac{k_{\text{alumi}} A\,(T_1 - T)}{l} = \frac{k_{\text{acero}} A\,(T - T_2)}{l}$$

Simplificando el área y la longitud, y despejando la temperatura en la unión (T), tenemos:

$$T = \frac{k_{\text{alumi}}\, T_1 + k_{\text{acero}} T_2}{k_{\text{alumi}} + k_{\text{acero}}}$$

Consultamos las constantes de conductividad en la tabla 7.5 y remplazamos los valores numéricos en esta última ecuación:

$$T = \frac{238\,\dfrac{\text{J}}{\text{m s °C}}\,(90\ °\text{C}) + 40\,\dfrac{\text{J}}{\text{m s °C}}\,(25\ °\text{C})}{238\,\dfrac{\text{J}}{\text{m s °C}} + 40\,\dfrac{\text{J}}{\text{m s °C}}} = 80{,}64\ °\text{C}$$

Convección

En la sección anterior vimos que los líquidos y los gases no son buenos conductores del calor, pero lo pueden trasferir por convección.

Cuando colocamos agua en un recipiente y lo ponemos sobre la estufa, el agua que se halla en el fondo del mismo se calienta primero que la que está en las capas superiores. Esto se debe a que el recipiente trasfiere por conducción el calor al agua que se encuentra en contacto con este. Cuando el agua absorbe calor, su densidad se hace menor que la del agua más fría a su alrededor, dando como resultado que el agua caliente ascienda y el agua más fría ocupe el espacio que la caliente deja.

Este calor trasferido por el movimiento del agua debido a la diferencia de densidades recibe el nombre de *convección*. **En la trasferencia de calor por convección ocurre un movimiento real de la materia** debido a las diferencias de densidad en la misma.

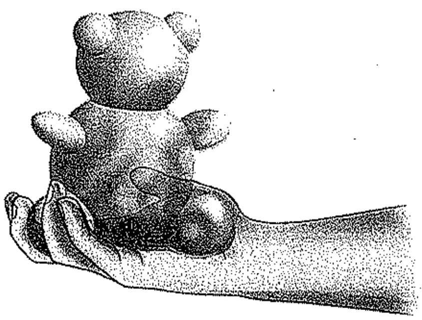


Fig. 7.27 El líquido coloreado circula cuando sostenemos el muñeco en nuestra mano; ¿por qué?

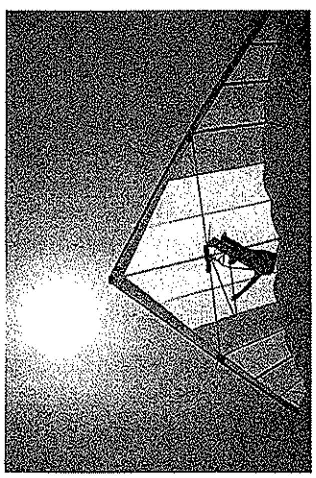


Fig. 7.28 El aire presenta corrientes por convección.

Nuestro cuerpo produce gran cantidad de calor; cuando realizamos un trabajo o labor utilizamos sólo el 18% de la energía proveniente de los alimentos que consumimos, el resto es calor. En una actividad de poco trabajo, si no disipáramos energía, nuestra temperatura se incrementaría en unos 2 °C o 3 °C por hora; este calor es trasferido al exterior por convección más que por conducción, ya que nuestros tejidos tienen una conductividad térmica muy pequeña y contribuyen en poca medida a la disipación de calor. La mayor cantidad de calor es llevada a nuestra piel (su capa interna) a través de la sangre.

Radiación

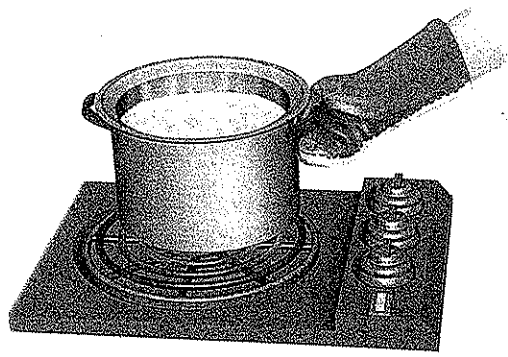


Fig. 7.29 Al aproximarnos a la estufa para preparar los alimentos, percibimos el calor por radiación.

En la conducción y la convección planteamos la necesidad de la existencia de materia para que se den estos fenómenos. El calor proveniente del Sol nos llega como ondas electromagnéticas que atraviesan el espacio. La temperatura del Sol tiene un valor próximo a 6000 K. Para que se produzca radiación no es necesaria la presencia de materia, ya que aquella se propaga como ondas electromagnéticas.

El Sol produce el denominado *espectro electromagnético*, el cual está conformado por: luz visible –la que nos permite apreciar los diferentes colores–; radiación infrarroja: en su mayoría calor; radiación ultravioleta, invisible a nuestros ojos, y también emite otras radiaciones como los rayos gamma y los beta. La diferencia entre cada una de las radiaciones citadas se basa, en esencia, en su longitud de onda y frecuencia.

La variación de calor por radiación ΔQ en un intervalo Δt es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura medida en Kelvin, así como al área A del objeto responsable de la emisión de radiación:

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma A T^4 \qquad 7.20$$

en donde e es el factor de emisividad que varía entre 0 y 1; es, además, una cantidad adimensional y su valor depende del color del material, por ejemplo, para objetos muy negros como el negro de humo o el negro vegetal el valor de e es muy cercano a 1 y para superficies muy reflectivas su valor se aproxima a 0. σ es la constante universal de Stefan–Boltzman y equivale a $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8} \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$.

Los objetos oscuros absorben casi toda la radiación que les llega, mientras que las superficies lustrosas reflejan prácticamente toda la radiación que les incide. Por eso cuando viajemos a sitios cálidos, es aconsejable vestirnos con ropa de colores claros y no con colores oscuros.

Los objetos no sólo emiten energía por radiación, también absorben la energía irradiada por cuerpos cercanos. Cuando un objeto de área A, factor de emisividad e y temperatura T_1 emite energía a razón de $e\sigma A T_1^4$, si sus alrededores se encuentran a una temperatura T_2, se determina que la rapidez con la cual el objeto absorbe energía también depende de T_2^4. Entonces, *el flujo neto de calor del objeto* por radiación es:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma A(T_1^4 - T_2^4) \qquad 7.21$$

La ropa como aislante térmico

La ropa posee características aislantes. Si no usáramos ropa, nuestro cuerpo calentaría rápidamente el aire que se encuentra inmediatamente sobre nuestra piel y sentiríamos calor; pero la brisa, las corrientes de aire y nuestros propios movimientos, provocan que ese aire caliente circule y se remplace por aire frío, lo que nos genera pérdida de calor y bienestar. La ropa que usamos nos aísla e impide que el aire caliente encerrado en nuestro cuerpo se escape y nos procura sensación de bienestar, por tanto, ¡la ropa no calienta!

Fig. 7.30 Con el fin de tener una temperatura agradable, ¿es mejor usar dos sacos no muy gruesos o una chaqueta gruesa?

Ejemplo

Una lámpara incandescente tiene un área en su filamento de 0,045 m^2, el factor de emisividad es $e = 0{,}4$ y cuando emite radiación visible la temperatura aproximada de su filamento es 3800 K. Hallemos la variación de calor en la lámpara para un determinado intervalo.

Solución

Aplicamos la ecuación 7.20:

$$H = 0{,}4 \left(5{,}67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\ \text{K}^4}\right) (0{,}045 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)\ (3800\ \text{K})^4 = 21{,}3\ \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

En la bombilla también se presenta trasferencia de calor por conducción a través del vidrio de la misma.

Ejemplo

Calculemos el calor trasferido por la bombilla de la situación anterior al cabo de 2 horas.

Solución

Por la expresión 7.20 y con el resultado del ejemplo anterior, despejamos el calor trasferido y convertimos las dos horas a segundos:

$$\Delta Q = H\,\Delta t = 21{,}3\ \frac{\text{J}}{\text{s}}\ (7200\ \text{s}) = 153\ 360\ \text{J}$$

Ejemplo

Un bebé se encuentra sin ropa dentro de su cuna, en un cuarto que está a 18 °C. La temperatura de la piel del niño es 37 °C. Hallemos el flujo neto de calor perdido por el bebé ($\Delta Q\ /\ \Delta t$). Supongamos que el factor de emisividad de la piel del bebé es 0,85 y el área de su cuerpo es aproximadamente 0,45 m^2.

Fig. 7.31 El bebé pierde calor por radiación.

Solución

Aplicamos la ecuación 7.21 y convertimos las unidades de temperatura de la escala Celsius a la escala Kelvin:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0{,}85\left(5{,}67\times 10^{-8}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}^4}\right)(0{,}45\ \text{m}^2)\left[(310\ \text{K})^4 - (291\ \text{K})^4\right] = 44{,}77\ \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Trasferencia de calor en una casa

Debido a que el aire de una casa se encuentra a cierta temperatura interior, se produce trasferencia de calor gracias a la diferencia de temperatura entre el interior y exterior del inmueble. Por conducción a través de los muros, las ventanas y el techo, por convección por la circulación del aire que se presenta de manera natural y por la radiación debida a las ondas electromagnéticas que llegan e interactúan con los materiales de construcción.

Fig. 7.32 En una casa, las cortinas ayudan a aislar térmicamente el interior del exterior de ella.

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. Explica por qué es más confortable caminar descalzo sobre un piso alfombrado que sobre un piso de losetas.

2. Daniela y Juan van a tomar tinto a una cafetería. El mesero les sirve los tintos a idéntica temperatura, en pocillos del mismo material. Juan coloca la cucharita metálica dentro del tinto y sigue conversando con su amiga; Daniela no la coloca dentro del tinto. Al cabo de un rato, ¿cuál de los tintos estará más caliente? Compara tu respuesta.

3. Si sobre una llama colocamos un vaso de papel que contiene cierta cantidad de agua, ¿es posible lograr que el agua llegue al punto de ebullición sin que se queme el vaso? Explica tu respuesta.

4. En la casa de David una de las paredes de la sala registra una temperatura interior de 23 °C y una exterior de 14 °C. Determina la rapidez de trasferencia de calor en la pared si el coeficiente de conductividad de ella es

$k = 0{,}75\ \dfrac{W}{m\ °C}$. Las dimensiones de la pared son 3,5 m × 2 m y el espesor es 20 cm.

5. Con relación al problema anterior, ¿qué cantidad de calor, expresada en julios, se trasfiere a través del muro en 6 horas?

6. Una barra de cobre de 1 m de longitud y área trasversal 3 cm^2, se pone en contacto térmico, por uno de sus extremos, con otra barra de hierro de la misma longitud y área trasversal. Uno de los extremos de la barra compuesta tiene una temperatura de 89 °C, mientras que el otro registra 30 °C.

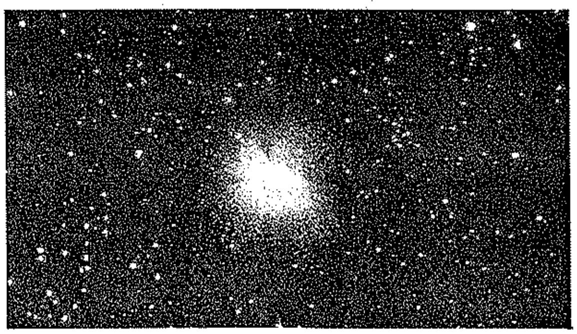
   a. Determina la temperatura en el punto de unión de las dos barras.

   b. ¿Qué cantidad de calor se trasfiere en cada una de ellas?

7. Halla la rapidez de flujo de calor a través de un vidrio de dimensiones 1,5 m × 2 m y espesor 2 cm, si la variación de temperatura entre sus caras es $\Delta t = 25$ °C.

8. Con el fin de mantener las gaseosas a una temperatura constante durante un paseo, los alumnos de décimo grado las llevan en una caja de espuma de poliestireno. La caja tiene un área total de 0,6 m^2, el coeficiente de conductividad es $0{,}01\ \dfrac{W}{m\ °C}$ y el espesor de la caja es 4 cm. Dentro de la caja se colocan gaseosas y muchos trozos de hielo a −3 °C. Determina la rapidez de trasferencia de calor de la caja respecto al exterior, si la temperatura del ambiente es 32 °C a la sombra.

9. Una estrella muy lejana tiene un radio aproximado de $R = 2{,}5 \times 10^{11}$ m. La temperatura superficial de la estrella es 2550 K. El coeficiente de emisividad es $e = 1$. Calcula la rapidez de calor en la estrella.



10. Determina el flujo neto de calor sobre una esfera de radio 45 cm, si inicialmente se encuentra a temperatura ambiente de 18 °C y luego se introduce en un horno cuya temperatura es 50 °C; el coeficiente de emisividad de la esfera es $e = 0{,}85$.

11. Para la situación anterior, ¿qué cantidad de calor, en ergios, se trasmite a la esfera en 5 horas?

- Describe eventos físicos en los que se presenta trasferencia de calor.
- Analiza y relaciona variables en situaciones de trasferencia de calor.
- Resuelve problemas relacionados con trasferencia de calor.
- Participa activamente en la solución de problemas propuestos.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
		Comprendo el concepto de temperatura y establezco su relación con el equilibrio térmico.
		Aplico los conceptos de expansión térmica en la solución de problemas.
		Comprendo el concepto de calor, calculo el equivalente mecánico de éste y analizo diagramas de fase.
		Aplico el concepto de calorimetría en la solución de problemas que incluyen cambios de estado.
		Comprendo la manera como se trasfiere el calor y aplico el concepto de flujo de calor en la solución de problemas.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. Los conceptos temperatura y calor son equivalentes porque tienen las mismas unidades.

b. La ley cero de la termodinámica se refiere a objetos que registran diferentes temperaturas.

c. Una unidad de calor es la caloría; esta unidad es posible expresarla en el SI.

d. Cuando se presenta un cambio de fase en un objeto es porque se le está suministrando calor, pero su temperatura se mantiene constante.

e. Se presenta trasferencia de calor por convección sólo cuando se registra una variación de temperatura en un objeto.

f. Al analizar la trasferencia de calor por radiación, se supone que H es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura medida en la escala Celsius.

Resuelvo problemas

2. Una de las temperaturas más altas registrada en nuestro planeta ha sido 135 °C; esta temperatura puede expresarse en:

_______ K _______ °R

_______ °F

3. A una temperatura de _____ resultan iguales las lecturas en un termómetro Fahrenheit que en uno Celsius.

4. A una temperatura de −114 °C el alcohol etílico cambia de estado sólido a líquido. Esta temperatura puede expresarse en:

_______ K _______ ° R

_______ ° F

5. Un anillo de aluminio tiene un diámetro interior de 6 cm a 25 °C y una barra de latón tiene un diámetro de 6 cm. Es necesario calentar el anillo a una temperatura de _____ °C para apenas poder ensartarlo en la barra.

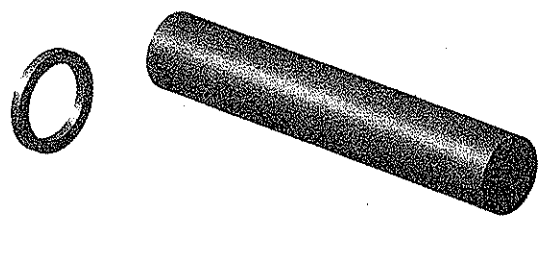


Fig. 7.33

6. David sube, verticalmente, por una cuerda de 20 m. Si la masa del joven es 70 kg, el calor ganado por éste es: ______ julios = ______ calorías.

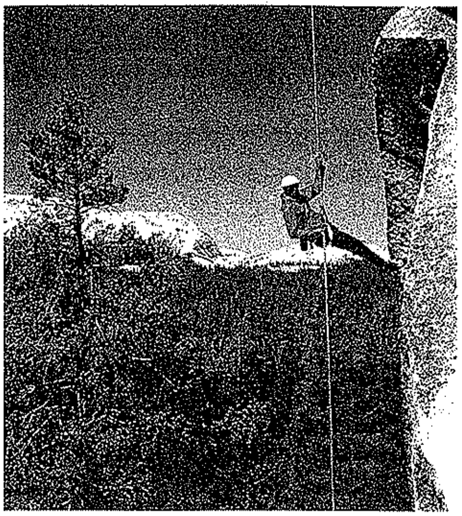


Fig. 7.34

7. Para llevar un pequeño bloque de hielo de 50 g inicialmente a –20 °C, hasta vapor de agua a 110 °C, se necesitan ________ julios.

$$\left(c_{\text{vaporagua}} = 2010 \ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\right)$$

8. De acuerdo con los datos del problema anterior, traza el gráfico que representa la variación de temperatura como función del calor suministrado.

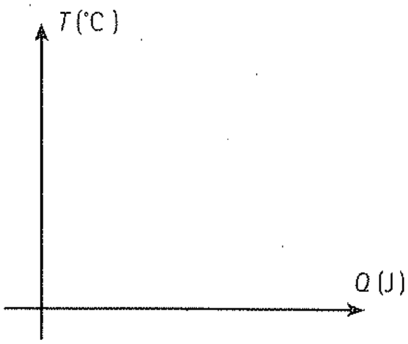


Fig. 7.35

9. Un trozo de hierro de masa 0,4 kg se introduce dentro de un horno y adquiere una temperatura de 98 °C. Luego se lleva el hierro a un recipiente que contiene 8 kg de agua a temperatura ambiente de 18 °C. La temperatura de equilibrio del sistema agua–hierro es:

________ °C

10. Para elevar la temperatura de 500 g de cobre desde 20 °C hasta 98 °C se necesita una cantidad de calor de: ________ julios.

11. Las cataratas Kaietur de Guyana tienen una caída de 226 m de altura. La temperatura aproximada de las mismas en la parte superior es 12 °C. Si asumimos que toda la energía potencial perdida por el agua al descender se trasforma en calor:

a. la variación de temperatura del agua al descender es: ________ °C.

b. La temperatura del agua en el fondo de las cataratas es: ________ ° C.

Fig. 7.36

12. Un bloque de acero tiene un área en su sección trasversal de 24 cm^2 y un espesor de 5 cm. Al establecer una diferencia de temperatura de 35 °C entre sus extremos:

a. la variación de calor en la barra en la unidad de tiempo es: ________ $\frac{\text{J}}{\text{s}}$.

b. El calor trasferido al bloque en 4 horas es: ________ J.

13. Dos esferas de un metal idéntico están en un mismo recinto. La primera tiene una temperatura de 1400 K y un radio de 0,8 m, mientras que la segunda tiene 1000 K de temperatura y 0,95 m de radio. La relación entre la variación de calor por radiación para las esferas en determinado tiempo es: $\frac{H_{\text{esfera}_1}}{H_{\text{esfera 2}}} =$ ________

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Dilatación de líquidos

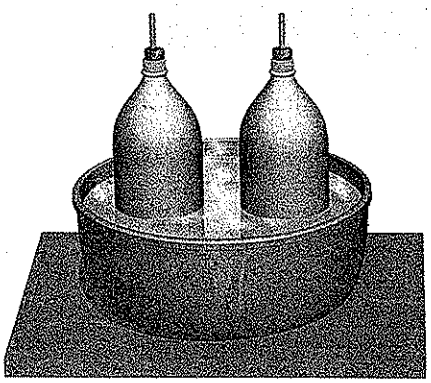
Objetivo

Determinar el coeficiente de dilatación de algunos líquidos.

Materiales

Dos frascos de gaseosa con su respectiva tapa o con corcho.
Dos pitillos de plástico trasparente.
Una fuente de calor: una estufa o mechero.
Un termómetro de laboratorio.
Balanza.
Regla.
Alcohol.
Agua.
Una vasija metálica en la que se puedan colocar los frascos.

Procedimiento



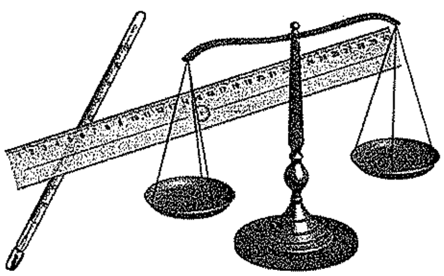


Fig. 7.37

1. Toma la tapa o el corcho de cada frasco y realiza en él una perforación en forma cuidadosa. Coloca el pitillo en la perforación, como muestra la figura 7.37. Cuida de que el pitillo encaje en el orificio de la forma más exacta posible.
2. Llena por completo cada frasco, uno con agua y el otro con alcohol. Tápalos de manera que no queden burbujas dentro de los recipientes.
3. Con el termómetro, registra la temperatura ambiente.
4. Coloca los dos frascos dentro de la vasija que previamente se ha llenado con agua a una temperatura no mayor a 35 °C; verifica este valor con el termómetro.
5. Al cabo de cierto tiempo observarás cómo el agua y el alcohol empiezan a ascender por el pitillo; ¿los dos líquidos lo hacen al mismo tiempo? Explica lo que ocurre.
6. Traza marcas sobre el pitillo de cada uno de los líquidos, te darás cuenta cómo en determinado momento el fluido empieza a descender; en ese instante mide la altura a la que llegan el alcohol y el agua, luego destapa rápidamente cada recipiente y sumerge el termómetro dentro del líquido para registrar la temperatura final (o de equilibrio).
7. Es posible que necesites conocer el diámetro del pitillo y el volumen inicial de cada uno de los líquidos. ¿Cómo los determinas?

Análisis

1. A partir de la altura a la cual llegan el alcohol y el agua en cada recipiente, y de conocer la temperatura inicial (ambiente) y la temperatura para la altura final alcanzada por cada líquido, determina el coeficiente de expansión volumétrica del alcohol y del agua.
2. ¿A qué otros líquidos le puedes determinar el coeficiente de expansión volumétrica? Realiza la experiencia.
3. Realiza el cálculo del error.
4. Discute en clase con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora los resultados de tu experiencia.

INGENIO FÍSICO

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Observa atentamente la figura 7.38. Toma un pedazo de lata de gaseosa y hazle dos orificios circulares de diferente diámetro. Si sometes la lata al calor de una vela, ¿qué crees que sucede?

a. el diámetro de los orificios permanece constante.

b. El diámetro de los orificios aumenta.

c. El diámetro de los orificios disminuye.

Presenta un argumento a tu respuesta. Ahora realiza la experiencia y concluye con base en los conceptos estudiados en este capítulo.

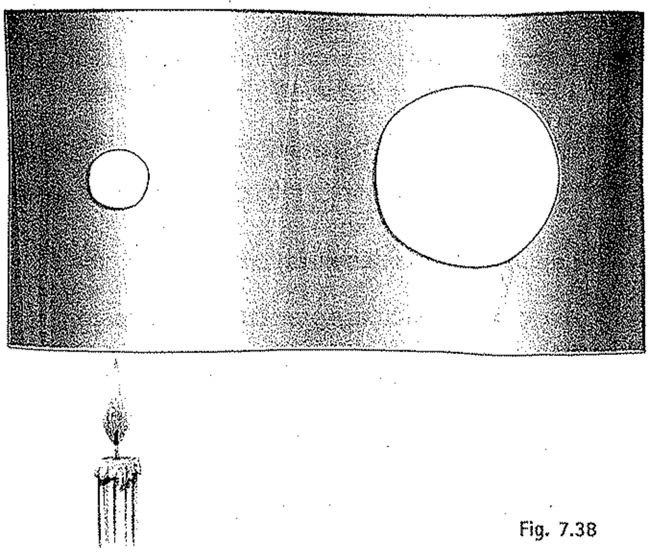


Fig. 7.38

COMPETENCIA PROPOSITIVA

Disponemos de dos cantidades, una de aluminio y otra de vidrio, de igual masa e inicialmente a la misma temperatura. Al mezclar el aluminio con agua a temperatura ambiente, por un lado, y el vidrio también con agua a temperatura ambiente, por el otro, ¿qué esperamos?

a. La temperatura de equilibrio del aluminio y el agua es igual que la del vidrio y el agua.

b. La temperatura de equilibrio del aluminio y el agua es mayor que la del vidrio y el agua.

c. La temperatura de equilibrio del aluminio y el agua es menor que la del vidrio y el agua.

Propón una explicación y discútela en clase.

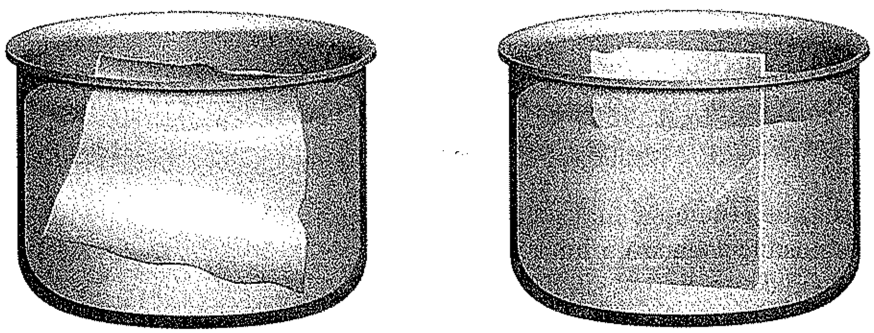


Fig. 7.39

Prueba Icfes

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

1. Dos canicas de acero, una hueca y la otra maciza, tienen el mismo radio. Al someter las canicas a la misma variación de temperatura:

a. se expande más la canica hueca.

b. Se expande más la canica maciza.

c. Las dos se expanden en la misma proporción.

d. La canica maciza no presenta expansión mientras que la hueca se expande.

2. Una arandela de cobre de 0,5 kg de masa, se introduce en un horno hasta que su temperatura es 450 °C. Luego, se sumerge rápidamente en un recipiente que contiene 35 kg de agua a 20 °C. La temperatura de equilibrio del sistema cobre–agua es:

a. 200 °C **b.** 18 °C

c. 20,56 °C **d.** 250 °C

3. Un cubo de oro de masa 3 kg, a una temperatura inicial de 100 °C, se sumerge dentro de un recipiente que contiene agua a una temperatura de 25 °C. Se registra la temperatura de equilibrio y resulta ser 50 °C. La masa de agua en la que se sumergió el cubo es:

a. 100 g **b.** 200 g

c. 185 g **d.** 30 g

4. ¿Qué cantidad de calor se requiere para llevar un cubo de hielo de masa 0,02 kg, de una temperatura inicial de –20 °C hasta una temperatura de 105 °C?

a. 14 000,0 J **b.** 15 912,0 J

c. 13 500,8 J **d.** 12 500,4 J

5. En un día en el que la temperatura promedio es muy alta, es posible cocinar un huevo colocándolo en el capó de un automóvil. De acuerdo con esta información y para evitar daños por sobrecalentamiento, es mejor elegir un auto de color:

a. blanco **b.** negro

c. rojo **d.** amarillo

6. Un ingeniero debe diseñar una ventana que garantice un excelente aislamiento interior. Para hacerlo él debe:

a. ubicar un solo vidrio en la ventana.

b. Ubicar doble vidrio y dejar un espacio vacío entre estos..

c. Ubicar un solo vidrio y recomendar el uso de cortinas.

d. Ubicar doble vidrio y dejar un espacio vacío entre estos; además, recomendar el uso de cortinas.

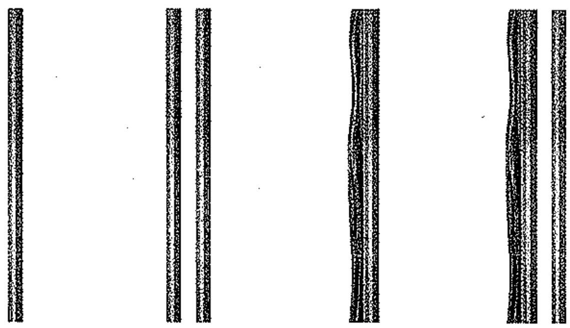


Fig. 7.40

7. Un alpinista usa su ropa de manera que el área total de la superficie de esta es 1,9 m^2 y el grosor de la misma es 4 cm. Si sabemos que la temperatura de la superficie de las prendas es –10 °C y la de la piel del alpinista es 35 °C y asumiendo que el coeficiente de conductividad de la ropa es $0{,}026\ \frac{J}{ms\ °C}$, el flujo de calor por conducción a través de la ropa es:

a. 0,55 W **b.** 45,8 W

c. 35,4 W **d.** 55,57 W

8. Con relación al problema anterior, el calor que le trasmite, en julios, el alpinista a su ropa en 10 horas es:

a. 3×10^5 J **b.** 1×10^4 J

c. $2{,}0 \times 10^6$ J **d.** 3×10^5 J

9. Dos recipientes, uno de cerámica de coeficiente de emisividad $e = 0{,}71$ y el otro de metal de coeficiente de emisividad $e = 0{,}16$, se hallan a una temperatura de 80 °C. Los dos tienen igual área: 0,5 m^2. El flujo de calor por radiación, en W, en cada recipiente es:

a. 0,90 y 0,67 **b.** 200,9 y 80,5

c. 0,82 y 0,18 **d.** 312,54 y 70,43

La siguiente información permite contestar las preguntas 10., 11. y 12.

En un termómetro clínico común sabemos que la temperatura se mide como función de la longitud de la columna de mercurio. Se asume que entre la temperatura y la longitud se presenta una relación lineal de la siguiente manera: $T = al + b$, donde a y b se determinan a partir de tomar dos valores arbitrarios para la temperatura en condiciones experimentales controladas.

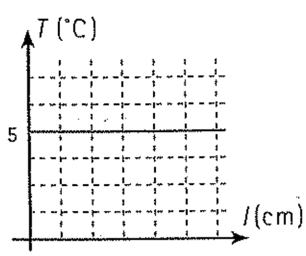
10. Si se sumerge el termómetro en agua con trozos de hielo, se encuentra que la columna de mercurio llega hasta una altura de 2 cm y se supone que, en este caso, la temperatura es 0 °C. Cuando el termómetro se sumerge en agua hirviendo la columna llega a 20 cm, asumiendo en este caso que la temperatura es 100 °C. Los valores de las constantes a y b son respectivamente:

a. 0 y 5 **b.** 2 y 8

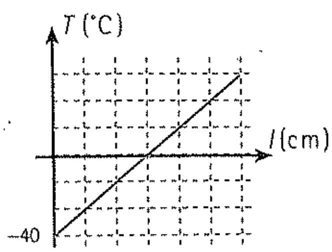
c. 7 y −40 **d.** 7 y 40

11. De acuerdo con la información suministrada, el gráfico de temperatura como función de la longitud de la columna de mercurio es:

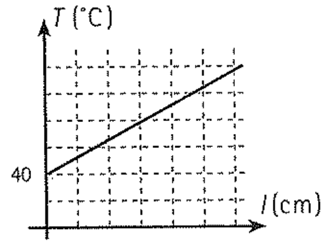
a.



b.



c.



d.

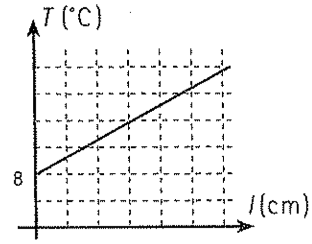


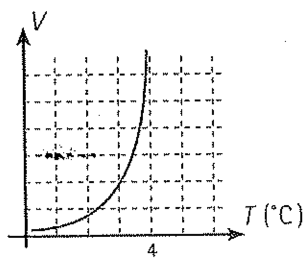
Fig. 7.41

12. El agua presenta el denominado comportamiento extraño. Al calentar agua entre 0 °C y 4 °C, su volumen en lugar de dilatarse se contrae. Por encima de los 4 °C el agua presenta un comportamiento normal.

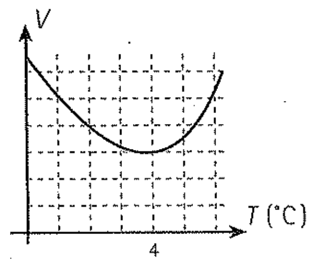
Este fenómeno es de gran importancia en épocas de invierno por cuanto preserva la vida acuática. En un lago o en un río, al estar el agua por encima de los 4 °C se enfría al presentarse contacto térmico con el aire frío, entonces esta agua circula hacia abajo por el aumento de su densidad y es sustituida por agua a mayor temperatura que se encuentra más abajo. Este proceso permite la vida acuática.

De acuerdo con esta información, el gráfico que ilustra el volumen como función de la temperatura es:

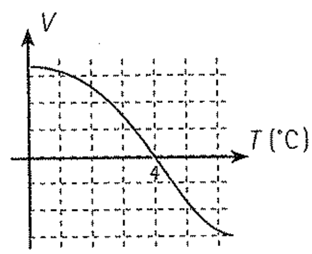
a.



b.



c.



d.

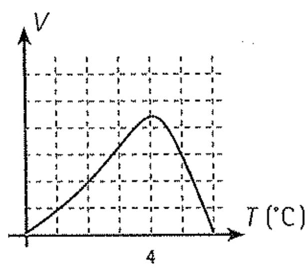


Fig. 7.42

Gases y leyes de la termodinámica

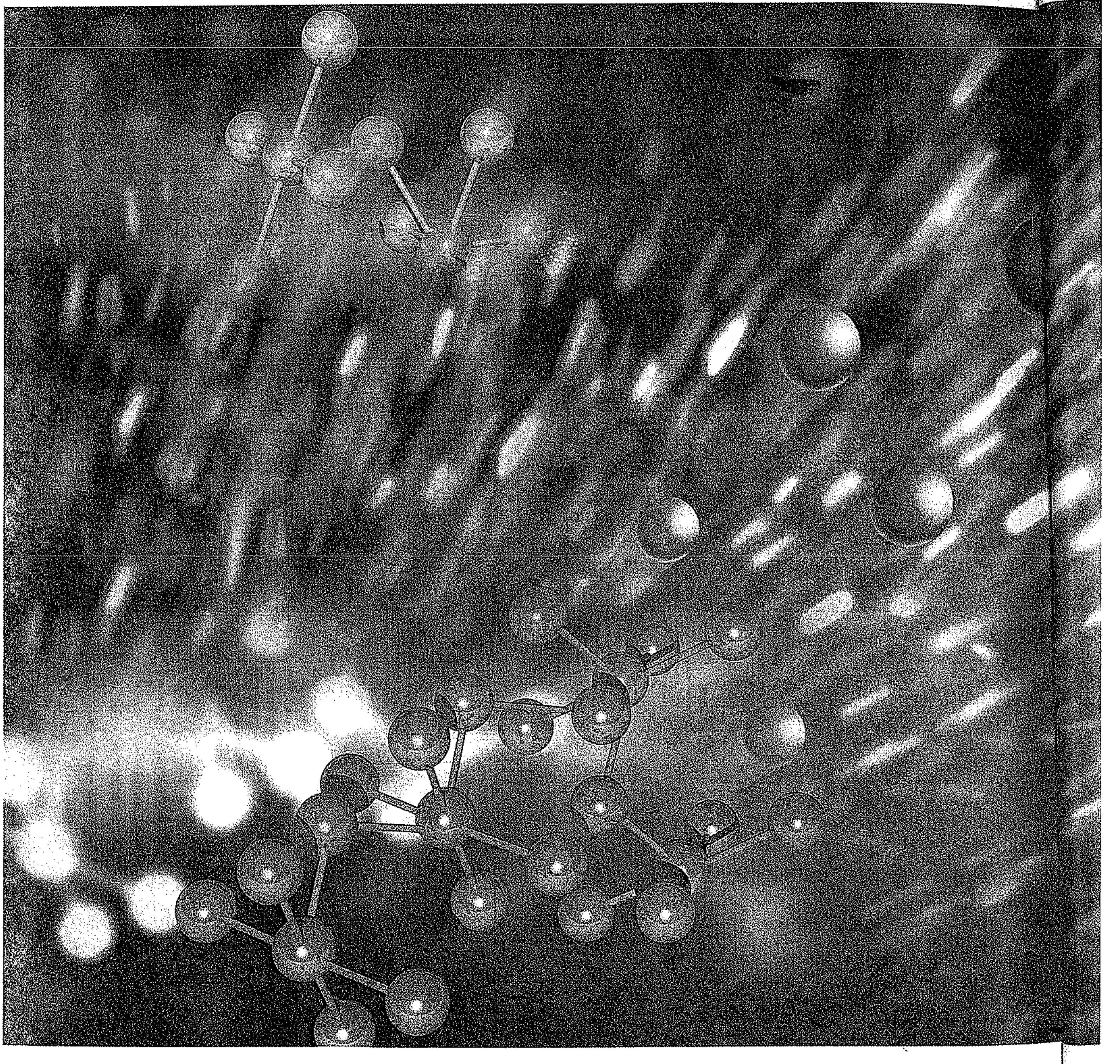
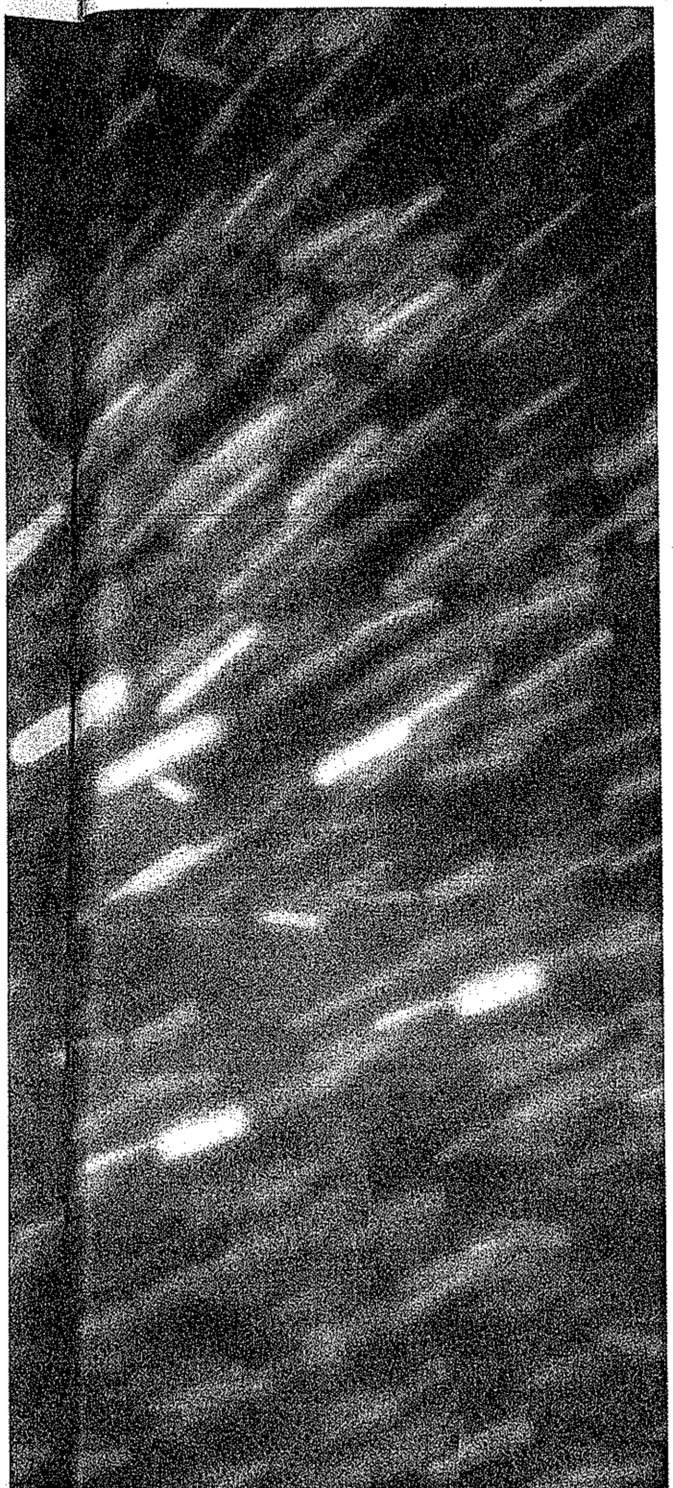


Fig. 8.1 Los gases son un conjunto de partículas que se encuentran en rápido y continuo movimiento.



UNIDAD 8

Competencias

El desarrollo de esta unidad me hará competente para:

I Interpretar situaciones

- Descripción cualitativa y cuantitativa de situaciones físicas relacionadas con los gases y las leyes de la termodinámica.

E Establecer condiciones

- Aplicación de los conocimientos a situaciones experimentales y de la vida cotidiana.
- Análisis de variables en una situación relacionada con gases y leyes de la termodinámica.
- Construcción y análisis de gráficos.
- Establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre variables en un evento físico relacionado con los gases y las leyes de la termodinámica.

P Plantear y argumentar hipótesis y regularidades

- Formulación de hipótesis desde un argumento explicativo.
- Interpretación de situaciones con ayuda de modelos.
- Planteamiento y resolución de problemas relacionados con gases y leyes de la termodinámica.

V Valorar el trabajo en ciencias naturales

- Participación activa en la toma de decisiones para la solución de problemas.
- Respeto por la pluralidad de ideas.
- Valoración del trabajo en grupo.

Teoría cinética de los gases y los gases ideales

TEMA 1

Establece relaciones entre el comportamiento de los gases con la teoría cinética y, a partir de ésta, elabora explicaciones acerca de los cambios que se producen en las variables de estado.

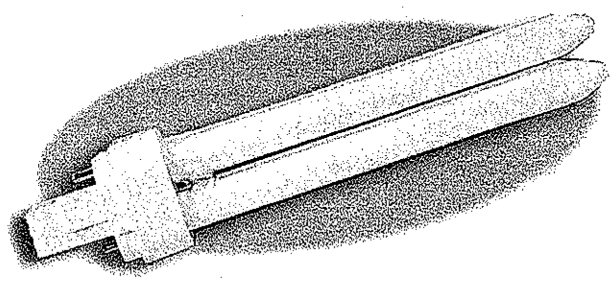


Fig. 8.2 ¿Por qué crees que las lámparas fluorescentes tienen el recubrimiento blanco que observamos?

Para la física, la química y la biología es de gran importancia el estudio, análisis y caracterización de la materia en estado gaseoso. A continuación presentamos una aproximación a algunos modelos desarrollados con este propósito.

Describiremos el comportamiento de los gases en función de variables como la presión P, el volumen V y la temperatura T, a las cuales llamaremos variables macroscópicas. Otras variables como las coordenadas de las moléculas que conforman el gas, su rapidez o la cantidad de movimiento son difíciles de expresar y las denominamos variables microscópicas.

En el estudio de la teoría cinética de los gases determinaremos una relación entre variables macroscópicas y microscópicas.

Asumiremos que los gases son compresibles, esto significa que pueden reducir su volumen sin mayor dificultad y también se pueden expandir fácilmente, ya que siempre ocupan todo el volumen del cual disponen.

La teoría cinética de los gases nos ayuda a comprender las características de la materia en estado gaseoso.

Teoría cinética de los gases

Para el estudio de la teoría cinética es necesario tomar los gases como un conjunto de partículas (átomos o moléculas) que se encuentran en rápido y continuo movimiento. En seguida, describiremos los principios que tomaremos como básicos para su estudio:

- Se tiene un gran número de partículas N, cada una de masa m.
- Las partículas que conforman el gas se mueven de manera aleatoria con rapidez constante.
- Al estar en continuo movimiento, cada partícula posee energía cinética E_k y cantidad de movimiento $\mathbf{p}$.
- Las partículas del gas chocan entre sí y también con las paredes del recipiente que los contiene. Los choques son elásticos; ¿recuerdas las características de una colisión elástica? Estos choques los comparamos con los que se presentan entre las bolas, en el juego de billar.
- Las partículas se encuentran lo suficientemente alejadas unas de otras; en promedio, la separación entre ellas es mayor que el diámetro de cada una, de manera que no se ejercen fuerzas mutuas, excepto en el momento del choque.
- Cuando las partículas chocan contra las paredes del recipiente, ejercen fuerzas sobre éste, luego rebotan y continúan de nuevo su camino; la fuerza de cada molécula es débil, pero como son muchas las que golpean, es de esperar que la resultante debe tener un valor apreciable sobre la pared del recipiente.
- La fuerza resultante $F_{\text{resultante}}$ sobre la pared del recipiente dividida por el área A de contacto,

Logros: describir el comportamiento de los gases a partir del modelo de gas ideal y aplicar las leyes de los gases ideales en la solución de problemas.

nos da como resultado la presión que ejerce el gas sobre el recipiente: $P = \frac{F_{\text{resultante}}}{A}$.

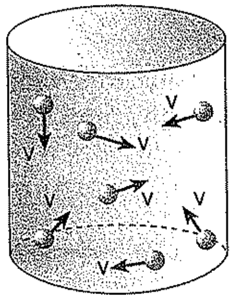


Fig. 8.3 En la teoría cinética de los gases cada partícula se mueve de manera aleatoria dentro del recipiente.

Un resultado muy importante de la teoría cinética de los gases ha permitido plantear la relación entre el concepto de energía cinética y la temperatura. Recordemos que:

la temperatura en la escala Kelvin es la medida que se relaciona con la energía cinética media de las partículas que constituyen el sistema.

Esta afirmación se expresa mediante la ecuación:

$$E_{\bar{k}} = \frac{3kT}{2} \qquad 8.1$$

donde k se conoce como *constante de Boltzmann*. En el laboratorio se determina k y se encuentra que es la misma para todos los gases, independientemente de la cantidad de gas y de la clase. Su valor en unidades del Sistema Internacional es:

$$k = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\frac{\text{J}}{\text{K}} \qquad 8.2$$

En la ecuación 8.1 vemos que la energía cinética media de las moléculas es proporcional a la temperatura absoluta de las mismas, lo que significa que a mayor temperatura mayor movilidad de las partículas. Este resultado enlaza una variable microscópica (la energía cinética media) con una variable macroscópica (la temperatura en la escala Kelvin). Cuando nos referimos a la energía cinética media significa que se toma la rapidez de cada partícula, se suma su contribución a la rapidez promedio del sistema y se tiene en cuenta la masa de cada partícula, así se determina la energía cinética de ellas.

Leyes de los gases

En ciertos límites de temperatura, los gases se comportan de acuerdo con las leyes que se describen a continuación, las cuales relacionan las variables: volumen, presión y temperatura. Cuando los gases siguen estas leyes, se denominan **gases ideales**.

Ley de Boyle-Mariotte

Robert Boyle (1627-1691), físico y químico irlandés, uno de los precursores de la química moderna, y Edme Mariotte (1620-1684), físico francés y uno de los iniciadores de la física experimental en Europa, plantearon lo que se conoce como la *ley de Boyle-Mariotte.*

Si tenemos un gas encerrado en un recipiente, lo caracterizamos por el volumen, la presión y la temperatura.

Experimentalmente se encuentra que si al recipiente donde está el gas se le coloca un pistón, como en la figura 8.4 a., y al desplazarlo lentamente para disminuir el volumen V del gas manteniendo constante la temperatura T, la presión P del gas aumenta.

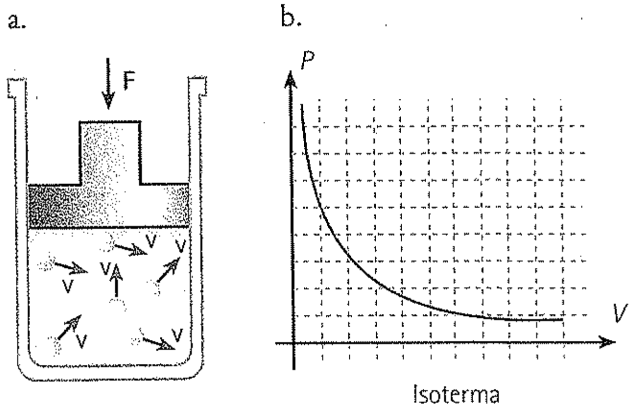


Fig. 8.4 a. La presión es inversamente proporcional al volumen de un gas. b. Representación gráfica de la ley de Boyle-Mariotte.

La ley de Boyle-Mariotte podemos enunciarla así:

para un gas que se encuentra a temperatura constante, la presión P varía de manera inversa al volumen V.

Este resultado lo expresamos como:

$$PV = cte \text{ si la temperatura es constante.} \qquad 8.3$$

En la ecuación 8.3, (*cte*) significa constante. Notamos que si el volumen aumenta la presión debe disminuir, de manera que el producto de las dos variables siempre se mantenga igual.

En la figura 8.4 b. ilustramos el gráfico de la presión P en función del volumen V; este tipo de curva se conoce como **isoterma**, porque la temperatura T es constante.

Para una masa fija de gas planteamos la ecuación 8.3 para un estado inicial, utilizando el subíndice 1:

$$P_1V_1 = cte$$

Para un estado posterior, con el subíndice 2:

$$P_2V_2 = cte$$

Como estos productos son constantes, los igualamos:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad 8.4$$

La expresión 8.4 relaciona dos estados del gas cuando la temperatura es constante.

Ejemplo

Un gas se mantiene a temperatura constante. Si su presión varía de 1,5 atm hasta 3,5 atm y su volumen inicial es 1 litro (ℓ), determinemos la variación de su volumen.

Solución

De la expresión 8.4 despejamos V_2 y remplazamos por los valores numéricos:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2}$$

$$V_2 = \frac{1,5\,\text{atm}\,V_1}{3,5\,\text{atm}} = 0,42\,V_1$$

Luego: $V_2 = (0,42)\,(1\ell) = 0,42\ell$

Como esperábamos, el volumen final debe ser menor que el inicial, ya que el gas es sometido a mayor presión. Entonces:

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$\Delta V = 0,42\ell - 1\ell$$

$$\Delta V = -0,58\ell$$

El signo negativo nos indica que el volumen disminuyó de las condiciones iniciales a las finales.

Ley de Charles

El físico francés Jacques Charles estableció, en 1787, una relación entre la temperatura y el volumen de los gases cuando la presión permanece constante.

Charles demostró experimentalmente cómo varía el volumen V de un gas, de manera directa, con la temperatura T, medida en la escala Kelvin.

La ley de Charles podemos enunciarla como:

a presión constante, el volumen V de un gas varía de manera proporcional con la temperatura T, medida en la escala Kelvin.

Este resultado lo expresamos como:

$$\frac{V}{T} = cte \text{ si la presión } P \text{ es constante.} \qquad 8.5$$

En el gráfico de la figura 8.5 se representa el volumen de un gas en función de la temperatura, cuando la presión permanece constante. Esta gráfica recibe el nombre de **isobárica**, pues la presión no varía.

Para la masa fija de un gas en un estado inicial, la ecuación 8.5 la planteamos de la siguiente forma:

$$\frac{V_1}{T_1} = cte$$

Y para un estado posterior:

$$\frac{V_2}{T_2} = cte$$

Como estos cocientes son constantes, los igualamos y resulta:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad 8.6$$

La expresión 8.6 relaciona dos estados del gas a presión constante.

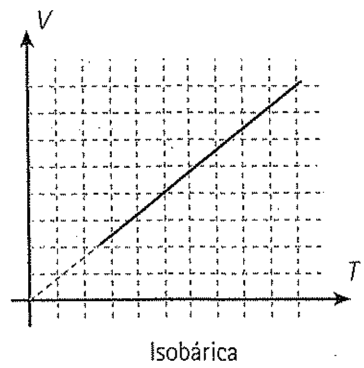


Fig. 8.5 Gráfica del volumen V de un gas en función de la temperatura T absoluta.

Ejemplo

Un gas ocupa 9 litros a 50 °C. Si el volumen del gas se aumenta en una tercera parte a presión constante, hallemos la temperatura final y la variación en la temperatura del gas.

Solución

De acuerdo con los datos del problema, $V_2 = V_1 + \frac{1}{3}V_1$.

Luego: $V_2 = 9\ell + \frac{1}{3}(9\ell) = 12\ell$.

De la fórmula 8.6 despejamos T_2:

$$T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1}$$

Como el volumen final es 12 litros, expresamos la temperatura en la escala Kelvin y remplazamos:

$$T_2 = \frac{323\text{K}(12\,\ell)}{9\,\ell} = 430{,}6\text{K}$$

La variación en la temperatura es:

$$\Delta T = 430{,}6\text{K} - 323\text{K} = 107{,}6\text{K}$$

En la escala Celsius, ¿qué valor se encuentra para la variación de temperatura?

Ley de Gay-Lussac

Casi al mismo tiempo que Charles formulaba su ley, el químico francés Joseph Gay-Lussac estableció la relación entre la presión y la temperatura de un gas cuando su volumen permanece constante.

Gay-Lussac demostró que cuando el volumen es constante, la presión P de un gas varía en forma directa con la temperatura absoluta del mismo.

La ley de Gay-Lussac la podemos enunciar así:

a volumen constante, la presión P de un gas varía proporcionalmente con la temperatura T, medida en la escala Kelvin.

Esta ley la expresamos mediante la ecuación:

$$\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{cte} \text{ si el volumen es constante.} \qquad 8.7$$

Si tenemos en cuenta las condiciones iniciales y finales de un gas, la ecuación 8.7 se expresa como:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad 8.8$$

Ejemplo

Calculemos la presión de un gas que está a 75 °C, si a 2 atmósferas su temperatura es 50 °C, cuando su volumen permanece constante.

Solución

Convertimos la temperatura Celsius a Kelvin y remplazamos en la ecuación 8.8.

$$\frac{P_1}{348\,\text{K}} = \frac{2\,\text{atm}}{323\,\text{K}}$$

$$P_1 = 2{,}15\,\text{atm}$$

Las leyes de Boyle-Mariotte, Charles y Gay-Lussac pueden combinarse en un resultado que enunciamos como: *para la masa de cualquier gas, el producto de la presión por el volumen es directamente proporcional a la temperatura del gas, medida en la escala Kelvin.*

Este resultado lo expresamos como:

$$\frac{\boldsymbol{PV}}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{cte} \qquad 8.9$$

Para condiciones iniciales y finales, la ecuación 8.9 la podemos escribir como:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \qquad 8.10$$

Ecuación de estado para gases ideales

Con el fin de relacionar la presión P, la temperatura T y el volumen V de manera simultánea, se ha planteado la denominada ecuación de estado.

Para gases reales esta ecuación es complicada; sin embargo, cuando el sistema tiene como características una presión y densidad bajas, es posible plantear una ecuación relativamente sencilla llamada *ecuación de estado para gases ideales.*

Casi todos los gases a temperatura ambiente y presión atmosférica, presentan un comportamiento muy parecido a los gases ideales.

De acuerdo con la ecuación 8.3, al aumentar la presión P de un gas su volumen V disminuye si la temperatura T se mantiene constante; también se cumple, por la ecuación 8.5, que al mantener constante la presión P de un gas el volumen V varía de manera directamente proporcional a la temperatura T medida en la escala Kelvin.

Al combinar estos resultados se obtiene una relación para las tres variables simultáneas

la **ley de los gases ideales**:

$$PV = NkT \qquad 8.11$$

donde N es el número de moléculas del gas y k es la constante de Boltzmann.

El número de moléculas del gas podemos expresarlo como función del número de Avogadro (N_A) y el número de moles del gas (n):

$$N = nN_A \qquad 8.12$$

Recordemos que el **número de Avogadro** (N_A) corresponde al número de moléculas que contiene un mol de cualquier sustancia. Y un **mol** de cualquier sustancia corresponde a la cantidad de la misma que contiene un número de Avogadro de átomos o moléculas.

El número de Avogadro es:

$$N_A = 6{,}023 \times 10^{23}\ \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}} \qquad 8.13$$

Entonces, remplazando 8.12 en 8.11 tenemos:

$$PV = nN_AkT = nRT$$

de donde:

$$R = N_Ak \qquad 8.14$$

Finalmente, la ley de los gases ideales se expresa como:

$$PV = nRT \qquad 8.15$$

donde n es el número de moles y R es la *constante universal de los gases*, la cual siempre tiene el mismo valor independientemente del tipo de gas. El valor numérico de R en el SI es:

$$R = 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \qquad 8.16$$

Si la presión se expresa en atmósferas y el volumen en litros $(1\,\ell = 10^3\,\text{cm}^3)$, podemos representar a R así:

$$R = 0{,}082\frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}} \qquad 8.17$$

Ejemplo

Un gas ocupa un volumen de 45 litros a una temperatura de 0 °C y una presión de 1,2 atm. ¿Cuántos moles se tiene de este gas?

Solución

De la expresión 8.15 despejamos el número de moles n; al remplazar, no debemos olvidar utilizar la constante universal de los gases con las unidades correctas y expresar el dato de la temperatura en la escala Kelvin.

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1{,}2\,\text{atm}\,(45\,\ell)}{0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}(273\,\text{K})} = 2{,}41\,\text{moles}$$

Ejemplo

Con base en los datos del ejemplo anterior, si la temperatura del gas se incrementa ahora a 70 °C y su volumen disminuye hasta 35 litros, ¿qué valor de presión tendrá el gas en estas condiciones?

Solución

De la expresión 8.10 despejamos la presión en el estado dos y expresamos en la escala Kelvin el dato de la temperatura:

$$P_2 = \frac{P_1V_1T_2}{T_1V_2} = \frac{1{,}2\,\text{atm}\,(45\,\ell)(343\,\text{K})}{(273\,\text{K})(35\,\ell)}$$

$$P_2 = 1{,}93\,\text{atm}$$

Prueba que llegamos al mismo resultado al aplicar directamente la ley de los gases ideales (expresión 8.15).

TALLER DE COMPETENCIAS 1

1. ¿Para un gas confinado en un recipiente, ¿podemos afirmar que cada partícula se mueve en determinada dirección, permitiéndonos plantear su vector posición? Razona tu respuesta.

2. ¿La teoría cinética de los gases nos permite asegurar que la energía cinética media de las partículas que constituyen un sistema es proporcional a la temperatura medida en Kelvin al cuadrado?

3. ¿La ley de Boyle-Mariotte relaciona la presión y el volumen de un gas?

4. ¿La ley de los gases ideales nos permite afirmar que la presión de un gas es proporcional a la temperatura medida en Kelvin?

5. Los gases del núcleo del Sol tienen una temperatura aproximada de 16×10^6 °C. Determina la energía cinética promedio de esta estrella. Compara tu respuesta.

6. Un gas cuya temperatura constante se somete a un proceso en donde su volumen y presión iniciales son, respectivamente, 1 ℓ y 2 atm. Si la presión al terminar el proceso es 0,5 atm, halla el volumen final.

7. Con base en los datos del problema anterior, realiza una gráfica de la presión en función del volumen.

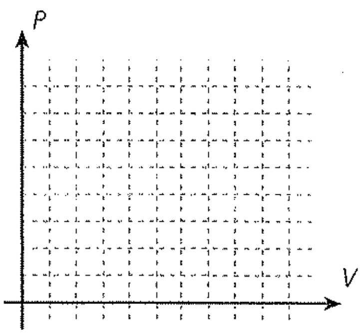


Fig. 8.6

8. Un gas ocupa un recinto cuyo volumen es 30 ℓ, a una temperatura de 18 °C. Halla la temperatura final del gas en la escala Celsius, si el volumen inicial del gas se disminuye en la cuarta parte a presión constante. ¿Cuál es la variación en el volumen del gas?

9. Un gas tiene una temperatura inicial de 45 °C, una presión de 4 atm y un volumen de 7 ℓ. Determina el número de moléculas N del gas.

10. Un gas tiene en un estado inicial las siguientes características: 291 K, 5 atm y 6 ℓ. Si se somete a un proceso en donde la temperatura final es 338 K y la presión final es 7 atm, calcula la variación en el volumen del gas.

11. De acuerdo con el problema anterior, ¿qué cantidad de moles están presentes en el gas en los dos estados? ¿Qué concluyes?

12. Con los datos del problema 10., traza los gráficos de presión en función del volumen y volumen en función de la temperatura.

13. Una determinada masa de gas ocupa un volumen de 80 ℓ, a una temperatura de 20 °C y con una presión de 2 atm.

    a. Calcula el número de moléculas N del gas.

    b. Cuando ocupa un volumen de 100 ℓ, ¿cuál es la presión del gas a una temperatura de 40 °C?

14. De cierto gas que se halla a presión constante, se sabe que ocupa un volumen de 60 ℓ a una temperatura de 300 K y uno de 72 ℓ a 360 K; responde:

    a. si la temperatura es 390 K, ¿cuál será el volumen del gas?

    b. ¿Y cuál será el volumen si la temperatura es 330 K?

    c. ¿A qué temperatura debe estar el gas si ocupa un volumen de 70 ℓ?

    d. Traza un gráfico del volumen (V) en función de la temperatura (T), para este caso.

Describe cualitativa y cuantitativamente variables asociadas a eventos físicos relacionados con gases.
Analiza las variables presión, volumen y temperatura en problemas sobre gases.
Resuelve problemas sobre teoría cinética de los gases y gases ideales.
Pone en común la solución de los ejercicios y problemas propuestos.

Primera ley de la termodinámica y procesos termodinámicos

TEMA 2

ESTÁNDAR E

Analiza y explica el comportamiento de sistemas sometidos a procesos termodinámicos, en términos de la primera ley de la termodinámica.

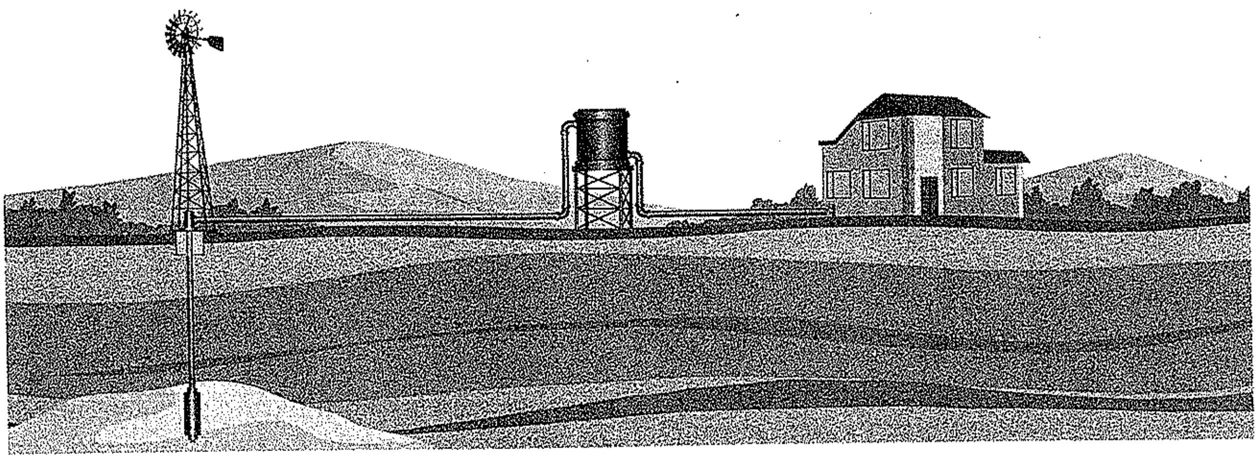


Fig. 8.7 Para mover la bomba de agua, el molino trasforma la energía eólica del viento en energía cinética.

A continuación, vamos a expresar, de otra manera, el principio de conservación de la energía. Analizaremos los denominados procesos termodinámicos para gases ideales, lo que significa que nos ocuparemos de los intercambios de energía que puedan presentarse en este tipo de sistemas.

Ya sabemos que es posible realizar intercambios de energía: en un lanzamiento vertical, la energía cinética se trasforma en energía potencial en la máxima altura y la fuerza gravitacional realiza trabajo sobre el objeto lanzado. Cuando ingerimos nuestros alimentos, la energía química que estos nos suministran se trasforma, en nuestro organismo, en energía cinética al desplazarnos de un sitio a otro. Cuando colocamos una pila en un carrito, este puede moverse trasformando la energía química de la pila en energía cinética.

Cuando vemos un barco de vela, la energía eólica se trasforma en energía cinética y, además, se produce trabajo al desplazarlo. La energía eólica también se utiliza en molinos, donde el eje que gira se conecta para bombear agua o para triturar granos y, en ocasiones, se emplea para generar electricidad.

Primera ley de la termodinámica

La primera ley de la termodinámica trata sobre la conservación de la energía. Antes de enunciarla, debemos estudiar qué es un sistema y su entorno y, en particular, nos interesamos por las trasformaciones de energía calorífica en energía interna y el trabajo asociado a estas trasformaciones.

Consideramos un **sistema** como el objeto o cuerpo de nuestro interés y su **entorno** como el universo o conjunto de objetos que están a su alrededor.

Es posible que un sistema varíe su energía interna por:

- aplicación de calor Q en virtud de una diferencia de temperatura.
- Realizando trabajo W. Esto se presenta cuando ocurre un desplazamiento por aplicación de una fuerza.

Logros: comprender y aplicar la primera ley de la termodinámica a diversas situaciones. Identificar e interpretar los procesos termodinámicos para gases ideales.

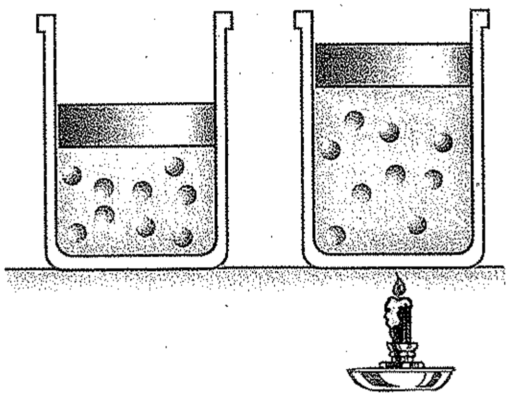


Fig. 8.8 Al suministrar calor al gas, este se dilata.

Si suministramos calor al gas confinado en el recipiente como muestra la figura 8.8, las moléculas que lo conforman se moverán más rápido, lo cual incrementa su temperatura.

Al medir el calor Q añadido al sistema y el trabajo W realizado sobre éste, se determina que su energía interna varía.

Por convención, cuando el trabajo se ejerce sobre el sistema, lo escribimos con signo negativo $-W$; cuando el trabajo W lo ejerce el sistema sobre su entorno, lo tomamos con signo positivo.

Asimismo, cuando el sistema absorbe calor Q, lo expresamos con signo positivo y si cede calor al medio, con signo negativo $-Q$.

En consecuencia, la primera ley de la termodinámica podemos enunciarla así:

el calor Q absorbido por un sistema menos el trabajo W ejercido sobre este es igual a la variación de la energía interna ΔU del sistema.

Matemáticamente la expresamos como:

$$Q - W = \Delta U \qquad 8.18$$

donde ΔU se refiere a la variación de la energía interna del sistema, que corresponde a las energías cinética y potencial de las partículas que conforman el gas. Al asociar este término con la energía cinética de las partículas, debemos pensar que se relaciona con la temperatura del gas medida en la escala Kelvin. ¿Por qué?

Trabajo y su relación con gases

Para calcular el trabajo realizado por el sistema (el gas) sobre el entorno o el trabajo ejercido sobre el sistema, supongamos un gas dentro de un recipiente provisto de un pistón, como el de la figura 8.9 a.

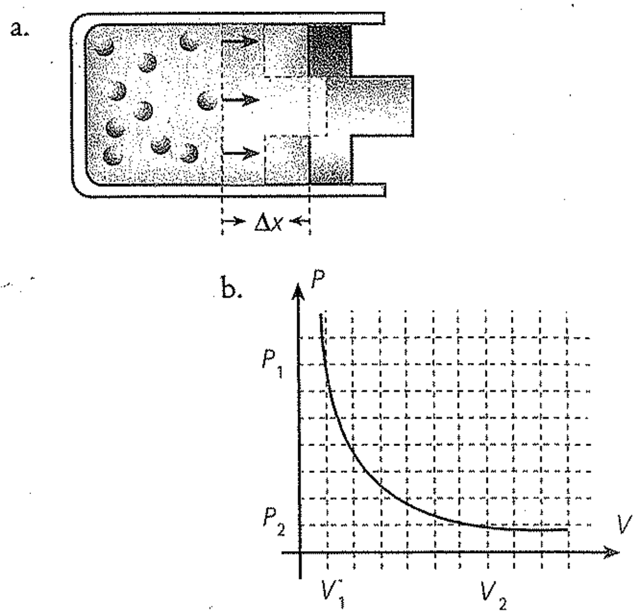


Fig. 8.9 a. El gas, al expandirse, realiza trabajo. b. Gráfico de presión en función del volumen.

Asumimos que entre las paredes del recipiente y el pistón no existe rozamiento, luego las moléculas del gas golpean de manera continua, ejerciendo una fuerza neta y constante F_x sobre éste. El pistón, entonces, se desplaza un Δx.

Sabemos que el trabajo para una fuerza constante es:

$$W = F_x \Delta x$$

Luego la fuerza la expresamos en términos de la presión P y del área trasversal del pistón A:

$$F_x = PA$$

Remplazando F_x en la ecuación del trabajo W se tiene:

$$W = PA\Delta x$$

donde $A\Delta x$ corresponde al incremento de volumen del gas ΔV.

Entonces, el trabajo podemos expresarlo en función de la variación del volumen del gas:

$$W = P\Delta V \qquad 8.19$$

La ecuación 8.19 nos permite determinar el trabajo realizado por el gas cuando su volumen varía. En la figura 8.9 b. ilustramos el gráfico de la presión P en función del volumen V. Si observamos atentamente, concluiremos que el trabajo corresponde al área bajo la curva de presión en función del volumen.

Cuando el gas se expande su volumen V aumenta y este realiza trabajo sobre el entorno, luego el trabajo tiene signo positivo. Cuando el gas se comprime su volumen V disminuye, produciéndose trabajo sobre el gas y su signo es negativo, ya que el volumen final es menor que el inicial.

A veces utilizamos un factor de conversión de $\ell \cdot$ atm a julios:

$$1\,\ell \cdot \text{atm} = 10^3\,\text{m}^3\,(101{,}3 \times 10^{-3})\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 101{,}3\ \text{J} \quad 8.20$$

Ejemplo

Un gas tiene un volumen inicial de 25 ℓ y una presión de 1,8 atm. La temperatura del gas se incrementa a presión constante hasta que su volumen es 48 ℓ. Hallemos el trabajo realizado por el gas.

Solución

En la figura 8.10 vemos el gráfico de presión en función del volumen para los datos del ejemplo.

Para establecer el trabajo calculamos el área del rectángulo:

$$W = P\Delta V = 1{,}8\ \text{atm}\,(48 - 25)\,\ell = 41{,}4\ \text{atm}\,\ell$$

Para expresar la respuesta en el SI utilizamos el factor de conversión dado en 8.20.

$$41{,}4\,\text{atm}\ \ell = 41{,}4\,\text{atm}\,\ell(101{,}3)\ \frac{\text{J}}{1\,\ell\,\text{atm}} = 4193{,}8\ \text{J}$$

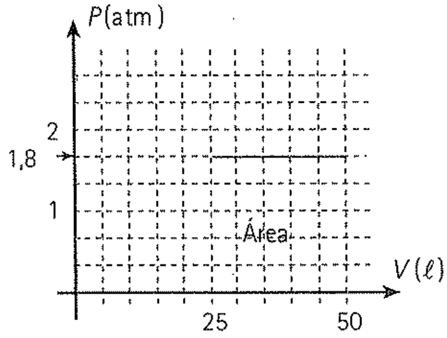


Fig. 8.10 El trabajo corresponde al área en color.

Procesos termodinámicos

Por *proceso termodinámico* entendemos los cambios que experimenta un gas en un estado inicial de presión, volumen y/o temperatura, al pasar a otro estado posterior con otros posibles valores de estas variables macroscópicas.

Los gases pueden someterse a varios tipos de procesos.

Proceso adiabático

En este caso el sistema está totalmente aislado de su entorno y *no se presenta trasferencia de calor entre el sistema y su entorno*, esto es: $Q = 0$.

Una buena aproximación de un sistema adiabático es el termo casero, en el que el café permanece a una temperatura superior a la ambiente.

Vimos que la primera ley de la termodinámica se expresa como:

$$Q - W = \Delta U$$

Entonces, para un proceso adiabático tenemos:

$$\Delta U = -W \quad 8.21$$

Esto significa que toda la energía interna del sistema es igual al trabajo realizado sobre éste.

El gráfico de la figura 8.11 es el resultado de la presión en función del volumen para un proceso adiabático. En esta figura notamos que la presión, el volumen y la temperatura varían al pasar el gas de un estado inicial a uno final.

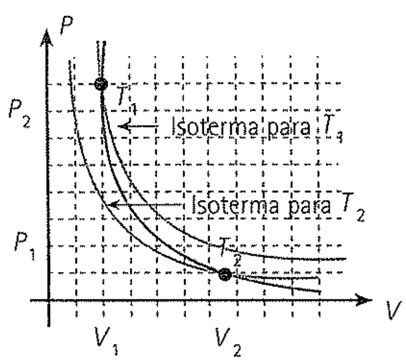


Fig. 8.11 Gráfico de presión en función del volumen para un proceso adiabático.

Proceso isobárico

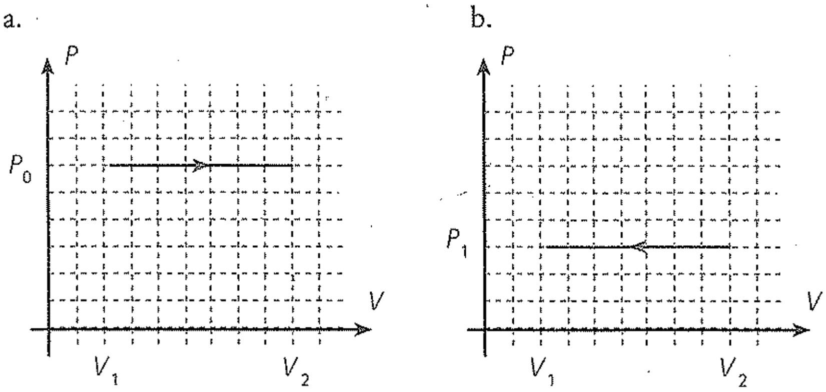


Fig. 8.12 En el proceso isobárico la presión no varía.

Este es un proceso a presión P constante. En la figura 8.12 ilustramos los gráficos de presión en función del volumen para este proceso. En la figura 8.12 a. mostramos una expansión a presión constante y en la figura 8.12 b., una compresión a presión constante.

De acuerdo con la figura 8.12 a., nos damos cuenta que el trabajo para un proceso isobárico resulta igual al de la expresión 8.19:

$$W = P\Delta V$$

Por la primera ley de la termodinámica tenemos:

$$\Delta U = Q - P\Delta V \qquad 8.22$$

Ejemplo

¿De qué manera es posible lograr un proceso a presión constante (isobárico) para un gas ideal?

Solución

Este proceso puede presentarse de dos formas: al suministrarle calor al gas como se ve en la figura 8.13 a., este incrementa su temperatura y su volumen aumenta; vemos, entonces, que en la expansión el trabajo hecho por el gas es diferente de cero. En forma análoga, cuando la temperatura del gas disminuye debido a que se permite el contacto térmico entre las paredes del recipiente que contienen el gas con los trozos de hielo y agua, como se aprecia en la figura 8.13 b., entonces el gas se comprime; en este caso, el medio externo realiza trabajo sobre el gas.

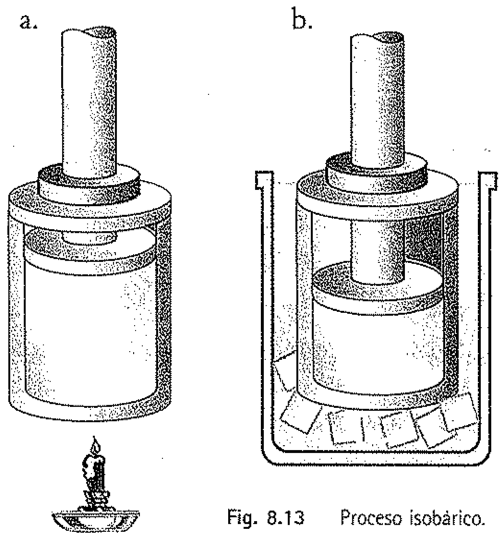


Fig. 8.13 Proceso isobárico.

Proceso isotérmico

En este proceso la temperatura T permanece constante, y la presión y el volumen varían.

Asimismo, al no presentarse variación de temperatura y de acuerdo con la interpretación molecular de la misma, la variación de energía interna es igual a cero: $\Delta U = 0$, por tanto, la energía interna se mantiene constante.

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica:

$$Q - W = \Delta U$$

entonces, para un proceso isotérmico:

$$Q = W \qquad 8.23$$

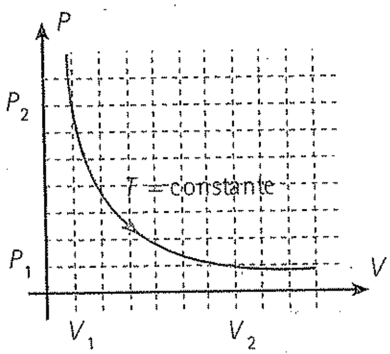


Fig. 8.14 En el proceso isotérmico la temperatura no varía.

En este proceso, el calor suministrado al sistema es igual al trabajo realizado. De acuerdo con la ecuación de estado para gases ideales $PV = nRT$, podemos trazar la gráfica de este proceso si la temperatura T se mantiene constante.

Proceso isocoro

En este proceso el volumen V permanece constante, y sólo varían la presión P y la temperatura T; también recibe el nombre de proceso *isométrico*.

De acuerdo con la expresión 8.19, en este proceso el trabajo es nulo.

$$W = P\Delta V = 0 \qquad 8.24$$

Por la primera ley de la termodinámica, para un proceso isocoro tenemos:

$$Q = \Delta U \qquad 8.25$$

Esto significa que el calor suministrado al sistema se trasforma en su totalidad en variación de energía interna.

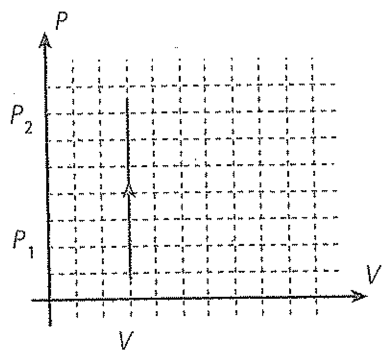


Fig. 8.15 En el proceso isocoro el volumen se mantiene constante.

Ejemplo

Experimentalmente, ¿cómo debe ser la situación para obtener un proceso isocoro?

Solución

Como el volumen debe mantenerse constante, utilizamos un gas confinado en un recipiente sellado, como muestra la figura 8.16.

Tenemos entonces dos opciones:

de acuerdo con la primera ley de la termodinámica para este proceso (expresión 8.25), sabemos que el calor suministrado al sistema o cedido por este se trasforma todo en la variación de la energía interna.

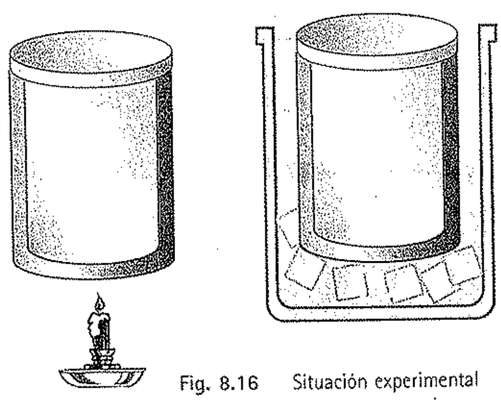


Fig. 8.16 Situación experimental para un proceso isocoro.

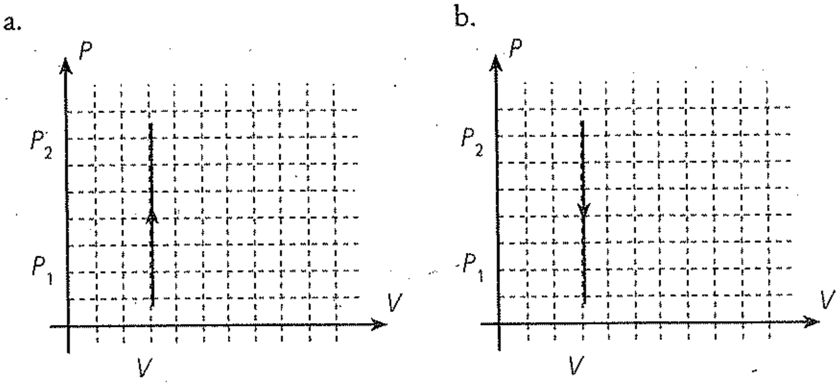


Fig. 8.17 Gráficos de presión en función del volumen.

En el gráfico de la figura 8.17 a. representamos la situación cuando suministramos calor al gas, lo que genera un aumento en la presión, pero siempre con el mismo volumen.

En el gráfico de la figura 8.17 b. representamos la situación cuando ubicamos el sistema completo en un recipiente que contiene trozos de hielo con agua. En este caso, la presión va a disminuir y el volumen va a permanecer siempre el mismo.

Ejemplo

Un mol de gas ideal se somete al proceso exhibido en el diagrama de presión en función del volumen ilustrado en la figura 8.18.

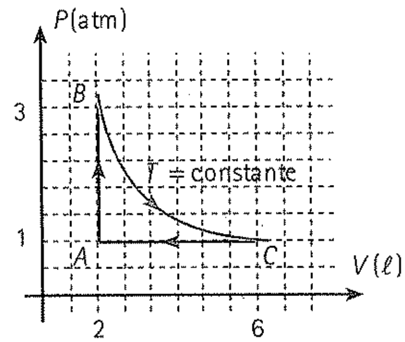


Fig. 8.18 Proceso para un gas ideal.

Entre A y B el proceso es con volumen constante aumentando la presión (isocoro); entre B y C el gas se expande de manera isoterma con temperatura constante, disminuyendo su presión y aumentando el volumen; finalmente, entre C y A se comprime de manera isobárica, disminuyendo su volumen.

Hallemos:

a. el trabajo entre A y B; entre C y A.

b. La temperatura en A, B y C.

Solución

a. Como entre A y B es un proceso con volumen constante, para determinar el trabajo aplicamos la expresión 8.19:

$$W_{A\to B} = P\Delta V = 0$$

Para determinar el trabajo entre C y A tenemos en cuenta que es un proceso a presión constante y aplicamos la expresión 8.19:

$$W_{C\to A} = P\Delta V = 1\text{atm}(2\ell - 6\ell)$$

$$W_{C\to A} = -4\,\text{atm}\,\ell = -4(101{,}3\text{ J}) = -405{,}2\text{ J}$$

El signo negativo significa que entre C y A el trabajo se realiza sobre el sistema.

b. Para calcular la temperatura en A aplicamos la ley de los gases ideales. Para este punto:

$$PV = nRT$$

Despejamos la temperatura y remplazamos por los valores numéricos:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{1\,\text{atm}(2\ell)}{1\,\text{mol}\left(0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}\right)} = 24{,}4\ \text{K}$$

Las temperaturas en B y en C las determinamos de la misma forma:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{3\,\text{atm}(2\ell)}{1\,\text{mol}\left(0{,}082\ \frac{\ell\text{atm}}{\text{mol K}}\right)} = 73{,}17\ \text{K}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{1\,\text{atm}(6\ell)}{1\,\text{mol}\left(0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}\right)} = 73{,}17\ \text{K}$$

Ya sabíamos que las temperaturas en B y en C son iguales porque este proceso es a temperatura constante.

Ejemplo

3 moles de un gas ideal se someten al proceso ilustrado en la figura 8.19.

a. Determinemos el tipo de proceso entre los puntos: 1 a 2; 2 a 3; 3 a 4 y 4 a 1.

b. Hallemos el volumen del gas en los puntos 1 y 3; la presión en el punto 2.

c. El trabajo en cada uno de los estados mostrados.

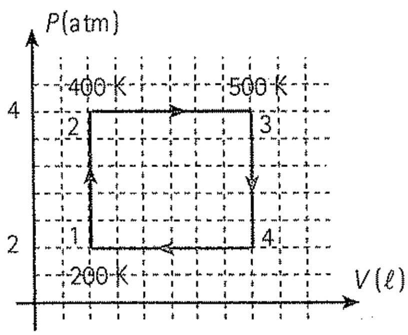


Fig. 8.19 Gráfico de presión en función del volumen.

Solución

a. Entre los puntos 1 y 2 el proceso es isocoro con volumen constante; entre 2 y 3 el proceso es isobárico; entre 3 y 4 el proceso es isocoro y entre 4 y 1 el proceso es isobárico.

b. Para determinar el volumen y la presión en los puntos indicados aplicamos la ley de los gases ideales:

$$PV = nRT$$

Despejando el volumen para el punto 1, encontramos:

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{3\,\text{moles}\left(0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}\right)200\ \text{K}}{2\,\text{atm}}$$

$V_1 = 24{,}6\,\ell$

Ahora la presión en el punto 2 es:

$$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{3 \text{ moles}\left(0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}\right)400\text{ K}}{24{,}6\,\ell}$$

$P_2 = 4\text{ atm}$

El volumen en el punto 3 es:

$$V_3 = \frac{nRT_3}{P_3} = \frac{3 \text{ moles}\left(0{,}082\ \frac{\ell\,\text{atm}}{\text{mol K}}\right)500\text{ K}}{4\text{ atm}}$$

$V_3 = 30{,}8\,\ell$

c. $W_{1\to2} = W_{3\to4} = 0$, porque en estos dos procesos $\Delta V = 0$.

Para determinar el trabajo en los procesos isobáricos aplicamos la expresión 8.19:

$$\begin{aligned} W_{2\to3} &= P\Delta V = 4\text{ atm}\,(30{,}8 - 24{,}6)\,\ell \\ &= 24{,}8\text{ atm}\,\ell = 2512{,}2\text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{4\to1} &= P\Delta V = 2\text{ atm}\,(24{,}6 - 30{,}8)\,\ell \\ &= -12{,}4\text{ atm}\,\ell = -1256{,}1\text{ J} \end{aligned}$$

El trabajo de 4 a 1 es negativo porque se presenta una compresión del gas.

El trabajo neto es:

$$W_{neto} = 2512{,}2\text{ J} - 1256{,}1\text{ J} = 1256{,}1\text{ J}$$

Ejemplo

De acuerdo con el ejemplo anterior, analicemos el proceso completo con relación a la primera ley de la termodinámica.

Solución

Entre 1 y 2 y entre 3 y 4 los procesos son a volumen constante, es decir, son isocoros, en consecuencia, el trabajo es igual a cero; por tanto, con base en lo anterior y de acuerdo con la primera ley de la termodinámica: $Q = \Delta U$.

Entre 2 y 3 y entre 4 y 1 los procesos son a presión constante, es decir, son isobáricos; luego con base en la primera ley de la termodinámica, los tres términos son diferentes de cero: $Q - W = \Delta U$.

TALLER DE COMPETENCIAS 2

1. ¿Por qué la primera ley de la termodinámica se refiere a la ley de conservación de la energía?

2. Para un gas ideal, ¿podemos determinar el trabajo calculando el área bajo la curva de presión como función de la temperatura medida en Kelvin? Razona tu respuesta.

3. ¿Cuando un gas incrementa su volumen es porque la presión también aumenta? Compara tu respuesta.

4. En el proceso isobárico, ¿el volumen permanece constante? Razona tu respuesta.

5. En el proceso isotérmico, al mantenerse la temperatura constante, ¿podemos afirmar de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, que todo el calor suministrado al sistema se trasforma en trabajo realizado? Compara tu respuesta.

6. Un gas es sometido a un proceso, de manera que su volumen y presión iniciales son 30 ℓ y 5 atm. La presión se mantiene constante y el volumen se varía hasta que se reduce a la sexta parte del inicial.

   a. Realiza la gráfica de la presión como función del volumen para este problema.

   b. Determina el trabajo realizado sobre el gas.

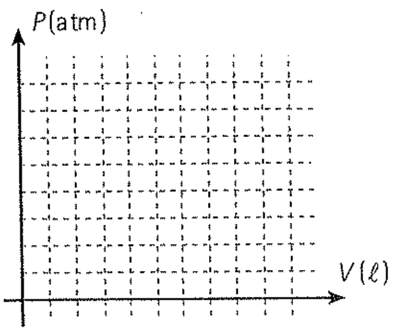


Fig. 8.20

7. Un mol de un gas ideal se somete a un proceso isotérmico; inicialmente, su presión es 4,5 atm y su volumen, 8 ℓ. Finalmente, la presión del gas es 2,3 atm. Determina:

   a. el volumen final del gas.

   b. La temperatura del proceso.

   c. Traza la gráfica de la presión en función del volumen.

8. Dos moles de un gas ideal se someten al proceso que muestra el gráfico de presión en función del volumen, de la figura 8.21.

   a. Identifica el proceso entre A y D; entre D y C; entre C y B y entre B y A.

   b. ¿En cuáles procesos el trabajo es igual a cero? ¿En cuáles es diferente de cero?

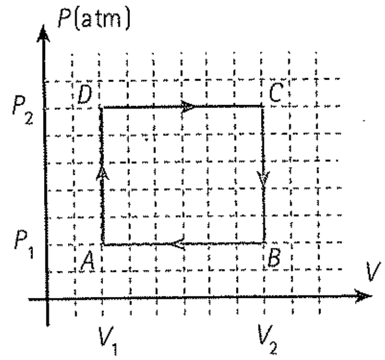


Fig. 8.21

9. Un gas ideal se somete al siguiente proceso: inicialmente tiene un volumen de 2 ℓ y una presión de 2 atm; se incrementa su volumen a presión constante hasta alcanzar 8 ℓ; luego, se aumenta la presión hasta un valor de 6 atm a volumen constante; después, se disminuye su volumen hasta 2 ℓ a presión constante y, finalmente, se reduce la presión hasta el valor original.

   a. Realiza la gráfica de la presión en función del volumen para este proceso.

   b. Determina el trabajo neto en el proceso.

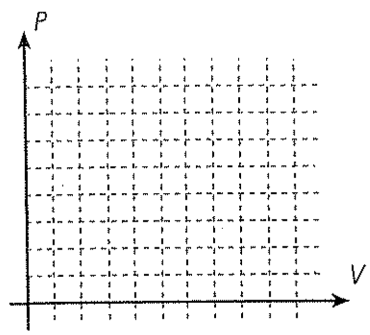


Fig. 8.22

10. Con relación al problema anterior, analiza cada proceso de acuerdo con la primera ley de la termodinámica.

Describe procesos físicos aplicando la primera ley de la termodinámica.
Analiza y relaciona variables en procesos térmicos.
Resuelve problemas relacionados con la primera ley de la termodinámica y procesos térmicos.
Pone en común la solución de los ejercicios y problemas propuestos.

Segunda ley de la termodinámica y entropía

TEMA 3

Describe la segunda ley de la termodinámica y el concepto de entropía.

Segunda ley de la termodinámica

La segunda ley de la termodinámica involucra procesos en la naturaleza que denominamos espontáneos: cuando dejamos caer un objeto, la energía potencial inicial se trasforma en energía cinética en el momento del choque contra el suelo. Sin embargo, no esperamos a que el objeto se eleve espontáneamente hasta llegar a su altura inicial mientras se enfría a causa del calor absorbido por la colisión.

Al arrastrar una caja sobre un piso áspero, sabemos que por efecto del rozamiento entre las superficies la temperatura de ellas aumenta. Si suspendemos el movimiento, no esperamos a que la caja se devuelva en forma espontánea al lugar donde estaba originalmente, mientras las superficies disminuyen su temperatura.

Si llenamos un pocillo de porcelana que está a temperatura ambiente con leche cuya temperatura es mayor, el calor siempre fluye del objeto –leche– de mayor temperatura al que está a menor temperatura –pocillo–, pues nunca se da el caso contrario.

Los anteriores casos nos indican que todos esos procesos siempre ocurren en una dirección. Asimismo, nosotros nacemos y evolucionamos desde bebés hasta convertirnos en ancianos, pero nunca hemos observado que un anciano se convierta de nuevo en un bebé.

Este tipo de procesos recibe el nombre de *irreversibles*. El concepto de **entropía** se plantea para procesos irreversibles.

En física se estudian algunos procesos ideales reversibles, pero que en la realidad no son posibles. No obstante, su análisis nos permite efectuar predicciones valiosas sobre los procesos irreversibles.

La segunda ley de la termodinámica se enuncia así:

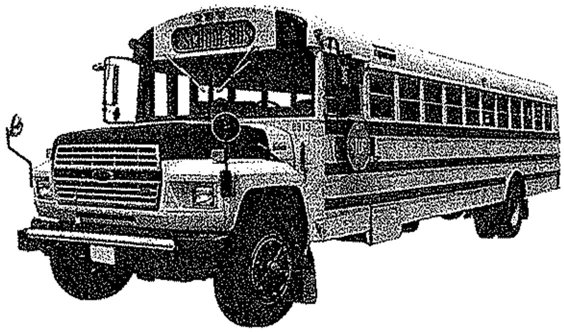


Fig. 8.23 El autobús en el que vamos al colegio es una máquina térmica.

el calor se trasfiere siempre de manera espontánea del objeto de mayor temperatura hacia el objeto que se encuentra a menor temperatura.

El anterior enunciado lo planteó Rudolf E. Clausius (1822-1888), físico y matemático alemán.

Sin embargo, este enunciado es más claro si se analiza desde el punto de vista de la denominada **máquina térmica**.

Máquina térmica

Es todo dispositivo capaz de trasformar energía calorífica en energía mecánica o en trabajo útil, a partir de una diferencia de temperatura, siempre de mayor a menor.

En nuestra cotidianidad observamos máquinas térmicas como autos o trenes; en la figura 8.24 ilustramos el esquema de una máquina térmica.

Podemos ver que no todo el calor suministrado a la máquina se trasforma en trabajo, eso quiere decir que en todo proceso real y cíclico (es decir, en el que el sistema vuelve a su estado inicial) es imposible trasformar toda la energía calorífica en trabajo, sin producir otro efecto.

Logros: comprender y aplicar la segunda ley de la termodinámica a diversas situaciones.

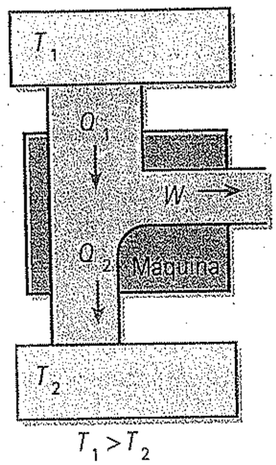


Fig. 8.24 Esquema de una máquina térmica.

Es importante destacar que la máquina térmica es *cíclica*, eso significa que luego de terminar el proceso, este se repite una y otra vez.

El esquema de la máquina térmica nos muestra que el calor de entrada Q_1 debe ser igual al W más el calor de salida Q_2, donde $T_1 > T_2$.

$$Q_1 = W + Q_2 \qquad 8.26$$

Lo anterior quiere decir que en la realidad no se puede tener una máquina térmica que entregue una eficiencia del 100%, pues eso equivaldría a tener una máquina que trasforme toda la energía calórica en trabajo.

Ejemplo

Una máquina térmica produce 3000 J de trabajo útil; si el calor de salida es 1550 J, hallemos el calor de entrada.

Solución

A partir de la expresión 8.26 tenemos:

$$Q_1 = W + Q_2 = 3000\text{ J} + 1550\text{ J} = 4550\text{ J}$$

Eficiencia de la máquina térmica (e)

La eficiencia de una máquina térmica (e) se define como el cociente entre el trabajo realizado W y el calor Q_1 entregado por la fuente a mayor temperatura.

$$e(\text{eficiencia}) = \frac{W}{Q_1} \qquad 8.27$$

Ejemplo

Una máquina térmica tiene una eficiencia $e = 0{,}15$ y produce trabajo útil igual a 1550 J. ¿Qué cantidad de calor entrega la fuente que está a mayor temperatura?

Solución

Con base en la ecuación 8.27 tenemos:

$$0{,}15 = \frac{W}{Q_1} = \frac{1550\text{ J}}{Q_1}$$

Luego: $Q_1 = \dfrac{1550\text{ J}}{0{,}15} = 10\,333{,}3\text{ J}$

Máquina de vapor

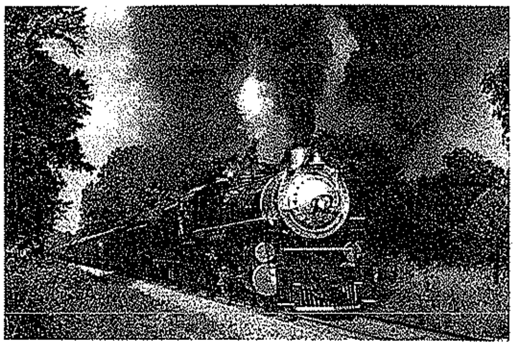


Fig. 8.25 La máquina de vapor permitió grandes avances en la industria, en el siglo XVIII.

Históricamente la máquina de vapor fue la primera máquina térmica práctica, y su desarrollo permitió grandes avances en el trasporte y la industria.

El aprovechamiento de la fuerza del vapor permitió un adelanto importante en la tecnología. Estas máquinas convierten energía calórica en energía mecánica. Hoy día se utilizan para producir energía eléctrica.

La caldera más sencilla es un depósito cerrado que contiene agua y usualmente se calienta con una llama hasta convertir el líquido en vapor, que posteriormente se enfría en un cilindro provisto de un pistón móvil.

Motor de combustión interna

Un ejemplo del motor de combustión interna es el de gasolina que utilizan los autos. En la figura 8.26 ilustramos un esquema simplificado de este tipo de motor, que consta de un cilindro provisto de una válvula para permitir el acceso de combustible, una cámara donde éste se deposita, un pistón que se mueve verticalmente y una biela que gira. Este motor funciona en un ciclo que consiste en:

- **Admisión.** A través de la válvula abierta se deja llegar al cilindro una mezcla de vapor de gasolina y aire, a presión atmosférica. El pistón desciende debido a la presión de la mezcla y la biela describe un movimiento circular.
- **Compresión.** Se cierra la válvula de entrada, la biela continúa girando y hace ascender el pistón.
- **Explosión.** La bujía produce una chispa, esto permite que el combustible comprimido explote y la fuerza generada por esa explosión sobre el pistón hace que este descienda.

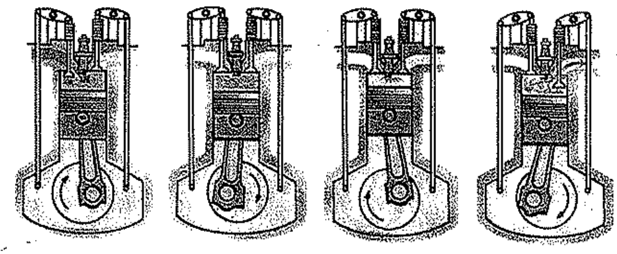


Fig. 8.26 Esquema del funcionamiento del motor de combustión interna.

- **Escape.** Se abre la válvula de escape, los gases salen al exterior y todo el proceso vuelve a iniciarse.

Ciclo de Carnot

Sadi Carnot (1796-1832), físico francés, esbozó un ciclo ideal con el fin de analizar cómo aumentar la eficiencia e de una máquina real.

En la figura 8.27 ilustramos los procesos que se presentan en este ciclo.

- Inicialmente el gas se expande de manera isoterma desde A hasta B, con temperatura T_1, y absorbe calor Q_1.
- Luego se expande adiabáticamente desde B hasta C, variando su temperatura de T_1 a T_2.
- En seguida se comprime de manera isoterma desde C hasta D, con temperatura T_2, cediendo calor Q_2.
- Por último, se comprime adiabáticamente desde D hasta A disminuyendo su temperatura desde T_2 hasta T_1.

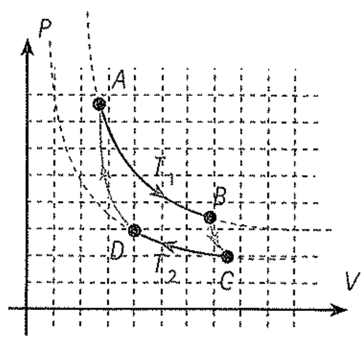


Fig. 8.27 Gráfico de presión en función del volumen para el ciclo de Carnot.

El trabajo neto lo podemos determinar si evaluamos el área encerrada.

En la expansión isoterma el calor suministrado corresponde a Q_1 y el calor de salida es Q_2, el cual corresponde a la compresión isoterma; por consiguiente, el trabajo neto de acuerdo con la expresión 8.26 es:

$$W_{neto} = Q_1 - Q_2 \qquad 8.28$$

En la expansión y compresión adiabática no tenemos calor Q, ya que el sistema se asume aislado.

En este ciclo ideal es imposible trasformar el calor suministrado en trabajo neto.

Eficiencia del ciclo de Carnot

La eficiencia del ciclo de Carnot se expresa en función de las temperaturas alta y baja:

$$e = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad 8.29$$

donde T_1 y T_2 están en escala Kelvin y $T_1 > T_2$.

Ejemplo

Un ciclo de Carnot funciona entre 600 °C y 350 °C. Determinemos su eficiencia.

Solución

Convirtiendo los datos de temperatura a la escala Kelvin y aplicando la expresión 8.29, tenemos:

$$e = \frac{873\text{K} - 623\text{K}}{873\text{K}} = 0{,}28$$

Para obtener la eficiencia en porcentaje multiplicamos por 100, luego para estas temperaturas propuestas la eficiencia es del 28%. Una máquina real presenta una eficiencia menor.

Concluimos que si un ciclo ideal como el de Carnot no presenta una eficiencia del 100%, uno real presentará una eficiencia menor; esto se debe al rozamiento propio de los sistemas y a las turbulencias presentes.

Refrigerador

Es un máquina térmica que funciona en forma inversa a la máquina de vapor. En este sistema se toma calor Q_2 de una fuente a temperatura T_2 (menor), se realiza trabajo mecánico sobre el sistema (el refrigerador) y se expulsa calor Q_1 a una fuente a temperatura T_1 (mayor): $(T_1 > T_2)$.

En el refrigerador casero los cubos de hielo y los alimentos que almacenamos, son la fuente de calor a temperatura baja T_2; el trabajo lo realiza el motor eléctrico y la fuente de calor, que está a una temperatura mayor T_1.

Fig. 8.28 Mamá conserva nuestros alimentos en el refrigerador casero.

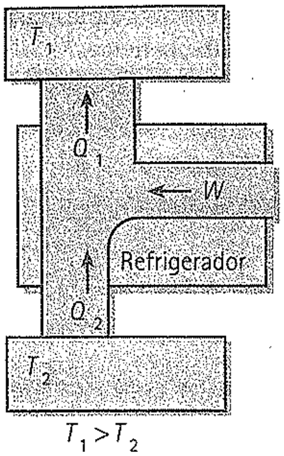


Fig. 8.29 Esquema de un refrigerador.

Entropía

La primera ley de la termodinámica es la conservación de la energía; la segunda ley, la entropía. En el siglo XIX fue propuesta la segunda ley en términos de la entropía, por Rudolf E. Clausius (1822 -1888), físico y matemático alemán.

En términos no muy precisos podemos afirmar que la entropía (S) es una medida del desorden de un sistema.

En la naturaleza se presentan varios procesos irreversibles, muy difíciles de explicar a partir del funcionamiento de la máquina térmica; la entropía permite explicar dichos procesos. Entonces, la entropía se refiere a que *los procesos irreversibles tienen en común que el sistema y sus alrededores evolucionan siempre en dirección a un estado menos organizado.*

Analicemos algunos ejemplos.

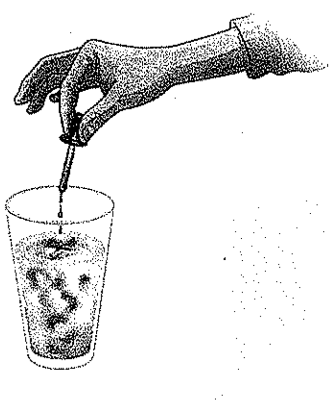


Fig. 8.30 Al mezclar agua y tinta el sistema resultante presenta mayor desorden que cada uno de los componentes por separado.

El proceso de mezclar agua con tinta es irreversible, pues no hay forma de volver a separar la tinta del agua.

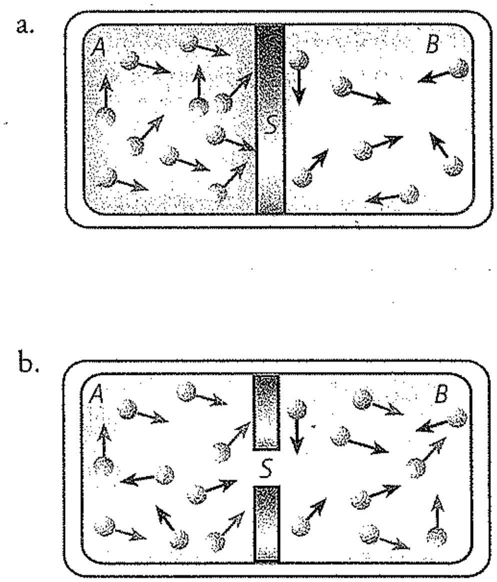


Fig. 8.31 Al abrir la llave, los gases A y B se mezclan.

Al permitir que dos gases A y B se mezclen al abrir la llave S, como muestra la figura 8.31 b., se presenta un proceso irreversible, ya que los gases no recuperan su estado inicial (véase la figura 8.31 a.) de manera espontánea; el sistema resultante presenta, entonces, mucho más desorden que cada gas por separado.

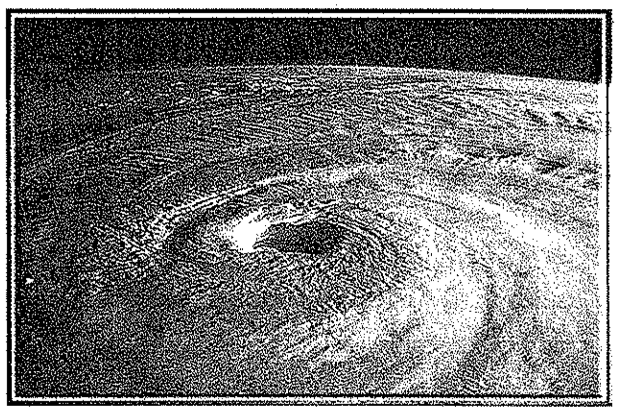


Fig. 8.32 Los tornados son fenómenos naturales que llevan a un estado de mucho desorden los lugares por donde pasan.

TALLER DE COMPETENCIAS 3

1. Cita tres procesos irreversibles de los que ves en tu entorno y explica por qué son de este tipo.

2. Al tocar la superficie exterior de una olla metálica que contiene agua a temperatura en punto de ebullición, sentimos que nos quemamos. ¿Eso significa que le hemos trasferido calor a la olla con nuestras manos? Justifica.

3. Un automóvil es un ejemplo de una máquina térmica. ¿Cómo podemos entender esto? Compara tu respuesta.

4. En el ciclo de Carnot, ¿uno de los procesos es a volumen constante? Razona tu respuesta.

5. ¿La eficiencia de un ciclo de Carnot es menor que la de una máquina real? Razona tu respuesta.

6. ¿El concepto de entropía afirma que todos los sistemas tienden, de manera natural, de un estado de desorden a uno de perfecta organización? Razona tu respuesta y compara a partir de un ejemplo.

7. En un ciclo de Carnot, ¿la temperatura en la expansión isotérmica aumenta? Razona tu respuesta.

8. Una máquina térmica como la de la figura 8.33 produce trabajo útil igual a 890 J. Si el calor de entrada de la máquina es 1500 J, ¿qué cantidad de calor sale de ella?

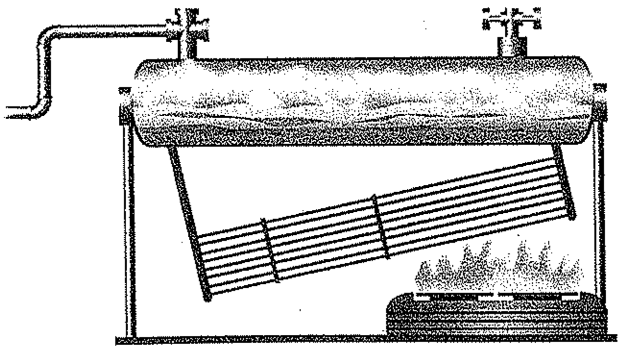


Fig. 8.33

9. Una máquina térmica presenta un calor de entrada igual a 790 J y uno de salida de 500 J. ¿Qué cantidad de trabajo útil presenta esta máquina?

10. Un ciclo de Carnot trabaja entre 550 °C y 150 °C. Calcula la eficiencia de este ciclo.

11. Relaciona cada uno de los eventos citados con el proceso correcto.

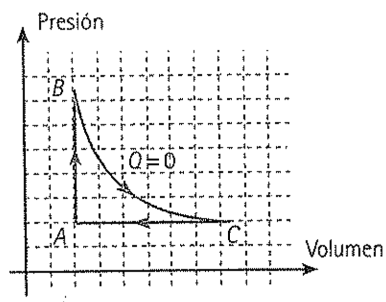
Evento	Proceso
Tiempo de vida de un insecto.	• Reversible
Dirección del movimiento de las manecillas del reloj.	• Irreversible
 Fig. 8.34	
Ciclo de Carnot.	

Tabla 8.1

12. ¿Cuáles de los eventos del ejercicio anterior se relacionan con la primera ley de la termodinámica y cuáles con la segunda? Razona tu respuesta.

13. La eficiencia de un motor es del 20%. Si el calor de entrada que se suministra al motor es 100 °C, ¿cuál es el valor del trabajo producido?

14. Determina la temperatura alta en un ciclo de Carnot con eficiencia e = 32%, si la temperatura baja es 800 K.

- Describe un evento físico asociado con las leyes de la termodinámica.
- Analiza las variables en una situación física y construye gráficos asociados a esta.
- Resuelve problemas relacionados con las leyes de la termodinámica.
- Pone en común la solución de los ejercicios y problemas propuestos.

ESTÁNDARES DE EVALUACIÓN

A continuación aparecen los indicadores de logro. Marco ✔ en la columna de la **S** si el logro está superado o ✘ en la columna de **PS** si está en proceso.

S	PS	
		Describo el comportamiento de los gases a partir del modelo de gas ideal.
		Aplico las leyes de los gases ideales en la solución de problemas.
		Comprendo y aplico la primera ley de la termodinámica a diversas situaciones.
		Identifico e interpreto los procesos termodinámicos para gases ideales.
		Comprendo y aplico la segunda ley de la termodinámica a diversas situaciones.

Con los siguientes ejercicios afianzo los indicadores de logro que he superado y refuerzo aquellos que están por superar.

1. Responde falso (F) o verdadero (V) y justifica tu respuesta.

a. Los gases son fácilmente compresibles.

b. Conociendo el número de moles y el número de Avogadro, puedo determinar el número de moléculas de un gas confinado en un recipiente.

c. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, en el proceso adiabático el calor se trasforma en su totalidad en trabajo.

d. En el proceso isobárico la presión se mantiene constante.

e. La vida de un insecto es un proceso reversible.

f. Es posible convertir todo el calor suministrado a un sistema en trabajo útil.

Resuelvo problemas

2. Un gas confinado en un recipiente presenta una temperatura de 700 °C. La energía cinética promedio de sus moléculas es: _____ J.

3. Un gas tiene un volumen inicial de 2 ℓ y una presión inicial de 5 atm. Si el volumen final, después de cierto proceso, es 4 ℓ, la presión final en atmósferas es: _______ .

4. Un gas confinado en un recipiente presenta inicialmente un volumen de 5 ℓ, una presión de 4,3 atm y una temperatura inicial de 230 °C. Luego de cierto proceso la temperatura del gas se incrementa hasta 450 °C y su volumen disminuye a la mitad del valor original.

a. La presión final del gas es _______ .

b. El número de moles confinado en el recipiente es ______ .

5. 2 moles de un gas ideal son sometidos al siguiente proceso:

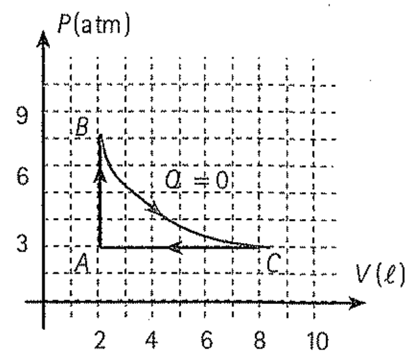


Fig. 8.35

a. Entre A y B el proceso es __________ ; entre B y C el proceso es ______ y entre C y A el proceso es _________ .

b. El trabajo entre A y B es _______ , y entre C y A es ________ .

6. Una máquina térmica presenta un calor de entrada de 560 J y realiza un trabajo útil de 260 J. La eficiencia de esta máquina es ____ .

7. Un ciclo de Carnot trabaja entre 350 °C y 200 °C. Su eficiencia en porcentaje es ______ .

8. Un gas ideal se somete a un proceso de expansión de manera que su temperatura se mantiene constante. En el estado inicial la presión y el volumen son respectivamente P_1, V_1; en su estado final la presión y el volumen son P_2, V_2. Representa en los gráficos la presión como función de volumen, presión como función de temperatura y volumen como función de temperatura.

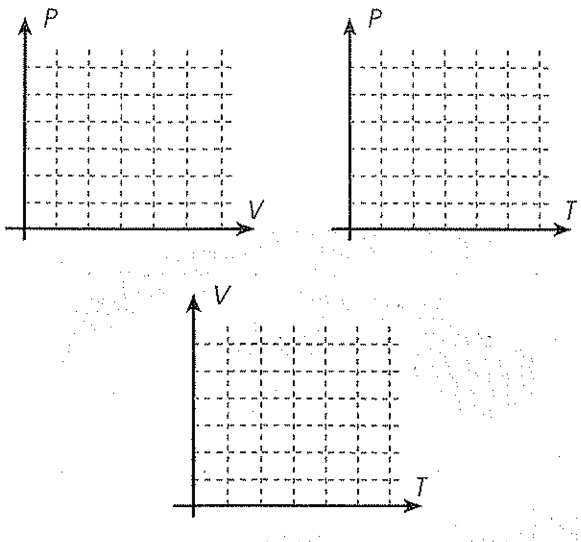


Fig. 8.36

9. Un mol de un gas ideal se somete al siguiente proceso: inicialmente tiene un volumen de 2 ℓ y una presión de 1 atm (A); luego, aumenta su presión hasta 7 atm a volumen constante (B); en seguida se expande de manera isotérmica, hasta alcanzar un volumen de 4 ℓ (C) y, por último, se comprime hasta el volumen y presión iniciales. Traza el gráfico que describe este proceso.

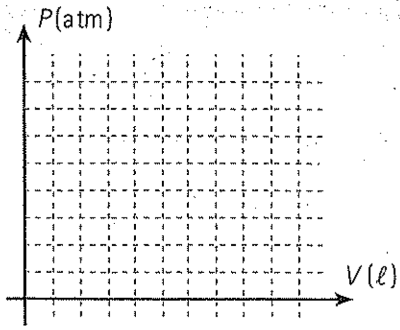


Fig. 8.37

10. Para el problema anterior:

a. el trabajo entre A y B es _____ , y entre C y A es _________ .

b. La temperatura en A es ________ °C, en B es ______ °C y en C es ________ °C.

11. Una máquina con una eficiencia del 20% realiza un trabajo de 100 J.

a. ¿Cuánto calor absorbe?

b. ¿Cuánto calor devuelve?

12. Una máquina absorbe 300 J de calor y realiza un trabajo de 100 J.

a. ¿Cuál es su eficiencia?

b. ¿Cuánto calor cede?

13. Una máquina absorbe 100 J de calor y cede 60 J. ¿Cuál es su eficiencia?

14. Investiga y debate con tus compañeros o compañeras sobre la entropía.

15. Un cilindro que contiene 1,5 moles de helio a 0 °C y 1 atm se somete al siguiente proceso: se calienta a presión constante hasta que duplica su volumen; se enfría a volumen constante hasta 0 °C y, por último, se comprime isotérmicamente hasta una presión de 1 atm.

a. Traza un diagrama PV del ciclo, dando los valores de P, V y T al inicio de cada proceso.

b. Halla el trabajo neto.

TRABAJO EXPERIMENTAL

Estándar procedimental. Plantea y realiza experimentos en los cuales controla variables, compara los resultados obtenidos con los que predice la teoría, explica las posibles discrepancias, identifica las fuentes de error y limitaciones del diseño, y representa los datos en diferentes formas.

Máquina térmica

Objetivo

Construir una máquina térmica.

Materiales

Un barco plástico de juguete.

Un platón con agua.

Una vela.

Fósforos.

Un tubo pequeño de metal, con tapa.

Procedimiento

1. Abre en la tapa del tubo metálico un orificio, cuidando de no dañarla; luego, llénalo con agua y colócale la tapa.
2. Coloca dentro del barco la vela, como vemos en la figura 8.38; después, con un alambre, sujeta el tubo y posteriormente enciende la vela.
3. Ubica el barco dentro del platón y espera hasta que del tubo empiece a salir vapor de agua; ¿qué ocurre?

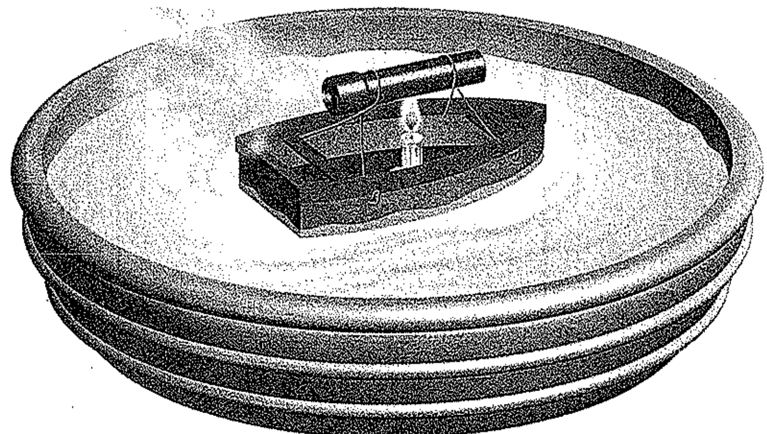


Fig. 8.38

Análisis

1. Explica por qué el barco se comporta como una máquina térmica.
2. ¿Es importante la variación de temperatura dentro del tubo metálico? Explica.
3. ¿En este experimento se realiza trabajo? Explica.
4. Puedes proponer otro diseño para construir la máquina térmica; discútelo con tu profesor o profesora y compañeros o compañeras.

Ingenio físico

Estándar procedimental. Elabora textos acerca de situaciones problema, plantea soluciones que justifica por medio de evidencias teóricas y experimentales.

Necesitas un vaso de cristal, un pedazo de papel, fósforos, agua y un plato.

Vierte agua en el plato hasta una altura aproximada de 5 mm, luego enciende el fósforo y acércalo al papel; cuando esté encendido, introdúcelo en el vaso y, rápidamente, invierte el vaso y colócalo sobre el plato. ¿Qué ocurre?

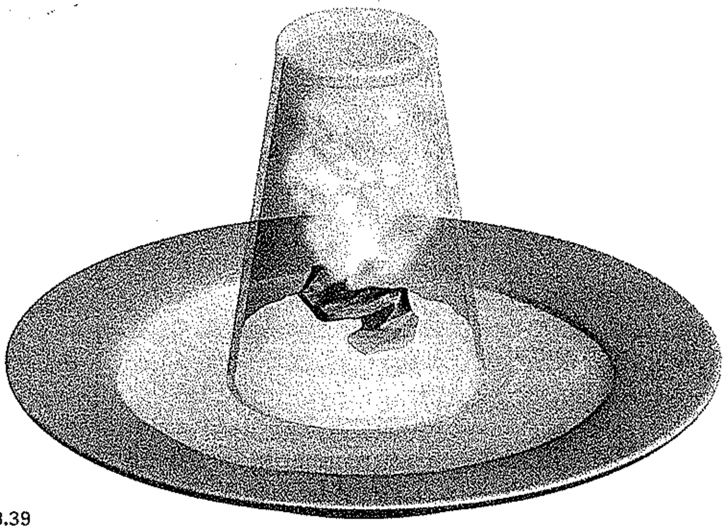


Fig. 8.39

Competencia propositiva

1. Con base en los conceptos estudiados en esta unidad, explica por qué al utilizar una olla a presión el tiempo de cocción de los alimentos disminuye sustancialmente.
2. Supón que tenemos dos globos del mismo tamaño, inflados con igual cantidad de aire, y los ubicamos en los extremos de un palo, como vemos en la figura 8.40; luego, se equilibra la vara en un dedo. ¿Qué crees que ocurre si uno de los globos se pincha con un alfiler?

   a. Se desequilibra el palo.

   b. Queda igual.

   Explica tu elección, realiza la experiencia y discute con tus compañeros o compañeras y profesor o profesora.

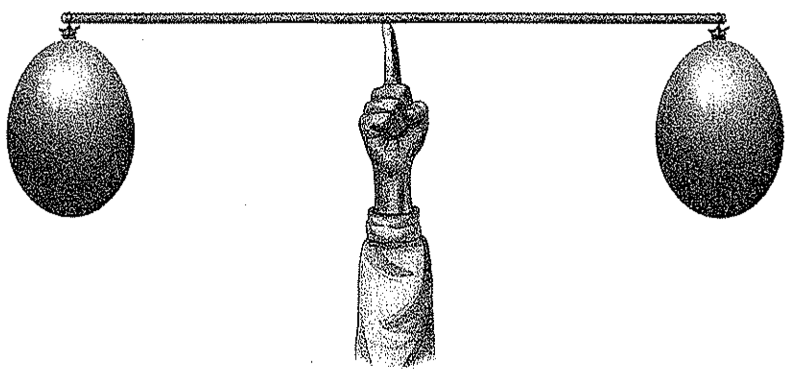


Fig. 8.40

Prueba Icfes

Selecciona entre las opciones sólo una, la que consideres relaciona de manera más estructurada los conceptos estudiados con las condiciones particulares de la situación problema.

1. Un gas ocupa inicialmente un volumen de 4 ℓ y tiene una presión de 1 atm. Si el gas se comprime hasta que su volumen se hace igual a la mitad del original, la presión final:

   a. se duplica.

   b. No varía.

   c. Se triplica.

   d. Se reduce a la mitad.

2. Un gas confinado en un recipiente ocupa un volumen de 10 ℓ, tiene una presión de 8 atm y su temperatura es 78 °C. El número de moléculas del gas es:

   a. 0,27

   b. $1{,}66 \times 10^{22}$

   c. $1{,}68 \times 10^{23}$

   d. 0,027

3. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, en el proceso isobárico:

   a. el trabajo relacionado con este proceso es igual a cero.

   b. El calor suministrado al sistema debe ser igual al trabajo.

   c. La energía interna es igual a cero.

   d. El trabajo, el calor y la energía interna son diferentes de cero.

4. En un proceso isotérmico:

   a. la temperatura y la presión se mantienen constantes.

   b. La temperatura y el volumen varían.

   c. La temperatura permanece constante, pero la presión varía.

   d. La temperatura y el volumen se mantienen constantes.

5. En una máquina térmica:

   a. todo el calor suministrado se convierte en trabajo útil.

   b. El calor de entrada se trasforma una parte en trabajo útil y otra en calor de salida.

   c. La temperatura de la fuente que suministra calor es menor que la temperatura de la fuente que recibe calor.

   d. La temperatura de la fuente que suministra calor es igual a la temperatura de la fuente que recibe calor.

6. La entropía se refiere a:

   a. sistemas irreversibles, como la vida de una planta.

   b. Sistemas reversibles, como la vida de un árbol.

   c. Sistemas irreversibles, como una máquina ideal.

   d. Sistemas reversibles, como cuando mezclamos agua con tinta.

7. 1,3 moles de un gas ideal, dentro de un recipiente, se someten al proceso ilustrado en la figura 8.41. Inicialmente la presión y el volumen son, respectivamente: 3 atm y 2 ℓ. Luego, se determina que el nuevo volumen se ha duplicado.

   La presión y la temperatura en el punto B son respectivamente:

   a. 1,5 y 0,55

   b. 0,75 y 14,07

   c. 1,5 y 56,28

   d. 0,75 y 0,13

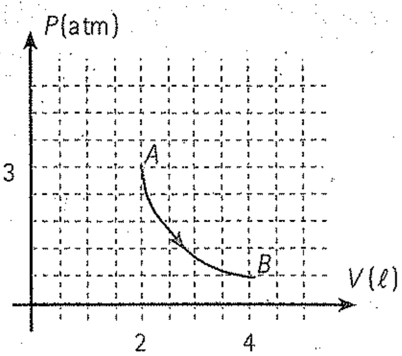


Fig. 8.41

8. Con relación a la figura 8.35:

a. entre A y B el trabajo es igual a cero y la energía interna también es igual a cero.

b. Entre A y B el proceso es isotermo, luego el calor suministrado al sistema es igual a cero.

c. Entre A y B el gas se comprime a presión constante, por tanto, el trabajo debe ser igual a cero.

d. Ninguna de las anteriores.

9. Supón que tenemos un gas confinado en un recipiente con un pistón que puede moverse, como vemos en la figura 8.42. Si el volumen varía desde V_1 hasta V_2:

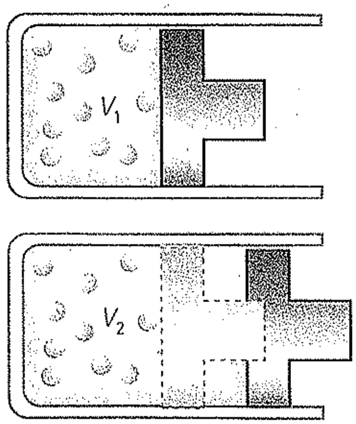


Fig. 8.42

a. el trabajo que realiza el gas sobre el sistema es mayor que cero.

b. El trabajo que efectúa el gas sobre el sistema podemos determinarlo a partir del área bajo la curva de presión como función de la temperatura.

c. El trabajo que realiza el gas sobre el sistema es negativo, porque el gas se expande.

d. El trabajo que lleva a cabo el gas sobre el sistema es igual a cero.

10. Sobre el ciclo de Carnot podemos afirmar:

a. es un modelo ideal de una máquina térmica irreversible.

b. Es un modelo ideal de una máquina térmica reversible.

c. Es un ciclo conformado por dos procesos con volumen constante y dos isotermas.

d. Es un ciclo formado por dos procesos a presión constante y dos adiabáticas.

11. La segunda ley de la termodinámica afirma que:

a. la temperatura siempre se trasmite del sistema de mayor temperatura al sistema de menor temperatura.

b. La temperatura siempre se trasmite del sistema de menor temperatura al de mayor temperatura.

c. Al colocar en contacto térmico dos sistemas con diferente temperatura, cada uno conserva su temperatura, pero su energía interna disminuye.

d. Al ubicar en contacto térmico dos sistemas con diferente temperatura, cada uno mantiene su temperatura, pero su energía interna aumenta.

GLOSARIO

Aceleración centrípeta: aceleración dirigida hacia el centro de una curva.

Aceleración instantánea: límite de la aceleración media cuando el intervalo tiende a cero.

Aceleración media: cambio en el vector velocidad instantánea divido entre el intervalo de tiempo.

Barómetro: instrumento para medir la presión atmosférica.

Calor: energía que se trasfiere de un sistema a otro en virtud de una diferencia de temperatura.

Calor latente de fusión: calor necesario para que una sustancia se funda por unidad de masa.

Calor latente de vaporización: calor necesario para que una sustancia bulla por unidad de masa.

Cantidad escalar: magnitud física que es totalmente descrita mediante un número.

Cantidad de movimiento: vector definido como el producto entre la masa de un cuerpo y su velocidad.

Capacidad calorífica: producto entre el calor específico por la masa del objeto que recibe o entrega calor.

Caudal: producto entre el área de la sección trasversal de la tubería por donde circula un fluido y su rapidez.

Centro de gravedad: punto donde se considera se encuentra concentrado el peso de los cuerpos que constituyen un sistema.

Ciencia: reunión de varias teorías científicas.

Cinemática: parte de la mecánica que describe el movimiento de los objetos.

Colisión elástica: colisión en la que se conserva el momento lineal y la energía cinética.

Colisión inelástica: colisión en la que se conserva el momento lineal, pero no la energía.

Conducción del calor: trasferencia de calor de un cuerpo a otro cuando estos se encuentran en contacto.

Convección: trasferencia de calor en el que se presenta un movimiento real de la materia.

Cuerpo homogéneo: todo cuerpo constituido por un mismo material.

Densidad: masa que posee un cuerpo por unidad de volumen.

Desplazamiento: vector que une dos posiciones sobre la trayectoria de un objeto.

Desplazamiento angular: cambio en la posición angular que se determina como el ángulo barrido por el radio que une el centro de la trayectoria con el objeto.

Diagrama de cuerpo libre: representación vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto.

Dilatación térmica: fenómeno en el que los objetos cambian de tamaño ante cambios de temperatura.

Dinamómetro: instrumento utilizado para medir la intensidad de una fuerza.

Energía cinética: forma de energía asociada a los cuerpos en movimiento.

Energía eólica: energía producida por el viento.

Energía mecánica: en sistemas donde sólo actúan fuerzas conservativas, se define como la suma de la energía potencial y la energía cinética.

Entropía: se refiere a que los procesos irreversibles tienen en común que el sistema y sus alrededores evolucionan siempre en dirección a un estado más organizado.

Fluido: materia en estado líquido o gaseoso.

Flujo: movimiento que hacen las partículas que constituyen un fluido.

Flujo laminar: flujo en el cual en cada pequeña región del fluido las partículas que lo conforman se mueven con velocidad constante.

Flujo turbulento: flujo en el que las partículas que constituyen el fluido llevan un movimiento uniforme.

Frecuencia: número de revoluciones por unidad de tiempo.

Fuerza: interacción entre dos o más objetos capaz de hacer cambiar su estado de reposo o movimiento, y que también puede producir una deformación en estos.

Fuerza centrípeta: fuerza neta que tiene un cuerpo cuando su trayectoria describe un movimiento circular.

Fuerza conservativa: fuerza cuyo trabajo realizado sobre un objeto es independiente de la trayectoria; el trabajo es igual a cero si la trayectoria es cerrada.

Fuerza gravitatoria: atracción que ejerce un cuerpo sobre otro en función de sus masas y de la distancia que los separa.

Fuerza normal: la que ejerce toda superficie sobre una masa que se encuentre sobre ella.

Hidrostática: estudio de los fluidos en reposo.

Impulso: cantidad vectorial definida como el producto entre la fuerza aplicada a un cuerpo por el tiempo durante el cual se aplica dicha fuerza.

Magnitud física: toda propiedad que caracteriza a los cuerpos o a los fenómenos y que puede ser medida.

Manómetro: instrumento utilizado para medir la presión de los gases.

Máquina térmica: dispositivo capaz de trasformar energía calórica en mecánica.

Movimiento: cambio en la coordenada de posición de un objeto para algún sistema de referencia.

Movimiento circular uniforme (MCU): movimiento que realiza un objeto que sigue una trayectoria circular, en el cual la magnitud del vector velocidad lineal se mantiene constante.

Movimiento rectilíneo: movimiento unidimensional cuya trayectoria es una línea recta.

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU): movimiento rectilíneo descrito por un cuerpo, tal que la velocidad instantánea es constante.

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA): movimiento rectilíneo descrito por un cuerpo, tal que la aceleración es constante y de magnitud distinta de cero.

Órbita: trayectoria curva, por lo general cerrada, a lo largo de la cual se desplaza un objeto móvil.

Palanca: cuerpo rígido que gira alrededor de un punto, llamado apoyo o fulcro.

Período: tiempo que emplea un objeto en dar una vuelta o revolución.

Potencia instantánea: límite de la potencia media cuando el intervalo tiende a cero.

Potencia media: variación de trabajo en un intervalo.

Presión: razón entre la componente perpendicular de la fuerza aplicada a una superficie y el área de la misma.

Presión atmosférica: presión que ejercen los gases que conforman la atmósfera terrestre.

Proceso adiabático: proceso termodinámico en el que no hay trasferencia de calor entre el sistema y el entorno.

Proceso isobárico: proceso termodinámico en el que la presión es constante.

Proceso isocoro: proceso termodinámico en el que el volumen es constante.

Proceso isotérmico: proceso termodinámico en el que la temperatura se mantiene constante.

Proceso termodinámico: variaciones que experimenta un gas ante cambios en los valores de sus variables de estado.

Radiación: trasferencia de calor que se propaga como ondas electromagnéticas.

Rapidez: cantidad escalar que defina la magnitud del vector velocidad media.

Temperatura: medida del equilibrio térmico de dos o más cuerpos que se ponen en contacto.

Torque o momento: producto de la distancia perpendicular desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza por la fuerza aplicada.

Trabajo: producto de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento y la magnitud del desplazamiento.

Trayectoria: camino que describe el movimiento que sigue un objeto.

Vector: cantidad que para ser definida necesita de una magnitud y una dirección.

Velocidad angular instantánea: límite de la velocidad angular media cuando el intervalo tiende a cero.

Velocidad angular media: razón entre el desplazamiento angular y el intervalo de tiempo.

Velocidad instantánea: límite de la velocidad media cuando el intervalo tiende a cero.

Velocidad media: es el vector desplazamiento dividido entre el intervalo.

Ventaja mecánica: es el cociente entre la resistencia y la fuerza aplicada cuando la palanca se encuentra en equilibrio.

Viscosidad: resistencia de un fluido al flujo.

ÍNDICE ANALÍTICO

BIBLIOGRAFÍA

SERWAY, Raymond. Física. Tomo 1. Mc Graw Hill, 1997.

TIPLER, Paul A. Física. 3ª ed. Barcelona, Reverté, S. A., 1992.

GAMOW, George. Biografía de la Física. Madrid, Alianza, 1980.

NEWTON, Isaac. Principios matemáticos de la filosofía natural. 2ª ed. Editorial Tecnos, 1997.

HECHT, E. Física en perspectiva. Estados Unidos, Addison-Wesley Iberoamerica. S. A., 1990.

TRINKLEIN Frederick E. Modern Physics. United States of America, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1990.

GIANCOLI, Douglas C. Física General. México, Prentice - Hall Hispanoamericana S. A., 1982.

ROLLER, D. E. y BLUM, R. Física. España, Reverté, S. A., 1983.