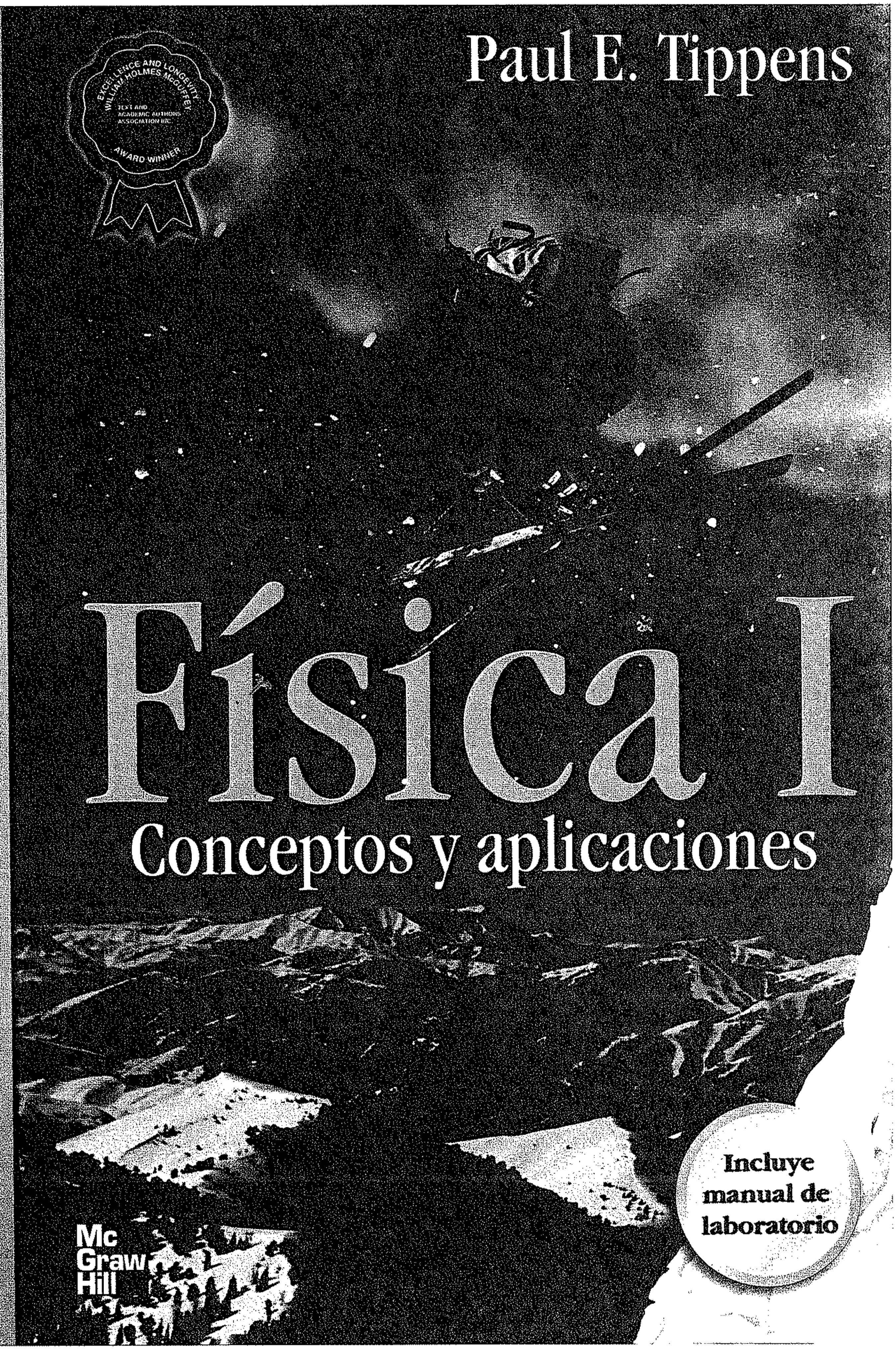
Paul E. Tippens

Física I

Conceptos y aplicaciones



Mc Graw Hill

Física I
Conceptos y aplicaciones

Física I
Conceptos y aplicaciones

Paul E. Tippens

Profesor emérito
Southern Polytechnic State University

Adaptación
Nydia Castro Sánchez
Licenciada en Física y Química de la Universidad Pedagógica Nacional - UPN
Especialista en enseñanza de las ciencias de la Universidad Pedagógica Nacional - UPN
Magíster en Investigación, desarrollo educativo y social. CINDE - UPN

Mc Graw Hill

BOGOTÁ • MÉXICO • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MADRID
NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO • AUCKLAND • LONDRES • MILÁN
MONTREAL • NUEVA DELHI • SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Editora: Lily Solano Arévalo
Manufactura Colombia: Bibiana García
Traducción: Ángel Carlos González Ruiz
Grupo técnico-pedagógico que dio el aval al texto en las dimensiones de contenido, pedagogía, equidad de género y adecuación a la diversidad cultural:
Nydia Castro Sánchez
Martha Méndez
Intertext Ltda.
Diagramación: Bellaneth Malaver S.

Física I. Conceptos y aplicaciones

McGraw-Hill Educación

ISBN 978-958-41-0391-8

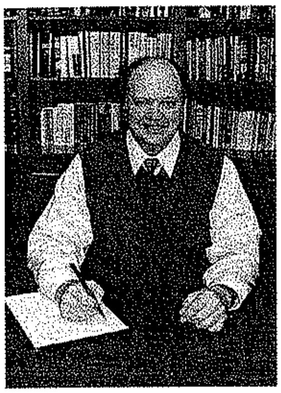
ISBN-10: 0-07-301267-X
ISBN-13: 978-0-07-301267-X

1234567890 1234567809

Impreso en Colombia *Printed in Colombia*
Impreso en Quebecor World Bogotá S.A.

The McGraw-Hill Companies

Acerca del autor



Paul E. Tippens ha escrito dos libros de texto de gran éxito para McGraw-Hill Companies, así como el material complementario correspondiente. Su libro más reconocido, *Física I. Conceptos y aplicaciones*, ganó el Premio McGuffey, prestigioso y antiguo galardón otorgado a los libros de texto cuya excelencia se ha demostrado a lo largo de los años. Además, es autor de *Física técnica básica,* segunda edición. Estos libros se han traducido al español, francés, chino y japonés. Entre otros trabajos del autor se cuentan cuatro volúmenes de tutoriales computarizados y numerosos documentos publicados en ediciones destacadas. El doctor Tippens es miembro activo de la Text and Academic Authors Association (TAA) y un firme defensor de la tarea de brindar información, asesoría y trabajo en red para los creadores de propiedad intelectual. Fungió durante un par de años como VP/presidente electo de la TAA, asociación que se considera como una institución muy importante para dar voz a los autores con objeto de asegurar sus derechos de propiedad intelectual. Tiene un Doctorado en Administración Educativa de la Universidad de Auburn y una Maestría en Física de la Universidad de Georgia. Además, ha terminado varios cursos breves en al menos otras cuatro universidades reconocidas. En la actualidad, es profesor emérito de la Universidad Politécnica Estatal del Sur en Marieta, Georgia, donde ha dado clases de física para bachillerato durante 30 años.

Para Jared Andrew Tippens y Elizabeth Marie Tippens
Y para todo el elenco de apoyo: Sarah, Travis y Ryan Tippens
Ser bisnieto es estupendo: plenitud de alegría y sin responsabilidades.

Contenido

Unidad 5 Impulso y cantidad de movimiento

Unidad 6 Movimiento rotacional y gravitación universal

Unidad 7 Sólidos y fluidos

Unidad 8 Temperatura y dilatación

Unidad 9 Calor

Unidad 10 Propiedades térmicas de la materia

Unidad 11 Leyes de la termodinámica

Prefacio

El texto *Física I. Conceptos y aplicaciones* está escrito y adaptado para el estudio de la física en 10° grado. El énfasis en las aplicaciones y la amplia gama de temas cubiertos lo hace adecuado para estudiantes de educación media con interés en ciencia y tecnología, lo mismo que en biología, las disciplinas de la salud y las ciencias del ambiente. En cuanto a las matemáticas, que se han revisado ampliamente, se suponen ciertos conocimientos de álgebra, geometría y trigonometría, pero no de cálculo.

Esta obra es el resultado de ediciones anteriores como un proyecto amplio para encarar la necesidad de un libro de texto que presente los conceptos fundamentales de la física de forma comprensible y aplicable por estudiantes con antecedentes y preparación diversos. El objetivo fue escribir un libro de texto legible y fácil de seguir, pero también que ofreciera una preparación sólida y rigurosa. Los generosos comentarios de muchos atentos lectores han contribuido a conservar el objetivo, y el trabajo ha recibido reconocimiento internacional que ha cobrado forma en el prestigioso Premio McGuffey presentado por la Text and Academic Authors Association (TAA) por su excelencia y larga duración.

En la física que se enseña en la educación media hay tres tendencias que influyen hoy día en la instrucción; las bases para el estudio avanzado en casi cualquier área:

1. La ciencia y la tecnología crecen exponencialmente.
2. Los empleos disponibles y las opciones de carreras precisan mayores conocimientos de las bases de la física.
3. En el nivel básico, la preparación en matemáticas y ciencias (por diversas razones) no está mejorando con la rapidez suficiente.

La meta de *Física I. Conceptos y aplicaciones* radica en atacar los dos frentes de los problemas ocasionados por tales tendencias. Si bien brindamos los conocimientos necesarios de matemáticas, no nos comprometemos con los resultados educativos.

Organización

El texto consta de 11 unidades que abarcan los temas relacionados con mecánica (cinemática y dinámica) de partículas, cuerpos sólidos y fluidos, para terminar con la física térmica. Esta sucesión normal se adecua a las necesidades de un plan de estudios acorde con las políticas educativas del país en materia de la enseñanza de la física. También es posible utilizarlo en cursos más breves, con una selección sensata de los temas.

Hay ciertas áreas donde las explicaciones difieren de las que se ofrecen en la mayor parte de los libros de texto. Una diferencia relevante es el reconocimiento de que muchos estudiantes ingresan a su primer curso de física sin poder aplicar las habilidades básicas del álgebra y la trigonometría. Han realizado los cursos anteriores, pero por diversas razones parecen incapaces de aplicar los conceptos para solucionar problemas. El dilema radica en cómo lograr el éxito sin sacrificar la calidad. En esta obra dedicamos toda una unidad a repasar las matemáticas y el álgebra necesarias para resolver problemas de física. Cuando otros libros de texto realizan un repaso semejante, lo hacen en un apéndice o en material complementario. Nuestro método permite a los estudiantes reconocer la *importancia* de las matemáticas y ponderar muy pronto sus necesidades y sus deficiencias. Puede obviarse sin problema, según la preparación de los estudiantes o a discreción de cada maestro; sin embargo, no puede ignorarse como un requisito fundamental en la resolución de problemas.

Programa de imágenes mejoradas

- **Fotografías de entrada de unidad.** Se ha hecho un esfuerzo por lograr que la física luzca más visual mediante la inclusión de fotografías introductorias en cada unidad acompañadas por un breve comentario. Estas imágenes se eligieron con sumo cuidado para que demostraran los conceptos y las aplicaciones expuestas en las unidades.
- **Figuras.** Todas las figuras fueron revisadas o redibujadas. En muchos casos, se insertaron fragmentos de fotografías en los dibujos para mejorarlos, además de que se usaron más recuadros de color para destacar conceptos.

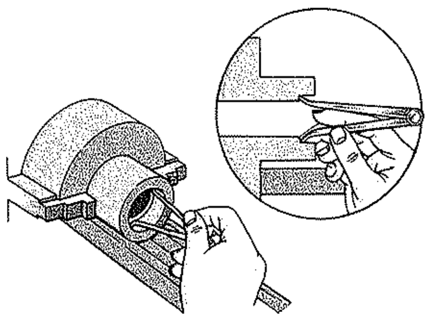


Figura 1.24 Uso de calibradores para medir un diámetro interno.

Párrafos de planeación

Los estudiantes de primer curso suelen decir: "es que no sé por dónde empezar". Para encarar esta queja hemos incluido un paso adicional para muchos de los ejemplos del libro. Los párrafos del plan tienden un puente entre la lectura de un problema y la aplicación de una estrategia de aprendizaje.

Temas de física cotidiana

Se han incluido ladillos a lo largo del texto para fomentar el interés y motivar el estudio ulterior.

FÍSICA HOY

¿Por qué un *frisbee* que se lanza gira y vuela, mientras que uno que no gira se cae? La respuesta es la cantidad de movimiento angular. El *frisbee* que gira tiene una gran cantidad de movimiento angular, con su material más grueso en los bordes. La cantidad de movimiento angular ayuda al disco que gira a vencer los momentos de torsión provocados por las fuerzas dinámicas.

Características

Hay varias características que captan y mantienen la atención de los estudiantes. Entre ellas se cuentan las siguientes:

Objetivos de la unidad

A fin de encarar los problemas de los resultados educativos, cada unidad empieza con una definición clara de los objetivos. El estudiante sabe desde el principio qué temas son relevantes y qué resultados puede esperar.

Estrategias de resolución de problemas

A lo largo del texto se han incluido secciones destacadas en color con procedimientos detallados, paso por paso, para resolver problemas difíciles de física. Los estudiantes pueden emplear estas secciones como guía hasta familiarizarse con el proceso de razonamiento necesario para aplicar los conceptos fundamentales expuestos en el libro. Gracias a los numerosos ejemplos incluidos se refuerzan estas estrategias.

Redacción informativa

Un sello que se destaca en esta edición es la presentación de la física con un estilo amigable e informativo.

Uso de color

Se ha utilizado el color para destacar en el texto las características pedagógicas. Los ejemplos, las estrategias de aprendizaje y las ecuaciones más importantes se han destacado con color, además se han usado tonos diversos para hacer énfasis en algunas partes de las figuras.

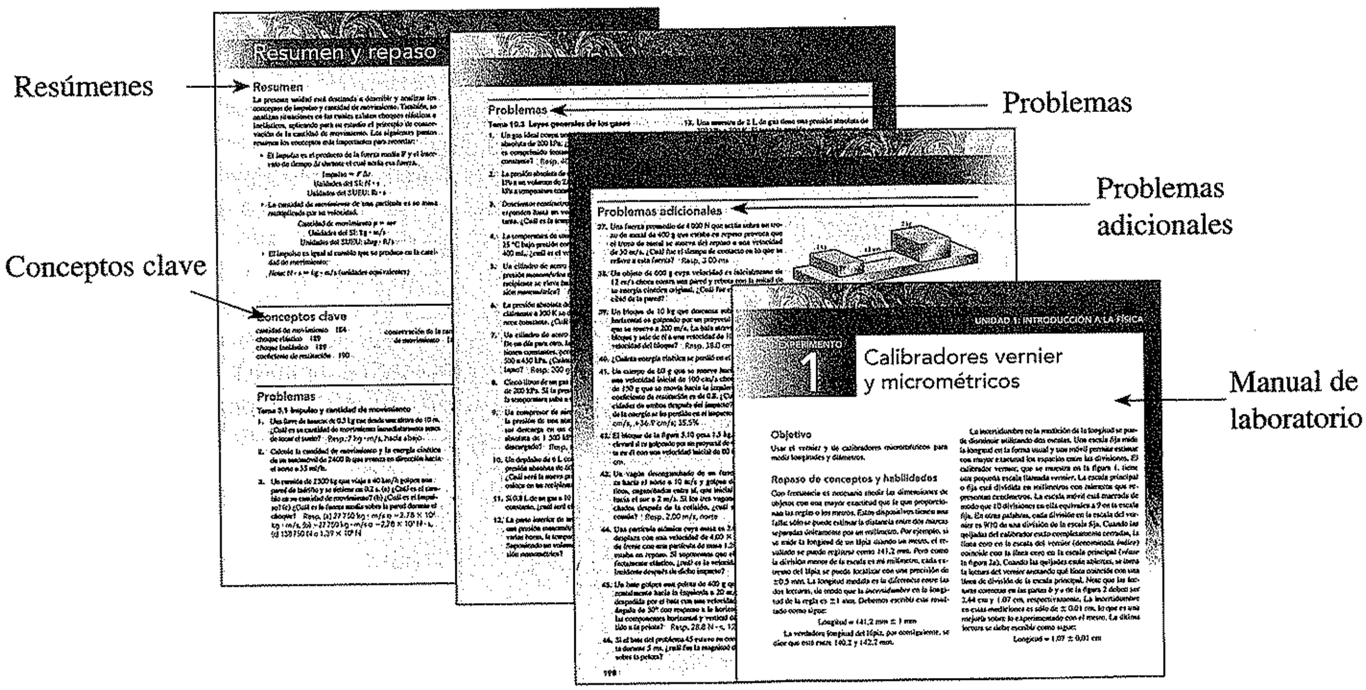
Ejemplos textuales

A lo largo de todos los capítulos hay una cantidad considerable de ejemplos resueltos, que sirven como modelos para que el estudiante mire cómo aplicar los conceptos expuestos en el libro. El alumno aprende a formarse un cuadro general de la situación y luego pone en práctica lo aprendido para resolver el problema.

Material al final de cada unidad

Al terminar cada unidad se incluyen ayudas para el aprendizaje que permiten al estudiante repasar el contenido recién expuesto, evaluar lo captado de los conceptos más relevantes y utilizar lo aprendido.

- **Resúmenes.** Se ofrece un resumen detallado de todos los conceptos esenciales. Asimismo, en el texto se destacan las ecuaciones importantes, además de que se resumen al terminar cada unidad.
- **Palabras clave.** Al final de cada unidad se enumeran las palabras clave, las cuales se destacan también en negritas la primera vez que aparecen en el texto. Entre estas palabras se cuentan los términos centrales explicados en la unidad, de forma que el estudiante pueda comprobar cuánto comprende de los conceptos que les subyacen.



- **Problemas y problemas adicionales.** Se presentan problemas elaborados especialmente, que van de lo simple a lo complejo, pasando por lo moderado. Se ha hecho un gran esfuerzo por comprobar la exactitud de los problemas y de las respuestas dadas a los de número impar.
- **Manual de laboratorio:** Este libro incluye un manual de laboratorio con los experimentos de cada una de las unidades.

Reconocimientos

Revisores de la presente edición

Deseamos reconocer y dar las gracias a los revisores de esta edición. Su contribución, aunada a sus sugerencias constructivas, ideas novedosas e invaluables consejos fueron significativos en el desarrollo tanto de esta edición como del material complementario. Entre los revisores se hallan:

Abraham C. Falsafi	*National Institute of Technology*
Baher Hanna	*Owens Community College*
Kevin Hulke	*Chippewa Valley Technical College*
Benjamin C. Markham	*Ivy Tech State College*
James L. Meeks	*West Kentucky Community & Technical College*
John S. Nedel	*Columbus State Community College*
Rusell Patrick	*Southern Polytechnic State University*
Sulakshana Plumley	*Community College of Allegheny County*
August Ruggiero	*Essex County College*
Erwin Selleck	*SUNY College of Technology en Canton*
Rich Vento	*Columbus State Community College*
Carey Witkov	*Broward Community College*
Todd Zimmerman	*Madison Area Technical College*

Agradecimientos especiales

El autor y McGraw-Hill agradecen a Rich Vento, profesor de la Columbus State Community College, por revisar por completo la exactitud del manuscrito de esta edición. Sus comentarios fueron invaluables.

También damos un agradecimiento especial a Rusell Patrick, profesor en la Southern Polytechnic State University, por actualizar el banco de pruebas que complementa esta obra.

Revisores de ediciones previas

Las personas siguientes revisaron ediciones previas del libro. Sus comentarios y sus consejos mejoraron mucho la legibilidad, precisión y actualidad del texto.

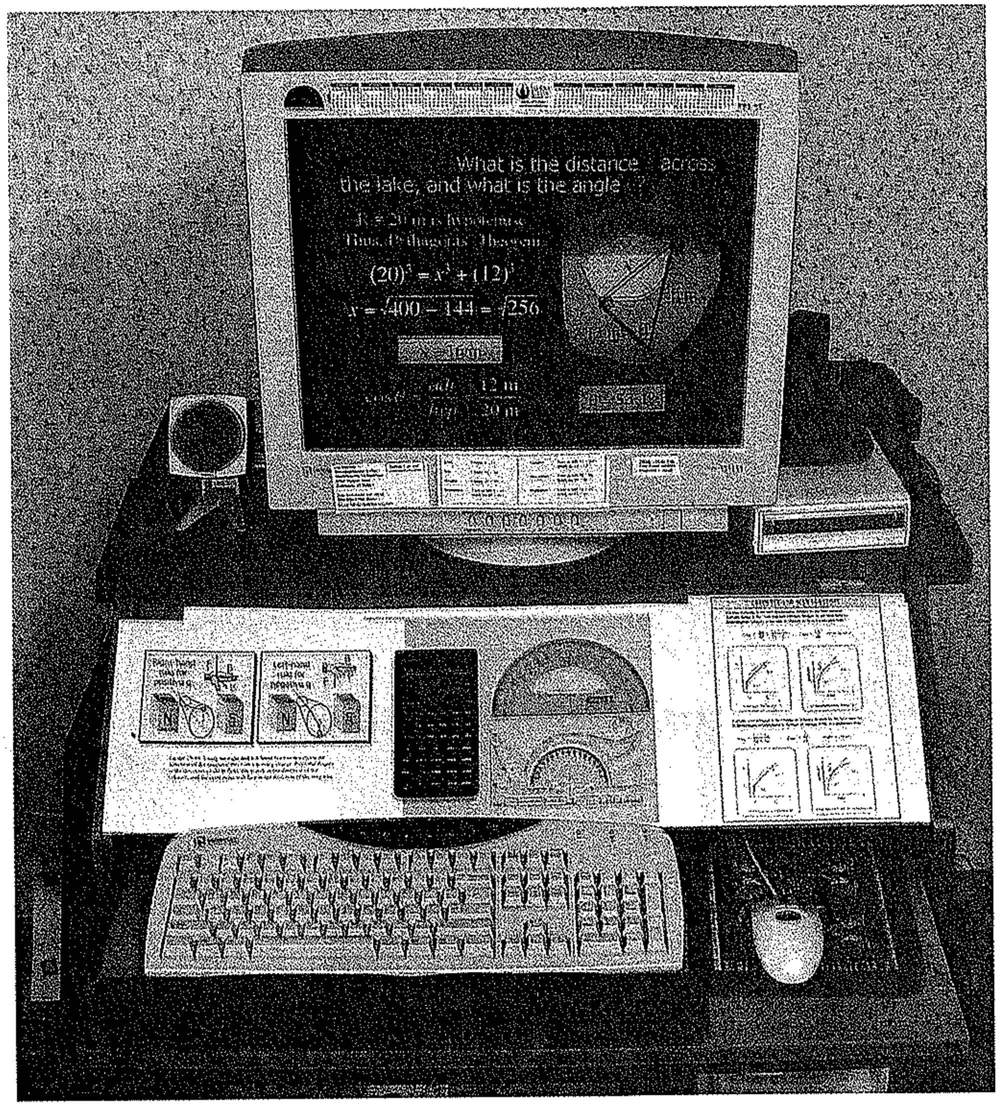
Shaikh Ali	*City College of Fort Lauderdale*
Fred Einstein	*County College of Morris*
Miles Kirkhuff	*Lincoln Technical Institute*
Henry Merril	*Fox Valley Technical College*
Sam Nalley	*Chattanooga State Technical Community College*
Ajay Raychaudhuri	*Seneca College of Arts and Technology*
Charles A. Schuler	*California State University of Pennsylvania*
Scott J. Tippens	*Southern Polytechnic State University*
Bob Tyndall	*Forsyth Technical Community College*
Ron Uhey	*ITT Tech Institute*
Cliff Wurst	*Motlow State Community College*

El equipo del libro de McGraw-Hill

El autor desea expresar su enorme respeto y gratitud por el esfuerzo del gran equipo de profesionales de McGraw-Hill que ha dado incontables horas de su tiempo y conocimiento para desarrollar y producir esta edición de *Física I. Conceptos y aplicaciones* Agradezco de manera particular a mi editor de desarrollo, Liz Recker, por mucho el mejor editor con que he trabajado en muchos años. Gloria Schiesl, la gerente sénior de proyecto, trabajó larga y arduamente a fin de que la producción no tuviera ningún obstáculo. Daryl Bruflodt (Sponsoring Editor), Todd Turner (Marketing Manager), Jeffry Schmitt (Media Producer), Judi David (Media Project Manager), Carrie Burger (Lead Photo Research Coordinator), Laura Fuller (Production Supervision) y Shirley Oberbroeckling (Managing Developmental Editor) también realizaron tareas de suma importancia en esta revisión.

UNIDAD 1

Introducción a la física



Las matemáticas son una herramienta fundamental para todas las ciencias. En la gráfica que aparece en la pantalla de la computadora se muestra una aplicación de la trigonometría. (*Foto de Paul E. Tippens*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Valorar el trabajo de la física.
- Aplicar un método para el trabajo en ciencias.
- Realizar operaciones algebraicas.
- Solucionar problemas con notación científica.
- Construir y analizar gráficas.
- Aplicar principios de geometría y trigonometría.
- Identificar las unidades del SI y realizar conversiones.
- Operar con potencias de diez y cifras significativas.
- Definir cantidades escalares y vectoriales.
- Encontrar la resultante de vectores por el método gráfico y analítico.

El conocimiento de la física es esencial para comprender el mundo. Ninguna otra ciencia ha intervenido de forma tan activa para revelarnos las causas y efectos de los hechos naturales. Basta mirar al pasado para advertir que la experimentación y el descubrimiento forman un *continuum* que corre desde las primeras mediciones de la gravedad hasta los más recientes logros en la conquista del espacio. Al estudiar los objetos en reposo y en movimiento, los científicos han podido deducir las leyes fundamentales que tienen amplias aplicaciones en ingeniería mecánica. La investigación de los principios que rigen la producción de calor, luz y sonido ha dado paso a incontables aplicaciones que han hecho nuestra vida más cómoda y nos han permitido convivir mejor con nuestro entorno. La investigación y el desarrollo en las áreas de la electricidad, el magnetismo y la física atómica y nuclear han desembocado en un mundo moderno que habría sido inconcebible hace tan sólo 50 años.

Es difícil imaginar siquiera un producto de los que disponemos hoy día que no suponga la aplicación de un principio físico. Ello significa que, independientemente de la carrera que se haya elegido, es indispensable entender la física, al menos hasta cierto punto. Es verdad que algunas ocupaciones y profesiones no requieren una comprensión tan profunda de ella como la que exigen las ingenierías, pero la realidad es que en todos los campos de trabajo se usan y aplican sus conceptos. Dotado de sólidos conocimientos de mecánica, calor, sonido y electricidad, el lector contará con los elementos necesarios para cimentar casi cualquier profesión. Además, si antes o después de graduarse le fuera necesario cambiar de carrera, sabrá que cuenta con un conocimiento básico de ciencias y matemáticas en general. Si toma con seriedad este curso y dedica a su estudio una dosis especial de tiempo y energía, tendrá menos problemas en el futuro. Así, en los cursos posteriores y en el trabajo podrá viajar sobre la cresta de la ola en lugar de mantenerse simplemente a flote en un mar tormentoso.

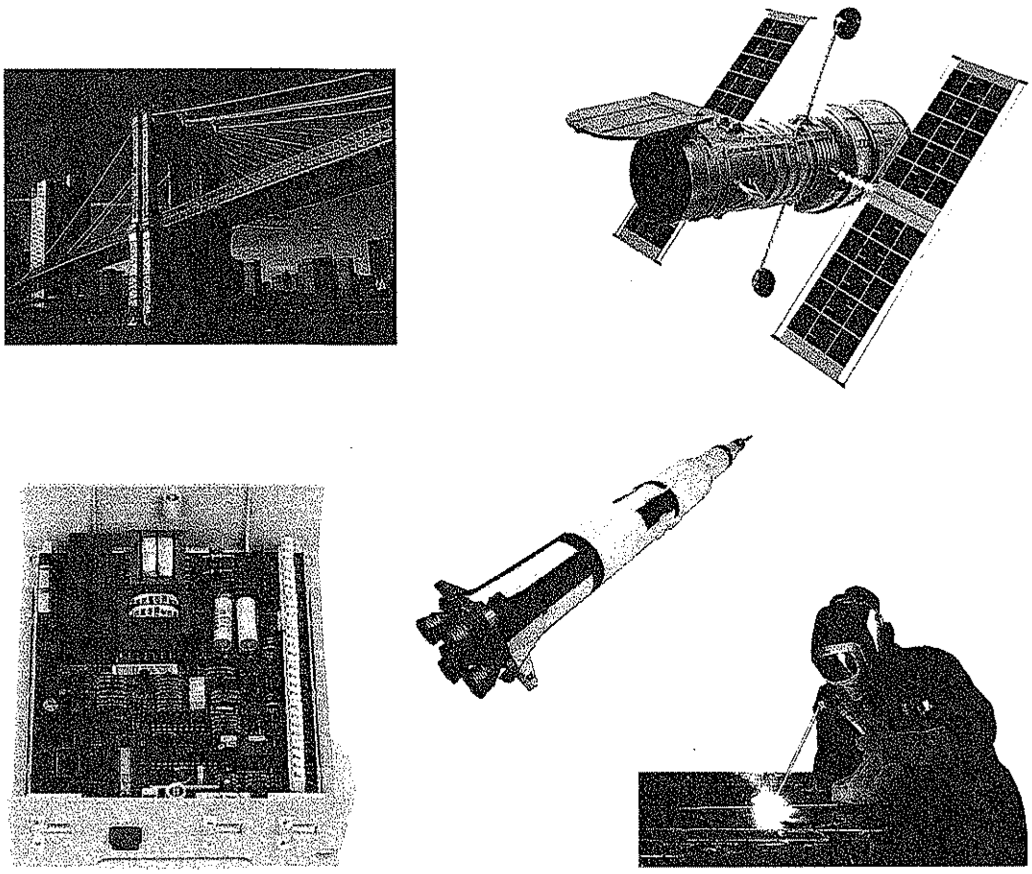


Figura 1.1 En muchas ocupaciones se hallan aplicaciones de los principios de la física. (*Fotos cortesía de Hemera, Inc.*)

1.1 ¿Qué es la física?

Aun cuando haya estudiado la materia en secundaria, es probable que sólo tenga una vaga idea de lo que realmente significa la *física* y en qué se diferencia, por ejemplo, de la ciencia. Para nuestros propósitos, las ciencias pueden dividirse en *biológicas* y *físicas*. Las ciencias biológicas se ocupan de los seres vivos, en tanto que las físicas tienen como objeto de estudio la parte no viva de la naturaleza.

La física puede definirse como la ciencia que investiga los conceptos fundamentales de la materia, la energía y el espacio, así como las relaciones entre ellos.

De acuerdo con esta amplia definición, no hay fronteras claras entre las ciencias físicas, lo cual resulta evidente en áreas de estudio como la biofísica, la fisicoquímica, la astrofísica, la geofísica, la electroquímica y muchas otras especialidades.

El objetivo de esta obra es brindar una introducción al mundo de la física, con un énfasis en las aplicaciones. Con ello, el vasto campo de esta disciplina se simplifica a los conceptos esenciales subyacentes en todo conocimiento técnico. Estudiará usted mecánica, calor, luz, sonido, electricidad y estructura atómica. El tema fundamental de todos ellos, y probablemente el más importante para el alumno principiante, es la mecánica.

La mecánica se refiere a la posición (estática) y al movimiento (dinámica) de la materia en el espacio. La *estática* es el estudio de la física aplicado a los cuerpos en reposo. La *dinámica* se ocupa de la descripción del movimiento y sus causas. En ambos casos, el ingeniero o técnico se encarga de medir y describir las cantidades físicas en términos de causa y efecto.

Un ingeniero, por ejemplo, aplica los principios de la física para determinar qué tipo de estructura será más eficaz en la construcción de un puente. Su interés se centra en el *efecto* de las fuerzas. Si un puente terminado llegara a fallar, la *causa* de la falla requeriría ser analizada para aplicar ese conocimiento a las construcciones futuras de ese tipo. Es importante señalar que el científico define como causa la sucesión de hechos físicos que desembocan en un *efecto*.

1.1.1 ¿Qué importancia tienen las matemáticas?

Las matemáticas sirven para muchos fines. Son a la vez filosofía, arte, metafísica y lógica. Sin embargo, todos estos aspectos se subordinan a su función principal: son una herramienta para el científico, el ingeniero o el técnico. Una de las más grandes satisfacciones que brinda un primer curso de física es que se cobra mayor conciencia de la importancia de las matemáticas. Un estudio de física revela aplicaciones concretas de las matemáticas básicas.

Supongamos que se desea predecir cuánto tarda en detenerse un automóvil que se desplaza con cierta rapidez. Primero es necesario controlar cuantas variables sea posible. En las pruebas, buscará que cada frenado sea uniforme, de modo que la rapidez media se aproxime a la mitad de la rapidez inicial. Expresado en símbolos esto puede escribirse:

$$v_m = \frac{v_i}{2}$$

También se controlarán las condiciones y la pendiente de la carretera, el clima y otros parámetros. En cada prueba se registrará la rapidez inicial (v_i), la distancia a la que se detiene el vehículo (x) y el tiempo en que lo hace (t). También puede tomar nota de la rapidez inicial, del cambio de rapidez, así como de la distancia y el tiempo necesarios para detener el automóvil. Cuando todos estos factores se han registrado, los datos sirven para establecer una relación tentativa. No es posible hacer esto sin usar las herramientas que ofrecen las matemáticas.

Con base en la definición de rapidez como la distancia recorrida por unidad de tiempo se observa que la distancia de frenado, x en nuestro ejemplo, puede ser producto de la velocidad media $v_i/2$ multiplicada por el tiempo, t. La relación tentativa podría ser

$$x = \frac{v_i}{2}t \qquad \text{o} \qquad x = \frac{v_i t}{2}$$

Obsérvese que hemos usado símbolos para representar los parámetros importantes y las matemáticas para expresar su relación.

Esta proposición es una *hipótesis viable*. A partir de esta ecuación es posible predecir la distancia a la que se detendrá cualquier vehículo con base en su rapidez inicial y el tiempo de frenado. Cuando una hipótesis se ha aplicado el suficiente número de veces para tener un grado de seguridad razonable de que es verdadera, se le llama *teoría científica*. En otras palabras, cualquier teoría científica no es más que una hipótesis viable que ha resistido la prueba del tiempo.

Por tanto, podemos darnos cuenta de que las matemáticas son útiles para obtener fórmulas que nos permiten describir los hechos físicos con precisión. Las matemáticas adquieren mayor relevancia aún en la resolución de esas fórmulas con cantidades específicas.

Por ejemplo, en la fórmula anterior sería relativamente fácil hallar los valores de x, v_i y t cuando se conocen las otras cantidades. Sin embargo, muchas relaciones físicas implican mayores conocimientos de álgebra, trigonometría e incluso cálculo. La facilidad con que pueda deducir o resolver una relación teórica depende de sus conocimientos de matemáticas.

1.1.2 ¿Cómo estudiar física?

La lectura de un texto técnico es diferente de la de otros temas. Es indispensable prestar atención al significado específico de las palabras para comprender el tema. En los textos técnicos se utilizan a menudo gráficas, dibujos, tablas y fotografías, elementos siempre útiles y a veces incluso esenciales para describir los hechos físicos. Debe estudiarlos con detenimiento para entender bien los principios.

Gran parte del aprendizaje se obtiene a partir de las exposiciones en el aula y de los experimentos. El alumno principiante suele preguntarse: "¿Cómo puedo concentrarme por completo en la clase y al mismo tiempo tomar notas precisas?". Por supuesto, quizá no sea posible comprender cabalmente todos los conceptos expuestos y, además, tomar apuntes completos. Por ello, debe aprender a anotar sólo las partes importantes de cada lección. Cerciórese de escuchar bien la explicación de los temas. Aprenda a reconocer las palabras clave, como *trabajo, fuerza, energía* y *cantidad de movimiento*[1].

La preparación adecuada antes de la clase le dará una buena idea de qué partes de la exposición se explican en el texto y cuáles no. Si se presenta un problema o una definición en el texto generalmente es mejor que anote una palabra clave durante la clase y centre toda la atención en lo que explica el profesor; después puede complementar la nota.

Cada estudiante que entra en un curso de física para principiantes cuenta ya con los requisitos y las habilidades necesarias para aprobarlo; por ende, si no lo hace se deberá a otras razones: acaso falta de motivación, una excesiva carga de trabajo, un empleo externo, enfermedades o problemas personales. Los consejos siguientes provienen de profesores con experiencia que han tenido éxito en los cursos para estudiantes de los primeros niveles de física.

- ***La responsabilidad final del aprendizaje corresponde al estudiante***. El maestro es un mero facilitador, la escuela es un simple campus y el texto es sólo un libro. Asista puntualmente a las clases, preparado para los temas que se expondrán. Estudie antes el material y anote las preguntas que desee plantear al profesor.
- ***El aprendizaje oportuno es aprendizaje eficaz***. Es mejor estudiar una hora cada día de la semana que 20 el sábado y el domingo. Después de cada clase o exposición emplee su hora libre más próxima para reforzar lo que ha aprendido de los temas presentados. Repase algunos ejemplos. Cuanto más tiempo deje pasar más olvidará de la clase y perderá más tiempo. Si espera hasta el fin de semana necesitará al menos una hora simplemente para revisar y reconstruir la clase a partir de sus notas. *Estudiar todo poco antes del examen no funciona*; mejor repase los problemas que ya haya resuelto y trabaje en el libro otros semejantes.
- ***El aprendizaje cabal va más allá del salón de clases***. A fin de retener y aplicar lo aprendido en el salón, es indispensable que resuelva problemas por su cuenta. Solicite la ayuda

[1] Como sinónimos de cantidad de movimiento, también se emplean *momento lineal* e *ímpetu* (N. del E.).

de otras personas, incluida la del profesor, después de haberse esforzado en contestar los problemas asignados. No hay sustituto para la participación activa en el pensamiento y en los procedimientos necesarios para resolver problemas.

- ***Repase las habilidades básicas***. En el numeral 1.2, que versa sobre matemáticas técnicas, se destacan las habilidades que tal vez estén un tanto débiles o haya que pulir. Asegúrese de que entiende bien esos temas.
- ***Estudie el plan de actividades***. Procure estar enterado de los temas que se incluirán en los exámenes, cuándo se llevarán a cabo éstos y cómo influirán en la calificación final.
- ***Busque un compañero y pídale su número telefónico***. Establezca un *sistema de compañerismo* donde cada uno informe al otro sobre las actividades de clase o de laboratorio a las que no haya asistido. Pida a esa persona que recoja los materiales impresos y las instrucciones que se den cuando usted no esté presente.
- ***La organización es la clave del verdadero aprendizaje***. Mantenga al día una carpeta de argollas, dividida por secciones con sus respectivos títulos: "Material impreso recibido", "Notas", "Problemas", "Exámenes calificados", "Prácticas de laboratorio calificadas".
- ***Si tiene dificultades, pida ayuda cuanto antes***. Hoy día los estudiantes tienen a su alcance una gran cantidad de material de estudio que sólo existía en sueños. Hay tutoriales asistidos por computadora, internet, guías de soluciones, manuales de resolución de problemas e incluso otros libros de texto que explican los mismos temas. Su profesor o bibliotecario le indicarán qué y cómo puede conseguirlos, pero usted es responsable de obtenerlos.

Tras muchos años de enseñar física en el bachillerato he notado que la razón más común por la que a muchos estudiantes de los primeros niveles se les dificulta la materia es la mala planificación y organización. Hoy día un estudiante puede tomar dos o tres materias, incluso más, mientras cursa física. Por añadidura, puede trabajar en un empleo de medio tiempo; o estar casado y tener hijos; o contar con varias actividades extraclase; o asistir al curso de física aun antes de terminar los cursos de matemáticas necesarios para entender la materia. Pronto se torna evidente que no alcanza el tiempo para ahondar en una sola área de estudio. Por consiguiente, debe establecer un calendario riguroso, con objetivos y prioridades firmes. Para ayudarle en su elaboración, le recomiendo que considere también los aspectos siguientes:

- En cuanto a la preparación para el bachillerato y para su futuro en el mundo técnico de la actualidad, la física es el curso más importante de los primeros niveles. (*Debatiré con gusto sobre esta afirmación con cualquier persona, y a menudo lo hago*).
- No espere entender a cabalidad los principios de la física del mismo modo que aprende los de otras materias no técnicas. La verdadera comprensión de la disciplina se logra con la *aplicación* y la *resolución de problemas*. Debe aplicar un concepto *poco después* de que se le haya explicado; de otro modo, sólo perderá el tiempo intentando reconstruir sus ideas. Trate de programar una hora libre inmediatamente después de su clase de física e intente trabajar con los ejemplos mientras la lección aún está fresca en su mente.
- Organice sus hábitos de estudio en torno a la naturaleza de las materias que cursa. Muchas disciplinas obligatorias precisan numerosas lecturas y elaboración de informes, y pueden encararse diferente de las matemáticas y la física. Todas son importantes, pero estas últimas no pueden aprenderse bien si estudia todo al final. Cuando los temas sucesivos *requieren* entender los temas anteriores crece la posibilidad de rezagarse pronto.
- Nunca he dado un curso de física sin que falte alguien que se queje porque la "ansiedad por los exámenes" es la principal razón de sus malas calificaciones. Cierto, se trata de un problema real, más grave en unos que en otros. Me parece que la mejor forma de lidiar con él es procurándose una preparación completa y apropiada. Debe trabajar con cuantos ejemplos sea posible antes del examen. En el basquetbol la victoria puede depender de un tiro libre al final. El triunfador es el jugador que ha encestado tantos tiros libres que sus reflejos se hallan condicionados para responder incluso bajo presión.

1.2 Matemáticas técnicas

Suele ser decepcionante abrir un libro de física y ver que empieza con matemáticas. Naturalmente, usted desea aprender sólo las cosas que considera necesarias. Quiere tomar medidas, operar máquinas o motores, trabajar con algo o al menos saber que no ha perdido el tiempo. Según su experiencia, podrá omitir gran parte o todo este tema, a juicio de su profesor. Tenga presente que los fundamentos son importantes y que ciertas habilidades matemáticas son indispensables. Tal vez comprenda perfectamente los conceptos de fuerza, masa, energía y electricidad, pero quizá no sea capaz de aplicarlos en su trabajo por falta de conocimientos matemáticos fundamentales. Las matemáticas son el lenguaje de la física. A lo largo de la obra nos hemos esforzado por lograr que ese lenguaje sea tan sencillo y relevante como sea necesario.

En cualquier ocupación industrial o técnica tenemos que efectuar mediciones de algún tipo. Puede tratarse de la longitud de una tabla, el área de una hoja de metal, el número de tornillos que hay que pedir, el esfuerzo al que está sometida el ala de un avión o la presión en un tanque de aceite. La única forma en que podemos dar sentido a esos datos es mediante números y símbolos. Las matemáticas brindan las herramientas necesarias para organizar los datos y predecir resultados. Por ejemplo, la fórmula $F = ma$ expresa la relación entre una fuerza aplicada (F) y la aceleración (a) que ésta produce. La cantidad m es un símbolo que representa la masa de un objeto (una medida de la cantidad de materia que contiene). A través de los pasos matemáticos apropiados podemos usar fórmulas como ésa para predecir acontecimientos futuros. Sin embargo, en muchos casos se precisan conocimientos generales de álgebra y geometría. Este capítulo le ofrece un repaso de algunos de los conceptos esenciales en matemáticas. El estudio de las diferentes secciones del capítulo podrá ser asignado u omitido a criterio de su profesor.

1.2.1 Números con signo

A menudo es necesario trabajar con números negativos y positivos. Por ejemplo, una temperatura de -10 °C significa 10 grados "abajo" del punto de referencia cero, y 24 °C una temperatura que está 24 grados "arriba" del cero (véase la figura 1.2). Los números se refieren a la *magnitud* de la temperatura, mientras que el signo más o menos indica el *sentido* respecto al cero. El signo menos en -10 °C no indica falta de temperatura; significa que la temperatura es menor que cero. El número 10 en -10 °C describe cuan lejos de cero se halla la temperatura; el signo menos es necesario para indicar el sentido respecto del cero.

El valor de un número sin signo se conoce como su *valor absoluto*. En otras palabras, si omitimos los signos de $+7$ y -7, el valor de ambos números es el mismo. Cada número está a siete unidades del cero. El valor absoluto de un número se indica con símbolos de barras verticales. El número $+7$ no es igual que el número -7; pero $|+7|$ sí es igual que $|-7|$. Cuando se realizan operaciones aritméticas que incluyen números con signo se usan sus valores absolutos.

Los signos más y menos también se emplean para indicar operaciones aritméticas; por ejemplo:

$7 + 5$ significa "sumar el número $+5$ al número $+7$"
$7 - 5$ significa "restar el número $+5$ del número $+7$"

Si queremos indicar la suma o la resta de números negativos, resulta útil emplear paréntesis:

$(+7) + (-5)$ significa "sumar el número -5 al número $+7$"
$(+7) - (-5)$ significa "restar el número -5 del número $+7$"

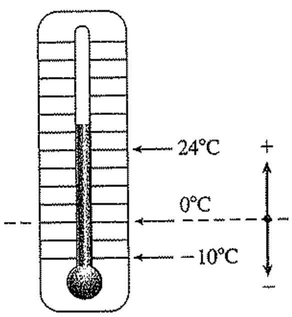


Figura 1.2

Cuando se suman números con signo es útil recordar la regla siguiente:

Regla de la suma: para sumar dos números del mismo signo, sumamos sus valores absolutos y ponemos el signo en común al resultado (suma). Para sumar dos números de diferente signo, encontramos la diferencia entre sus valores absolutos y asignamos al resultado el signo del número de mayor valor.

Considere los ejemplos que siguen:

$$(+6) + (+2) = +(6 + 2) = +8$$
$$(-6) + (-2) = -(6 + 2) = -8$$
$$(+6) + (-2) = +(6 - 2) = +4$$
$$(-6) + (+2) = -(6 - 2) = -4$$

Examinemos ahora el procedimiento de la resta. Siempre que a un número le restamos otro, cambiamos el signo del segundo número y después lo sumamos al primero, aplicando la regla de la suma. En la expresión $7 - 5$, el número $+5$ va a ser restado del número $+7$. La resta se realiza cambiando primero $+5$ por -5 y luego sumando los dos números que ahora tienen diferente signo: $(+7) + (-5) = +(7 - 5) = +2$.

Regla de la resta: para restar un número, *b*, con signo de otro número, *a*, con signo, cambiamos el signo de *b* y luego sumamos este número a *a* aplicando la regla de la suma.

Analice los ejemplos siguientes:

$$(+8) - (+5) = 8 - 5 = 3$$
$$(+8) - (-5) = 8 + 5 = 13$$
$$(-8) - (+5) = -8 - 5 = -13$$
$$(-8) - (-5) = -8 + 5 = -3$$

Ejemplo 1.1 La velocidad de un objeto se considera positiva cuando éste se mueve hacia arriba y negativa cuando se mueve hacia abajo. ¿Cuál es el cambio de velocidad de una pelota que golpea el piso a 12 metros por segundo (m/s) y rebota a 7 m/s? Consulte la figura 1.3.

Plan: Primero establecemos como positiva la dirección ascendente o hacia arriba, así que podemos usar los mismos signos para la velocidad. La velocidad inicial es -12 m/s porque la pelota se está moviendo *hacia abajo*. Después su velocidad es $+7$ m/s, pues se mueve *hacia arriba*. El *cambio* de velocidad será la velocidad final menos la inicial.

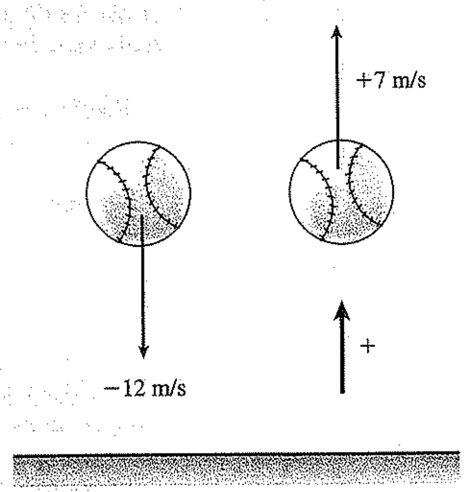


Figura 1.3

Solución:

$$
\begin{aligned}
\text{Cambio en la velocidad} &= \text{velocidad final} - \text{velocidad inicial} \\
&= (+7 \text{ m/s}) - (-12 \text{ m/s}) \\
&= 7 \text{ m/s} + 12 \text{ m/s} = 19 \text{ m/s}
\end{aligned}
$$

Sin entender los números con signo podríamos haber supuesto que el cambio registrado en la rapidez era de sólo 5 m/s (12 − 7). Sin embargo, tras pensarlo un momento, nos damos cuenta de que la rapidez debe disminuir primero a cero (un cambio de 12 m/s) y que luego se alcanza una rapidez de 7 m/s en dirección opuesta (un cambio adicional de 7 m/s).

En una multiplicación cada número se llama ***factor*** y el resultado es el ***producto***. Ahora podemos establecer la regla de la multiplicación para números con signo:

Regla de la multiplicación: si dos factores tienen signos iguales, su producto es positivo; si tienen signos diferentes, su producto es negativo.

Veamos estos ejemplos:

$$
(+2)(+3) = +6 \qquad (-3)(-4) = +12
$$
$$
(-2)(+3) = -6 \qquad (-3)(+4) = -12
$$

Suele resultar útil una ampliación de la regla de la multiplicación para los productos que resultan de multiplicar varios factores. En vez de multiplicar una serie de factores, de dos en dos, podemos recordar que

El producto será positivo si todos los factores son positivos o si existe un número par de factores negativos. El producto será negativo si hay un número impar de factores negativos.

Considere los ejemplos que siguen:

$$
\begin{aligned}
(-2)(+2)(-3) &= +12 \text{ (dos factores negativos, —par)} \\
(-2)(+4)(-3)(-2) &= -48 \text{ (tres factores negativos, —impar)} \\
(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) &= -27 \text{ (tres factores negativos, —impar)}
\end{aligned}
$$

Observe que en el último ejemplo se usó un superíndice 3 para indicar el número de veces que el número −3 debía usarse como factor. El superíndice 3 escrito en esta forma se llama ***exponente***.

Cuando se desea dividir dos números, el que va a ser dividido se llama ***dividendo*** y entre el que se divide éste se llama ***divisor***. El resultado de la división se denomina ***cociente***. La regla para dividir números con signo es la siguiente:

Regla de la división: el cociente de dos números con signos iguales es positivo y el cociente de dos números con signos diferentes es negativo.

Por ejemplo

$$
(+2) \div (+2) = +1 \qquad (-4) \div (-2) = +2
$$
$$
\frac{+4}{-2} = -2 \qquad \frac{-4}{+2} = -2
$$

En caso de que el numerador o el denominador de una fracción contenga dos o más factores, la regla siguiente también es útil:

El cociente es negativo si el número total de factores negativos es impar; en caso contrario, el cociente es positivo.

Por ejemplo,

$$\frac{(-4)(3)}{2} = -6 \qquad \text{par}$$

$$\frac{(-2)(-2)(-3)}{(2)(-3)} = +2 \qquad \text{impar}$$

Es conveniente que practique la aplicación de todas las reglas expuestas en esta sección. Es un grave error suponer que ha entendido estos conceptos sin comprobarlo adecuadamente. Una fuente importante de errores en la resolución de problemas de física es el uso de los números con signo.

1.2.2 Repaso de álgebra

El álgebra es en realidad una generalización de la aritmética, en la que se usan letras para reemplazar números. Por ejemplo, aprenderemos que el espacio ocupado por algunos objetos (su volumen, V) puede calcularse multiplicando el largo (l) por el ancho (a) y por la altura (h). Si se asignan letras a cada uno de esos elementos, establecemos una ***fórmula*** general, como

$$\text{Volumen} = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$
$$V = l \cdot a \cdot h \qquad \textbf{(1.1)}$$

La ventaja de las fórmulas es que funcionan en cualquier situación. Dado el largo, el ancho y la altura de cualquier sólido rectangular podemos usar la ecuación (1.1) para calcular su volumen. Si deseamos averiguar el volumen de un bloque rectangular de metal, sólo debemos *sustituir* los números apropiados en la fórmula.

Ejemplo 1.2 Calcule el volumen de un sólido que tiene las medidas siguientes: largo, 6 centímetros (cm); ancho, 4 cm, y alto, 2 cm.

Plan: Recuerde o localice la fórmula para calcular el volumen y luego sustituya las letras (literales) con las cantidades proporcionadas.

Solución: La sustitución da por resultado

$$\begin{aligned} V &= lah \\ &= (6\text{ cm})(4\text{ cm})(2\text{ cm}) \\ &= 48\,(\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm}) = 48\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

El tratamiento de las unidades que dan por resultado un volumen expresado en centímetros cúbicos se comentará más adelante. Por ahora, céntrese en la sustitución de números.

Cuando las letras se sustituyen por números en una fórmula es muy importante insertar el signo apropiado de cada número. Considere la fórmula siguiente:

$$P = c^2 - ab$$

Suponga que $c = +2$, $a = -3$ y $b = +4$. Recuerde que los signos más y menos incluidos en las fórmulas no se aplican a ninguno de los números que pueden ser sustituidos. En este ejemplo, tenemos:

$$\begin{aligned} P &= (c)^2 - (a)(b) \\ &= (+2)^2 - (-3)(+4) \\ &= 4 + 12 = 16 \end{aligned}$$

Resulta sencillo advertir que si se confunde un signo de la fórmula con el signo de alguno de los números sustituidos podría cometerse un error.

Con frecuencia es necesario resolver (despejar) una fórmula o una ecuación para una letra que es sólo parte de la fórmula. Suponga que deseamos encontrar una fórmula para calcular el largo de un sólido rectangular a partir de su volumen, su altura y su ancho. Las letras que aparecen en la fórmula $V = lah$ tendrán que reorganizarse para que la l aparezca sola en el lado izquierdo. El reordenamiento de la fórmula no es difícil si recordamos algunas reglas para trabajar con ecuaciones.

Básicamente, una ecuación es un enunciado matemático que dice que dos expresiones son iguales. Por ejemplo,

$$2b + 4 = 3b - 1$$

es una ecuación. En este caso, es evidente que la letra b representa la cantidad *desconocida* o, mejor dicho, la incógnita. Si sustituimos $b = 5$ en ambos lados o miembros de esta ecuación, obtenemos $14 = 14$. Por tanto, $b = 5$ es la *solución* de la ecuación.

Podemos obtener soluciones para igualdades realizando las mismas operaciones en los dos lados de la ecuación. Considere la igualdad $4 = 4$. Si sumamos, restamos, multiplicamos o dividimos el número 2 en ambos lados, no se altera la igualdad. Lo que hacemos es, *en efecto*, aumentar o disminuir la magnitud de cada lado, pero la igualdad se conserva (será conveniente que usted verifique el enunciado anterior para la igualdad $4 = 4$). Observe también que si se eleva al cuadrado o se obtiene la raíz cuadrada en los dos lados no se altera la igualdad. Si se realiza la misma serie de operaciones en cada miembro de una ecuación es posible obtener finalmente una igualdad con una sola letra en el miembro izquierdo. En este caso, se dice que hemos *resuelto* (o despejado) la ecuación para esa letra.

Ejemplo 1.3 Resuelva para m la ecuación que sigue:

$$3m - 5 = m + 3$$

Plan: La clave es dejar sola la m en un lado del signo igual y del otro un número solo. Mientras sume o reste la *misma* cantidad en cada lado, la ecuación seguirá siendo verdadera.

Solución: Primero sumamos $+5$ a ambos lados y luego restamos m de los dos lados:

$$3m - 5 + 5 = m + 3 + 5$$
$$3m = m + 8$$
$$3m - m = m + 8 - m$$
$$2m = 8$$

Por último, dividimos ambos lados entre 2:

$$\frac{2m}{2} = \frac{8}{2}$$
$$m = 4$$

Para comprobar esta respuesta, sustituimos $m = 4$ en la ecuación original y obtenemos $7 = 7$, lo cual demuestra que $m = 4$ es la solución.

En las fórmulas, la solución de una ecuación también puede expresarse por medio de letras. Por ejemplo, la ecuación literal

$$ax - 5b = c$$

puede resolverse para x en términos de a, b y c. En casos como éste, decidimos de antemano cuál de las letras será la "incógnita". En nuestro ejemplo, elegiremos x. Las demás letras se tratan como si fueran números conocidos. Sumando $5b$ a ambos lados se obtiene

$$ax - 5b + 5b = c + 5b$$
$$ax = c + 5b$$

Ahora dividimos ambos lados entre a para obtener

$$\frac{ax}{a} = \frac{c + 5b}{a}$$

$$x = \frac{c + 5b}{a}$$

que es la solución para x. Los valores para a, b y c en una situación concreta se sustituyen para hallar un valor específico de x.

Ejemplo 1.4 El volumen de un cono circular recto se expresa con la fórmula

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} \qquad \textbf{(1.2)}$$

¿Cuál es la altura del cono si su radio es $r = 3$ cm y $V = 81$ centímetros cúbicos (cm^3)? (Suponga que $\pi = 3.14$).

Plan: Primero resuelva la fórmula para h en términos de r y V; luego debe sustituir los valores que tiene para V, π y r.

Solución: Al multiplicar ambos lados por 3 se obtiene

$$3V = \pi r^2 h$$

Si dividimos ambos miembros entre πr^2 resulta

$$\frac{3V}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2 h}{\pi r^2} \quad \text{o} \quad \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{h}{1}$$

Por tanto, la altura h está dada por:

$$h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

Sustituyendo los valores que tenemos de V, π y r nos queda

$$h = \frac{3(81\ \text{cm}^3)}{(3.14)(3\ \text{cm})^2} = \frac{243\ \text{cm}^3}{28.26\ \text{cm}^2} = 8.60\ \text{cm}$$

La altura del cono es 8.60 cm.

1.2.3 Exponentes y radicales

Con frecuencia resulta necesario multiplicar una misma cantidad cierto número de veces. Un método abreviado para indicar el número de veces que una cantidad se toma como factor de sí misma consiste en usar un superíndice numérico conocido como ***exponente***. Esta notación sigue el esquema presentado a continuación:

Para cualquier número a:	Para el número 2:
$a = a^1$	$2 = 2^1$
$a \times a = a^2$	$2 \times 2 = 2^2$
$a \times a \times a = a^3$	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
$a \times a \times a \times a = a^4$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

Las potencias del número a se leen como sigue: a^2 se lee "a cuadrada"; a^3, "a cúbica"; y a^4, "a a la cuarta potencia". En general, se dice que a^n representa "a elevado a la n-ésima potencia". En tales ejemplos, la letra a es la ***base*** y los superíndices numéricos 1, 2, 3, 4 y n son los *exponentes*.

Repasaremos varias reglas que es necesario seguir al trabajar con exponentes.

Regla 1: Cuando se multiplican dos cantidades de la misma base su producto se obtiene sumando algebraicamente los exponentes:

$$(a^m)(a^n) = a^{m+n} \qquad \textit{Regla de la multiplicación} \qquad \textbf{(1.3)}$$

Ejemplos:

$$(2^4)(2^3) = 2^{4+3} = 2^7$$
$$y^8y^6 = y^{14}$$
$$x^2x^5y^3x^3 = x^{2+5+3}y^3 = x^{10}y^3$$

Regla 2: Cuando a no es cero, un exponente negativo se define con cualquiera de las expresiones siguientes:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{y} \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}} \qquad \textit{Exponente negativo} \qquad \textbf{(1.4)}$$

Ejemplos:

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} \qquad 10^2 = \frac{1}{10^{-2}}$$
$$a^{-5} = \frac{1}{a^5} \qquad \frac{x^{-3}y^2}{a^{-4}b^3} = \frac{a^4y^2}{x^3b^3}$$

Regla 3: Cualquier cantidad elevada a la potencia cero es igual a 1:

$$a^0 = 1 \qquad \textit{Exponente cero} \qquad \textbf{(1.5)}$$

Ejemplos:

$$x^3y^0 = x^3 \qquad (x^3y^2)^0 = 1$$

Regla 4: El cociente de dos cantidades diferentes de cero y que tengan la misma base se halla efectuando la resta algebraica de sus exponentes:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \textit{División} \qquad \textbf{(1.6)}$$

Ejemplos:

$$\frac{2^3}{2} = 2^{3-1} = 2^2 \qquad \frac{2^5}{2^7} = 2^{5-7} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$
$$\frac{a^{-3}}{a^{-5}} = a^{-3-(-5)} = a^{-3+5} = a^2$$

Regla 5: Cuando una cantidad a^m se eleva a la potencia n, los exponentes se multiplican:

$$(a^m)^n = a^{mn} \qquad \textit{Potencia de una potencia} \qquad \textbf{(1.7)}$$

Ejemplos:

$$(2^2)^3 = 2^{2\cdot 3} = 2^6 \qquad (2^{-3})^2 = 2^{-6} = \frac{1}{2^6}$$

$$(a^2)^4 = a^8 \qquad (a^2)^{-4} = a^{-8} = \frac{1}{a^8}$$

Regla 6: La potencia de un producto y la de un cociente se obtienen aplicando el exponente a cada uno de los factores.

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \tag{1.8}$$

Ejemplos:

$$(2\cdot 3)^2 = 2^2\cdot 3^2 = 4\cdot 9 = 36$$
$$(ab)^3 = a^3b^3$$
$$(ab^2)^3 = a^3(b^2)^3 = a^3b^6$$
$$\left(\frac{ax^3}{y^2}\right)^4 = \frac{a^4x^{12}}{y^8}$$

Si $a^n = b$, entonces no sólo b es igual a la n-ésima potencia de a, sino también se dice que, por definición, a es la raíz n-ésima de b. En general, este hecho se expresa usando un ***radical*** ($\sqrt{\ }$):

$$\sqrt[n]{b} \quad \text{raíz } n\text{-ésima de } b$$

Considere los enunciados siguientes:

$2^2 = 4$ significa que 2 es la *raíz cuadrada* de 4, o sea, $\sqrt{4} = 2$

$2^3 = 8$ significa que 2 es la *raíz cúbica* de 8, o sea, $\sqrt[3]{8} = 2$

$2^5 = 32$ significa que 2 es la *raíz quinta* de 32, o sea, $\sqrt[5]{32} = 2$

Un radical también puede expresarse mediante un exponente fraccionario. En general, podemos escribir

$$\sqrt[n]{b} = b^{1/n}$$

Por ejemplo,

$$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3} \quad \text{o} \quad \sqrt{10} = 10^{1/2}$$

Hay otras dos reglas que es indispensable conocer para trabajar con radicales.

Regla 7: La raíz n-ésima de un producto es igual al producto de las raíces n-ésimas de cada factor:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} \qquad \textit{Raíces de un producto} \tag{1.9}$$

Ejemplos:

$$\sqrt{4\cdot 16} = \sqrt{4}\,\sqrt{16} = 2\cdot 4 = 8$$
$$\sqrt[5]{ab} = \sqrt[5]{a}\,\sqrt[5]{b}$$

Regla 8: Las raíces de una potencia se calculan aplicando la definición de exponentes fraccionarios.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} \qquad \textit{Raíz de potencias} \tag{1.10}$$

Ejemplos:

$$\sqrt[3]{2^9} = 2^{9/3} = 2^3 = 8$$
$$\sqrt{10^{-4}} = 10^{-4/2} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$$
$$\sqrt{4 \times 10^8} = \sqrt{4}\,\sqrt{10^8} = 2(10)^{8/2} = 2 \times 10^4$$
$$\sqrt[3]{8 \times 10^{-6}} = \sqrt[3]{8}(10)^{-6/3} = 2 \times 10^{-2}$$

Para resolver la mayor parte de los problemas de esta obra sólo se requiere un conocimiento limitado de las reglas anteriores. Lo que más se calcula son cuadrados, cubos, raíces cuadradas y cúbicas. No obstante, es útil contar con un buen conocimiento de las reglas de los exponentes y radicales.

1.2.4 Solución a ecuaciones cuadráticas

Al resolver problemas de física, con frecuencia se necesita obtener una solución para una ecuación de segundo grado cuya incógnita está elevada a la segunda potencia. Por ejemplo, en cinemática la posición de una partícula en un campo gravitacional varía con el tiempo según la relación

$$x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

donde x es el desplazamiento, v_0 la velocidad inicial, a la aceleración y t el tiempo. Observe que la apariencia de t^2 significa que hay dos instantes en que el desplazamiento podría ser el mismo. Tales ecuaciones reciben el nombre de ***ecuaciones cuadráticas***. Hay varios métodos para resolver este tipo de ecuaciones, pero quizá para los problemas de física el más útil sea aplicar el de la fórmula cuadrática.

Dada una ecuación cuadrática de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

con a diferente de cero, las soluciones se hallan con la fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo 1.5 Resuelva la ecuación siguiente para x: $3x^2 = 12 + 5x$.

Plan: La mayor potencia de la incógnita x es 2 y se puede aplicar la fórmula cuadrática. Escriba la ecuación en la forma cuadrática, determinar las constantes a, b y c, y después resolver x usando la fórmula.

Solución: La forma cuadrática es $ax^2 + bx + c = 0$, así que podemos escribir

$$3x^2 - 5x - 12 = 0$$

Al analizar esa ecuación se observa que $a = 3$, $b = 5$ y $c = -12$. Ahora, resolvemos para x por sustitución en la fórmula cuadrática

$$x = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-12)}}{2(3)}$$
$$= \frac{+5 \pm \sqrt{(25) + (144)}}{2(3)} = \frac{+5 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{5 \pm 13}{6}$$

Para hallar las dos soluciones para x usamos primero el signo más y luego el menos:

$$\text{Primera solución:} \quad x = \frac{5 + 13}{6} = \frac{18}{6} \quad \text{o} \quad x = +3$$

$$\text{Segunda solución:} \quad x = \frac{5 - 13}{6} = \frac{-8}{6} \quad \text{o} \quad x = -1.33$$

Las dos respuestas son $x = +3$ y $x = -1.33$. Con base en las condiciones del problema, una de las soluciones puede ser matemáticamente verdadera pero imposible desde el ángulo de la física, lo cual indica que siempre debe interpretar los resultados a la luz de las condiciones establecidas.

Ejemplo 1.6

Se lanza una pelota hacia arriba con una rapidez inicial de $v_0 = 20$ m/s. La aceleración debida a la gravedad es $g = -9.80$ m/s². Si se tiene un desplazamiento de $y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$, determine los dos instantes en que el desplazamiento es $y = 12$ m arriba del punto donde se suelta la pelota.

Plan: Debe sustituir los valores dados para g, y y v_0 a fin de obtener la ecuación cuadrática, con el tiempo t como su incógnita. Después escriba la ecuación en su forma cuadrática y resuelva para t mediante la fórmula cuadrática.

Solución: La sustitución da como resultado

$$y = v_0t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad \text{o} \quad (12) = 20t + \tfrac{1}{2}(-9.8)t^2$$

Hemos dejado fuera las unidades para que la incógnita t quede indicada con claridad. Al escribir esta expresión en forma cuadrática queda

$$4.9t^2 - 20t + 80 = 0$$

Ahora aplicamos la fórmula cuadrática para hallar las dos soluciones para t.

$$t = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(4.9)(12)}}{2(4.9)}$$

$$= \frac{+20 \pm \sqrt{400 - 235}}{9.8} = \frac{-20 \pm 12.8}{9.8}$$

De nuevo, encontramos las dos soluciones usando primero el signo más y luego el menos:

$$\text{Primera solución:} \quad t = \frac{20 + 12.8}{9.8} = \frac{32.8}{9.8} \quad \text{o} \quad t = +3.35 \text{ s}$$

$$\text{Segunda solución:} \quad t = \frac{20 - 12.8}{9.8} = \frac{7.17}{9.8} \quad \text{o} \quad t = +0.732 \text{ s}$$

La pelota alcanza la altura de 12 m en el instante $t = 0.732$ s después de que se le suelta. Luego alcanza el mismo desplazamiento en el instante $t = 3.35$ s.

1.2.5 Notación científica

En el trabajo científico es muy frecuente encontrarse con números muy grandes o muy pequeños. Por ejemplo, cuando el operador de una máquina mide el grosor de una delgada hoja de metal puede obtener una lectura de 0.00021 pulgadas (in). De forma similar, un ingeniero puede hallar que el área de una pista de aeropuerto es de 130 000 m². Es conveniente que podamos expresar estos números como 2.1×10^{-4} in y 1.3×10^5 m², respectivamente. Se usan potencias de 10 para señalar la posición del punto decimal sin tener que manejar un gran número de ceros al realizar cada uno de los cálculos. El sistema para expresar cualquier cantidad como un número entre 1 y 10 multiplicado por una potencia entera de base 10 se llama ***notación científica***.

Las calculadoras electrónicas tienen una teclas que permiten incluso a los estudiantes principiantes usar la notación científica en muchos cálculos. Puede tener la seguridad de que se encontrará con la notación científica aunque su trabajo no requiera el uso frecuente de números expresados con ella. Revise el manual de su calculadora a fin de que aprenda a trabajar en ella con potencias de base 10.

Considere los múltiplos de 10 siguientes y algunos ejemplos de su utilización en la notación científica:

$$
\begin{aligned}
0.0001 &= 10^{-4} & 2.34 \times 10^{-4} &= 0.000234\\
0.001 &= 10^{-3} & 2.34 \times 10^{-3} &= 0.00234\\
0.01 &= 10^{-2} & 2.34 \times 10^{-2} &= 0.0234\\
0.1 &= 10^{-1} & 2.34 \times 10^{-1} &= 0.234\\
1 &= 10^{0} & 2.34 \times 10^{0} &= 2.34\\
10 &= 10^{1} & 2.34 \times 10^{1} &= 23.4\\
100 &= 10^{2} & 2.34 \times 10^{2} &= 234.0\\
1\,000 &= 10^{3} & 2.34 \times 10^{3} &= 2340.0\\
10\,000 &= 10^{4} & 2.34 \times 10^{4} &= 23\,400.0
\end{aligned}
$$

Para escribir en notación científica un número mayor que 1 debe determinar el número de veces que es preciso mover el punto decimal a la izquierda para obtener la notación abreviada. Veamos algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
467 &= 4\,6\,7. &&= 4.67 \times 10^{2}\\
30 &= 3\,0. &&= 3.0 \times 10^{1}\\
35\,700 &= 3\,5\,7\,0\,0. &&= 3.57 \times 10^{4}
\end{aligned}
$$

Cualquier número decimal menor que 1 puede escribirse como un número entre 1 y 10 multiplicado por una potencia *negativa* de base 10. En este caso, el exponente negativo representa el número de veces que se mueve el punto decimal a la derecha. Este exponente siempre es igual al número de ceros que se encuentran entre el punto decimal y el primer dígito, más uno. Los siguientes son algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
0.24 &= 0.2\,4 &&= 2.4 \times 10^{-1}\\
0.00327 &= 0.0\,0\,3\,2\,7 &&= 3.27 \times 10^{-3}\\
0.0000469 &= 0.0\,0\,0\,0\,4\,6\,9 &&= 4.69 \times 10^{-5}
\end{aligned}
$$

Para convertir la notación científica en notación decimal simplemente se invierte el proceso.

Con ayuda de las leyes de los exponentes, la notación científica sirve en la multiplicación y la división de números muy pequeños o muy grandes. Cuando se multiplican dos números, sus respectivos exponentes de base 10 se suman. Por ejemplo, $200 \times 4\,000$ puede escribirse como $(2 \times 10^2)(4 \times 10^3) = (2)(4) \times (10^2)(10^3) = 8 \times 10^5$. Otros ejemplos son

$$
\begin{aligned}
2200 \times 40 &= (2.2 \times 10^{3})(4 \times 10^{1}) &&= 8.8 \times 10^{4}\\
0.0002 \times 900 &= (2.0 \times 10^{-4})(9.0 \times 10^{2}) &&= 1.8 \times 10^{-2}\\
1002 \times 3 &= (1.002 \times 10^{3})(3 \times 10^{0}) &&= 3.006 \times 10^{3}
\end{aligned}
$$

De forma similar, cuando un número se divide entre otro, el exponente de base 10 que aparece en el denominador se resta del exponente de base 10 del numerador. Éstos son algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
\frac{7000}{35} &= \frac{7 \times 10^{3}}{3.5 \times 10^{1}} = \frac{7.0}{3.5} \times 10^{3-1} &&= 2.0 \times 10^{2}\\
\frac{1200}{0.003} &= \frac{1.2 \times 10^{3}}{3.0 \times 10^{-3}} = \frac{1.2}{3.0} \times 10^{3-(-3)} &&= 4.0 \times 10^{5}\\
\frac{0.008}{400} &= \frac{8 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{2}} = \frac{8}{4} \times 10^{-3-2} &&= 2.0 \times 10^{-5}
\end{aligned}
$$

Cuando se suman dos números expresados en notación científica es necesario tener cuidado de ajustar todos los que se van a sumar, de modo que tengan potencias idénticas de base 10. Veamos algunos ejemplos:

$$2000 + 400 = 2 \times 10^3 + 0.4 \times 10^3 = 2.4 \times 10^3$$
$$0.006 - 0.0008 = 6 \times 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 5.2 \times 10^{-3}$$
$$4 \times 10^{-21} - 6 \times 10^{-20} = 0.4 \times 10^{-20} - 6 \times 10^{-20} = -5.6 \times 10^{-20}$$

Las calculadoras científicas hacen automáticamente los ajustes necesarios al sumar y restar ese tipo de números.

La notación científica y las potencias de base 10 son muy importantes y significativas cuando se trabaja con unidades métricas. En el capítulo 3 veremos que los múltiplos de 10 se usan para definir muchas unidades en el sistema métrico. Por ejemplo, un kilómetro se define como mil (1×10^3) metros y un milímetro como una milésima (1×10^{-3}) de metro.

1.2.6 Gráficas

Con frecuencia se desea mostrar en forma gráfica la relación entre dos cantidades. Por ejemplo, sabemos que cuando un automóvil viaja con rapidez constante avanza la misma distancia cada minuto (min). Podríamos registrar la distancia recorrida, en pies (ft), para determinados tiempos, de la forma siguiente:

Distancia, ft	200	400	600	800	1000
Tiempo, min	1	2	3	4	5

En la parte inferior de una hoja de papel cuadriculado podemos establecer una escala de tiempo, quizá con cada división igual a 1 min. En el lado izquierdo del papel podemos establecer una escala de distancias. Es necesario seleccionar una escala que llene el papel cuadriculado (así se facilita la ubicación de los puntos en la gráfica). Las divisiones de la escala sencillas son: 1 división = 1, 2 o 5 multiplicado por alguna potencia de base 10. Algunos ejemplos adecuados son: 1 división = $1 \times 10^3 = 1000$, o 1 división = $2 \times 10^0 = 2$, o bien, 1 división = $5 \times 10^{-2} = 0.05$. Es preciso evitar divisiones de escala incómodas, como 3 divisiones = 100 ft, porque dificultan la ubicación de puntos. En nuestro ejemplo, podemos hacer que cada división represente 200 ft. Así, los datos se representan en la gráfica como muestra la figura 1.4. Cada punto ubicado en el eje (línea) horizontal tiene un punto correspondiente en el eje (línea) vertical. Por ejemplo, la distancia recorrida al cabo de 3 min es 600 ft. Observe que cuando se unen esos puntos, el resultado es una línea recta.

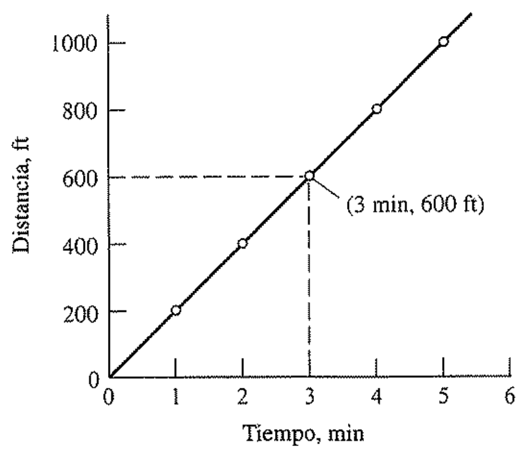


Figura 1.4 Gráfica de la distancia en función del tiempo (una relación *directa*).

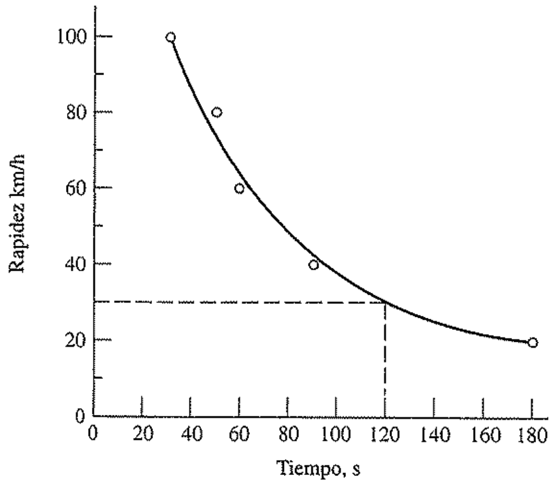


Figura 1.5 Gráfica del tiempo necesario para recorrer una distancia de 1 km como función de la rapidez (una relación *inversa*).

Cuando la gráfica de una cantidad frente a otra produce una línea recta que pasa por el origen hay entre ellas una *relación directa*. En este ejemplo, la distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo. Cuando una de esas cantidades cambia, la otra también, y en la misma proporción. Si se duplica el tiempo transcurrido, se duplica la distancia recorrida.

También existen las *relaciones inversas* o indirectas, en las que el aumento de una cantidad produce como resultado la disminución *proporcional* de la otra cantidad. Si disminuyéramos la rapidez de un automóvil, veríamos que se requerirían intervalos de tiempo cada vez mayores para recorrer la misma distancia. Suponga que hemos medido, en segundos (s), el tiempo requerido para recorrer una distancia de 1 kilómetro (km) [0.621 millas (mi)] con rapidez de 20, 40, 60, 80 y 100 kilómetros por hora (km/h). De esta manera registramos los datos siguientes:

Rapidez, km/h	20	40	60	80	100
Tiempo, s	180	90	60	45	36

En la figura 1.5 se muestra una gráfica de estos datos. Nótese que la gráfica de una relación inversa no es una línea recta sino una curva.

Una gráfica sirve para obtener información con la que no se contaba antes de elaborarla. Por citar un caso, en la figura 1.5 advertimos que se requeriría un tiempo de 120 s para recorrer la distancia si nuestra rapidez fuera de 30 km/h.

1.2.7 Geometría

En este breve repaso presuponemos que usted conoce el concepto de punto y de recta. Veremos otros conceptos importantes sólo en la medida en que sean necesarios para resolver problemas de física. No es indispensable hacer un amplio repaso de los muchos teoremas posibles de esta disciplina. Comenzaremos con ángulos y rectas.

El ***ángulo*** comprendido entre dos líneas rectas se define trazando un círculo cuyo centro se ubica en el punto de intersección (véase la figura 1.6a). La magnitud del ángulo A es proporcional a la fracción de un círculo completo que se encuentra entre las dos rectas. Los ángulos se miden en ***grados***, como se define en la figura 1.6b. Un grado (°) es una parte de un círculo igual a 1/360 de una revolución completa (rev). Por tanto, en 1 rev hay 360°:

$$1^\circ = \frac{1}{360}\,\text{rev} \qquad 1\ \text{rev} = 360^\circ \tag{1.11}$$

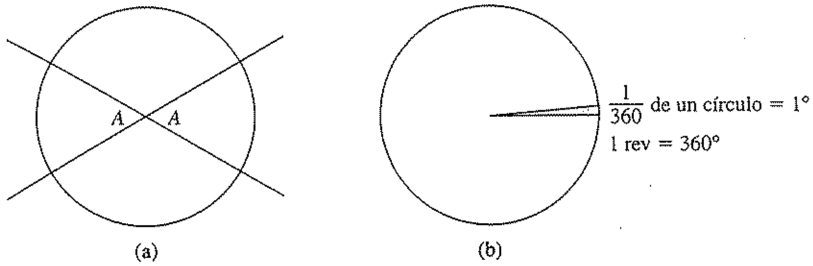


Figura 1.6 Un ángulo es una fracción de un círculo completo. Un grado es una parte del círculo que equivale a 1/360 de una revolución completa.

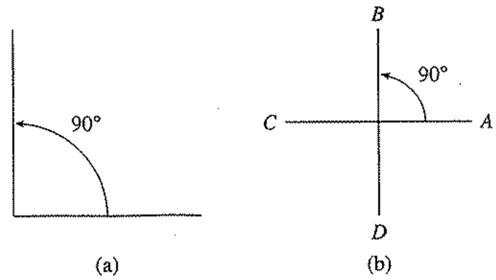


Figura 1.7 (a) Un ángulo recto es la cuarta parte de un círculo. (b) Las rectas que se cortan formando ángulos rectos reciben el nombre de perpendiculares.

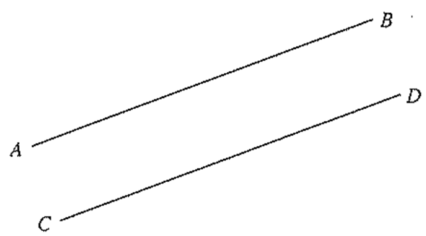


Figura 1.8 Las rectas paralelas que se extienden indefinidamente nunca se intersecan ($AB \parallel CD$).

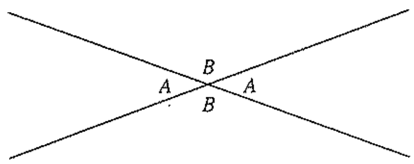


Figura 1.9 Cuando dos líneas rectas se intersecan, los ángulos opuestos son iguales.

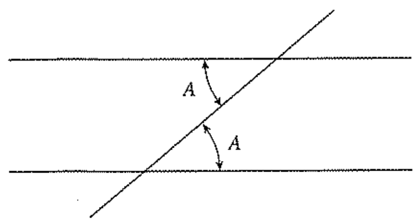


Figura 1.10 Cuando una línea recta se interseca con dos líneas paralelas, los dos ángulos internos resultan iguales.

El ángulo que corresponde a un cuarto de 1 rev, es decir, a 90°, recibe un nombre especial: se llama ***ángulo recto*** (véase la figura 1.7a). Cuando dos rectas se intersecan de manera que el ángulo formado entre ellas es recto, se dice que son ***perpendiculares***. La recta CA de la figura 1.7b es perpendicular a la recta BD. Esto puede escribirse como

$$CA \perp BD$$

donde $\perp$ significa "es perpendicular a".

Se dice que dos rectas son ***paralelas*** si nunca se intersecan, por más que se prolonguen sus extremos. En la figura 1.8 la recta AB es paralela a la línea CD, lo cual se escribe así:

$$AB \parallel CD$$

donde $\parallel$ significa "es paralela a".

La aplicación de la geometría requiere conocer sólo algunas reglas generales, describiremos tres de las más importantes de ellas.

> **Regla 1:** Cuando dos rectas se intersecan, los ángulos opuestos que forman son iguales (véase la figura 1.9).

> **Regla 2:** Cuando una recta interseca (se corta con) dos rectas paralelas, los ángulos alternos internos son iguales (figura 1.10).

Observe en la figura 1.10 que los ángulos A se hallan a ambos lados de la recta que corta a las dos paralelas y se ubican dentro del espacio comprendido entre éstas. De acuerdo con la regla 2, estos ángulos *alternos internos* son iguales. (Los otros dos ángulos internos también son iguales).

Ejemplo 1.7

En un edificio en construcción, dos postes de tabique se han reforzado con un miembro cruzado, como se muestra en la figura 1.11. Calcule el ángulo C por medio de la geometría.

Plan: Suponga que los dos postes son paralelos y que, por tanto, el miembro cruzado forma una recta que los corta. Empiece con el ángulo dado y luego aplique las reglas 1 y 2 para hallar cada uno de los ángulos.

Solución: El ángulo A mide 60° de acuerdo con la regla 1; el ángulo B mide 60° según la regla 2, porque según ésta, los ángulos internos son iguales. Finalmente, aplique la regla 1 de nuevo para encontrar que el ángulo C mide 60°. A partir de este ejemplo, se observa que los ángulos *alternos externos* también son iguales, pero no es necesario postular una nueva regla.

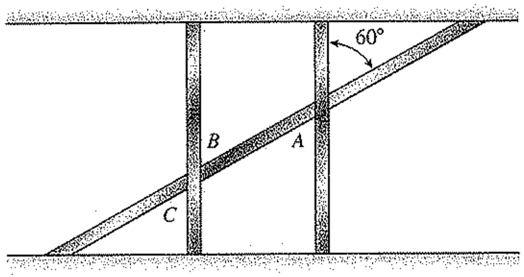


Figura 1.11

Un ***triángulo*** es una figura cerrada plana con tres lados. En la figura 1.12 se ejemplifica un triángulo con lados a, b y c y ángulos A, B y C. Un triángulo como éste, en el que no hay dos lados ni dos ángulos iguales, se llama ***triángulo escaleno***.

Un triángulo de especial interés para nosotros es el ***triángulo rectángulo***, que se ejemplifica en la figura 1.13. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo igual a 90° (dos de los lados son perpendiculares). El lado opuesto al ángulo de 90° se llama ***hipotenusa***.

Regla 3: En cualquier tipo de triángulo, la suma de los ángulos internos es igual a 180°.

$$A + B + C = 180°$$

Corolario: Para cualquier triángulo rectángulo ($C = 90°$), la suma de los dos ángulos más pequeños es igual a 90°.

$$A + B = 90°$$

En este caso, se dice que los ángulos A y B son *complementarios*.

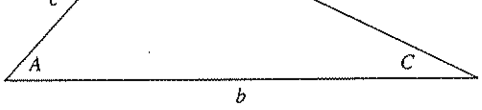


Figura 1.12 Un triángulo escaleno.

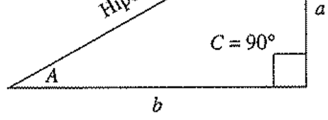


Figura 1.13 En un triángulo rectángulo uno de los ángulos internos debe ser recto.

Ejemplo 1.8 Aplique las reglas de la geometría para determinar los ángulos desconocidos en el caso ilustrado en la figura 1.14.

Plan: Observe toda la figura; busque las rectas perpendiculares (las que forman triángulos rectángulos). Con base en el ángulo de 30° que se proporciona, aplique las reglas de la geometría para hallar el valor de los otros ángulos.

Solución: Puesto que la recta *MC* es perpendicular a la recta *RQ*, tenemos un triángulo rectángulo en el que el ángulo menor es de 30°. La aplicación del corolario a la regla 3 produce:

$$30^\circ + B = 90^\circ \qquad \text{o} \qquad B = 60^\circ$$

En virtud de que los ángulos opuestos son iguales, *D* también es igual a 60°. La recta *NF* es perpendicular a la recta *RP*, por lo que $A + D = 90^\circ$. Por consiguiente,

$$A + 60^\circ = 90^\circ \qquad \text{y} \qquad A = 30^\circ$$

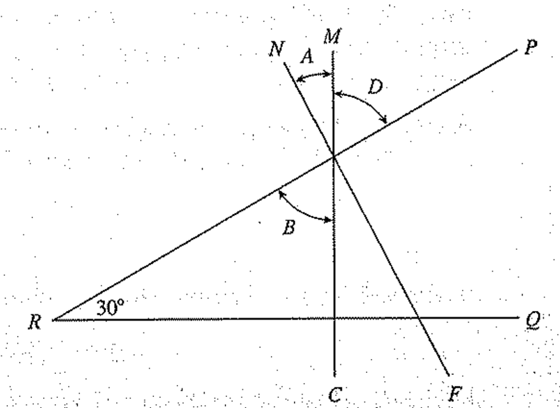


Figura 1.14

Otra regla importante para la geometría se basa en los lados de un triángulo rectángulo. Abordaremos el *teorema de Pitágoras* más adelante.

1.2.8 Trigonometría del triángulo rectángulo

A menudo es necesario determinar las longitudes y los ángulos a partir de figuras de tres lados conocidas como *triángulos*. Si aprende algunos principios que se aplican a todos los triángulos rectángulos, mejorará de manera significativa su habilidad para trabajar con vectores. Además, con las calculadoras portátiles los cálculos son relativamente sencillos.

Primero repasemos algunos de los temas que ya conocemos acerca de los triángulos rectángulos. Seguiremos la convención de usar letras griegas para identificar los ángulos y letras romanas para los lados. Los símbolos griegos que se usan comúnmente son:

α alfa	β beta	γ gama
θ *theta*	ϕ *phi*	δ delta

El teorema de Pitágoras:

$R^2 = x^2 + y^2$

$R = \sqrt{x^2 + y^2}$

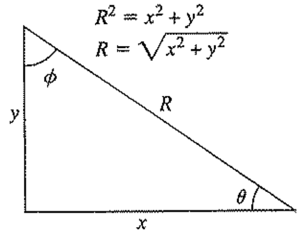


Figura 1.15

En el triángulo rectángulo de la figura 1.15, los símbolos *R*, *x* y *y* se refieren a las dimensiones de los lados, mientras que θ, ϕ y 90° corresponden a los ángulos. Recuerde que en un triángulo rectángulo la suma de los ángulos más pequeños es igual a 90°:

$$\phi + \theta = 90^\circ \qquad \textit{Triángulo rectángulo}$$

Se dice que el ángulo ϕ es complemento de θ y viceversa.

También existe una relación entre los lados, la cual se conoce como el ***teorema de Pitágoras***:

Teorema de Pitágoras: El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

$$R^2 = x^2 + y^2 \qquad \textit{Teorema de Pitágoras} \qquad \textbf{(1.12)}$$

La *hipotenusa* se define como el lado mayor. En la práctica, puede ubicarla recordando que es el lado directamente opuesto al ángulo recto; es la recta que une los dos lados perpendiculares.

Ejemplo 1.9 ¿Qué longitud de cable de retén se necesita para formar un tirante desde lo alto de un poste telefónico de 12 m, hasta una estaca clavada en el suelo a 8 m de la base del poste?

Plan: Trace un esquema del problema como en la figura 1.16, donde se advierta que el cable de retén forma un triángulo rectángulo con el poste perpendicular al suelo. Etiquete la figura y aplique el *teorema de Pitágoras* para determinar la longitud del cable.

Solución: Identifique la longitud R del cable como la hipotenusa de un triángulo rectángulo y después, con base en el teorema de Pitágoras:

$$R^2 = (12\text{ m})^2 + (8\text{ m})^2$$
$$= 144\text{ m}^2 + 64\text{ m}^2 = 208\text{ m}^2$$

Al obtener la raíz cuadrada a los dos miembros de la ecuación se obtiene

$$R = \sqrt{208\text{ m}^2} = 14.4\text{ m}$$

Recuerde dar su respuesta con tres cifras significativas. En este libro suponemos que todas las mediciones tienen tres dígitos significativos. En otras palabras, la altura del poste es 12.0 m y la base del triángulo es 8.00 m, a pesar de que, por comodidad, se han especificado como 12 m y 8 m.

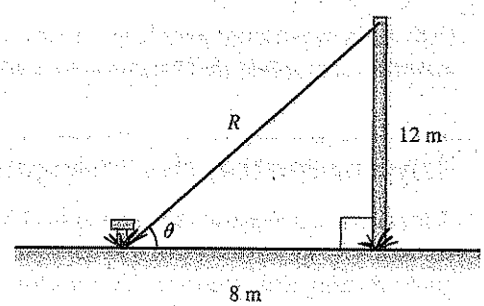


Figura 1.16

En general, para hallar la hipotenusa el teorema de Pitágoras puede expresarse como

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \textit{Hipotenusa} \qquad \textbf{(1.13)}$$

En algunas calculadoras electrónicas, la secuencia de teclas para introducir la información podría ser

$$x \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{+} \quad y \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\sqrt{x}} \qquad \textbf{(1.14)}$$

En este caso, x y y son los valores de los lados más cortos, y los símbolos que aparecen encerrados en recuadros son las teclas de operación en la calculadora. Conviene comprobar la solución del problema anterior con $x = 8$ y $y = 12$. (El procedimiento de introducción de datos depende de la marca de la calculadora).

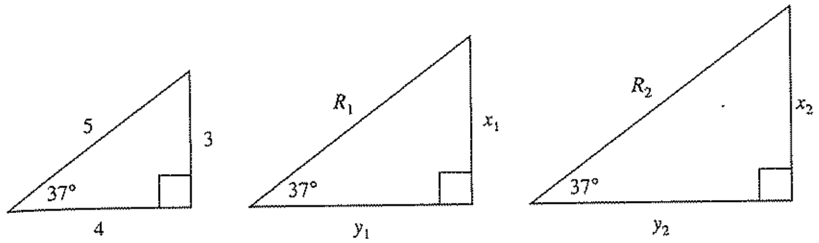


Figura 1.17 Todos los triángulos rectángulos que tienen los mismos ángulos internos son semejantes; es decir, sus lados son proporcionales.

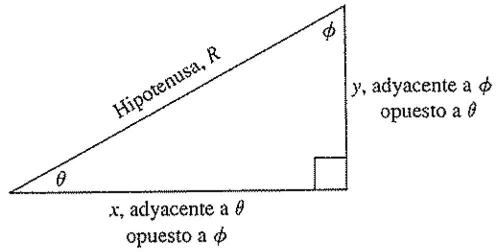


Figura 1.18

Por supuesto, el teorema de Pitágoras sirve también para hallar cualquiera de los lados más cortos si se conocen los otros lados. La solución para x o para y es

$$x = \sqrt{R^2 - y^2} \qquad y = \sqrt{R^2 - x^2} \tag{1.15}$$

La ***trigonometría*** es la rama de las matemáticas que se basa en el hecho de que los triángulos semejantes son proporcionales en sus dimensiones. En otras palabras, para un ángulo dado, la relación entre dos lados cualesquiera es la misma, independientemente de las dimensiones generales del triángulo. En los tres triángulos de la figura 1.17, las razones de los lados correspondientes son iguales siempre que el ángulo sea de 37°. A partir de la figura 1.17 se observa que

$$\frac{3}{4} = \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

y también

$$\frac{4}{5} = \frac{y_1}{R_1} = \frac{y_2}{R_2}$$

Una vez que se ha identificado un ángulo en un triángulo rectángulo, debe marcarse el lado *opuesto* y el *adyacente* al ángulo. En la figura 1.18 se muestra el significado de opuesto, adyacente e hipotenusa. Es conveniente que estudie la figura hasta que entienda plenamente el significado de tales términos. Compruebe que el lado opuesto a θ es y y que el lado adyacente a θ es x. Observe también que los lados descritos como "opuesto" y "adyacente" cambian cuando nos referimos al ángulo ϕ.

En un triángulo rectángulo hay tres relaciones importantes entre los lados: el ***seno***, el ***coseno*** y la ***tangente***, que en el caso del ángulo θ se definen así:

Para cerciorarse de que ha comprendido estas definiciones, compruebe las expresiones

$$\begin{aligned} \text{sen}\ \theta &= \frac{op\ \theta}{hip} \\ \cos\theta &= \frac{ady\,\theta}{hip} \\ \tan\theta &= \frac{op\ \theta}{ady} \end{aligned} \tag{1.16}$$

siguientes para los triángulos de la figura 1.19:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{9}{15} \qquad \cos\gamma = \frac{m}{H} \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x}$$

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{y}{R} \qquad \cos\beta = \frac{n}{H} \qquad \tan\phi = \frac{12}{9}$$

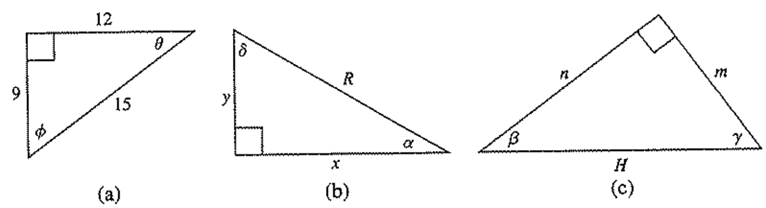


Figura 1.19

Primero debe identificar el ángulo recto y luego marcar el lado más largo (el opuesto al ángulo de 90°) como hipotenusa. Después, para un ángulo en particular, es preciso que identifique los lados opuesto y adyacente.

En cualquier calculadora científica es fácil obtener los valores constantes de las funciones trigonométricas. Lea el manual de la calculadora para que aprenda a obtener el seno, el coseno o la tangente de un ángulo, así como para determinar el ángulo cuyo seno, coseno o tangente es una razón específica. El procedimiento exacto depende de la calculadora. Úsela para comprobar que

$$\cos 47° = 0.682$$

En casi todas las calculadoras debemos introducir el número 47 y luego oprimir la tecla $\boxed{\cos}$ para que aparezca en la pantalla el resultado. Compruebe los datos siguientes:

$$\tan 38° = 0.781 \qquad \cos 31° = 0.857$$

$$\text{sen } 22° = 0.375 \qquad \tan 65° = 2.144$$

Para hallar el ángulo cuya tangente es 1.34 o el ángulo cuyo seno es 0.45 hay que invertir el procedimiento anterior. Con una calculadora, por ejemplo, se introduce primero el número 1.34 y luego se teclea alguna de estas secuencias, según la calculadora: $\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{\tan}$, $\boxed{\text{ARC}}$ $\boxed{\tan}$, o bien, $\boxed{\tan^{-1}}$. Cualquiera de estas secuencias da como resultado el ángulo cuya tangente es el valor introducido. En los ejemplos anteriores obtuvimos

$$\tan\theta = 1.34 \qquad \theta = 53.3°$$

$$\text{sen}\,\theta = 0.45 \qquad \theta = 26.7°$$

Ahora ya puede aplicar la trigonometría para hallar los ángulos o lados desconocidos de un triángulo rectángulo. El procedimiento siguiente para resolver problemas le será útil.

Estrategia para resolver problemas

Aplicación de trigonometría

1. Trace el triángulo rectángulo a partir de las condiciones planteadas en el problema. (Marque todos los lados y ángulos, ya sea con el valor conocido o con un símbolo del valor que se desconoce).
2. Aísle un ángulo para su estudio; si se conoce uno de los ángulos, es el que debe seleccionar.
3. Marque cada lado de acuerdo con la relación que guarda con el ángulo elegido, ya sea op, ady o hip.
4. Decida cuál es el lado o ángulo que se va a calcular.
5. Recuerde las definiciones de las funciones trigonométricas:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{op}{hip} \qquad \cos\theta = \frac{ady}{hip} \qquad \tan\theta = \frac{op}{ady}$$

6. Elija la función trigonométrica que incluya (a) la cantidad desconocida y (b) ninguna otra cantidad desconocida.
7. Escriba la ecuación trigonométrica apropiada y resuelva para el valor desconocido.

Ejemplo 1.10

¿Cuál es la longitud del segmento de cuerda x en la figura 1.20?

Plan: El paso 1 de la estrategia de resolución de problemas ya está completo. Prosiga con los demás hasta determinar la longitud del segmento de cuerda x.

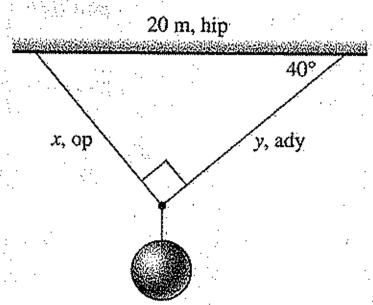


Figura 1.20

Solución: De acuerdo con los pasos 2 y 3, se elige el ángulo de 40° como referencia y luego se marcan en la figura los lados *op*, *ady* e *hip*. En el paso 4, se toma la decisión de resolver para x (el lado opuesto al ángulo de 40°). En seguida, puesto que la función seno incluye *op* e *hip*, elegimos la función y escribimos la ecuación

$$\text{sen } 40° = \frac{x}{20 \text{ m}}$$

Resolvemos para x multiplicando ambos lados por 20 m, y obtenemos

$$x = (20 \text{ m}) \text{ sen } 40° \qquad \text{o} \qquad x = 12.9 \text{ m}$$

En algunas calculadoras podemos hallar x de esta forma:

$$(20 \text{ m}) \text{ sen } 40° = 20 \; \boxed{\text{X}} \; 40 \; \boxed{\text{sin}} \; \boxed{=} \; = 12.9 \text{ m}$$

El procedimiento varía según la calculadora. Debe comprobar esta respuesta y usar su calculadora para mostrar que el lado $y = 15.3$ m.

Ejemplo 1.11

Un automóvil sube por la rampa mostrada en la figura 1.21, cuya base es de 20 m y tiene una altura de 4.3. ¿Cuál es el ángulo de su inclinación?

Plan: Trace un esquema y márquelo (véase la figura 1.21) sin perder de vista la información proporcionada y las relaciones del ángulo de inclinación. Luego siga la estrategia de resolución de problemas.

Solución: Identifique los lados *op, ady* e *hip* para el ángulo θ y observe que la función *tangente* es la única que implica los dos lados conocidos. Escribimos

$$\tan \theta = \frac{op}{ady} = \frac{4.3 \text{ m}}{20 \text{ m}} \qquad \text{o} \qquad \tan \theta = 0.215$$

El ángulo θ es aquel cuya *tangente es igual a* 0.215. En la calculadora obtenemos

$$\theta = 12.1°$$

En algunas calculadoras la secuencia de teclas sería

$$4.3 \; \boxed{\div} \; 20 \; \boxed{=} \; \boxed{\tan^{-1}}$$

En algunas calculadoras hay que usar INV TAN, ATAN, ARCTAN u otros símbolos en vez de $\tan^{-1}$. Lo reiteramos: es preciso que lea el manual incluido con su calculadora.

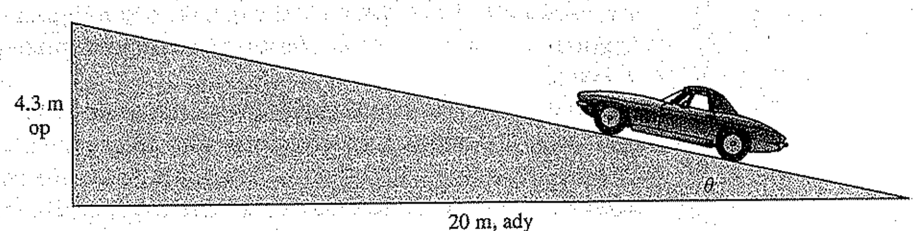


Figura 1.21

1.3 Cantidades físicas

El lenguaje de la física y la tecnología es universal. Los hechos y las leyes deben expresarse de una manera precisa y consistente, de manera que un término determinado signifique exactamente lo mismo para todos. Por ejemplo, supongamos que alguien nos dice que el desplazamiento del pistón de un motor es 3.28 litros (200 pulgadas cúbicas). Debemos responder dos preguntas para entender esa afirmación: (1) ¿Cómo se midió el *desplazamiento del pistón*? y (2) ¿qué es un *litro*?

El ***desplazamiento del pistón*** representa el volumen que el pistón desplaza o "expulsa" en su movimiento desde el fondo hasta la parte superior del cilindro. En realidad no se trata de un desplazamiento, en el sentido usual de la palabra, sino de un volumen. Un patrón de medida de volumen, que se reconoce fácilmente en todo el mundo, es el litro. Por tanto, cuando un motor tiene una etiqueta en la que se indica: "desplazamiento del pistón = 3.28 litros", todos los mecánicos entienden de igual manera dicha especificación.

En el ejemplo anterior, el desplazamiento del pistón (volumen) es un ejemplo de *cantidad física*. Cabe resaltar que esta cantidad fue definida mediante la descripción de su proceso de medición. En física, todas las cantidades se definen en esta forma. Otros ejemplos de cantidades físicas son: longitud, peso, tiempo, rapidez, fuerza y masa.

Una cantidad física se mide comparándola con un patrón previamente conocido. Por ejemplo, supongamos que se desea hallar la longitud de una barra metálica. Con los instrumentos adecuados se determina que la longitud de la barra es de cuatro metros. No es que la barra contenga cuatro cosas llamadas "metros", sino simplemente que se ha comparado con la longitud de un patrón conocido como "metro". La longitud también se podría representar como 13.1 pies o 4.37 yardas, si se usaran otras medidas conocidas.

La ***magnitud*** de una cantidad física se define con un *número* y una *unidad* de medida. Ambos son necesarios porque, por sí solos, el número o la unidad carecen de significado. Con excepción de los números y fracciones puros, se requiere indicar la unidad junto con el número cuando se expresa la magnitud de cualquier cantidad.

La magnitud de una cantidad física se especifica completamente con un número y una unidad; por ejemplo, 20 metros o 40 litros.

En vista de que hay muchas medidas diferentes para la misma cantidad, se requiere idear la forma de tener un registro de la magnitud exacta de las unidades empleadas. Para hacerlo, es necesario establecer medidas estándares para magnitudes específicas. Un ***patrón*** es un registro físico permanente, o fácil de determinar, de la cantidad que implica una unidad de medición determinada. Por ejemplo, el patrón para medir la resistencia eléctrica, el *ohm*, se define por medio de una comparación con un resistor patrón, cuya resistencia se conoce con precisión. Por tanto, una resistencia de 20 ohms debe ser 20 veces mayor que la de un resistor patrón de 1 ohm.

Hay que recordar que cada cantidad física se define indicando cómo se mide. Dependiendo del dispositivo de medición, cada cantidad puede expresarse en unidades diferentes. Por ejemplo, algunas unidades de distancia son *metros, kilómetros, millas* y *pies*, y algunas unidades de rapidez son *metros por segundo, kilómetros por hora, millas por hora* y *pies por segundo*. Sin embargo, no importa cuáles sean las unidades elegidas, la distancia debe ser una *longitud* y la rapidez tiene que ser una *longitud* dividida entre un *tiempo*. Por tanto, *longitud* y *longitud/tiempo* constituyen las dimensiones de las cantidades físicas *distancia* y *rapidez*.

Hay que observar que la rapidez se define en términos de dos cantidades más elementales (longitud y tiempo). Es conveniente establecer un número pequeño de cantidades fundamentales, como longitud y tiempo, a partir de las cuales se puedan derivar todas las demás cantidades físicas. De este modo, se afirma que la rapidez es una cantidad *derivada* y que la longitud o el tiempo son cantidades *fundamentales*. Si se reducen todas las medidas físicas a un número pequeño de cantidades con unidades básicas comunes, habrá menos confusión en su aplicación.

1.4 El Sistema Internacional

El sistema internacional de unidades se llama ***Sistema Internacional de Unidades (SI)*** y, en esencia, es el mismo que se conoce como *sistema métrico*. El Comité Internacional de Pesas y Medidas ha establecido siete cantidades básicas, y ha asignado unidades básicas oficiales a cada cantidad. Un resumen de estas cantidades, con sus unidades básicas y los símbolos para representarlas, se presenta en la tabla 1.1.

Cada una de las unidades que aparecen en la tabla 1.1 tiene una definición medible específica, que puede duplicarse en cualquier lugar del mundo. De estas unidades básicas sólo una, el *kilogramo*, se define en general en términos de una muestra física individual. Esta muestra estándar se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, en Francia. Se han fabricado copias de la muestra original para su uso en otras naciones. El resto de las unidades se definen en términos de hechos físicos reproducibles y se determinan con precisión en todo el mundo.

Es posible medir muchas cantidades, tales como volumen, presión, rapidez y fuerza, que son combinaciones de dos o más *cantidades fundamentales*. Sin embargo, nadie ha encontrado jamás una medida que no pueda expresarse en términos de longitud, masa, tiempo, corriente, temperatura, intensidad luminosa o cantidad de sustancia. Las combinaciones de estas cantidades se denominan cantidades *derivadas*, y se miden en unidades derivadas. Algunas unidades derivadas comunes aparecen en la tabla 1.2.

Las unidades del SI no se han incorporado en forma total en muchas aplicaciones industriales. En Estados Unidos se está avanzando hacia la adopción de las unidades del SI. No obstante, las conversiones a gran escala son costosas, sobre todo en el caso de muchas aplicaciones mecánicas y térmicas; en vista de esto, la conversión total al sistema internacional tardará todavía algún tiempo. Por ello es necesario que nos familiaricemos con las viejas unidades de ese sistema para la medición de cantidades físicas. Las unidades del sistema usual en Estados Unidos (SUEU) para diversas cantidades importantes se indican en la tabla 1.3.

Tabla 1.1

Unidades básicas del SI para siete cantidades fundamentales y dos cantidades complementarias

Cantidad	Unidad	Símbolo
	Unidades básicas	
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol
	Unidades complementarias	
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

Tabla 1.2

Unidades derivadas para cantidades físicas comunes

Cantidad	Unidad derivada	Símbolo	
Área	metro cuadrado	m^2	
Volumen	metro cúbico	m^3	
Frecuencia	hertz	Hz	s^{-1}
Densidad de masa (densidad)	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	
Rapidez, velocidad	metro por segundo	m/s	
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s	
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s^2	
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2	
Fuerza	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Presión (tensión mecánica)	pascal	Pa	N/m^2
Viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m^2/s	
Viscosidad dinámica	newton-segundo por metro cuadrado	$N \cdot s/m^2$	
Trabajo, energía, cantidad de calor	joule	J	$N \cdot m$
Potencia	watt	W	J/s
Cantidad de electricidad	coulomb	C	
Diferencia de potencial, fuerza electromotriz	volt	V	J/C
Intensidad del campo eléctrico	volt por metro	V/m	
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A
Capacitancia	farad	F	C/V
Flujo magnético	weber	Wb	$V \cdot s$
Inductancia	henry	H	$V \cdot s/A$
Densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m^2
Intensidad de campo magnético	ampere por metro	A/m	
Fuerza magnetomotriz	ampere	A	
Flujo luminoso	lumen	lm	$cd \cdot sr$
Luminosidad	candela por metro cuadrado	cd/m^2	
Iluminación	lux	lx	lm/m^2
Número de onda	1 por metro	m^{-1}	
Entropía	joule por kelvin	J/K	
Calor específico	joule por kilogramo kelvin	$J/(kg \cdot K)$	
Conductividad térmica	watt por metro kelvin	$W/(m \cdot K)$	
Intensidad radiante	watt por estereorradián	W/sr	
Actividad (de una fuente radiactiva)	1 por segundo	s^{-1}	

Tabla 1.3

Unidades del sistema usual en Estados Unidos

Magnitud	Unidades del SI	Unidades del SUEU
Longitud	metro (m)	pie (ft)
Masa	kilogramo (kg)	slug (slug)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
Fuerza (peso)	newton (N)	libra (lb)
Temperatura	kelvin (K)	grado Rankine (R)

Hay que observar que, aun cuando el pie, la libra y otras unidades se usan con frecuencia en Estados Unidos, se han definido de nuevo en términos de los patrones de unidades del SI. Gracias a eso, actualmente todas las mediciones están basadas en los mismos patrones.

1.5 Medición de longitud y tiempo

El patrón de la unidad de longitud del SI, el ***metro*** (*m*), originalmente se definió como la diezmillonésima parte de la distancia del Polo Norte al Ecuador. Por razones prácticas, esta distancia fue registrada en una barra de platino iridiado estándar. En 1960, el patrón se cambió para facilitar el acceso a una medida más precisa del metro, basada en un patrón atómico. Se acordó que un metro era exactamente igual a 1 650 763.73 longitudes de onda de la luz rojo-anaranjada del criptón 86. Se eligió el número de modo que el nuevo patrón se aproximara al antiguo patrón. Sin embargo, la adopción de este patrón tampoco estuvo exenta de problemas. La longitud de onda de la luz emitida por el criptón era incierta debido a que el proceso tiene lugar dentro del átomo, durante la emisión. Además, el desarrollo del láser estabilizado permitió medir una longitud de onda con mucho mayor precisión, en términos de tiempo y velocidad de la luz. En 1983 se adoptó el patrón más reciente para el metro (y probablemente el definitivo):

> Un metro es la longitud de la trayectoria que recorre una onda luminosa en el vacío durante un espacio de tiempo de 1/299 792 458 segundos.

El nuevo patrón del metro es más preciso, y tiene además otras ventajas. Su definición depende del patrón de tiempo (s) y éste se basa en un valor común de la velocidad de la luz. En la actualidad se considera que la velocidad de la luz es exactamente:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \qquad \text{(exacta por definición)}$$

Tiene sentido asignar un valor común a la velocidad de la luz porque, de acuerdo con la teoría de Einstein, la velocidad de la luz es una constante fundamental. Más aún, cualquier refinamiento futuro del patrón para medir el tiempo mejorará automáticamente el patrón para la longitud. Por supuesto, en general no es necesario saber la definición exacta de longitud para llevar a cabo mediciones prácticas y precisas. Gran número de herramientas, como los escalímetros sencillos en forma de regla o calibrador, se gradúan de acuerdo con el patrón de medida.

La definición original de tiempo se basó en la idea del día solar, definido como el espacio de tiempo transcurrido entre dos apariciones sucesivas del Sol sobre un determinado meridiano de la Tierra. Así pues, un ***segundo*** era 1/86 400 del día solar medio. No es difícil imaginar las dificultades e incongruencias a las que daba lugar dicho patrón. En 1976, el patrón de tiempo del SI quedó definido de la siguiente forma:

> Un segundo representa el tiempo necesario para que el átomo de cesio vibre 9 192 631 770 veces.

Por tanto, el patrón atómico de un segundo es el periodo de vibración de un átomo de cesio. Los mejores relojes de cesio son tan precisos que no se adelantan ni se atrasan más de 1 segundo en 300 000 años.

Debido a que esta medida de tiempo tiende a imponerse a la del día solar medio, la National Bureau of Standards suma periódicamente a la hora un *salto de un segundo*, por lo general una vez al año, el 31 de diciembre. Por tanto, el último minuto de cada año tiene a menudo 61 segundos, en vez de 60 segundos.

Otra ventaja del sistema métrico sobre otros sistemas de unidades es el uso de prefijos para indicar los múltiplos de la unidad básica. La tabla 1.4 define los prefijos aceptados y muestra su uso para indicar múltiplos y subdivisiones del metro. A partir de la tabla es posible determinar que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ metro (m)} &= 1\,000 \text{ milímetros (mm)} \\ 1 \text{ metro (m)} &= 100 \text{ centímetros (cm)} \\ 1 \text{ kilómetro (km)} &= 1\,000 \text{ metros (m)} \end{aligned}$$

Tabla 1.4

Múltiplos y submúltiplos de unidades del SI

Prefijo	Símbolo	Multiplicador	Ejemplo
tera	T	$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	1 terametro (Tm)
giga	G	$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	1 gigametro (Gm)
mega	M	$1\,000\,000 = 10^{6}$	1 megametro (Mm)
kilo	k	$1\,000 = 10^{3}$	1 kilómetro (km)
centi	c	$0.01 = 10^{-2}$	1 centímetro (cm)*
mili	m	$0.001 = 10^{-3}$	1 milímetro (mm)
micro	μ	$0.000001 = 10^{-6}$	1 micrómetro (μm)
nano	n	$0.000000001 = 10^{-9}$	1 nanómetro (nm)
—	Å	$0.0000000001 = 10^{-10}$	1 ángstrom (Å)*
pico	p	$0.000000000001 = 10^{-12}$	1 picómetro (pm)

*Aun cuando no se recomienda el empleo del centímetro y del ángstrom, el uso de estas unidades sigue siendo común.

La relación entre el centímetro y la pulgada se observa en la figura 1.22. Por definición, una pulgada es exactamente igual a 25.4 milímetros. Ésta y otras definiciones útiles se presentan a continuación (los símbolos de las unidades se indican entre paréntesis):

$$
\begin{aligned}
1 \text{ pulgada (in)} &= 25.4 \text{ milímetros (mm)}\\
1 \text{ pie (ft)} &= 0.3048 \text{ metros (m)}\\
1 \text{ yarda (yd)} &= 0.914 \text{ metros (m)}\\
1 \text{ milla (mi)} &= 1.61 \text{ kilómetros (km)}
\end{aligned}
$$

Al registrar datos, es preferible usar el prefijo que permita expresar el número en el intervalo de 0.1 a 1 000. Por ejemplo, 7 430 000 metros debe expresarse como 7.43×10^6 m, y reportarse luego como 7.43 megametros, o en forma abreviada 7.43 Mm. Generalmente no es conveniente escribir esta medida como 7430 kilómetros (7430 km), a menos que la distancia se esté comparando con otras distancias medidas en kilómetros. En el caso de la cantidad 0.00064 amperes, es correcto escribir 0.64 miliamperes (0.64 mA) o 640 microamperes (640 μA). En general, los prefijos se eligen para múltiplos de mil.

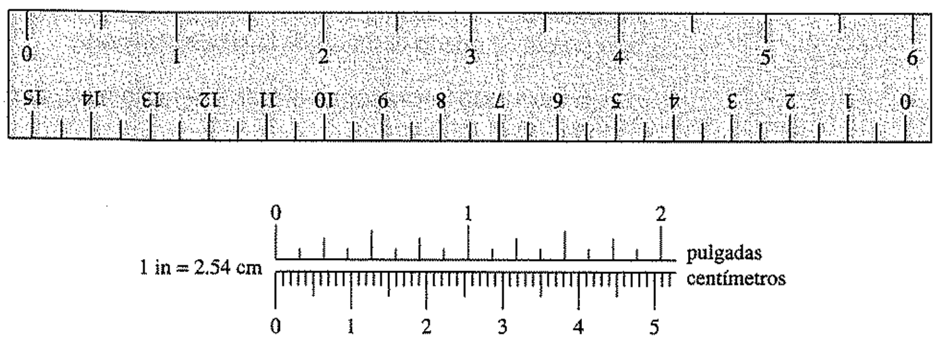


Figura 1.22 Comparación de la pulgada con el centímetro como medidas de longitud.

1.6 Cifras significativas

Algunos números son exactos y otros son aproximados. Si se sacan 20 tornillos de una caja y se usa sólo la cuarta parte de ellos, los números 20 y ¼ se consideran como cantidades exactas. Sin embargo, si se miden la longitud y el ancho de una lámina rectangular, la precisión de la medida depende de la precisión del instrumento utilizado y de la habilidad del observador. Suponga que el ancho de la placa mencionada se mide con un calibrador vernier y el resultado es 3.42 cm. El último dígito es estimado y, por tanto, susceptible de error. El ancho real fluctúa entre 3.40 cm y 3.50 cm. Escribir el ancho como 3.420 cm implicaría una precisión mayor de la que se justifica. Se dice que el número 3.42 tiene tres *cifras significativas*, y hay que tener cuidado de no escribir más números o ceros de los que son significativos.

Se supone que todas las mediciones físicas son aproximadas, y que el último dígito significativo se ha calculado mediante una estimación de algún tipo. Al escribir tales números, con frecuencia se incluyen algunos ceros para indicar la posición correcta del punto decimal. Sin embargo, con excepción de estos ceros, todos los demás dígitos sí se consideran como cifras significativas. Por ejemplo, la distancia 76 000 m tiene solamente dos dígitos significativos. Se sobreentiende que los tres ceros que siguen al 6 sólo se han agregado para ubicar el punto decimal, a menos que se indique otra cosa. Otros ejemplos son:

4.003 cm	4 cifras significativas
0.34 cm	2 cifras significativas
60 400 cm	3 cifras significativas
0.0450 cm	3 cifras significativas

Los ceros que no se requieren específicamente para la debida localización del punto decimal son significativos (como en los dos últimos ejemplos).

Con la difusión del uso de las calculadoras, con frecuencia los estudiantes informan sus resultados con una precisión mayor de la que resulta justificable. Por ejemplo, suponga que al medir una lámina rectangular se obtiene una longitud de 9.54 cm y un ancho de 3.4 cm. El área de la lámina se calcula y el resultado es 32.436 cm^2 (cinco cifras significativas). Sin embargo, una cadena es tan fuerte como el más débil de sus eslabones. Puesto que el ancho tiene una precisión de sólo dos cifras significativas, el resultado no se puede expresar con *mayor* precisión. El área se debe indicar como 32 cm^2. El número que resulta al usar la calculadora proporciona una información falsa respecto a la precisión. Esto será confuso para las personas que no participaron en la medición. Una cifra significativa es *realmente* un digito *conocido*.

Regla 1: Cuando se multiplican o dividen números aproximados, el número de cifras significativas de la respuesta final contiene el mismo número de cifras significativas que el factor de *menor* precisión. Al decir "*menor* precisión" nos referimos al factor que tiene el menor número de cifras significativas.

Surge otro problema cuando los números aproximados se suman o se restan. En tales casos lo que hay que tomar en cuenta es la *precisión* de cada medición. Por ejemplo, una longitud de 7.46 m es *precisa* a la centésima más cercana de un metro y una longitud de 9.345 m es precisa a la milésima más cercana de un metro. La suma de un grupo de éstas puede tener más cifras significativas que alguna de las mediciones individuales, pero no puede ser más *precisa*. Por ejemplo, suponiendo que se determina el perímetro de la lámina rectangular antes descrita, podemos escribir:

$$9.54 \text{ cm} + 3.4 \text{ cm} + 9.54 \text{ cm} + 3.4 \text{ cm} = 25.9 \text{ cm}$$

La medición con menor precisión era a la décima más cercana de centímetro; por tanto, el perímetro debe redondearse a la décima de centímetro más próxima (aun cuando tenga tres cifras significativas).

Regla 2: Cuando se suman o restan números aproximados, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al menor número de cifras decimales de cualquier término que se suma.

El trabajo en el salón de clases y el trabajo en el laboratorio a menudo se tratan de manera muy diferente. En el laboratorio conocemos las incertidumbres en cada medición y debemos redondear las respuestas a la precisión adecuada. Como en el salón de clases o en los problemas de tarea generalmente no se conocen las limitaciones de cada medida, supondremos que todos los datos dados tienen una precisión de tres cifras significativas. Por tanto, una barra de 8 cm se considerará que tiene una longitud de 8.00 cm. Y una rapidez de 51 km/h se tomaría como 51.0 km/h. Para evitar errores de redondeo, se debe acarrear *cuando menos* una cifra significativa más en los cálculos que se planea presentar. Por ejemplo, si va a reportar tres cifras significativas, debe acarrear cuando menos cuatro en todos sus cálculos.

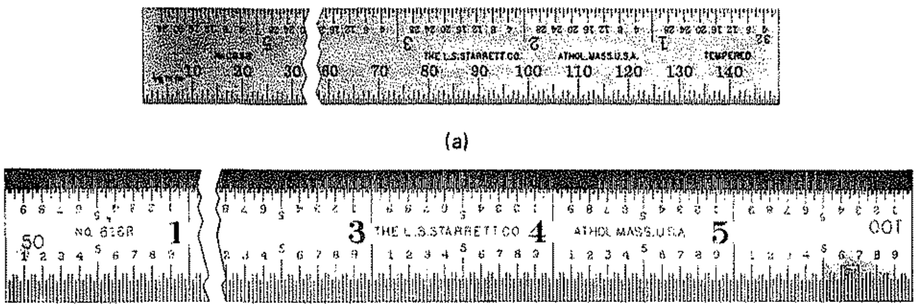
1.7 Instrumentos de medición

FÍSICA HOY

Cuando se calibra un calibrador micrométrico, rectángulos delgados de grosor uniforme se unen para formar un ancho conocido. La suciedad, el polvo o incluso la falta de brillo podrían cambiar la medición. Las barras de calibración se frotan para limpiarlas y se guardan con cuidado para evitar el contacto con la humedad.

La elección de un instrumento de medición depende de la precisión requerida y de las condiciones físicas que rodean la medición. Para un mecánico o un maquinista, la opción básica es con frecuencia el escalímetro o regla de acero, como la que se muestra en la figura 1.23. Esta regla tiene a menudo la precisión suficiente cuando se desea medir longitudes fácilmente accesibles. Las reglas de acero pueden tener graduaciones tan pequeñas como de 32ésimas o incluso 64ésimas de pulgada. Las reglas métricas están graduadas generalmente en milímetros.

Para medir diámetros interiores y exteriores se utilizan calibradores como los que se presentan en la figura 1.24. El calibrador mismo no se puede leer en forma directa; por tanto, tiene que acoplarse a una regla de acero o a un medidor de tipo estándar.



(a)

(b)

Figura 1.23 Escalímetros de acero de 6 in (15 cm). (a) Escalas 1/32 in y 0.5 mm. (b) Escalas 1/100 y 1/50 in. *(The L. S. Starrett Company).*

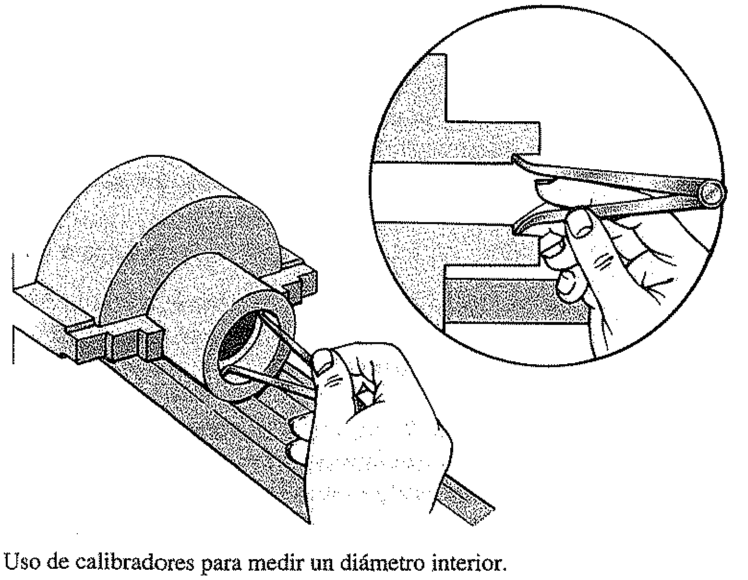


Figura 1.24 Uso de calibradores para medir un diámetro interior.

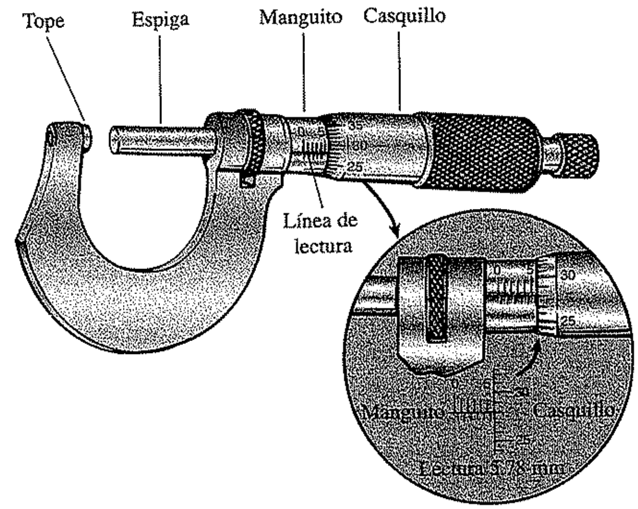


Figura 1.25 Calibrador micrométrico que muestra una lectura de 5.78 mm. (*The L.S. Starrett Company*).

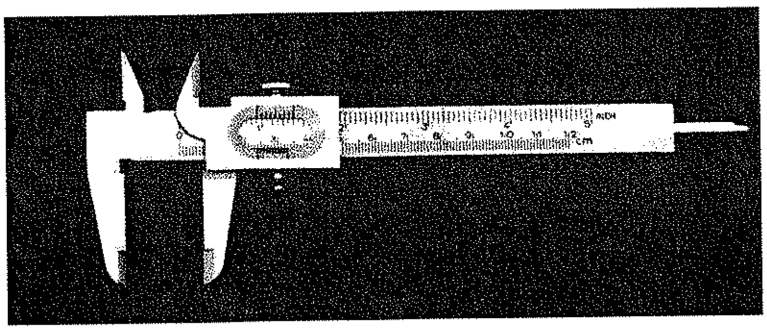


Figura 1.26 Calibrador vernier. (*The L.S. Starrett Company*).

Figura 1.27 Cómo medir la profundidad de un reborde con un micrómetro de profundidad.

La máxima precisión posible con una regla de acero se determina por el tamaño de la graduación más pequeña, y es del orden de 0.01 in o de 0.1 mm. Si se desea mayor precisión, el mecánico se sirve muchas veces de un calibrador micrométrico estándar, como el que se ilustra en la figura 1.25, o de un calibrador estándar tipo vernier como el de la figura 1.26. Dichos instrumentos tienen escalas deslizantes que permiten efectuar mediciones muy precisas. Los calibradores micrométricos permiten medir hasta diezmilésimas de pulgada (0.002 mm), y los calibradores tipo vernier sirven para medir con una precisión de 0.001 in o 0.02 mm.

La profundidad de orificios ciegos, ranuras y huecos se mide generalmente con un micrómetro de profundidad. La figura 1.27 muestra un medidor de este tipo que se utiliza para medir la profundidad de un reborde.

1.8 Conversión de unidades

En vista de que se requieren tan diversas unidades para los diferentes tipos de trabajo, con frecuencia es necesario convertir la medición de una unidad a otra. Por ejemplo, vamos a suponer que un mecánico midió el diámetro exterior de un tubo y obtuvo una lectura de in. Sin embargo, cuando el mecánico solicite un accesorio para el tubo tal vez deba informar cuál es el diámetro en milímetros. Ese tipo de conversiones se pueden hacer con facilidad manejando las unidades algebraicamente y aplicando después el principio de cancelación.

En el caso mencionado, el mecánico debe convertir primero la fracción en un número decimal.

$$1\tfrac{3}{16}\text{ in} = 1.19\text{ in}$$

A continuación debe escribir la cantidad que desea convertir, anotando tanto el número como las unidades correspondientes (1.19 in). Ahora tendrá que recordar la definición que establece la relación entre pulgadas y milímetros:

$$1 \text{ in} = 25.4 \text{ mm}$$

Puesto que se trata de una igualdad, es posible formar dos razones donde cada una sea igual a 1.

$$\frac{1 \text{ in}}{25.4 \text{ mm}} = 1 \qquad \frac{25.4 \text{ mm}}{1 \text{ in}} = 1$$

Observe que el número 1 no es igual a 25.4, pero la *longitud* de 1 in sí es igual a la *longitud* de 25.4 mm. Por tanto, si se multiplica cualquier otra longitud por una de estas razones, se obtiene un nuevo número, pero la longitud no cambia. Las razones de este tipo se llaman ***factores de conversión***. Cualquiera de los factores de conversión mostrados se puede multiplicar por 1.19 in, sin que cambie la longitud representada. Si este factor se multiplica por la primera razón, no se obtiene un resultado que tenga significado. Observe que las unidades se tratan como cantidades algebraicas.

$$(1.19 \text{ in})\left(\frac{1 \text{ in}}{25.4 \text{ mm}}\right) = \cancel{\left(\frac{1.19}{25.4}\right)\left(\frac{\text{in}^2}{\text{mm}}\right)} \qquad \text{¡Erróneo!}$$

Sin embargo, al multiplicarlo por la segunda razón, se obtiene el siguiente resultado:

$$(1.19 \cancel{\text{in}})\left(\frac{25.4 \text{ mm}}{1 \cancel{\text{in}}}\right) = \frac{(1.19)(25.4)}{(1)} \text{mm} = 30.2 \text{ mm}$$

Por tanto, el diámetro exterior del tubo es 30.2 mm.

A veces es necesario trabajar con cantidades que tienen varias unidades. Por ejemplo, la ***rapidez*** se define como *longitud* por unidad de *tiempo* y se puede expresar en *metros por segundo* (m/s), *pies por segundo* (ft/s) u otras unidades. El mismo procedimiento algebraico resulta útil para la conversión de unidades múltiples.

Estrategia para resolver problemas

Procedimiento para convertir unidades

1. Escriba la cantidad que desea convertir.
2. Defina cada una de las unidades incluidas en la cantidad que va a convertir, en términos de las unidades buscadas.
3. Escriba dos factores de conversión para cada definición, uno de ellos recíproco del otro.
4. Multiplique la cantidad que desea convertir por aquellos factores que cancelen todas las unidades, excepto las buscadas.

Ejemplo 1.12

Convierta la rapidez de 60 km/h a unidades de metros por segundo.

Plan: Es necesario recordar dos definiciones que pueden dar por resultado cuatro factores de conversión, los cuales cancelarán las unidades no buscadas.

Solución: Se deben cambiar los kilómetros a millas y las horas a segundos.

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \begin{cases} \nearrow \dfrac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \\[2ex] \searrow \dfrac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \end{cases}$$

$$1\text{ h} = 3600\text{ s} \begin{cases} \dfrac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} \\ \dfrac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} \end{cases}$$

Se escribe la cantidad que se va a convertir y se escogen los factores de conversión que cancelan las unidades no buscadas.

$$60\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\left(\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\right) = 16.7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A continuación se dan ejemplos adicionales del procedimiento:

$$30\,\frac{\cancel{\text{mi}}}{\cancel{\text{h}}}\left(\frac{5280\text{ ft}}{1\,\cancel{\text{mi}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{60\,\cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\text{ s}}\right) = 44\text{ ft/s}$$

$$20\,\frac{\cancel{\text{lb}}}{\cancel{\text{in}^2}}\left(\frac{1550\,\cancel{\text{in}^2}}{1\text{ m}^2}\right)\left(\frac{4.448\text{ N}}{1\,\cancel{\text{lb}}}\right) = 1.38 \times 10^5\text{ N/m}^2$$

Los factores de conversión necesarios pueden buscarse en las cubiertas del libro, si no se encuentran en esta unidad.

Cuando se trabaja con fórmulas técnicas, siempre es útil sustituir tanto las unidades como los números. Por ejemplo, la fórmula para la rapidez v es

$$v = \frac{x}{t}$$

donde x es la distancia recorrida en un tiempo t. Así, si un automóvil recorre 400 m en 10 s, su rapidez será

$$v = \frac{400\text{ m}}{10\text{ s}} = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Observe que las unidades de velocidad son metros por segundo, y se escriben m/s.

Cuando aparezca la velocidad en una fórmula, siempre debe tener unidades de *longitud* divididas entre unidades de *tiempo*. Se dice que éstas son las ***dimensiones*** de la velocidad. Puede haber diferentes unidades para una cantidad física, pero las dimensiones son el resultado de una definición y no cambian.

Al trabajar con ecuaciones y fórmulas físicas, es muy útil recordar dos reglas relacionadas con las dimensiones:

Regla 1: Si se van a sumar o restar dos cantidades, ambas deben expresarse en las mismas dimensiones.

Regla 2: Las cantidades a ambos lados del signo de igualdad deben expresarse en las mismas dimensiones.

Ejemplo 1.13

Vamos a suponer que la distancia x medida en metros (m) es una función de la rapidez inicial v_0 en metros por segundo (m/s), de la aceleración a en metros por segundo al cuadrado (m/s^2) y del tiempo t en segundos (s). Demuestre que la fórmula es dimensionalmente correcta.

$$x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Plan: Hay que recordar que cada término debe expresarse en las mismas dimensiones y que las dimensiones en cada lado de la igualdad deben ser las mismas. Puesto que las unidades de x están en metros, cada término de la ecuación debe reducirse a metros si ésta es dimensionalmente correcta.

Solución: Al sustituir las unidades por las cantidades en cada término, tenemos

$$m = \frac{\text{m}}{\cancel{s}}(\cancel{s}) + \frac{\text{m}}{\cancel{s^2}}\cancel{(s)^2} \quad \text{se obtiene} \quad m = \text{m} + \text{m}$$

Con esto se satisfacen tanto la regla 1 como la regla 2. Por tanto, la ecuación es dimensionalmente correcta.

El hecho de que una ecuación sea dimensionalmente correcta es una forma de comprobación. Una ecuación así puede no ser una ecuación *verdadera*, pero al menos es consistente desde el punto de vista dimensional.

1.9 Cantidades escalares y vectoriales

Algunas cantidades pueden describirse totalmente por un número y una unidad. Sólo importan las *magnitudes* en los casos de un área de 12 m^2, un volumen de 40 ft^3 o una distancia de 50 km. Este tipo de cantidades se llaman ***cantidades escalares***.

Una cantidad escalar se especifica totalmente por su magnitud, que consta de un número y una unidad. Por ejemplo, rapidez (15 mi/h), distancia (12 km) y volumen (200 cm^3).

Las cantidades escalares que se miden en las mismas unidades pueden sumarse o restarse en la forma acostumbrada. Por ejemplo,

$$14 \text{ mm} + 13 \text{ mm} = 27 \text{ mm}$$
$$20 \text{ ft}^2 - 4 \text{ ft}^2 = 16 \text{ ft}^2$$

Algunas cantidades físicas, como la fuerza y la velocidad, tienen dirección y además magnitud. Por eso se les llama ***cantidades vectoriales***. La dirección debe formar parte de cualquier cálculo en el que intervengan dichas cantidades.

Una cantidad vectorial se especifica totalmente por una magnitud y una dirección*. Consiste en un número, una unidad y una dirección. Por ejemplo, desplazamiento (20 m, N) y velocidad (40 mi/h, 30° N del O).

*El autor, como es costumbre en los libros en inglés, especifica un vector por su magnitud y dirección, dando por supuesto un sentido sobre la recta que determina la dirección, en términos de un sistema de referencia. Tal idea se encuentra implícita cuando habla de un ángulo con respecto al eje positivo de las x (orientación angular). No obstante, puede decirse que, estrictamente hablando, un vector queda especificado por estas tres características: magnitud, dirección y sentido (N. del E.).

La dirección de un vector puede indicarse tomando como referencia las direcciones convencionales norte (N), este (E), oeste (O) y sur (S). Considere, por ejemplo, los vectores 20 m, O y 40 m a 30° N del E, como se observa en la figura 1.28. La expresión "al norte del este" indica que el ángulo se forma haciendo girar una línea hacia el norte, a partir de la dirección este.

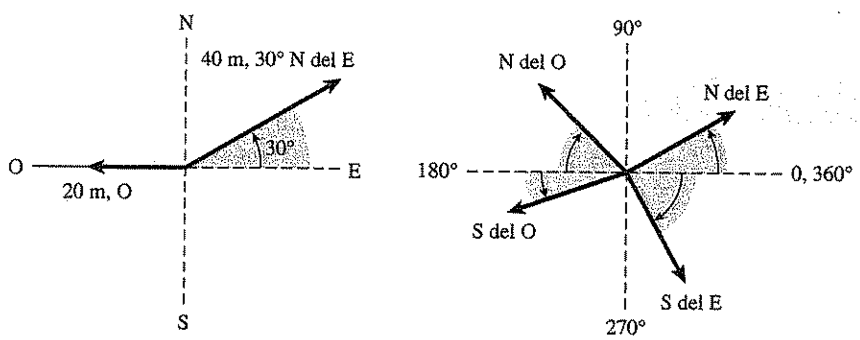


Figura 1.28 La dirección de un vector se indica con referencia al norte (N), sur (S), este (E) y oeste (O).

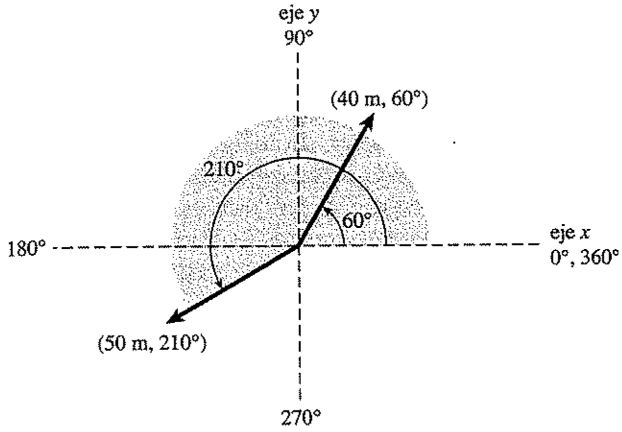


Figura 1.29 La dirección de un vector se indica como un ángulo medido a partir del eje positivo x.

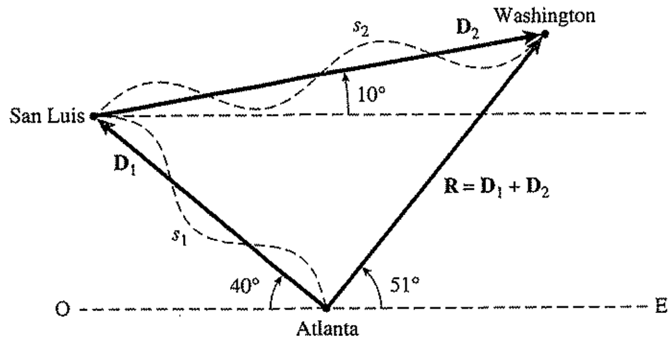


Figura 1.30 El desplazamiento es una cantidad vectorial; su dirección se indica mediante una flecha continua. La distancia es una cantidad escalar, representada con una línea discontinua.

Otro método para especificar la dirección, que más tarde será de gran utilidad, consiste en tomar como referencia líneas perpendiculares llamadas *ejes*. Estas líneas imaginarias suelen ser una horizontal y otra vertical, pero pueden estar orientadas en otras direcciones siempre que sean perpendiculares entre sí. En general, una línea horizontal imaginaria se llama eje x, y una línea vertical imaginaria se llama eje y. En la figura 1.29 las direcciones se indican mediante ángulos medidos en sentido directo, es decir, en contrasentido al avance de las manecillas del reloj, a partir de la posición del eje x positivo; los vectores 40 m a 60° y 50 m a 210° se indican en la figura.

Suponga que una persona viaja en automóvil de Atlanta a San Luis. El *desplazamiento* a partir de Atlanta se representa por un segmento de recta, dibujado a escala, que va de Atlanta a San Luis (véase la figura 1.30). Para indicar la dirección se dibuja una punta de flecha en el extremo correspondiente a San Luis. Es importante observar que el desplazamiento, representado por el vector $\mathbf{D}_1$, es completamente independiente de la trayectoria real o de la forma de transportarse. El odómetro muestra que el automóvil ha recorrido en realidad una distancia escalar s_1 de 541 mil, pero la magnitud del desplazamiento es de sólo 472 mi.

Otra diferencia importante entre un desplazamiento vectorial y un desplazamiento escalar es que la componente del vector tiene una dirección constante de 140° (o 40° N del O). Sin embargo, la dirección del automóvil en cada instante del recorrido no es importante cuando se mide la distancia escalar.

Suponga ahora que el viajero continúa su viaje hasta Washington. Esta vez, el vector desplazamiento $\mathbf{D}_2$ es 716 mi en una dirección constante de 10° N del E. La correspondiente distancia por tierra s_2 es 793 mi. La distancia total recorrida en todo el viaje, desde Atlanta, es la suma aritmética de las cantidades escalares s_1 y s_2.

$$s_1 + s_2 = 541 \text{ mi} + 793 \text{ mi} = 1334 \text{ mi}$$

En cambio, el *vector suma* de los dos desplazamientos $\mathbf{D}_1$ y $\mathbf{D}_2$ debe tomar en cuenta la dirección, además de las magnitudes. Ahora el problema no es la distancia recorrida, sino el *desplazamiento resultante* desde Atlanta. Este vector suma aparece en la figura 1.30, representado por el símbolo $\mathbf{R}$, donde

$$\mathbf{R} = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2$$

Los métodos que se analizarán en la siguiente sección permiten determinar la magnitud y la dirección de $\mathbf{R}$. Utilizando una regla y un transportador, es posible apreciar que

$$\mathbf{R} = 545 \text{ mi}, 51°$$

Conviene recordar que cuando se habló de sumas de vectores, se dijo que deben considerarse tanto la magnitud como la dirección de los desplazamientos. Las sumas son geométricas y no algebraicas.

Es posible que la magnitud del vector suma sea menor que la magnitud de cualquiera de los desplazamientos componentes.

Por lo común, en materiales impresos los vectores se indican mediante el tipo negritas. Por ejemplo, el símbolo $\mathbf{D}_1$ denota un vector desplazamiento en la figura 1.30. Un vector puede indicarse convenientemente en letra manuscrita subrayando la letra o dibujando una flecha encima de ella. En textos impresos, la magnitud de un vector se indica generalmente en cursivas (itálicas); por tanto, D indica la magnitud del vector $\mathbf{D}$. Con frecuencia, un vector se especifica con un par de números (R, θ). El primer número y su unidad indican la magnitud, y el segundo número indica el ángulo, medido en contrasentido al avance de las manecillas del reloj, a partir de la parte positiva del eje x. Por ejemplo,

$$\mathbf{R} = (R, \theta) = (200 \text{ km}, 114°)$$

Observe que la magnitud R de un vector es siempre positiva. Un signo negativo colocado antes del símbolo de un vector sólo invierte su dirección; en otras palabras, invierte la dirección de la flecha, pero no afecta la longitud. Si $\mathbf{A} = (10 \text{ m, E})$, entonces $-\mathbf{A}$ sería (10 m, O).

1.10 Suma o adición de vectores por métodos gráficos

En esta sección se estudian dos métodos gráficos muy comunes para hallar la suma geométrica de vectores. El ***método del polígono*** es el más útil, ya que puede aplicarse fácilmente a más de dos vectores. El ***método del paralelogramo*** es conveniente para sumar sólo dos vectores a la vez. En ambos casos, la magnitud de un vector se indica a escala mediante la longitud de un segmento de recta. La dirección se marca colocando una punta de flecha en el extremo del segmento de dicha recta.

Ejemplo 1.14

Un barco recorre 100 km hacia el norte durante el primer día de viaje, 60 km al noreste el segundo día y 120 km hacia el este el tercer día. Encuentre el desplazamiento resultante con el método del polígono.

Plan: Tome como punto de inicio el origen del viaje y decida una escala apropiada. Use un transportador y una regla para dibujar la longitud de cada vector de manera que sea proporcional a su magnitud. El desplazamiento resultante será un vector dibujado desde el origen hasta la punta del último vector.

Solución: Una escala conveniente puede ser 20 km = 1 cm, como se observa en la figura 1.31. Utilizando esta escala, notamos que

$$100 \text{ km} = 100 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 5 \text{ cm}$$

$$60 \text{ km} = 60 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 3 \text{ cm}$$

$$120 \text{ km} = 120 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{20 \cancel{\text{km}}} = 6 \text{ cm}$$

Al realizar la medición con una regla, a partir del diagrama a escala se observa que la flecha resultante tiene 10.8 cm de longitud. Por tanto, la magnitud es

$$10.8 \text{ cm} = 10.8 \cancel{\text{cm}} \times \frac{20 \text{ km}}{1 \cancel{\text{cm}}} = 216 \text{ km}$$

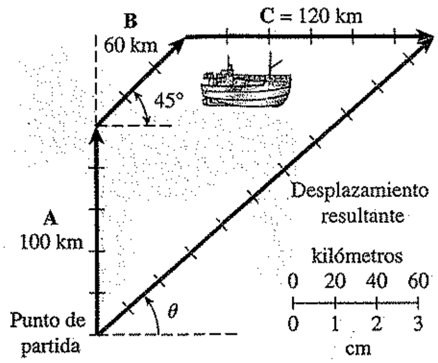


Figura 1.31 Método del polígono para sumar vectores.

Si se mide el ángulo θ con un transportador, resulta que la dirección es de 41°. Por tanto, el desplazamiento resultante es

$$\mathbf{R} = (216\text{ km}, 41°)$$

Observe que el orden en que se suman los vectores no cambia en absoluto la resultante. Se puede empezar con cualquiera de las tres distancias recorridas por el barco del ejemplo anterior.

Los métodos gráficos sirven para hallar la resultante de todo tipo de vectores. No se limitan sólo a la medición de desplazamientos, pues son particularmente útiles para encontrar la resultante de numerosas *fuerzas*. Por ahora, consideremos como definición de fuerza un empujón o tirón que tiende a producir movimiento. El vector fuerza se especifica también por medio de un número, unidades correspondientes y ángulo, así como desplazamientos, y se suma de la misma manera que los vectores de desplazamiento.

Estrategia para resolver problemas

El método del polígono para sumar vectores

1. Elija una escala y determine la longitud de las flechas que corresponden a cada vector.
2. Dibuje a escala una flecha que represente la magnitud y dirección del primer vector.
3. Dibuje la flecha del segundo vector de modo que su cola coincida con la punta de la flecha del primer vector.
4. Continúe el proceso de unir el origen de cada vector con las puntas hasta que la magnitud y la dirección de todos los vectores queden bien representadas.
5. Dibuje el vector resultante con el origen (punto de partida) y la punta de flecha unida a la punta del último vector.
6. Mida con regla y transportador para determinar la magnitud y la dirección del vector resultante.

En el ejemplo 1.15 se determina la fuerza resultante sobre un burro que es jalado en dos direcciones diferentes por dos cuerdas (véase la figura 1.32). En esta ocasión se aplicará el *método del paralelogramo*, que sólo es útil para sumar dos vectores a la vez. Cada vector se dibuja a escala y sus colas tienen el mismo origen. Los dos forman entonces dos lados adyacentes de un paralelogramo. Los otros dos lados se construyen trazando líneas paralelas de igual longitud. La resultante se representa mediante la diagonal del paralelogramo, a partir del origen de las dos flechas vectores.

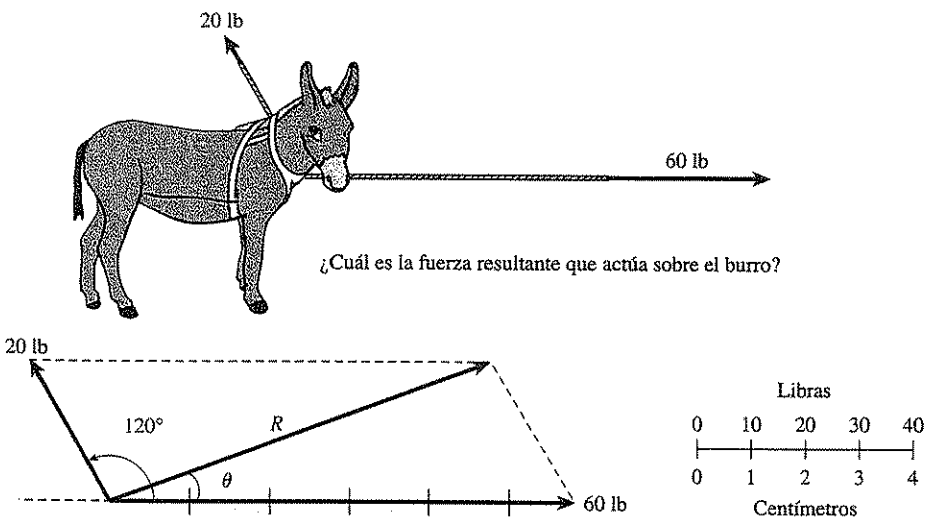


Figura 1.32 Método del paralelogramo para sumar vectores.

Ejemplo 1.15 Encuentre la fuerza resultante sobre el burro de la figura 1.32, si el ángulo entre las dos cuerdas es de 120°. En un extremo se jala con una fuerza de 60 lb y, en el otro, con una fuerza de 20 lb. Use el método del paralelogramo para sumar los vectores.

Plan: Construya un paralelogramo formando dos de los lados con vectores dibujados que sean proporcionales a las magnitudes de las fuerzas. Por tanto, la fuerza resultante puede encontrarse al medir la diagonal del paralelogramo.

Solución: Utilizando una escala de 1 cm = 10 lb, se tiene

$$60 \text{ lb} \times \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ lb}} = 6 \text{ cm} \qquad 20 \text{ lb} \times \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ lb}} = 2 \text{ cm}$$

En la figura 1.32 se construyó un paralelogramo, dibujando a escala las dos fuerzas a partir de un origen común. Utilice un transportador para asegurarse de que el ángulo entre ellas sea de 120°. Al completar el paralelogramo se puede dibujar la resultante como una diagonal desde el origen. Al medir R y θ con una regla y un transportador se obtienen 52.9 lb para la magnitud y 19.1° para la dirección. Por consiguiente,

$$\mathbf{R} = (52.9 \text{ lb}, 19.1°)$$

Un segundo vistazo al paralelogramo le mostrará que se obtendría la misma respuesta aplicando el método del polígono y agregando el vector de 20 lb en la punta del vector de 60 lb.

1.11 Trigonometría y vectores

El tratamiento gráfico de los vectores es conveniente para visualizar las fuerzas, pero con frecuencia no es muy preciso. Un método mucho más útil consiste en aprovechar la trigonometría del triángulo rectángulo simple, procedimiento que en gran medida se ha simplificado, gracias a las calculadoras actuales. El conocimiento del *teorema de Pitágoras* y cierta experiencia en el manejo de las funciones *seno, coseno* y *tangente* es todo lo que se requiere para el estudio de esta unidad.

Los métodos trigonométricos pueden mejorar la precisión y la rapidez al determinar el vector resultante o para encontrar las componentes de un vector. En la mayoría de los casos, es útil utilizar ejes x y y imaginarios cuando se trabaja con vectores en forma analítica. Cualquier vector puede dibujarse haciendo coincidir su origen con el cruce de esas rectas imaginarias. Las componentes del vector pueden verse como efectos a lo largo de los ejes x y y.

Ejemplo 1.16 ¿Cuáles son las componentes x y y de una fuerza de 200 N, con un ángulo de 60°?

Plan: Dibuje el diagrama de vectores usando la trigonometría para encontrar las componentes.

Solución: Se dibuja un diagrama ubicando el origen del vector de 200 N en el centro de los ejes x y y como se muestra en la figura 1.33.

En primer lugar se calcula la componente x, o sea F_x, tomando en cuenta que se trata del lado adyacente. El vector de 200 N es la hipotenusa. Si se usa la función coseno, se obtiene

$$\cos 60° = \frac{F_x}{200 \text{ N}}$$

por lo cual

$$F_x = (200 \text{ N}) \cos 60° = 100 \text{ N}$$

Para estos cálculos notamos que el lado opuesto a 60° es igual en longitud a F_y. Por consiguiente escribimos

$$\text{sen } 60° = \frac{F_y}{200 \text{ N}}$$

o bien

$$F_y = (200 \text{ N}) \text{ sen } 60° = 173 \text{ N}$$

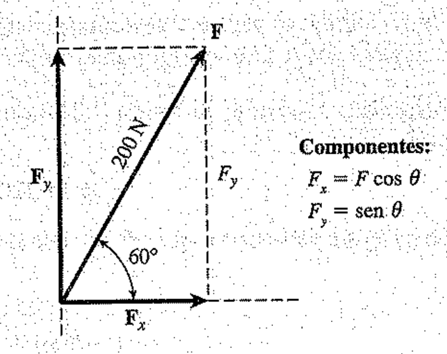


Figura 1.33 Uso de la trigonometría para encontrar las componentes x y y de un vector.

En general, podemos escribir las componentes x y y de un vector en términos de su magnitud F y su dirección θ:

$$F_x = F \cos \theta \qquad F_y = F \text{ sen } \theta \qquad \textit{Componentes de un vector} \quad \textbf{(1.17)}$$

donde θ es el ángulo entre el vector y el lado positivo del eje x, medido en contrasentido a las manecillas del reloj.

El signo de una componente dada se determina a partir de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se presentan en la figura 1.34. Además del *ángulo polar* θ, se muestra el *ángulo de referencia* ϕ para cada cuadrante. Cuando el ángulo polar es mayor de 90°, es más fácil ver las direcciones de las componentes si se trabaja con el ángulo de referencia ϕ. Las aplicaciones de la trigonometría que utilizan el ángulo polar θ también darán los signos correctos, pero siempre es útil verificar visualmente la dirección de las componentes.

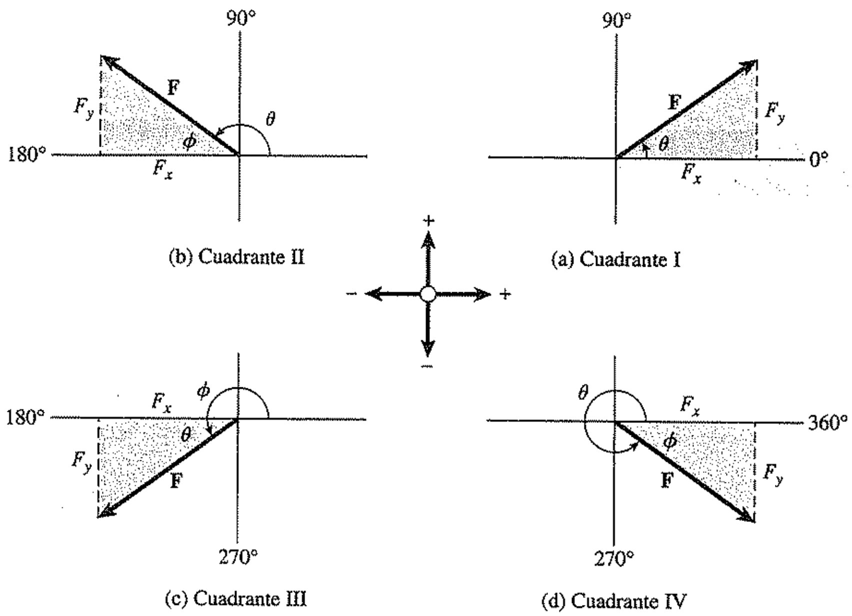


Figura 1.34 (a) En el primer cuadrante, el ángulo θ está entre 0° y 90°; tanto F_x como F_y son positivas. (b) En el segundo cuadrante el ángulo θ está entre 90° y 180°; F_x es negativa y F_y es positiva. (c) En el tercer cuadrante, el ángulo θ está entre 180° y 270°; tanto F_x como F_y son negativas. (d) En el cuarto cuadrante, el ángulo θ está entre 270° y 360°; F_x es positiva y F_y es negativa.

Ejemplo 1.17

Encuentre las componentes x y y de una fuerza de 400 N a un ángulo polar θ de 220° a partir del eje x positivo.

Plan: Dibuje el vector y sus componentes indicando tanto el ángulo de referencia como el ángulo polar. Use la trigonometría para encontrar las componentes.

Solución: Consulte la figura 1.34 donde podemos obtener el ángulo de referencia ϕ como sigue:

$$\phi = 220° - 180° = 40°$$

En la figura se observa que ambas componentes F_x y F_y son negativas.

$$\begin{aligned} F_x &= -|F\cos\phi| = -(400\text{ N})\cos 40° \\ &= -306\text{ N} \\ F_y &= -|F\,\text{sen}\,\phi| = -(400\text{ N})\,\text{sen}\,40° \\ &= -257\text{ N} \end{aligned}$$

Note que los signos se determinaron a partir de la figura 1.34. Con las calculadoras electrónicas tanto la magnitud como el signo de F_x y F_y se obtienen en forma directa a partir de la ecuación (1.17), utilizando el ángulo polar $\theta = 220°$. Compruebe este hecho.

La trigonometría también es útil para calcular la fuerza resultante. En el caso especial en que dos fuerzas $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ son perpendiculares entre sí, como se observa en la figura 1.35, la resultante (R, θ) se puede hallar a partir de

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{F_y}{F_x} \tag{1.18}$$

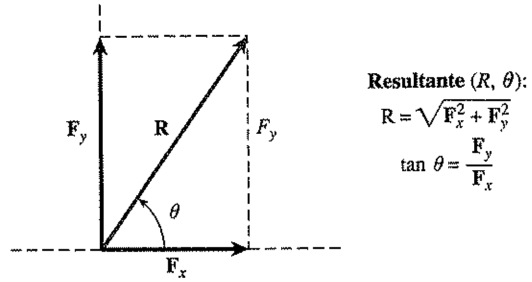


Figura 1.35 La resultante de dos vectores perpendiculares.

Si F_x o F_y es negativa, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo ϕ como se indica en la figura 1.34. El signo (o dirección) de las fuerzas F_x y F_y determina cuál de los cuatro cuadrantes se va a usar. Entonces, la ecuación (1.18) se convierte en

$$\tan \phi = \left|\frac{F_y}{F_x}\right|$$

Sólo se necesitan los valores absolutos de F_x y F_y. Si se desea, se puede hallar el ángulo θ del eje x positivo. En cualquiera de los casos se debe identificar claramente la dirección.

Ejemplo 1.18 ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?

Plan: Como las fuerzas son hacia la derecha y hacia abajo, dibuje un diagrama de vectores de cuatro cuadrantes como el de la figura 3.17d. Aplique la ecuación (1.18) para hallar la resultante.

Solución: Trate los dos vectores fuerza como componentes $F_x = 65$ N y $F_y = -12$ N de la fuerza resultante **R**. Por tanto la magnitud de **R** se vuelve

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5\text{ N})^2 + (-12\text{ N})^2}$$
$$= \sqrt{169\text{ N}^2} = 13.0\text{ N}$$

Para encontrar la dirección de R, primero se determina el ángulo de referencia ϕ:

$$\tan \phi = \left|\frac{-12\text{ N}}{5\text{ N}}\right| = 2.40$$
$$\phi = 67.4^\circ \text{ S del E}$$

El ángulo polar θ medido en contrasentido a las manecillas del reloj a partir del eje x positivo es

$$\theta = 360^\circ - 67.4^\circ = 292.6^\circ$$

La fuerza resultante es 13.0 N a 292.6°. Los ángulos deben expresarse redondeados a la décima de grado más cercana incluso si requieren cuatro cifras significativas para mostrar la precisión requerida. Otras respuestas pueden reportarse con sólo tres cifras significativas.

1.12 Adición de vectores por el método analítico

Con frecuencia es necesario sumar una serie de desplazamientos o encontrar la resultante de varias fuerzas usando métodos matemáticos. En tales casos, uno debe comenzar con un bosquejo gráfico usando el método del polígono para la suma de vectores. Sin embargo, como la trigonometría se usará para asegurar que los resultados finales sean precisos, sólo se necesita

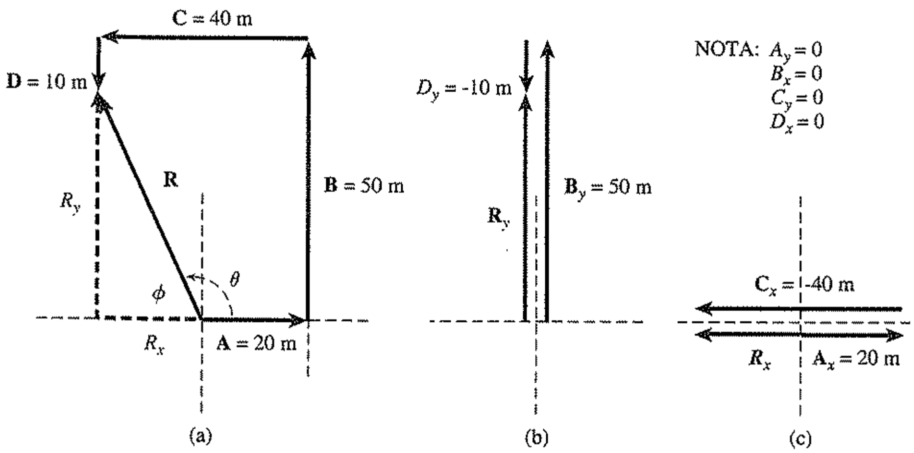


Figura 1.36 La componente x del vector resultante es igual a la suma de las componentes x de cada vector. La componente y de la resultante es igual a la suma de las componentes y.

estimar las longitudes de cada vector. Por ejemplo, un desplazamiento de 60 m o una fuerza de 60 N deben dibujarse como un vector con una longitud aproximadamente tres veces mayor que el vector para un desplazamiento de 20 m o una fuerza de 20 N. Los ángulos dados también deben estimarse. Los vectores de 30°, 160°, 240° o 324° deben dibujarse en los cuadrantes adecuados y con una dirección lo más cercana posible a la dirección real. Estos diagramas aproximados le dan una idea de la dirección de la resultante antes de hacer los cálculos, así que es conveniente que aprenda a dibujarlos rápido.

Resulta útil reconocer que la componente x de la resultante o la suma de una serie de vectores está dada por la suma de las componentes x de cada vector. Asimismo, la componente y de la resultante es la suma de las componentes y. Suponga que quiere sumar los vectores **A**, **B**, **C**,... para encontrar su resultante **R**. Se podría escribir

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots \qquad \textbf{(1.19)}$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots \qquad \textbf{(1.20)}$$

La magnitud de la resultante R y su dirección θ pueden obtenerse a partir de la ecuación (1.18).

El ejemplo siguiente ilustra el método de las componentes de la suma de vectores. Suponga que un topógrafo camina 20 m, E; 50 m, N; 40 m, O, y 10 m, S. Nuestro objetivo es hallar el desplazamiento resultante.

Primero, se dibuja cada vector a una escala aproximada utilizando el método del polígono. De esa manera, a partir de la figura 1.36 se observa que la resultante **R** debe estar en el segundo cuadrante.

En este problema la obtención de las componentes de cada vector es simple, ya que cada vector yace completamente sobre un eje dado así que dicha componente es cero en cada caso. Note que las componentes son positivas o negativas, mientras que las magnitudes de los vectores siempre son positivas. A veces es recomendable elaborar una tabla de componentes, como la tabla 1.5, donde se incluya para cada vector su magnitud, el ángulo de referencia y las componentes x y y.

Tabla 1.5

Tabla de componentes

Vector	Ángulo θ	Componente x	Componente y
$A = 20$ m	0°	$A_x = +20$ m	$A_y = 0$
$B = 50$ m	90°	$B_x = 0$	$B_y = +50$ m
$C = 40$ m	180°	$C_x = -40$ m	$C_y = 0$
$D = 10$ m	270°	$D_x = 0$	$D_y = -10$ m
R	θ	$R_x = \Sigma F_x = -20$ m	$R_y = \Sigma F_y = +40$ m

Observe detenidamente en la figura 1.36 la representación de cada una de estas componentes. Es fácil ver el significado de la componente x neta y de la componente y neta.

La resultante ahora puede obtenerse a partir de las componentes R_x y R_y del vector resultante.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-20 \text{ m})^2 + (40 \text{ m})^2}$$
$$R = \sqrt{400 \text{ m}^2 + 1600 \text{ m}^2} = \sqrt{2000 \text{ m}^2}; R = 44.7 \text{ m}$$

Por tanto, la dirección puede obtenerse a partir de la función tangente.

$$\tan \phi = \left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \left|\frac{40 \text{ m}}{-20 \text{ m}}\right| = 2.00$$
$$\phi = 63.4° \text{ N del O (o } 116.6°)$$

El procedimiento que se siguió en el ejemplo anterior también puede utilizarse para resolver problemas más generales que involucran vectores que no están sobre ejes perpendiculares. Recuerde que las componentes se obtienen usando las funciones seno y coseno, y que a estas componentes se deben asignar signos algebraicos adecuados antes de hacer la suma. Recuerde también que en este texto suponemos que *cada magnitud dada tiene una precisión de tres cifras significativas y que cada ángulo tiene una precisión de la décima de grado más cercana.*

Estrategia para resolver problemas

Método de las componentes para sumar vectores

(Los pasos se ilustran en el ejemplo 1.19.)

1. Trace un polígono aproximado con los vectores, dibujando cada vector con longitudes y ángulos proporcionales. Indique la resultante como una recta dibujada desde el origen del primer vector a la punta del último vector.
2. Encuentre las componentes x y y de cada vector usando la trigonometría si es necesario. Verifique que los signos algebraicos sean correctos antes de proseguir.

$$A_x = A \cos \theta; \quad A_y = A \text{ sen } \theta$$

3. Elabore una tabla de componentes x y y, y sume algebraicamente para hallar la magnitud y el signo de las componentes resultantes:

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots$$

4. Encuentre la magnitud y la dirección de la resultante a partir de sus componentes perpendiculares R_x y R_y.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}; \quad \tan \phi = \left|\frac{R_y}{R_x}\right|$$

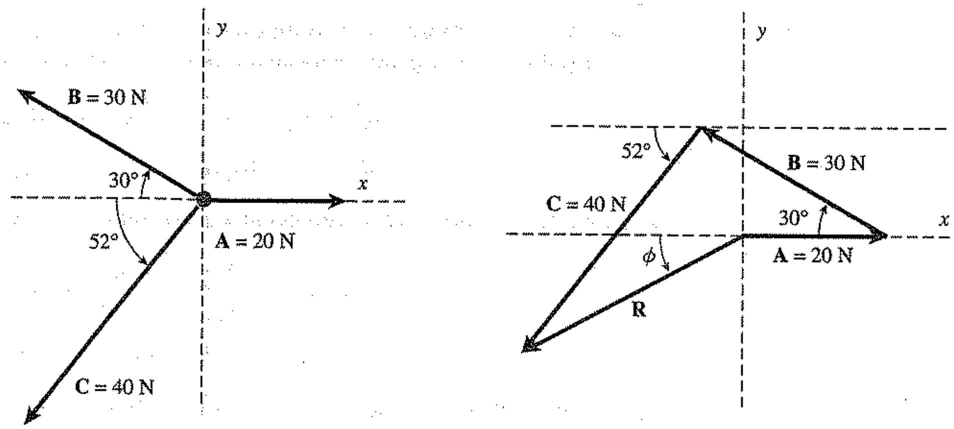
Ejemplo 1.19

Tres sogas están atadas a una estaca, y sobre ella actúan tres fuerzas: $A = 20$ N, E; $B = 30$ N, 30° N del O; y $C = 40$ N, 52° S del O. Determine la fuerza resultante usando el método de las componentes.

Plan: Dibuje un bosquejo aproximado del problema como se muestra en la figura 3.20. Las fuerzas se representan como vectores proporcionales y sus direcciones se indican por medio de ángulos con respecto al eje x. Por tanto, obtendrá la fuerza resultante por medio de la estrategia para resolver problemas.

Solución: Los detalles del procedimiento se resumen en los pasos siguientes:

1. Dibuje un polígono proporcional con los vectores, sumando las fuerzas como en la figura 3.20b. Se estima que la resultante debe estar en el tercer cuadrante.
2. Elabore una tabla de las componentes x y y para cada vector. Note en la figura 1.38 que los ángulos de referencia ϕ se determinan a partir de los ejes x para efectos de trigonometría. Se debe tener cuidado al incluir el signo correcto de cada componente. Por ejemplo, B_x, C_x y C_y todas son negativas. Los resultados se muestran en la tabla 1.6.



(a) Bosquejo aproximado (b) Polígono de vectores

Figura 1.37

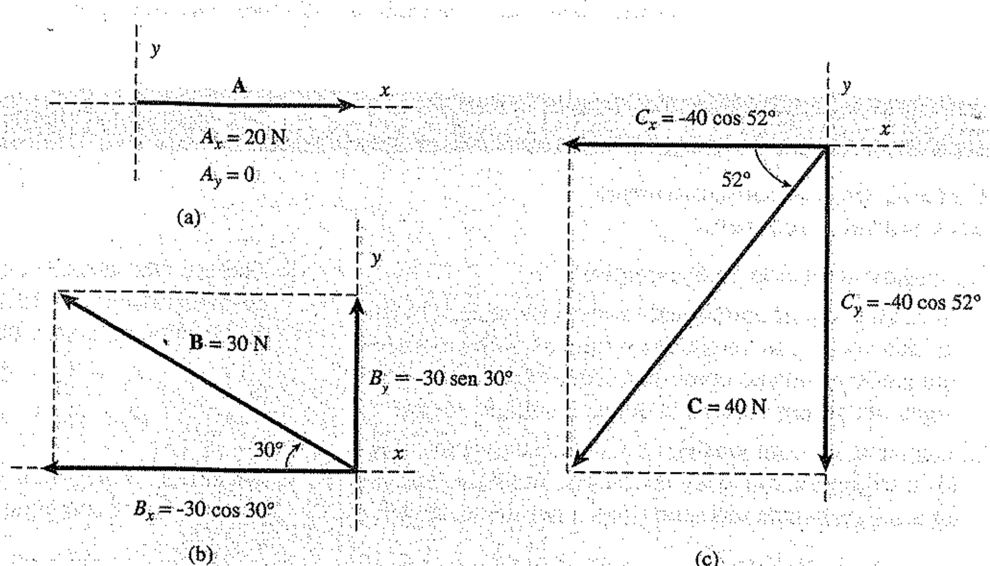


Figura 1.38 Cálculo de las componentes de los vectores.

Tabla 1.6

Tabla de componentes

Vector	Ángulo ϕ_x	Componente x	Componente y
$A = 20$ N	0°	$A_x = +20$ N	$A_y = 0$
$B = 30$ N	30°	$B_x = -(30\text{ N})(\cos 30°)$	$B_y = (30\text{ N})(\text{sen } 30°)$
		$= -26.0$ N	$= 15.0$ N
$C = 40$ N	52°	$C_x = -(40\text{ N})(\cos 52°)$	$C_y = -(40\text{ N})(\text{sen } 52°)$
		$= -24.6$ N	$= -31.5$ N
R	θ	$R_x = \Sigma F_x = -30.6$ N	$R_y = \Sigma F_y = -16.5$ N

3. Sume las componentes x para obtener R_x: $R_x = A_x + B_x + C_x$

$$R_x = 20.0\text{ N} - 26.0\text{ N} - 24.6\text{ N}; \qquad R_x = -30.6\text{ N}$$

4. Sume las componentes y para obtener R_y: $R_y = A_y + B_y + C_y$

$$R_y = 0\text{ N} + 15.0\text{ N} - 31.5\text{ N}; \qquad R_y = -16.5\text{ N}$$

5. Ahora encuentre R y θ a partir de R_x y R_y

Una figura independiente (véase la figura 1.39) a menudo es útil en el cálculo de la magnitud y la dirección de la fuerza resultante.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-30.6\text{ N})^2 + (-16.5\text{ N})^2}; \qquad R = 34.8\text{ N}$$

A continuación, la dirección se puede encontrar a partir de la dirección tangente.

$$\tan\phi = \left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \left|\frac{-16.5\text{ N}}{-30.6\text{ N}}\right| = 0.539$$

$$\phi = 28.3^\circ \text{ S del O} \qquad \text{o} \qquad 180^\circ - 28.3^\circ = 208.3^\circ$$

Por consiguiente, la fuerza resultante es 34.8 N a 208.3°.

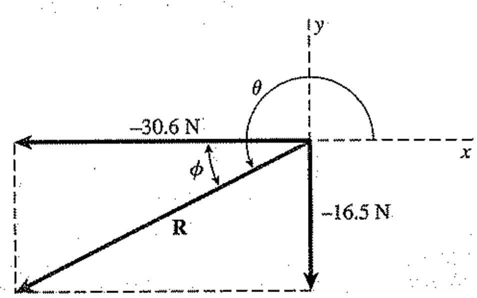


Figura 1.39

1.13 Notación de vectores unitarios

Una herramienta útil para muchas aplicaciones de vectores es la especificación de la dirección por medio de un ***vector unitario***. Este método separa claramente la magnitud de un vector de su dirección.

> **Vector unitario:** Un vector sin dimensiones cuya magnitud es exactamente 1 y cuya dirección está dada por definición.

Los símbolos **i**, **j**, **k** se usan para describir vectores unitarios en las direcciones x, y y z positivas, como se indica en la figura 1.40. Por ejemplo, un desplazamiento de 40 m, E podría expresarse simplemente como +40 **i**, y un desplazamiento de 40 m, O podría darse como −40 **i**. Por conveniencia, las unidades generalmente se omiten cuando se usa la notación **i**, **j**. Estudie cada ejemplo de la figura 1.40 hasta que comprenda el significado y uso de los vectores unitarios.

Considere el vector **A** de la figura 1.41 que se ubica sobre el plano xy y tiene componentes A_x y A_y. Podemos representar las componentes x y y del vector **A** usando los productos de sus magnitudes y el vector unitario adecuado. Por tanto, el vector **A** se puede expresar en lo que llamamos notación de vectores unitarios:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$$

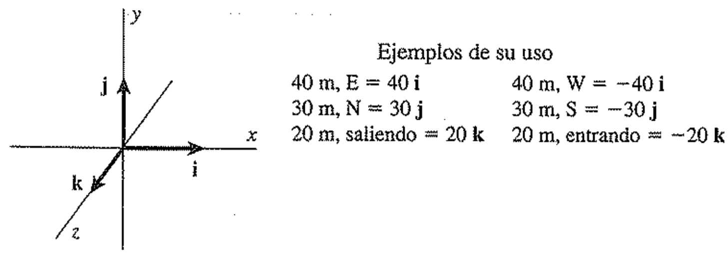


Figura 1.40 Los vectores unitarios son útiles cuando se trabaja con componentes de vectores.

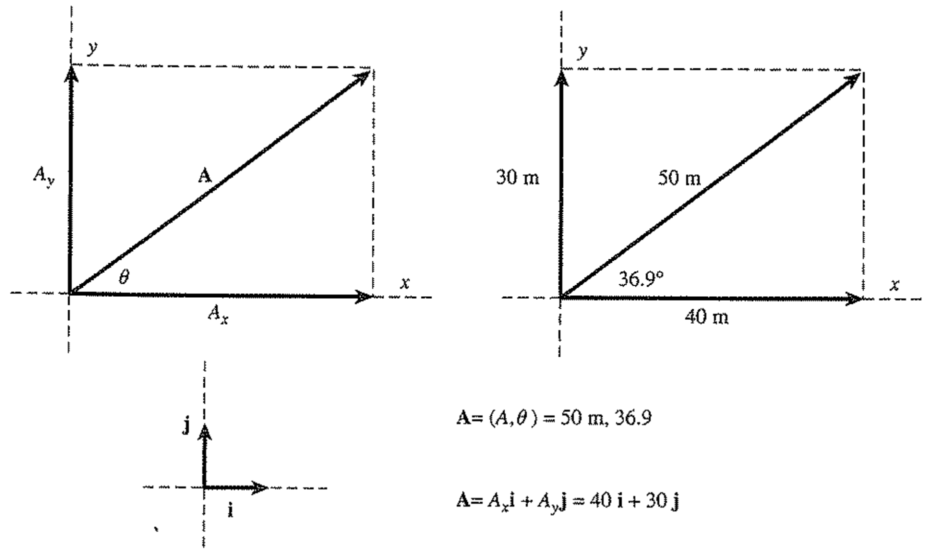


Figura 1.41 Dos formas de representar un vector.

Por tanto, ahora un vector (**A**, θ) puede describirse completamente usando los productos de sus componentes y vectores unitarios adecuados.

En la figura 1.41, si la magnitud de un vector **A** es igual a 50 m y el ángulo es 36.9°, las componentes son $A_x = +40$ m y $A_y = +30$ m. El vector ahora puede escribirse de dos maneras aceptables:

$$\mathbf{A} = (50 \text{ m}, 36.9°) \qquad \text{o} \qquad \mathbf{A} = 40\,\mathbf{i} + 30\,\mathbf{j}$$

El método del vector unitario es conveniente cuando se aplica el método de las componentes de la suma de vectores debido a que las componentes de la resultante pueden obtenerse al sumar polinomios.

Considere la tabla 1.6, la cual se compiló para el ejemplo 1.19. La resultante podría obtenerse al sumar los polinomios de vector unitario como sigue:

$$\begin{array}{ll}
A = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} & A = +20.0\,\mathbf{i} + 0 \\
B = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} & B = -26.0\,\mathbf{i} + 15.0\,\mathbf{j} \\
C = C_x\mathbf{i} + C_y\mathbf{j} & C = -24.6\,\mathbf{i} - 31.5\,\mathbf{j} \\
\hline
R = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} & R = -30.6\,\mathbf{i} - 16.5\,\mathbf{j}
\end{array}$$

La magnitud y la dirección en las coordenadas polares entonces se calcula como antes, a partir de la ecuación (1.18). Los vectores unitarios ayudan a organizar los datos sin necesidad de hacer una tabla.

1.14 Resta o sustracción de vectores

Cuando estudiemos la velocidad relativa, la aceleración y algunas otras cantidades, será necesario encontrar la diferencia entre dos cantidades vectoriales. La resta de dos vectores se logra sumando un vector al negativo del otro. El negativo de un vector se determina construyendo un vector igual en magnitud, pero de dirección opuesta. Por ejemplo, si **A** es un vector cuya magnitud es 40 m y cuya dirección es hacia el este, entonces el vector $-\mathbf{A}$ es un desplazamiento de 40 m dirigido al oeste. Igual que en álgebra, se puede decir que

$$a - b = a + (-b)$$

y en la resta de vectores tenemos que

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

El proceso de restar vectores se ilustra en la figura 1.42. Los vectores dados se muestran en la figura 1.42a; la figura 1.42b muestra los vectores **A** y $-\mathbf{B}$. El vector suma por el método del polígono se ilustra en la figura 1.42c.

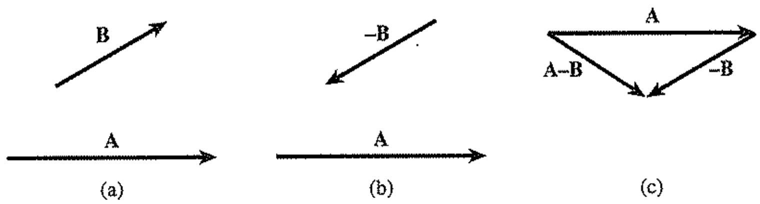


Figura 1.42 Cálculo de la resta de dos vectores.

FÍSICA HOY

"¿Son historia los maniquíes a prueba de choques?"
En las instalaciones de diseño de BMW en Munich, Alemania, las supercomputadoras avanzadas y las estaciones de trabajo de gran potencia están realizando simulaciones a prueba de choques con el fin de diseñar vehículos más seguros. Los cálculos que los ingenieros programan en las computadoras se basan en los métodos de suma vectorial de fuerzas. Aun cuando es poco probable que las simulaciones de computadora dejen sin trabajo a los maniquíes a prueba de choques, las pruebas de computadora reducen las probabilidades de que haya sorpresas que lleven a los diseñadores de regreso a la mesa de dibujo.

(*Foto © R-F/Corbis*).

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad es una introducción a la física y está dividida en tres partes: en la primera se conoce lo que es la física, su campo de trabajo y se sugiere un método para abordar su estudio. En la segunda parte, se hace un repaso de matemáticas técnicas, se analizan gráficos y se aplican principios de geometría y trigonometría. En la tercera y última parte, se trabajan las unidades del SI, se realizan conversiones y se opera con cantidades escalares y vectoriales. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes para recordar:

- Para sumar números con signos iguales, sumamos sus valores absolutos y asignamos a la suma el signo común. Para sumar números con signos diferentes, hallamos la diferencia de sus valores absolutos y le asignamos al resultado el signo del número mayor.
- Para restar un número b de un número a, cambiamos el signo del número b y después lo sumamos al número a, aplicando la regla de la suma.
- Cuando multiplicamos o dividimos un grupo de números con signo, el resultado será negativo si la cantidad total de factores negativos es impar; de lo contrario, el resultado será positivo.
- Las fórmulas pueden reordenarse (despejar) para resolver una incógnita específica, realizando operaciones equivalentes (suma, resta, multiplicación, división, etcétera) en ambos miembros de la igualdad.
- Las reglas siguientes se aplican a los exponentes y radicales (optativa):

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} \qquad a^m = a^{m/n}$$

- En la notación científica se usan potencias positivas o negativas de base 10 para expresar números grandes o pequeños en notación abreviada.
- Las gráficas sirven para presentar una descripción continua de la relación entre dos variables, a partir de los datos observados.
- Cuando dos rectas se intersecan, forman ángulos opuestos que son iguales entre sí.
- Cuando una recta corta dos rectas paralelas, los ángulos internos alternos son iguales.
- En cualquier triángulo, la suma de los ángulos internos es 180°; en un triángulo rectángulo, la suma de los dos ángulos más pequeños es igual a 90°.
- La aplicación del teorema de Pitágoras y de las funciones trigonométricas básicas es fundamental para el estudio de la física.

$$R^2 = x^2 + y^2 \qquad \operatorname{sen}\theta = \frac{op}{hip}$$

$$\cos\theta = \frac{ady}{hip} \qquad \tan\theta = \frac{op}{ady}$$

- Los prefijos del SI utilizados para expresar múltiplos y submúltiplos de las unidades básicas se indican a continuación:

giga (G)	$= 10^9$	mili (m)	$= 10^{-3}$
mega (M)	$= 10^6$	micro (μ)	$= 10^{-6}$
kilo (k)	$= 10^3$	nano (n)	$= 10^{-9}$
centi (c)	$= 10^{-2}$	pico (p)	$= 10^{-12}$

- Para convertir una unidad en otra:
  - Escriba la cantidad que se desea convertir (número y unidad).
  - Recuerde las definiciones necesarias.
  - Forme dos factores de conversión para cada definición.
  - Multiplique la cantidad que se va a convertir por aquellos factores de conversión que cancelen todas las unidades, menos las deseadas.
- *Método del polígono* para sumar vectores: El *vector resultante* se obtiene dibujando cada vector a escala, colocando el origen de un vector en la punta de la flecha del otro hasta que todos los vectores queden representados. La resultante es la línea recta que se dibuja a partir del origen del primer vector hasta la punta del último (figura 1.43).
- *Método del paralelogramo* para sumar vectores: La resultante de sumar dos vectores es la diagonal de un paralelogramo que se forma tomando los dos vectores como lados adyacentes. La dirección se indica en el punto más lejano del origen común de los dos vectores (figura 1.44).

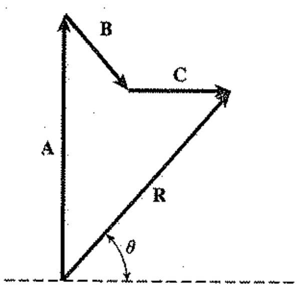


Figura 1.43

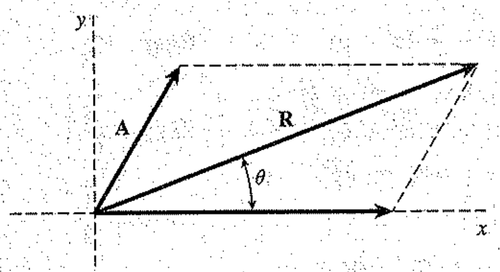


Figura 1.44

- Las *componentes* x y y de un vector (R, θ):

$$R_x = R\cos\theta \qquad R_y = R\,\text{sen}\,\theta$$

- La *resultante* de dos vectores perpendiculares (R_x, R_y):

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad \tan\phi = \left|\frac{R_y}{R_x}\right|$$

- El ***método de las componentes*** para sumar vectores:

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots$$
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$
$$\tan\phi = \left|\frac{R_y}{R_x}\right|$$

Conceptos clave

Problemas

Tema 1.2.1 Repaso de números con signos

En los problemas 1 a 26, resuelva la operación indicada.

1. $(+2) + (+5)$ Resp. +7
2. $(-2) + (6)$
3. $(-4) - (-6)$ Resp. +2
4. $(+6) - (+8)$
5. $(-3) - (+7)$ Resp. −10
6. $(-15) - (+18)$
7. $(-4) - (+3) - (-2)$ Resp. −5
8. $(-6) + (-7) - (+4)$
9. $(-2)(-3)$ Resp. +6
10. $(-16)(+2)$
11. $(-6)(-3)(-2)$ Resp. −36
12. $(-6)(+2)(-2)$
13. $(-3)(-4)(-2)(2)$ Resp. −48
14. $(-6)(2)(3)(-4)$
15. $(-6) \div (-3)$ Resp. +2
16. $(-14) \div (+7)$
17. $(+16) \div (-4)$ Resp. −4
18. $(+18) \div (-6)$
19. $\dfrac{-4}{-2}$ Resp. +2
20. $\dfrac{+16}{-4}$
21. $\dfrac{(-2)(-3)(-1)}{(-2)(-1)}$ Resp. −3

22. $\dfrac{(-6)(+4)}{(-2)}$

23. $\dfrac{(-16)(4)}{2(-4)}$ Resp. +8

24. $\dfrac{(-1)(-2)^2(12)}{(6)(2)}$

25. $(-2)(+4) - \dfrac{(-6)}{(+2)} - (-5)$ Resp. 0

26. $(-2)(-2)^2 + \dfrac{(-3)(-2)(-8)}{(-4)(1)} - (-6)^3$

En los problemas 27 a 30, halle lo que se pide.

27. Las distancias por arriba del nivel del suelo son positivas y las distancias por debajo de dicho nivel son negativas. Si un objeto se deja caer desde 20 pies (ft) por encima del nivel del suelo a un hoyo de 12 ft de profundidad, ¿cuál será la diferencia entre la posición inicial y la final? Resp. 32 ft

28. En física, el trabajo se mide en joules (J) y puede ser positivo o negativo, según la dirección de la fuerza que realiza dicho trabajo. ¿Cuál será el trabajo total realizado si los trabajos de las fuerzas son 20 J, −40 J y −12 J?

29. La temperatura de un perno es −12°C. (a) Si la temperatura se eleva en 6°C, ¿cuál será la temperatura nueva? (b) Si la temperatura original desciende 5 °C, ¿cuál será la temperatura nueva? (c) Si la temperatura original se multiplica por un factor de −3, ¿cuál será la temperatura resultante? Resp. (a) −6 °C, (b) −17 ° C, (c) 36 °C

30. Un metal se dilata cuando se calienta y se contrae cuando se enfría. Supongamos que la longitud de una varilla cambia 2 milímetros (mm) por cada 1 °C de temperatura. ¿Cuál será el cambio total en su longitud cuando la temperatura cambia de −5 a −30 °C?

Tema 1.2.2 Repaso de álgebra

En los problemas 31 a 46, determine el valor de x cuando $a = 2$, $b = -3$ y $c = -2$.

31. $x = a + b + c$ Resp. −3

32. $x = a - b - c$

33. $x = b + c - a$ Resp. −7

34. $x = b(a - c)$

35. $x = \dfrac{b - c}{a}$ Resp. $-\dfrac{1}{2}$

36. $x = \dfrac{a + b}{c}$

37. $x = b^2 - c^2$ Resp. +5

38. $x = \dfrac{-b}{ac}$

39. $x = \dfrac{a}{bc}(a - c)$ Resp. $+\dfrac{4}{3}$

40. $x = a^2 + b^2 + c^3$

41. $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ Resp. $\sqrt{17}$

42. $x = ab(c - a)^2$

43. $2ax - b = c$ Resp. $-\dfrac{5}{4}$

44. $ax + bx = 4c$

45. $3ax = \dfrac{2ab}{c}$ Resp. +1

46. $\dfrac{4ac}{b} = \dfrac{2x}{b} - 16$

En los problemas 47 a 56, resuelva las ecuaciones para la incógnita (la letra desconocida).

47. $5m - 16 = 3m - 4$ Resp. $m = 6$

48. $3p = 7p - 16$

49. $4m = 2(m - 4)$ Resp. $m = -4$

50. $3(m - 6) = 6$

51. $\dfrac{x}{3} = (4)(3)$ Resp. $x = 36$

52. $\dfrac{p}{3} = \dfrac{2}{6}$

53. $\dfrac{96}{x} = 48$ Resp. $x = 2$

54. $14 = 2(b - 7)$

55. $R^2 = (4)^2 + (3)^2$ Resp. $R = +5$

56. $\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{P} + \dfrac{1}{6}$

En los problemas 57 a 70, resuelva las fórmulas para la letra indicada.

57. $V = IR$, R Resp. $R = \dfrac{V}{I}$

58. $PV = nRT$, T

59. $F = ma$, a Resp. $a = \dfrac{F}{m}$

60. $s = vt + d$, d

61. $F = \dfrac{mv^2}{R}$, R Resp. $R = \dfrac{mv^2}{F}$

62. $s = \frac{1}{2}at^2$, a

63. $2as = v_f^2 - v_o^2$, a Resp. $a = \dfrac{v_f^2 - v_o^2}{2s}$

64. $C = \dfrac{Q^2}{2V}$, V

65. $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$, R Resp. $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

66. $MV = Ft, t$

67. $mv_2 - mv_1 = Ft, v_2$ Resp. $V_2 = \dfrac{Ft + mv_1}{m}$

68. $\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_2V_2}{T_2}, T^2$

69. $v = v_o + at, a$ Resp. $a = \dfrac{v - v_o}{t}$

70. $c^2 = a^2 + b^2, b$

Tema 1.2.3 Exponentes y radicales

En los problemas 71 a 92, simplifique las expresiones mediante las leyes de los exponentes y de los radicales.

71. $2^5 \cdot 2^7$ Resp. 2^{12}

72. $3^2 \cdot 2^3 \cdot 3^3$

73. x^7x^3 Resp. x^{10}

74. $x^7x^{-5}x^3$

75. $a^{-3}a^2$ Resp. $\dfrac{1}{a}$

76. $a^3a^{-2}b^{-3}b$

77. $\dfrac{2^3}{2^5}$ Resp. $\dfrac{1}{2^2}$

78. $\dfrac{2a^3b}{2ab^3}$

79. $\dfrac{2x^{17}}{x^{12}}$ Resp. $2x^5$

80. $(ab)^{-2}$

81. $(m^{-3})^{-2}$ Resp. m^6

82. $(n^3c^{-2})^{-2}$

83. $(4 \times 10^2)^3$ Resp. 64×10^6

84. $(6 \times 10^{-2})^{-2}$

85. $\sqrt[3]{64}$ Resp. 4

86. $\sqrt[4]{81}$

87. $\sqrt[5]{x^{15}}$ Resp. x^3

88. $\sqrt{a^4b^6}$

89. $\sqrt{4 \times 10^4}$ Resp. 2×10^2

90. $\sqrt[3]{8 \times 10^{-27}}$

Tema 1.2.5 Notación científica

En los ejercicios 93 a 100, exprese los números decimales en notación científica.

91. $\sqrt[5]{32a^{10}}$ Resp. $2a^2$

92. $\sqrt{(x + 2)^2}$

93. 40 000 Resp. 4×10^4

94. 67

95. 480 Resp. 4.80×10^2

96. 497 000

97. 0.0021 Resp. 2.1×10^{-3}

98. 0.789

99. 0.087 Resp. 8.7×10^{-2}

100. 0.000967

En los ejercicios 101 a 108, exprese los números en notación decimal.

101. 4×10^6 Resp. 4,000,000

102. 4.67×10^3

103. 3.7×10^1 Resp. 37

104. 1.4×10^5

105. 3.67×10^{-2} Resp. 0.0367

106. 4×10^{-1}

107. 6×10^{-3} Resp. 0.006

108. 4.17×10^{-5}

En los ejercicios 109 a 132, simplifique y exprese como un solo número escrito en notación científica.

109. 400×20000 Resp. 8×10^6

110. 37×2000

111. $(4 \times 10^{-3})(2 \times 10^5)$ Resp. 8×10^2

112. $(3 \times 10^{-1})(6 \times 10^{-8})$

113. $(6.7 \times 10^3)(4.0 \times 10^5)$ Resp. 2.68×10^9

114. $(3.7 \times 10^{-5})(200)$

115. $(4 \times 10^{-3})^2$ Resp. 1.60×10^{-5}

116. $(3 \times 10^6)^3$

117. $(6000)(3 \times 10^{-7})$ Resp. 1.8×10^{-3}

118. $(4)(300)(2 \times 10^{-2})$

119. $7000 \div (3.5 \times 10^{-3})$ Resp. 2.00×10^6

120. $60 \div 30000$

121. $(6 \times 10^{-5}) \div (3 \times 10^4)$ Resp. 2×10^{-9}

122. $(4 \times 10^{-7}) \div (7 \times 10^{-7})$

123. $\dfrac{4600}{0.02}$ Resp. 2.3×10^5

124. $\dfrac{(1600)(4 \times 10^{-3})}{1 \times 10^{-2}}$

125. $4.0 \times 10^2 + 2 \times 10^3$ Resp. 2.40×10^3

126. $6 \times 10^{-5} - 4 \times 10^{-6}$

127. $6 \times 10^{-3} - 0.075$ Resp. -6.90×10^{-2}

128. $0.0007 - 4 \times 10^{-3}$

129. $\dfrac{4 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-2}}$ Resp. 6×10^{-4}

130. $\dfrac{6 \times 10^3 + 4 \times 10^2}{1 \times 10^{-3}}$

131. $\dfrac{600 - 3\,000}{0.0003}$ Resp. -8×10^6

132. $(4 \times 10^{-3})^2 - 2 \times 10^{-5}$

Tema 1.2.6 Gráficas

133. Trace una gráfica para los siguientes datos registrados de un objeto que cae libremente a partir del reposo.

Rapidez, ft/s	32	63	97	129	159	192	225
Tiempo, s	1	2	3	4	5	6	7

¿Qué rapidez cabe esperar después de 4.5 s? ¿Qué tiempo se requiere para que el objeto alcance una rapidez de 100 ft/s? Resp. V=144 ft/s, t = 3.1 s

134. El avance de un tornillo con cuerda hacia la derecha es proporcional al número de vueltas completas. Se han registrado los datos siguientes para un tornillo en particular:

Avance, in	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Núm. de vueltas	16	32	48	64	80	96

Trace una gráfica que registre el número de vueltas en las divisiones horizontales y el avance del tornillo, en pulgadas, en las divisiones verticales. ¿Qué número de vueltas es necesario completar para que el tornillo avance 2.75 in?

135. Elabore una gráfica que muestre la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de varias ondas electromagnéticas. Se cuenta con los datos siguientes:

Frecuencia, kilohertz (kHz)	150	200	300	500	600	900
Longitud de onda, metros (m)	2000	1500	1000	600	500	333

¿Qué longitudes de onda tienen las ondas electromagnéticas cuyas frecuencias son 350 kHz y 800 kHz? Resp. 857 m, 375 m

136. La pérdida de potencia eléctrica en una resistencia varía en proporción directa al cuadrado de la corriente. Los datos siguientes fueron obtenidos en un solo experimento:

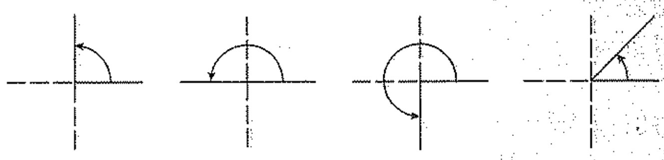
Corriente, amperes (A)	1.0	2.5	4.0	5.0	7.0	8.5
Potencia, watts (W)	1.0	6.5	16.2	25.8	50.2	72.0

Trace una gráfica y, a partir de la curva obtenida, calcule la pérdida de potencia cuando la corriente tiene un valor de (a) 3.2 A y (b) 8.0 A.

Tema 1.2.7 Geometría

Nota. Si la recta parece paralela o perpendicular, suponga que lo es.

137. ¿Qué magnitud estima usted para cada uno de los ángulos de la figura 1.45? Resp. 90°, 180°, 270° y 45°



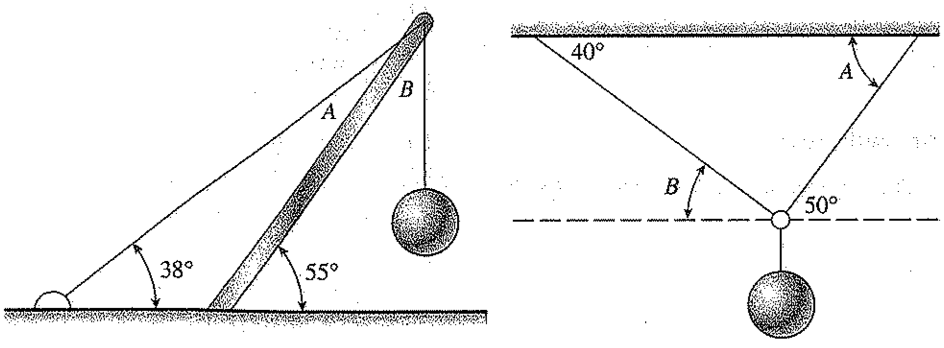
(a) (b) (c) (d)

Figura 1.45

138. Use una regla y un transportador para medir rectas y ángulos. Trace dos rectas paralelas *AB* y *CD* con 2 cm de separación entre ellas. Dibuje ahora una tercera recta *EF* que corte a cada una de las otras rectas en cualquier ángulo que no sea 90°. Compruebe las reglas 1 y 2 midiendo los ángulos formados por la transversal *EF*. Trace ahora otra recta transversal *GH* inclinada en la dirección contraria, que corte la recta *AB* en el mismo punto que la recta *EF*. Compruebe la regla 3 para ver si se cumple el caso del triángulo que acaba de formar.

139. Calcule los ángulos *A* y *B* para cada uno de los casos dibujados en la figura 1.46. Resp. (a) A = 17°, B = 35°, (b) A = 50°, B = 40°

140. Calcule los ángulos *A* y *B* en la figura 1.47.



(a) (b)

Figura 1.46

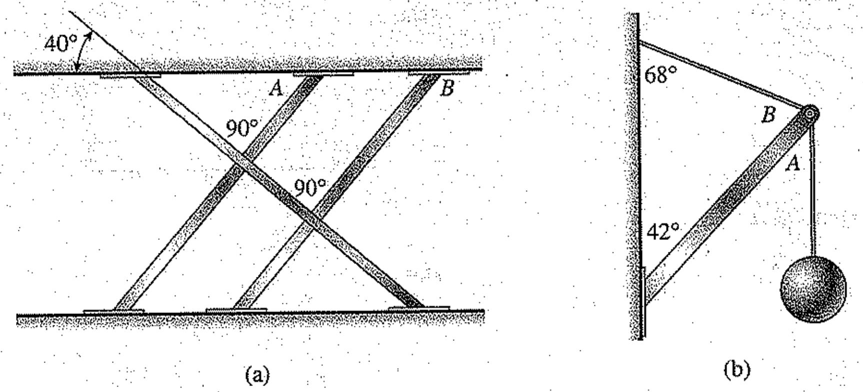


Figura 1.47

Tema 1.2.8 Trigonometría del triángulo rectángulo

En los ejercicios 141 a 158, use la calculadora para evaluar cada ejemplo.

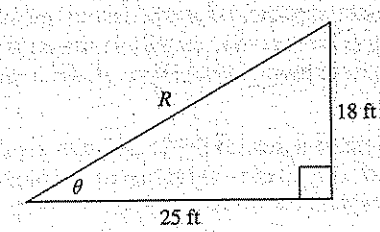
141. sen 67° Resp. 0.921
142. cos 48°
143. tan 59° Resp. 1.66
144. sen 34°
145. cos 29° Resp. 0.875
146. tan 15°
147. 20 cos 15° Resp. 19.3
148. 400 sen 21°
149. 600 tan 24° Resp. 267
150. 170 cos 79°
151. 240 sen 78° Resp. 235
152. 1400 tan 60°
153. $\dfrac{200}{\text{sen } 17°}$ Resp. 684
154. $\dfrac{300}{\text{sen } 60°}$
155. $\dfrac{167}{\cos 78°}$ Resp. 803
156. $\dfrac{256}{\cos 16°}$
157. $\dfrac{670}{\tan 17°}$ Resp. 2190
158. $\dfrac{2000}{\tan 51°}$

En los ejercicios 159 a 167, determine los ángulos desconocidos.

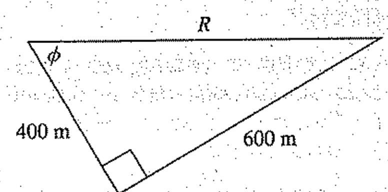
159. sen $\theta = 0.811$ Resp. 54.2
160. sen $\theta = 0.111$
161. $\tan \theta = 1.2$ Resp. 50.2
162. $\tan \theta = 0.511$
163. $\cos \beta = 0.228$ Resp. 76.8
164. $\cos \theta = 0.81$
165. $\cos \theta = \dfrac{400}{500}$ Resp. 36.9
166. $\tan \theta = \dfrac{16}{4}$
167. sen $\phi = \dfrac{140}{270}$ Resp. 31.2

En los ejercicios 168 a 175, resuelva los triángulos para los ángulos y los lados desconocidos.

168.

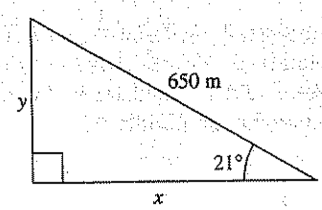


169.

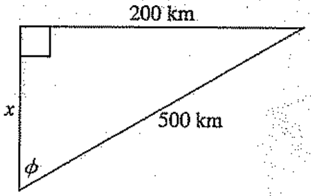


Resp. $R = 721$ m, $\phi = 56.3°$

170.

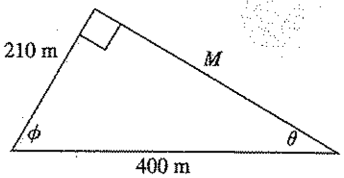


171.

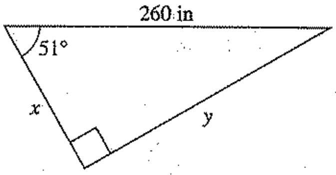


Resp. $x = 458$ km, $\phi = 23.6°$

172.

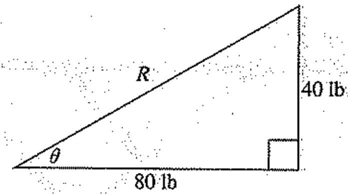


173.

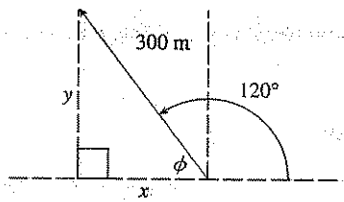


Resp. $x = 164$ in, $y = 202$ in

174.



175.



Resp. $x = 150$ m, izq. $y = 260$ m

Problemas adicionales

176. Una mañana temprano, la lectura del barómetro es 30.21. En la tarde del mismo día, cuando se desata una tormenta, la lectura disminuye en 0.59 in. ¿Cuál es esta segunda lectura?

177. Un termómetro marca 29.0 °C. Después de estar guardado en el congelador algún tiempo, marca -15°C. ¿Cuál fue el cambio de temperatura? Resp. -44°C

178. El cambio de temperatura de un objeto es de -34°C. Si la temperatura original era de 20 °C, ¿cuál será la temperatura final?

179. Una tabla de madera se corta en seis piezas de 28 cm de largo cada una. En cada corte se desperdicia 1 mm de madera. ¿Cuál era la longitud original de la tabla, en pulgadas? Resp. 66.3 in

180. El volumen V de un cilindro circular recto es el área de la base (πr^2) multiplicada por la altura, h. Si se conoce el radio, escriba una fórmula para hallar la altura, h.

181. La fuerza centrípeta F_C se halla multiplicando la masa, m, por el cuadrado de su velocidad, v, y dividiendo el resultado entre el radio, r, del círculo. Escriba la fórmula y resuelva para hallar el radio, r.

Resp. $F_C = \dfrac{mv^2}{R}$, $r = \dfrac{mv^2}{F_C}$

182. Resuelva para x en la ecuación $xb + cd = a(x + 2)$ y encuentre el valor de x cuando $a = 2$, $b = -2$, $c = 3$ y $d = -1$.

183. Resuelva para c en la ecuación $c^2 = a^2 + b^2$ y halle el valor de c cuando $a = 50$ y $b = 20$. Resp. 53.9

184. La ley de la gravitación de Newton se escribe $F = Gm_1m_2/R^2$. Se tienen los valores numéricos siguientes: $G = 6.67 \times 10^{-11}$, $m_1 = 4 \times 10^{-8}$, $m_2 = 3 \times 10^{-7}$ y $R = 4 \times 10^{-2}$. ¿Cuál es el valor de F?

185. La longitud inicial de una varilla es $L_0 = 21.41$ cm a $t_0 = 20$ °C. Luego la calentamos hasta una temperatura final de $t = 100$ °C. La nueva longitud se calcula mediante:

$$L = L_0 + \alpha L_0(t - t_0)$$

donde $\alpha = 2 \times 10^{-3}$/°C. ¿Cuál es el valor de L? Resp. $L = 28.84$ cm

186. Trace una gráfica de la función $y = 2x$; con base en ella, compruebe que $x = 3.5$ cuando $y = 7$.

187. Encuentre los ángulos desconocidos en las figuras 1.48a y b. Resp. (a) $A = 30°$, $B = 60°$, $C = 60°$; (b) $A = 60°$, $B = 30°$, $C = 120°$, $D = 60°$

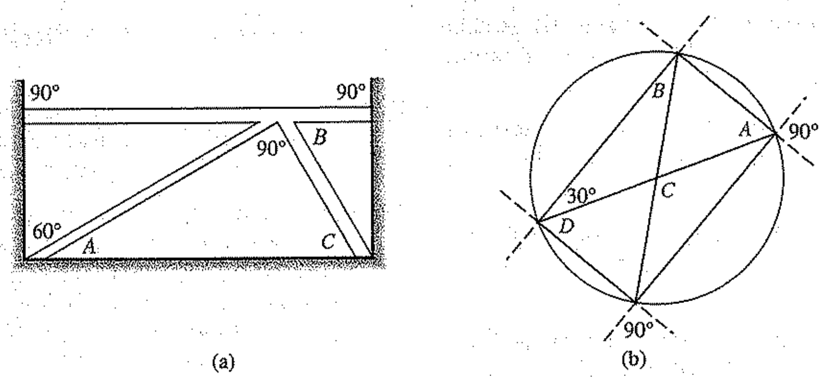


Figura 1.48

188. Reste -4 cm de -8 cm para obtener la longitud A. Sume -6 cm a $+14$ cm para obtener la longitud B. ¿Cuál es la longitud $C = A - B$? ¿Acaso $A - B$ tiene el mismo valor que $B - A$? Considere una recta numérica colocada a lo largo del eje x. Dibuje una línea recta a partir del punto original C. Trace después una recta desde el origen hasta el punto $B - A$. ¿Cuál es la distancia entre estos puntos? Resp. -12 cm, no, 24 cm

189. El periodo T de un péndulo es el tiempo que tarda en realizar una oscilación completa (de ida y vuelta). El periodo se calcula con la ecuación siguiente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

donde L es la longitud del péndulo y g la aceleración de la gravedad. (a) Resuelva para obtener la longitud L. (b) Si la longitud L del péndulo se cuadruplica, ¿cuánto mayor será ahora el periodo? (c) Si el periodo de un péndulo cuando oscila sobre la Tierra es de 2.0 s, ¿cuál sería su periodo en la Luna, donde el valor de g es sólo un sexto de su valor en la Tierra?

190. La longitud de un microcircuito diminuto es 3.45×10^{-4} m y su ancho es de 9.77×10^{-5} m. (a) Halle el área y el perímetro del chip. (b) Si el ancho se duplica y la longitud se reduce a la mitad, ¿cuál será el cambio en el área y cuál será el cambio en el perímetro del microcircuito? Resp. (a) 3.37×10^{-8} m², 8.85×10^{-4} m; (b) 0, -1.5×10^{-4} m

191. La presión en un depósito de almacenamiento depende de la temperatura. Se han registrado las mediciones siguientes:

Temperatura, K	300	350	400	450	500	550
Presión, lb/in²	400	467	535	598	668	733

Trace una gráfica con estos datos. ¿Cuál es la pendiente de la gráfica? ¿Puede usted escribir una descripción de la relación entre la presión y la temperatura, tomando como base esa información? ¿Cuál esperaría que fuera la presión a temperaturas de 420 y 600 grados kelvin (K)?

192. Se tiene el voltaje (V), en volts, y la corriente eléctrica (I), en miliamperes (mA), de una resistencia. A continuación presentamos los datos registrados:

Voltaje, V	10	20	30	40	50	60
Corriente, mA	145	289	435	581	724	870

Elabore una gráfica con estos datos. ¿Qué valor espera usted que tenga la corriente en la resistencia cuando se le aplican voltajes de 26 y 48 V? Resp. 377 mA, 696 mA

Problemas

Nota: A lo largo del texto se supone que todos los números son precisos hasta tres cifras significativas, a menos que se indique otra cosa. Se proporcionan las respuestas a los problemas con números impares.

Tema 1.8 Conversión de unidades

193. ¿Cuál es la altura en centímetros de una mujer que mide 5 pies y 6 pulgadas? Resp. 168 cm

194. Una sola loseta de piso mide 8 in de cada lado. Si las losetas se ponen lado a lado, ¿qué distancia en metros puede cubrir una fila de 20 losetas?

195. Un campo de fútbol mide 100 m de largo y 60 m de ancho. ¿Cuáles son la longitud y el ancho del campo en pies? Resp. 328 ft, 197 ft

196. El mango de una llave inglesa mide 8 in. ¿Cuál es la longitud de dicho mango en centímetros?

197. Un monitor de computadora de 19 in tiene una sección efectiva de imagen que mide 18 in en diagonal. Exprese esta distancia en metros. Resp. 0.457 m

198. La longitud de una libreta es 234.5 mm y su ancho es 158.4 mm. Exprese el área superficial de la libreta en metros cuadrados.

199. Un cubo mide 5 in por lado. ¿Cuál es el volumen del cubo en unidades del SI y en unidades del SUEU? Resp. 0.00205 m^3, 0.0723 ft^3

200. En una carretera interestatal se ha impuesto un límite de rapidez de 75 mi/h. (a) ¿A cuánto equivale esta rapidez en kilómetros por hora? (b) ¿Y en pies por segundo?

201. Un motor Nissan tiene 1600 cm^3 de cilindrada (volumen) y un diámetro interior de 84 mm. Exprese estas medidas en pulgadas cúbicas y en pulgadas. Resp. 97.6 in^3, 3.31 in

202. Un electricista va a instalar un cable subterráneo desde la carretera hasta una vivienda que se localiza a una distancia de 1.20 mi en el bosque. ¿Cuántos pies de cable va a necesitar?

203. Un galón estadounidense tiene un volumen equivalente a 231 in^3. ¿Cuántos galones se necesitan para rellenar un depósito que mide 18 in de largo, 16 in de ancho y 12 in de alto? Resp. 15.0 gal

204. La densidad del bronce es de 8.89 g/cm^3. ¿Cuál es su densidad en kilogramos por metro cúbico?

Tema 1.10 Suma de vectores por métodos gráficos

205. Una mujer camina 4 km hacia el este y después camina 8 km hacia el norte. (a) Aplique el método del polígono para hallar su desplazamiento resultante. (b) Compruebe el resultado con el método del paralelogramo. Resp. 8.94 km, 63.4° N del E

206. En la superficie de Marte, un vehículo se desplaza una distancia de 38 m a un ángulo de 180°. Después vira y recorre una distancia de 66 m a un ángulo de 270°. ¿Cuál fue su desplazamiento desde el punto de partida?

207. Un topógrafo inicia su tarea en la esquina sudeste de una parcela y registra los siguientes desplazamientos: A = 600 m, N; B = 400 m, O; C = 200 m, S, y D = 100 m, E. ¿Cuál es el desplazamiento neto desde el punto de partida? Resp. 500 m, 126.9°

208. Una fuerza descendente de 200 N actúa en forma simultánea con una fuerza de 500 N dirigida hacia la izquierda. Aplique el método del polígono para encontrar la fuerza resultante.

209. Las tres fuerzas siguientes actúan simultáneamente sobre el mismo objeto: A = 300 N, 30° N del E; B = 600 N, 270°; y C = 100 N hacia el este. Halle la fuerza resultante mediante el método del polígono. Resp. 576 N, 51.4° S del E

210. Una embarcación navega una distancia de 200 m hacia el oeste, después avanza hacia el norte 400 m y finalmente 100 m a 30° S del E. ¿Cuál es su desplazamiento neto?

211. Dos cuerdas A y B están atadas a un gancho de amarre, de manera que se ha formado un ángulo de 60° entre las dos cuerdas. La tensión sobre la cuerda A es de 80 N y la tensión sobre la cuerda B es de 120 N. Utilice el método del paralelogramo para hallar la fuerza resultante sobre el gancho. Resp. 174 N

212. Dos fuerzas A y B actúan sobre el mismo objeto y producen una fuerza resultante de 50 N a 36.9° N del O. La fuerza A = 40 N se dirige hacia el oeste. Halle la magnitud y la dirección de la fuerza B.

Tema 1.11 Trigonometría y vectores

213. Halle las componentes x y y de (a) un desplazamiento de 200 km a 34°, (b) una velocidad de 40 km/h a 120° y (c) una fuerza de 50 N a 330°. Resp. 166 km, 112 km; −20 km/h, 34.6 km/h; 43.3 N, −25 N

214. Un trineo es arrastrado con una fuerza de 540 N y su dirección forma un ángulo de 40° con respecto a la horizontal. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza descrita?

215. El martillo de la figura 1.49 aplica una fuerza de 260 N en un ángulo de 15° con respecto a la vertical. ¿Cuál es el componente ascendente de la fuerza ejercida sobre el clavo? Resp. 251 N

216. Un niño intenta levantar a su hermana del pavimento (figura 1.50). Si la componente vertical de la fuerza que la jala **F** tiene una magnitud de 110 N y la componente horizontal tiene una magnitud de 214 N, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza **F**?

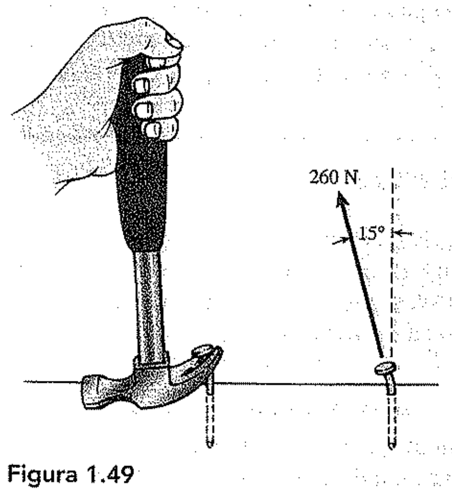


Figura 1.49

Figura 1.50 (*Foto de Paul E. Tippens*).

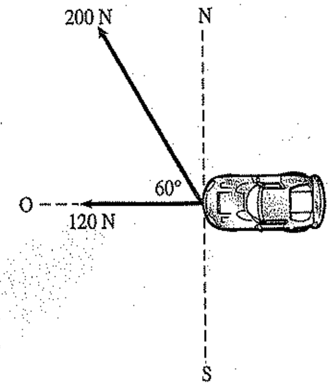


Figura 1.51

217. Un río fluye hacia el sur a una velocidad de 20 km/h. Una embarcación desarrolla una rapidez máxima de 50 km/h en aguas tranquilas. En el río descrito, la embarcación avanza a su máxima velocidad hacia el oeste. ¿Cuáles son la rapidez y la dirección resultantes de la embarcación? Resp. 53.9 km/h, 21.8° S del O

218. Una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal arrastra una caja sobre el piso. ¿Cuál será la tensión de la cuerda si se requiere una fuerza horizontal de 40 N para arrastrar la caja?

219. Se necesita un empuje vertical de 80 N para levantar la parte móvil de una ventana. Se usa un mástil largo para realizar dicha operación. ¿Qué fuerza será necesaria ejercer a lo largo del mástil si éste forma un ángulo de 34° con la pared? Resp. 96.5 N

220. La resultante de dos fuerzas **A** y **B** es de 40 N a 210°. Si la fuerza **A** es de 200 N a 270°, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza **B**?

Tema 1.12 Adición de vectores por el método analítico

221. Halle la resultante de las siguientes fuerzas perpendiculares: (a) 400 N, 0°, (b) 820 N, 270° y (c) 500 N, 90°. Resp. 512 N, 321.3°

222. Cuatro cuerdas, las cuales forman ángulos rectos entre sí, tiran de una argolla. Las fuerzas son de 40 N, E; 80 N, N; 70 N, O, y 20 N, S. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza resultante que se ejerce sobre la argolla.

223. Dos fuerzas actúan sobre el automóvil ilustrado en la figura 1.51. La fuerza **A** es igual a 120 N, hacia el oeste, y la fuerza **B** es igual a 200 N a 60° N del O. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza resultante sobre el automóvil? Resp. 280 N, 38.2° N del O

224. Suponga que la dirección de la fuerza **B** del problema 223 se invirtiera (+180°) y que los demás parámetros permanecieran sin cambio alguno. ¿Cuál sería la nueva resultante? (Este resultado es la resta vectorial **A** − **B**).

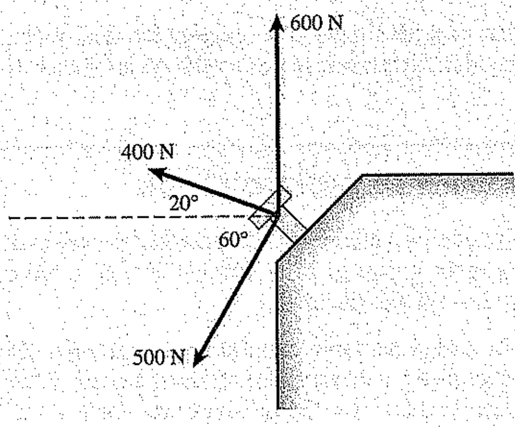


Figura 1.52

225. Calcule la fuerza resultante que actúa sobre el perno de la figura 1.52. Resp. 691.6 N, 154.1°

226. Calcule la resultante de las siguientes fuerzas aplicando el método de las componentes para efectuar la suma de vectores: **A** = (200 N, 30°), **B** = (300 N, 330°) y **C** = (400 N, 250°).

227. Tres embarcaciones ejercen fuerzas sobre un gancho de amarre como muestra la figura 1.53. Halle la resultante de esas tres fuerzas. Resp. 853 N, 101.7°

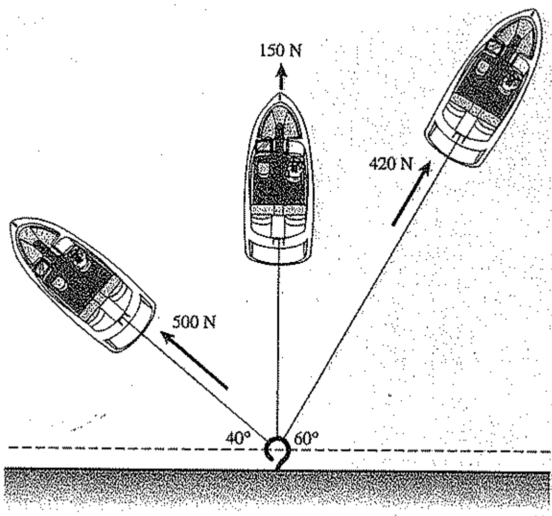


Figura 1.53

Tema 1.14 Resta o sustracción de vectores

228. Dos desplazamientos son $\mathbf{A}$ = 9 m, N y $\mathbf{B}$ = 12 m, S. Encuentre la magnitud y la dirección de ($\mathbf{A} + \mathbf{B}$) y ($\mathbf{A} - \mathbf{B}$).

229. Dados $\mathbf{A}$ = 24 m, E, y $\mathbf{B}$ = 50 m, S, halle la magnitud y la dirección de (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ y (b) $\mathbf{B} - \mathbf{A}$. Resp. (a) 55.5 m, 64.4° S del E, (b) 55.5 m, 64.4° S del O

230. La velocidad tiene una magnitud y una dirección que pueden representarse por medio de un vector. Considere una embarcación que se mueve inicialmente con una velocidad de 30 m/s directamente hacia el oeste. En algún momento más tarde, la embarcación alcanza una velocidad de 12 m/s a 30° S del O. ¿Cuál es el cambio en la velocidad?

231. Considere cuatro vectores: $\mathbf{A}$ = 450 N, O; $\mathbf{B}$ = 160 N, 44° N del O; $\mathbf{C}$ = 800 N, E, y $\mathbf{D}$ = 100 m, 34° N del E. Determine la magnitud y la dirección de $\mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C} - \mathbf{D}$. Dibuje el polígono de vectores. Resp. 417 N, 23.6° S del E

Problemas adicionales

232. Calcule las componentes horizontal y vertical de los siguientes vectores: $\mathbf{A}$ = (400 N, 37°), $\mathbf{B}$ = (90 m, 320°) y $\mathbf{C}$ = (70 km/h, 150°).

233. Un cable está unido al extremo de una viga. ¿Qué tirón se requiere, a un ángulo de 40° con respecto al horizontal, para producir una fuerza horizontal efectiva de 200 N? Resp. 261 N

234. Un muelle para pescadores se extiende hacia el norte y el sur. ¿Cuál deberá ser la rapidez de una embarcación que avanza a un ángulo de 40° E del N para que su componente de velocidad a lo largo del muelle sea de 30 km/h?

235. Halle la resultante $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ para los siguientes pares de vectores: (a) $\mathbf{A}$ = 520 N, sur, $\mathbf{B}$ = 269 N, oeste, (b) $\mathbf{A}$ = 18 m/s, norte, $\mathbf{B}$ = 15 m/s, oeste. Resp. 585 N, 242.6°; 23.4 m/s, 129.9°

236. Efectúe la resta vectorial ($\mathbf{A} - \mathbf{B}$) para los pares de fuerzas del problema 2.35.

237. Un semáforo está colgado a la mitad de una cuerda, de manera que cada segmento forma un ángulo de 10° con la horizontal. La tensión sobre cada segmento de cuerda es de 200 N. Si la fuerza resultante en el punto medio es cero, ¿cuál es el peso del semáforo? Resp. 69.5 N

238. Calcule la resultante de las fuerzas ilustradas en la figura 1.54.

239. Calcule la fuerza resultante que actúa sobre la argolla de la figura 1.55. Resp. 311.5°, 25.6° N O

240. Un bloque de 200 N descansa sobre un plano inclinado a 30°. Si el peso del bloque actúa verticalmente hacia abajo, ¿cuáles son las componentes del peso hacia abajo del plano y en dirección perpendicular al plano?

241. Halle la resultante de los tres desplazamientos siguientes: $\mathbf{A}$ = 220 m, 60°; $\mathbf{B}$ = 125 m, 210°, y $\mathbf{C}$ = 175 m, 340°. Resp. 180 m, 22.3°

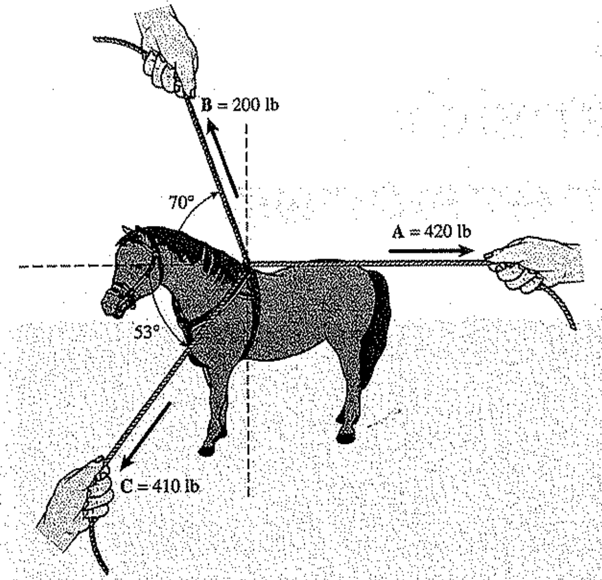


Figura 1.54

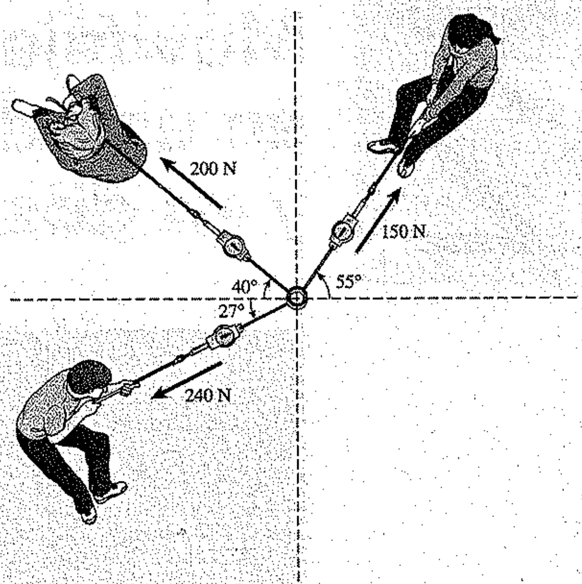


Figura 1.55

242. Considere estos tres vectores: $\mathbf{A} = 100$ m, 0°; $\mathbf{B} = 400$ m, 270°; y C = 200 m, 30°. Elija una escala apropiada y muestre gráficamente que el resultado es el mismo, sin importar en qué orden sean sumados estos vectores; es decir, $\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = \mathbf{C} + \mathbf{B} + \mathbf{A}$. ¿La afirmación anterior también es válida para la resta de vectores? Demuestre gráficamente que $\mathbf{A} - \mathbf{C}$ produce un resultado diferente que $\mathbf{C} - \mathbf{A}$.

243. Dos fuerzas $A = 30$ N y $B = 90$ N pueden actuar sobre un objeto en cualquier dirección que se desee. ¿Cuál es la máxima fuerza resultante? ¿Cuál es la mínima fuerza resultante? ¿Es posible que la fuerza resultante sea cero? Resp. 120 N, 60 N, no

244. Considere dos fuerzas $A = 40$ N y $B = 80$ N. ¿Cuál tiene que ser el ángulo entre esas dos fuerzas para que la magnitud de la fuerza resultante sea 60 N?

245. ¿Qué tercera fuerza **F** es necesario agregar a las dos fuerzas siguientes para que la fuerza resultante sea igual a cero? $\mathbf{A} = 120$ N, 110° y $\mathbf{B} = 60$ N, 200°. Resp. 134 N, 316.6°

246. Un avión requiere una dirección resultante con curso hacia el oeste. La rapidez del avión es 600 km/h cuando el aire está inmóvil. Si el viento adquiere una rapidez de 40 km/h y sopla en dirección de 30° S del O, ¿en qué dirección se deberá orientar el avión y cuál será su rapidez relativa con respecto al suelo?

247. ¿Cuáles tendrán que ser la magnitud F y la dirección θ de la fuerza necesaria para que el automóvil de la figura 1.56 avance directamente hacia el este, con una fuerza resultante de 400 lb? Resp. 223 lb, 17.9°

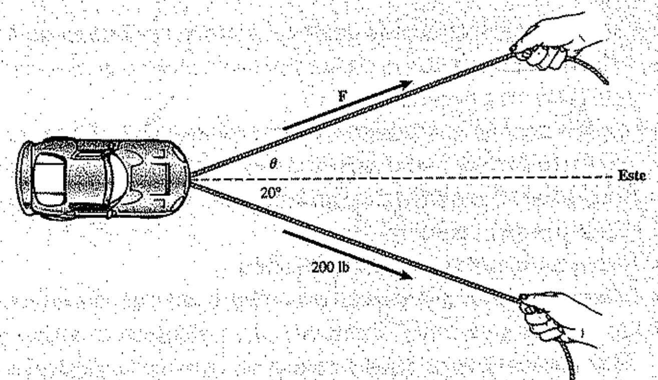
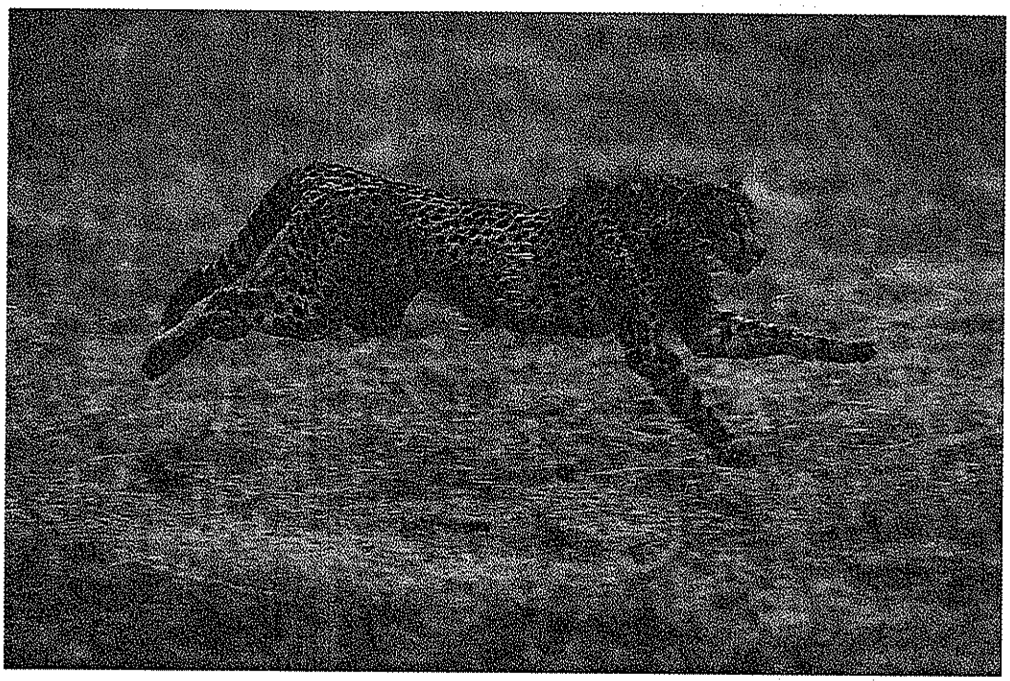


Figura 1.56

UNIDAD 2

Movimiento en una dimensión y en dos dimensiones



El guepardo es un felino con características para la rapidez. Su fuerza y agilidad le permiten alcanzar una rapidez máxima de 100 km/h, la cual sólo puede mantener durante 10 segundos, aproximadamente. (*Fotografía © vol. 44 PhotoDisc/Getty*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Identificar las variables del movimiento rectilíneo uniforme.
- Aplicar los conceptos de velocidad media y aceleración media en la solución de problemas.
- Identificar el movimiento uniformemente rectilíneo o movimiento uniformemente acelerado a cuerpos que se desplazan en una dimensión.
- Solucionar problemas aplicando las cinco ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado.
- Resolver problemas de caída libre.
- Describir e interpretar el movimiento en dos dimensiones.
- Calcular la posición, la velocidad, el alcance, la altura máxima y el tiempo de vuelo de proyectiles cuando se conoce la velocidad inicial y el ángulo de lanzamiento.
- Analizar gráficos de movimiento en una dimensión y en dos dimensiones.

2.1 Rapidez y velocidad

El tipo más sencillo de movimiento que puede experimentar un objeto es el movimiento rectilíneo uniforme. Si el objeto recorre las mismas distancias en cada unidad sucesiva de tiempo, se dice que se mueve con rapidez constante. Por ejemplo, si un tren recorre 8 m de vía por cada segundo que se mueve, se dice que tiene una ***rapidez constante*** de 8 m/s. Ya sea que la rapidez sea constante o no, la rapidez media de un objeto en movimiento se define como

$$\textit{rapidez media} = \frac{\textit{distancia recorrida}}{\textit{tiempo transcurrido}}$$

$$\bar{v} = \frac{x}{t} \tag{2.1}$$

La línea sobre el símbolo v significa que la rapidez representa un valor promedio para el espacio de tiempo t.

Recuerde que la dimensión de la rapidez es la razón de una longitud a un intervalo de tiempo. Por tanto, las unidades de millas por hora, pies por segundo, metros por segundo y centímetros por segundo son unidades comunes de la rapidez.

Ejemplo 2.1 Un golfista logra un hoyo 3 segundos después de que golpea la pelota. Si ésta viajó con una rapidez media de 0.8 m/s, ¿a qué distancia estaba el hoyo?

Solución: Si se despeja x en la ecuación (2.1) queda

$$x = \bar{v}t = (0.8 \text{ m/s})(3 \text{ s})$$

Por tanto, la distancia que hay hasta el hoyo es de

$$x = 2.4 \text{ m}$$

Es importante observar que la rapidez es una cantidad escalar totalmente independiente de la dirección. En el ejemplo 2.1 no fue necesario conocer la rapidez de la pelota de golf a cada instante ni la naturaleza de su trayectoria. De forma similar, la ***rapidez media*** de un automóvil que viaja de Atlanta a Chicago es función únicamente de la distancia registrada en su odómetro y del tiempo requerido para realizar el viaje. En lo que se refiere a los cálculos, no hay ninguna diferencia, ya sea que el conductor del automóvil haya tomado la ruta directa o la panorámica, o incluso si tuvo que detenerse a comer.

Debemos distinguir claramente entre la cantidad escalar *rapidez* y su contraparte direccional, la *velocidad*. Esto es fácil si recordamos la diferencia entre *distancia* y *desplazamiento* expuesta en la Unidad 1. Supongamos, como se indica en la figura 2.1, que un objeto se mueve

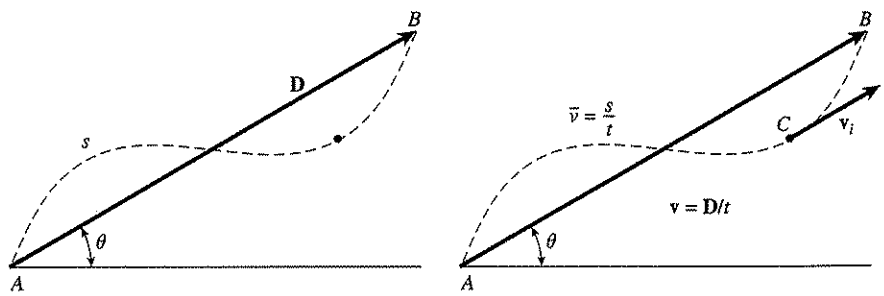


Figura 2.1 El desplazamiento y la velocidad son cantidades vectoriales, mientras que la distancia y la rapidez son independientes de la dirección; s, distancia; **D**, desplazamiento; **v**, velocidad; t, tiempo.

a lo largo de la trayectoria de la línea punteada, de A a B. La distancia recorrida en realidad se denota con s, mientras que el desplazamiento se representa con las coordenadas polares

$$\mathbf{D} = (D, \theta)$$

Como ejemplo, considere que la distancia s de la figura 2.1 es de 500 km y que el desplazamiento es de 350 km a 45°. Si el tiempo real de travesía es de 8 h, la rapidez media es

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{500\text{ km}}{8\text{ h}} = 62.5\text{ km/h}$$

En esta obra seguiremos la convención de usar el símbolo s para denotar las trayectorias curvas y los símbolos x y y para representar las distancias en línea recta.

La *velocidad* media, sin embargo, debe tomar en cuenta la magnitud y la dirección del desplazamiento. La velocidad media está dada por

$$\bar{v} = \frac{\mathbf{D}}{t} = \frac{350\text{ km, }45°}{8\text{ h}}$$

$$\bar{v} = 43.8\text{ km/h, }45°$$

Por lo tanto, si la trayectoria del objeto en movimiento es curva, la diferencia entre rapidez y velocidad es tanto en magnitud como en dirección.

Los automóviles no siempre pueden viajar a rapidez constante por largos espacios de tiempo. Al ir del punto A al B, quizá sea necesario ir más despacio o más rápido debido a las condiciones del camino. Por ello, a veces es útil hablar de ***rapidez instantánea*** o ***velocidad instantánea***.

FÍSICA HOY

En choques de frente, las bolsas de aire han demostrado su utilidad para prevenir lesiones en la cabeza y el pecho. En impactos con una disminución súbita en velocidades de 10 a 15 mi/h, un dispositivo detector instalado al frente del vehículo activa un sistema de encendido que causa la descomposición de gránulos de azida de sodio. Esto produce gas nitrógeno que infla las bolsas de nailon y las fuerza a salir de sus compartimientos donde están guardadas. El tiempo que transcurre entre el choque y el llenado de la bolsa es menor de 40 ms. Cuando el pasajero y la bolsa inflada hacen contacto, el gas es forzado a salir y la bolsa se desinfla en 2 s.

La **rapidez instantánea** es una cantidad escalar que representa la rapidez en el instante en que el automóvil está en un punto arbitrario C. Por consiguiente, es la razón de cambio de la distancia respecto al tiempo.

La **velocidad instantánea** es una cantidad vectorial que representa la velocidad v_i en cualquier punto C. Es, en consecuencia, la razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo.

En esta unidad nos ocuparemos del movimiento en trayectoria recta, de modo que las magnitudes de la rapidez y la velocidad serán las mismas en cada instante. Si la dirección no cambia, la rapidez instantánea es la parte escalar de la velocidad instantánea. Sin embargo, es un buen hábito reservar el término *velocidad* para la descripción más completa del movimiento. Como veremos en secciones posteriores, un cambio de velocidad puede originar también un cambio de dirección. En tales casos, los términos *velocidad* y *desplazamiento* son más apropiados que *rapidez* y *distancia*.

2.2 Aceleración

En la mayor parte de los casos, la velocidad de un objeto cambia mientras éste se mueve. El movimiento en el que la magnitud o la dirección cambia respecto al tiempo se llama *aceleración*. Supongamos que observa el movimiento de un corredor durante un tiempo t. La velocidad inicial $\mathbf{v}_0$ del cuerpo se define como su velocidad al inicio del intervalo de tiempo (en general, $t = 0$). La velocidad final (v_f) se define como la velocidad al terminar el intervalo de tiempo (cuando $t = t$). Por tanto, si somos capaces de medir las velocidades inicial y final de un objeto en movimiento, entonces afirmaremos que su aceleración está dada por

$$\textit{Aceleración} = \frac{\textit{cambio de velocidad}}{\textit{intervalo de tiempo}}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \tag{2.2}$$

Si la aceleración se escribe como en la ecuación (2.2), se trata de una cantidad vectorial y, por consiguiente, depende del cambio tanto de dirección como de magnitud. Si la dirección no se modifica y el movimiento es en línea recta, sólo la *rapidez* del objeto cambia. No obstante, si se sigue una trayectoria curva, habrá aceleración aun cuando la rapidez no cambie. Para el movimiento en un círculo perfecto y con rapidez constante, la aceleración siempre formará ángulos rectos respecto a la velocidad. Más adelante abordaremos este movimiento circular uniforme.

2.3 Movimiento uniformemente acelerado

El tipo de aceleración más sencillo es el movimiento rectilíneo, en el que la rapidez cambia a razón constante. Este tipo especial de movimiento se conoce como ***movimiento uniformemente acelerado*** o de ***aceleración uniforme***. Puesto que no hay cambio en la dirección, la diferencia de vectores en la ecuación (2.2) se transforma simplemente en la diferencia entre los valores con signo de las velocidades final e inicial. Sin embargo, conviene recordar que la velocidad sigue siendo una cantidad vectorial y que el signo asignado a ella indica la *dirección* y no la *magnitud*. Para una aceleración constante escribimos

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \tag{2.3}$$

Por ejemplo, considere un automóvil que se mueve con aceleración uniforme de una rapidez inicial de 12 m/s a una final de 22 m/s, como se indica en la figura 2.2. Si consideramos la dirección a la derecha como positiva, la velocidad del auto en A es de $+12$ m/s y su velocidad final en B es de $+22$ m/s. Si el incremento en la velocidad requiere 5 s, la aceleración puede determinarse a partir de la ecuación (2.2).

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{22\text{ m/s} - 12\text{ m/s}}{5\text{ s}} \\ &= \frac{10\text{ m/s}}{5\text{ s}} = 2\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

La respuesta se lee como *dos metros por segundo por segundo* o *dos metros por segundo al cuadrado*. Esto significa que cada segundo el automóvil incrementa su rapidez en 2 m/s. Puesto que el auto ya iba a 12 m/s cuando empezamos a contar el tiempo, después de 1, 2 y 3 s tendría valores para la rapidez de 14, 16 y 18 m/s, respectivamente.

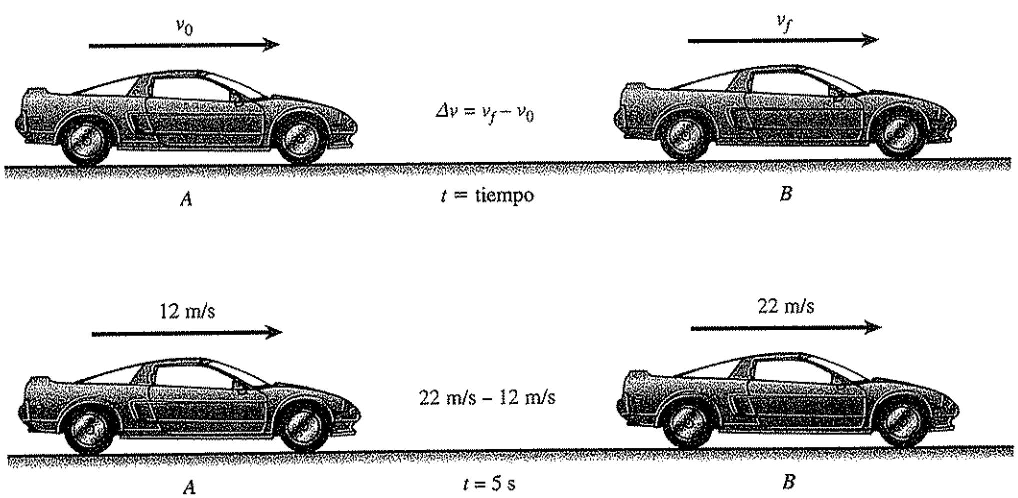


Figura 2.2 Movimiento uniformemente acelerado.

Ejemplo 2.2 Un tren reduce su velocidad de 60 a 20 km/h en un tiempo de 8 s. Encuentre la aceleración en unidades del SI.

Plan: Primero debe realizarse la conversión a unidades del SI (m/s). Luego hay que recordar que la aceleración es el cambio de velocidad por unidad de tiempo.

Solución: La velocidad inicial es

$$60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 16.7\ \text{m/s}$$

De igual forma, se determina que 20 km/h es igual a 5.56 m/s. Como las velocidades siguen la misma dirección y muestran la misma aceleración se suponen constantes, entonces la ecuación (2.3) resulta en

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{5.56\ \text{m/s} - 16.7\ \text{m/s}}{8\ \text{s}}$$

$$a = -1.39\ \text{m/s}^2$$

Como la dirección original del tren del ejemplo 2.2 se consideró positiva, el signo negativo de la aceleración significa que el tren redujo su rapidez en 1.39 m/s cada segundo. Tal movimiento se conoce a veces como *desaceleración*, pero este término resulta problemático porque $a = -1.39\ \text{m/s}^2$ significa en realidad que la velocidad se *vuelve más negativa* en esa cantidad cada segundo. Si la rapidez se incrementa en dirección negativa, la aceleración también es negativa. La aceleración se refiere al *cambio* de velocidad, lo cual significa que puede tratarse de un incremento o una disminución de la rapidez.

A menudo se usa la misma ecuación para calcular diferentes cantidades; por tanto, debe resolverla literalmente para cada símbolo que aparece en ella. Una forma práctica de escribir la ecuación (2.3) se presenta cuando se despeja la velocidad final, como sigue

$$\textit{Velocidad final} = \textit{velocidad inicial} + \textit{cambio de velocidad}$$

$$v_f = v_0 + at \tag{2.4}$$

Ejemplo 2.3 Un automóvil mantiene una aceleración constante de 8 m/s². Si su velocidad inicial era de 20 m/s al norte, ¿cuál será su velocidad después de 6 s?

Plan: La velocidad inicial aumentará en 8 m/s cada segundo que el auto se desplace. Para obtener la velocidad final sólo requiere sumar este cambio a la velocidad inicial.

Solución: La velocidad final se obtiene a partir de la ecuación (2.4).

$$v_f = v_0 + at = 20\ \text{m/s} + (8\ \text{m/s}^2)(6\ \text{s})$$
$$= 20\ \text{m/s} + 48\ \text{m/s} = 68\ \text{m/s}$$

Así, la velocidad final es de 68 m/s, también al norte.

Ahora que se han comprendido los conceptos de velocidad inicial y final, analicemos la ecuación de la velocidad *media* y expresémosla en términos de valores inicial y final. Mientras la aceleración sea constante, la velocidad media de un objeto se determina igual que el promedio aritmético de dos números. Dadas una velocidad inicial y una final, la velocidad media es simplemente

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} \tag{2.5}$$

Recordará que la distancia x es el producto de la velocidad media por el tiempo. Por ende, es posible sustituir esto en la ecuación (2.1) para obtener una expresión más útil para calcular la distancia cuando la aceleración es uniforme:

$$x = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t \tag{2.6}$$

Ejemplo 2.4 Un objeto en movimiento incrementa uniformemente su velocidad de 20 a 40 m/s en 2 min. ¿Cuál es la velocidad media y cuán lejos llegará en esos 2 min?

Plan: Primero convierta los 2 min de tiempo en 120 s con el fin de obtener congruencia de unidades. Luego reconozca que la velocidad media es el promedio entre los valores inicial y final para la aceleración constante. Por último, la distancia recorrida es el producto de la velocidad media por el tiempo.

Solución: La velocidad media se calcula con base en la ecuación (2.5).

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} = \frac{40 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}}{2}$$

$$\bar{v} = 30 \text{ m/s}$$

Se usa entonces la ecuación (2.6) para obtener la distancia recorrida en los 120 s.

$$x = (30 \text{ m/s})(120 \text{ s}) = 3600 \text{ m}$$

2.3.1 Otras relaciones útiles

Hasta ahora hemos presentado dos relaciones fundamentales. Una surgió de la definición de velocidad y la otra de la definición de aceleración. Se trata de las siguientes:

$$x = \bar{v}t = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t \tag{2.6}$$

y

$$v_f = v_0 + at \tag{2.4}$$

Aunque éstas son las únicas fórmulas necesarias para abordar los múltiples problemas que se presentan en este capítulo, hay otras tres relaciones útiles que pueden obtenerse a partir de ellas. La primera se deduce eliminando la velocidad final de las ecuaciones (2.6) y (2.4). Sustituyendo ésta en aquélla se obtiene

$$x = \left[\frac{(v_0 + at) + v_0}{2}\right]t$$

Al simplificar se obtiene

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2.7}$$

Una ecuación similar se obtiene eliminando v_0 en las mismas dos ecuaciones:

$$x = v_f t - \frac{1}{2}at^2 \tag{2.8}$$

La tercera ecuación se obtiene mediante la eliminación del tiempo t en las ecuaciones básicas. Con un poco de álgebra se obtiene

$$2ax = v_f^2 - v_0^2 \tag{2.9}$$

A pesar de que estas ecuaciones no nos proporcionan información nueva, son útiles para resolver problemas donde se conocen tres de los parámetros y es necesario hallar uno de los otros dos.

2.3.2 Resolución de problemas de aceleración

Aunque la resolución de problemas en los que interviene una aceleración constante se basa fundamentalmente en elegir la fórmula correcta y sustituir los valores conocidos, hay varias sugerencias para ayudar al alumno principiante. Los problemas con frecuencia se refieren al movimiento que parte de un estado de reposo o, bien, se detiene a partir de cierta velocidad inicial. En cualquier caso, las fórmulas presentadas pueden simplificarse por la sustitución ya sea de $v_0 = 0$ ó $v_f = 0$, según el caso. En la tabla 2.1 se resumen las fórmulas generales.

Tabla 2.1

Resumen de fórmulas de la aceleración

(1) $x = \left(\dfrac{v_0 + v_f}{2}\right)t$	(4) $x = v_f t - \dfrac{1}{2}at^2$
(2) $v_f = v_0 + at$	(5) $2ax = v_f^2 - v_0^2$
(3) $x = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$	

Un análisis más detallado de las cinco ecuaciones generales revela un total de cinco parámetros: x, v_0, v_f, a y t. Si se conocen tres de estas cantidades, las dos restantes pueden calcularse a partir de las ecuaciones generales. Por tanto, el punto de partida para resolver cualquier problema consiste en leerlo cuidadosamente a fin de detectar las tres cantidades necesarias para resolverlo. También es importante elegir una dirección como la positiva y aplicar congruentemente este criterio a la velocidad, al desplazamiento y a la aceleración cuando se sustituyan sus valores en las ecuaciones.

Si se le dificulta decidir qué ecuación debe usar, puede ser útil recordar las condiciones que requiere satisfacer cada ecuación. Primero, debe incluir el parámetro desconocido. Segundo, es necesario conocer todos los demás parámetros que aparecen en la ecuación. Por ejemplo, si en un problema se conocen los valores de v_f, v_0 y t, es posible determinar a en la ecuación (2) de la tabla 2.1.

Estrategia para resolver problemas

Problemas de aceleración constante

1. Lea el problema; luego trace un bosquejo y escriba en él los datos.
2. Indique la dirección positiva de forma congruente.
3. Establezca los tres parámetros conocidos y los dos desconocidos. Asegúrese de que los signos y las unidades son congruentes.

   Dados: ________ Encontrar: ________

   ________ ________

   ________ ________
4. Seleccione la ecuación que incluya uno de los parámetros desconocidos, pero no el otro.

$$x = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t \qquad 2ax = v_f^2 - v_0^2$$

$$v_f = v_0 + at \qquad x = v_f t - \frac{1}{2}at^2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

5. Sustituya las cantidades conocidas y resuelva la ecuación.

Los ejemplos siguientes se han abreviado y no incluyen los bosquejos, pero sí ejemplifican el proceso anteriormente expuesto.

Ejemplo 2.5

Una lancha de motor parte del reposo y alcanza una velocidad de 15 m/s en un tiempo de 6 s. ¿Cuál era su aceleración y cuán lejos viajó?

Plan: Trace un bosquejo y escriba en él los datos conocidos, además indique la dirección positiva de forma congruente con la velocidad inicial. Organice los datos conocidos, elija las ecuaciones apropiadas y resuelva para la aceleración y la distancia recorrida.

Solución: En este caso, todos los parámetros proporcionados son positivos:

Dados: $v_0 = 0$ Encontrar: $a = ?$

$v_f = 15$ m/s $x = ?$

$t = 6$s

Para encontrar la aceleración debemos elegir una ecuación que incluya a pero no x. Puede usarse la ecuación (2) de la tabla 2.1, y en ella $v_0 = 0$. Así,

$$v_f = 0 + at \qquad \text{o} \qquad v_f = at$$

Al resolver para la aceleración a, se obtiene

$$a = \frac{v_f}{t} = \frac{15 \text{ m/s}}{6 \text{ s}}$$
$$= 2.50 \text{ m/s}^2$$

El desplazamiento puede hallarse con base en una ecuación que incluya x pero no a. La ecuación (1) de la tabla 2.1 produce

$$x = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t = \frac{(15 \text{ m/s} + 0)(6 \text{ s})}{2}$$
$$x = 45.0 \text{ m}$$

Note que como se conoce la aceleración a, pudimos haber despejado x en las ecuaciones (3), (4) o (5); sin embargo, eso hubiera supuesto emplear el valor *calculado* de a, que podría ser incorrecto. Es mejor usar la información original.

Ejemplo 2.6

Un avión aterriza en la cubierta de un portaaviones con una velocidad inicial de 90 m/s y se detiene por completo en una distancia de 100 m. Encuentre la aceleración y el tiempo necesario para detenerlo.

Plan: Siga el mismo procedimiento que en los ejemplos anteriores. Elija con cuidado la ecuación que incluya sólo la información original.

Solución:

Dados: $v_0 = 90$ m/s Encontrar: $a = ?$

$v_f = 0$ m/s $t = ?$

$x = 100$ m

Tras examinar la tabla 2.1, seleccionamos la ecuación (5) como la que contiene a y no t:

$$2ax = v_f^2 - v_0^2$$
$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{(0)^2 - (90 \text{ m/s})^2}{2(100 \text{ m})}$$
$$a = -40.5 \text{ m/s}^2$$

La aceleración negativa se debe a que la fuerza de detención tiene una dirección opuesta a la velocidad inicial. Una persona sometida a una aceleración semejante experimentaría una fuerza de detención aproximadamente igual a cuatro veces su peso.

A continuación hallamos el tiempo de detención eligiendo la ecuación donde aparece t y no a. De nuevo, la ecuación (1) es la correcta

$$x = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t \quad \text{o} \quad t = \frac{2x}{v_f + v_0}$$

$$t = \frac{2(100\text{ m})}{0 + 90\text{ m/s}} = 2.22\text{ s}$$

El avión experimenta una aceleración de -40.5 m/s^2 y se detiene en un tiempo de 2.22 s.

Ejemplo 2.7 Un tren que viaja inicialmente a 16 m/s se acelera constantemente a razón de 2 m/s^2 en la misma dirección. ¿Cuán lejos viajará en 20 s? ¿Cuál será su velocidad final?

Plan: Ordene los datos y despeje las incógnitas de las ecuaciones.

Solución:

Dados: $v_0 = 16\text{ m/s}$ Encontrar: $x = ?$

$a = 2\text{ m/s}^2$ $v_f = ?$

$t = 20\text{ s}$

Al elegir la ecuación (3) de la tabla 2.1, ya que contiene x y no v_f, se obtiene

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= (16\text{ m/s})(20\text{ s}) + \frac{1}{2}(2\text{ m/s}^2)(20\text{ s})^2$$

$$= 320\text{ m} + 400\text{ m} = 720\text{ m}$$

La velocidad final se halla a partir de la ecuación (2):

$$v_f = v_0 + at$$

$$= 16\text{ m/s} + (2\text{ m/s}^2)(20\text{ s}) = 56.0\text{ m/s}$$

El tren recorre una distancia de 720 m y alcanza una velocidad de 56 m/s.

2.3.3 Convención de signos en problemas de aceleración

Los signos de aceleración (a), desplazamiento (x) y velocidad (v) son interdependientes, y cada uno se determina por criterios distintos. Tal vez éste sea el aspecto que más confunde a los alumnos principiantes. Siempre que cambia la dirección del movimiento, como cuando un objeto es arrojado al aire o cuando se sujeta un objeto a un resorte que oscila, el signo correspondiente al desplazamiento y a la aceleración resulta particularmente difícil de visualizar. Es útil recordar que *sólo* el signo de la velocidad se determina por la dirección del movimiento. El del desplazamiento depende de la ubicación o la posición del objeto, en tanto que el de la aceleración queda determinado por la fuerza que hace que la velocidad cambie.

Imagine una pelota de béisbol lanzada hacia arriba, como se indica en la figura 2.3. La pelota se mueve hacia arriba en línea recta hasta que se detiene y regresa siguiendo una trayectoria descendente en la misma línea. Consideraremos el punto de lanzamiento como el de desplazamiento cero ($y = 0$). Ahora, el signo del desplazamiento será *positivo* en cualquier punto ubicado *arriba* del lanzamiento y *negativo* en cualquier punto por *debajo* de él. Observe que no importa si la pelota se está moviendo *hacia arriba* o *hacia abajo*; sólo su *ubicación* (la coordenada y de su posición) es la que determina el signo del desplazamiento. El valor de y podría ser

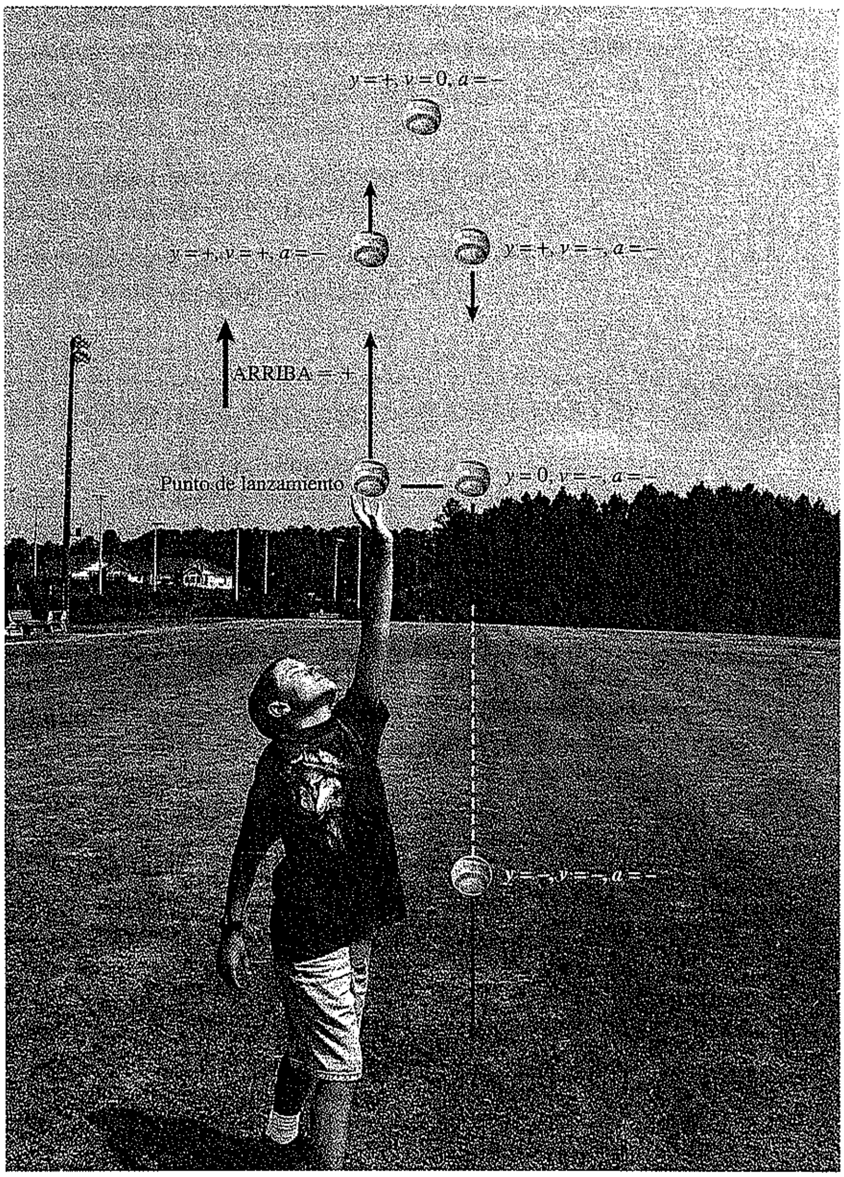


Figura 2.3
(Fotografía de Paul E. Tippens).

+1 m en su movimiento hacia arriba y +1 m en su movimiento hacia abajo. Su desplazamiento se vuelve negativo sólo cuando la pelota se encuentra por *debajo* del punto de lanzamiento.

Observe ahora los signos de la velocidad durante el vuelo de la pelota. Si suponemos que la dirección hacia arriba es positiva, la velocidad de la pelota es positiva siempre que su movimiento se dirige hacia arriba y negativa cada vez que su movimiento va hacia abajo. No importa que la velocidad cambie con el tiempo, ni tampoco su ubicación en el espacio.

Por último, considere la aceleración de la pelota durante su vuelo. La única fuerza que actúa sobre ella durante su recorrido es su peso, el cual siempre está dirigido hacia abajo. Por tanto, el signo de la aceleración es negativo (hacia abajo) durante todo el movimiento. Observe que la aceleración es negativa cuando la pelota se mueve hacia arriba y también cuando se mueve hacia abajo. En esencia, la velocidad se vuelve en todo momento más negativa. Incluso cuando la velocidad pasa por cero en la parte más alta, la aceleración permanece constante en dirección hacia abajo. Para determinar si la aceleración de un objeto es positiva o negativa, no debemos considerar su ubicación ni la dirección de su movimiento; más bien debemos tener en cuenta la dirección de la fuerza que causa el cambio de velocidad. En este ejemplo, esa fuerza es el peso del objeto.

Una vez que se ha elegido la dirección positiva, con las convenciones siguientes se determinarán los signos de la ***velocidad***, el ***desplazamiento*** y la ***aceleración***:

El desplazamiento es positivo o negativo de acuerdo con la ubicación o posición del objeto en relación con su posición cero.

La velocidad es positiva o negativa según la dirección del movimiento: si está en favor o en contra de la dirección elegida como positiva.

La aceleración es positiva o negativa según esté la fuerza resultante a favor o en contra de la dirección elegida como positiva.

2.4 Gravedad y cuerpos en caída libre

Gran parte de nuestros conocimientos sobre la física de los cuerpos en caída libre se deben al científico italiano Galileo Galilei (1564-1642). Él fue el primero en deducir que en ausencia de fricción, todos los cuerpos, grandes o pequeños, pesados o ligeros, caen a la Tierra con la misma aceleración. Ésa es una idea revolucionaria porque contradice lo que una persona pudiera suponer. Antes de la época de Galileo, la gente seguía las enseñanzas de Aristóteles, según las cuales los objetos pesados caían proporcionalmente más rápido que los ligeros. La explicación clásica de la paradoja radica en el hecho de que los cuerpos pesados son proporcionadamente más difíciles de ser acelerados. Esta resistencia al cambio de movimiento es una propiedad de los cuerpos llamada ***inercia***. Por tanto, en el vacío, una pluma y una bola de acero caerán al mismo tiempo porque el efecto inercial mayor de la bola de acero se compensa exactamente con su mayor peso (véase la figura 2.4.)

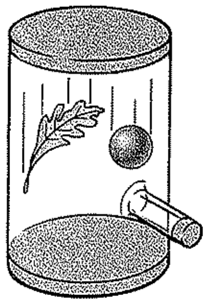


Figura 2.4 En el vacío todos los cuerpos caen con igual aceleración.

En la explicación de los cuerpos en caída libre de este capítulo se despreciarán totalmente los efectos de la fricción debida al aire. En estas circunstancias, la ***aceleración gravitacional*** corresponde a un movimiento uniformemente acelerado. Dicha aceleración se ha medido en el nivel del mar y a una latitud de 45°, y su valor es de 32.17 ft/s^2, o 9.806 m/s^2, y se representa con g. Para nuestros propósitos, los valores siguientes son suficientemente precisos:

$$g = \pm 9.80 \text{ m/s}^2$$
$$g = \pm 32.0 \text{ ft/s}^2 \qquad \textbf{(2.10)}$$

Puesto que la aceleración gravitacional es una aceleración constante, se aplican las mismas ecuaciones generales del movimiento. Sin embargo, uno de los parámetros se conoce de antemano y no necesita darse como dato en el problema. Si la constante g se incluye en las ecuaciones generales (tabla 2.1), resultan las formas siguientes:

$$\text{(1a)} \quad y = \frac{v_f + v_0}{2}t \qquad y = \bar{v}t$$

$$\text{(2a)} \quad v_f = v_0 + gt$$

$$\text{(3a)} \quad y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{(4a)} \quad y = v_f t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{(5a)} \quad 2gy = v_f^2 - v_0^2$$

Antes de utilizar estas ecuaciones conviene hacer algunos comentarios generales. En problemas referidos a cuerpos en caída libre es de suma importancia elegir una dirección como la positiva y seguir ese criterio en forma sistemática al sustituir los valores conocidos. El signo de la respuesta es necesario para determinar la ubicación de un punto o la dirección de la velocidad en instantes específicos. Por ejemplo, la distancia y en las ecuaciones anteriores representa el desplazamiento arriba o abajo del origen. Si la dirección ascendente se elige como positiva, un valor positivo de y indica un desplazamiento por arriba del punto de partida; si y es negativa, representa un desplazamiento por debajo de ese punto. De igual forma, los signos de v_0, v_f y g indican sus direcciones.

Ejemplo 2.8 Una pelota de hule se deja caer del reposo, como se muestra en la figura 2.5. Encuentre su velocidad y su posición después de 1, 2, 3 y 4 s.

Plan: Como todos los parámetros se medirán *hacia abajo*, es más práctico elegir la dirección descendente como *positiva*, de forma que aquéllos resulten positivos.

Solución: Organizando los datos tenemos:

Dados: $v_0 = 0$ Encontrar: $v_f = ?$

$g = +9.80 \text{ m/s}^2$ $y = ?$

$t = 1, 2, 3, 4 \text{ s}$

La velocidad hacia abajo en función del tiempo aparece en la ecuación (2a), donde $v_0 = 0$.

$$v_f = v_0 + gt = 0 + gt$$
$$= (9.80 \text{ m/s}^2)t$$

Después de 1 s tenemos

$$v_f = (9.80 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s}) = 9.80 \text{ m/s} \quad \text{(hacia abajo)}$$

Con las sustituciones para $t = 2$, 3 y 4 s se obtienen velocidades finales de 19.6, 29.4 y 39.2 m/s, respectivamente. Todas estas velocidades son positivas porque se eligió la dirección descendente como positiva.

La y positiva en función del tiempo se calcula a partir de la ecuación (3a). Como la velocidad inicial es cero, escribimos

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2$$

Después del tiempo de 1 s, el desplazamiento descendente será

$$y = \frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s})^2 = 4.90 \text{ m}$$

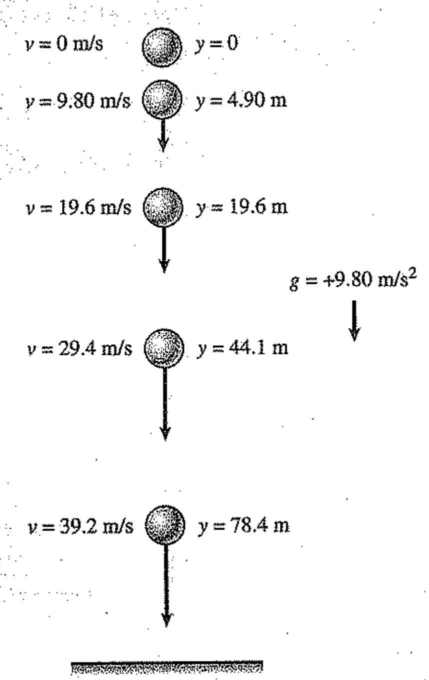


Figura 2.5 Un cuerpo en caída libre tiene una aceleración constante hacia abajo de 9.80 m/s^2.

Cálculos semejantes para $t = 2$, 3 y 4 s producen desplazamientos de 19.6, 44.1 y 78.4 m, respectivamente. Note que cada desplazamiento es positivo (en dirección descendente). Los resultados se resumen en la tabla 2.2.

Tabla 2.2

Velocidades y desplazamientos de una pelota arrojada desde el reposo

Tiempo t, s	Velocidad al final del tiempo t, m/s	Desplazamiento al final del tiempo t, m
0	0	0
1	9.80	4.90
2	19.6	19.6
3	29.4	44.1
4	39.2	78.4

Ejemplo 2.9 Suponga que una pelota se arroja hacia arriba con una velocidad inicial de 96 ft/s; explique, sin utilizar ecuaciones, cómo el movimiento ascendente es exactamente inverso al movimiento descendente.

Plan: Va a suponer que la dirección hacia arriba es positiva, lo que hace que la aceleración debida a la gravedad sea igual a -32 ft/s². El signo negativo indica que un objeto arrojado verticalmente hacia arriba verá reducida su velocidad en 32 ft/s cada segundo que se eleve. (Véase la figura 2.6).

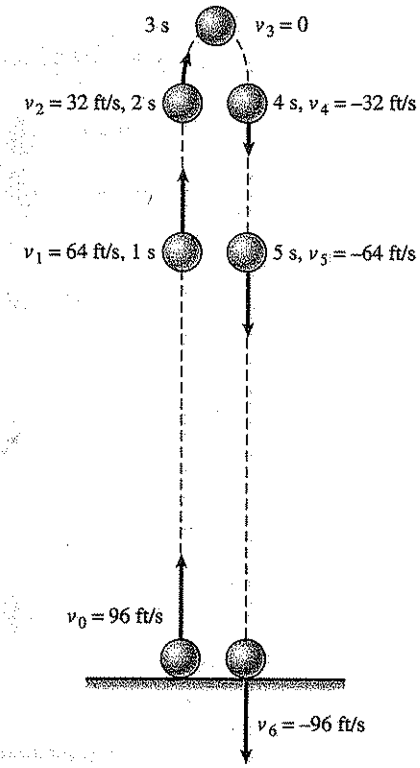


Figura 2.6 Una pelota arrojada verticalmente hacia arriba vuelve al suelo con la misma velocidad.

Solución: Si su velocidad inicial es 96 ft/s, su velocidad después de 1 s se reducirá a 64 ft/s. Después de 2 s su velocidad será de 32 ft/s, y después de 3 s su velocidad queda reducida a cero. Cuando la velocidad llega a cero, la pelota ha alcanzado su máxima altura y empieza a caer libremente partiendo del reposo. Sin embargo, ahora la velocidad de la pelota va a incrementarse en 32 ft/s cada segundo, ya que tanto la dirección del movimiento como la aceleración de la gravedad están en la dirección negativa. Su velocidad después de 4, 5 y 6 s será de -32, -64 y -96 ft/s^2, respectivamente. Excepto por el signo, que indica la dirección del movimiento, las velocidades son las mismas a iguales alturas en relación con el piso.

Ejemplo 2.10

Una pelota de béisbol arrojada verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio alto tiene una velocidad inicial de 20 m/s. (a) Calcule el tiempo necesario para que alcance la altura máxima. (b) Determine la altura máxima. (c) Determine su posición y su velocidad después de 1.5 s. (d) ¿Cuáles son su posición y su velocidad después de 5 s? (Véase la figura 2.7).

Plan: Elija la dirección ascendente como positiva, puesto que la velocidad inicial se dirige hacia arriba. Ello significa que la aceleración será -9.8 m/s^2 para todos los incisos. En cada parte del problema adopte la misma estrategia aplicada a los problemas de aceleración en general.

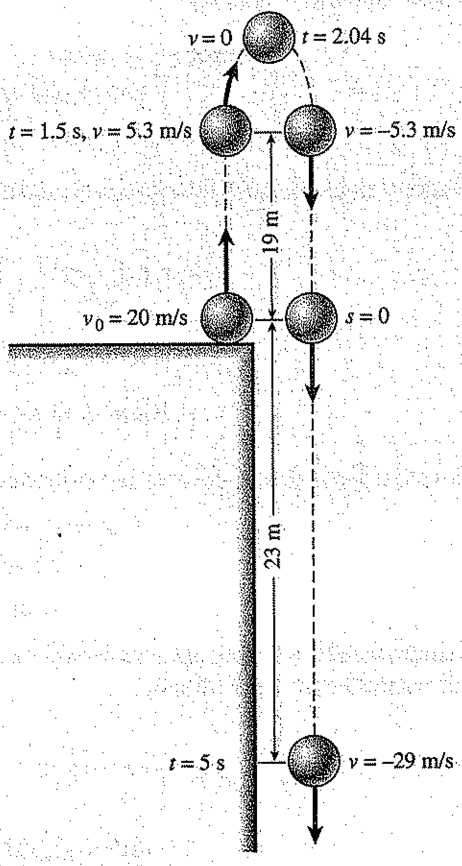


Figura 2.7 Una pelota arrojada verticalmente hacia arriba asciende hasta que su velocidad es cero; entonces cae con creciente velocidad hacia abajo.

Solución (a): El tiempo para alcanzar la altura máxima se halla tras reconocer que la velocidad de la pelota será igual a cero en ese punto. Los datos se ordenan como sigue:

Dados: $v_0 = 20 \text{ m/s}$ Encontrar: $t = ?$
$v_f = 0$ $y = ?$
$g = -9.8 \text{ m/s}^2$

El tiempo requerido para llegar a la altura máxima se determina a partir de la ecuación (2a):

$$t = \frac{v_f - v_0}{g} = -\frac{v_0}{g}$$
$$= \frac{-20 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

Solución (b): La altura máxima se halla igualando $v_f = 0$ en la ecuación (1a).

$$y = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t = \frac{v_0}{2}t$$
$$= \frac{20 \text{ m/s}}{2}(2.04 \text{ s}) = 20.4 \text{ m}$$

Solución (c): Para determinar la posición y la velocidad después de 1.5 s debemos establecer condiciones nuevas

Dados: $v_0 = 20 \text{ m/s}$ Encontrar: $y = ?$
$g = -9.8 \text{ m/s}^2$ $v_f = ?$
$t = 1.5 \text{ s}$

Ahora podemos calcular la posición como sigue:

$$y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$
$$= (20 \text{ m/s})(1.5 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ s})^2$$
$$= 30 \text{ m} - 11 \text{ m} = 19 \text{ m}$$

La velocidad después de 1.5 s se obtiene con

$$v_f = v_0 + gt$$
$$= 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ s})$$
$$= 20 \text{ m/s} - 14.7 \text{ m/s} = 5.3 \text{ m/s}$$

Solución (d): Las mismas ecuaciones se aplican para determinar la posición y la velocidad después de 5 s. Por tanto,

$$y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$
$$= (20 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2$$
$$= 100 \text{ m} - 123 \text{ m} = -23 \text{ m}$$

El signo negativo indica que la pelota se halla a 23 m por debajo del punto de lanzamiento.

La velocidad después de 5 s está dada por

$$
\begin{aligned}
v_f &= v_0 + gt \\
&= 20\ \mathrm{m/s} + (-9.8\ \mathrm{m/s^2})(5\ \mathrm{s}) \\
&= 20\ \mathrm{m/s} - 49\ \mathrm{m/s} = -29\ \mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

En este caso, el signo negativo indica que la pelota se desplaza hacia abajo.

2.5 Movimiento de proyectiles

Hemos visto que los objetos lanzados verticalmente hacia arriba o hacia abajo, o que se dejan caer a partir del reposo sufren una aceleración uniforme en el campo gravitacional de la Tierra. Ahora estudiaremos el caso más general de un cuerpo que se lanza libremente, en una dirección no vertical, en un campo gravitacional, como se observa en la figura 2.8, donde una pelota de fútbol se patea hacia el espacio. En ausencia de fricción, ese movimiento es otro ejemplo de aceleración uniforme o constante.

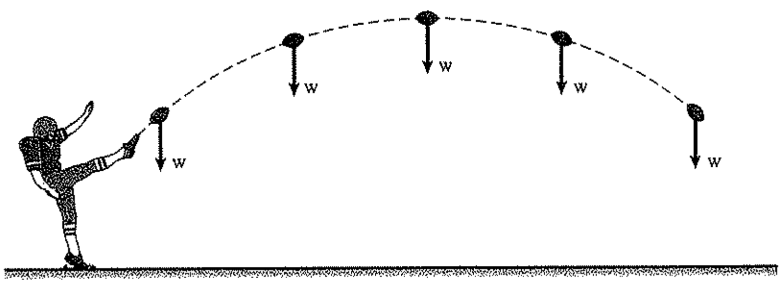


Figura 2.8 Una pelota de futbol pateada es un proyectil que se lanza libremente al espacio sólo bajo la influencia de la gravedad. Si se desprecia la resistencia del aire, la única fuerza que actúa sobre ella es su peso.

Un objeto que se lanza al espacio sin fuerza de propulsión propia recibe el nombre de ***proyectil***. Si se desprecia la resistencia ejercida por el aire, la única fuerza que actúa sobre el proyectil es su peso ***W***, que provoca que su trayectoria se desvíe de una línea recta. El proyectil experimenta una aceleración constante hacia abajo debido a la fuerza gravitacional que se ejerce hacia el centro de la Tierra; pero difiere de los movimientos estudiados previamente pues, en general, la dirección de la gravedad no coincide con la dirección de la velocidad inicial. Como ninguna fuerza actúa horizontalmente para cambiar la velocidad, la aceleración horizontal es cero; esto produce una velocidad horizontal constante. Por otra parte, la fuerza de gravedad hacia abajo causa que la velocidad vertical cambie uniformemente. Por ende, en condiciones normales el movimiento de un proyectil ocurre en dos dimensiones y debe ser estudiado en esa forma.

2.6 Proyección horizontal

Si un objeto se proyecta horizontalmente, la mejor manera de describir su movimiento es considerar por separado el movimiento horizontal y el vertical. Por ejemplo, en la figura 2.9 un dispositivo electrónico está ajustado para proyectar al mismo tiempo una pelota horizontalmente, mientras deja caer otra, desde su posición de reposo, a la misma altura. La velocidad horizontal de la pelota proyectada no cambia, como lo indican las flechas, que son de la misma longitud a lo largo de toda su trayectoria. La velocidad vertical, por otra parte, es cero al principio y aumenta de manera uniforme de acuerdo con las ecuaciones que obtuvimos con anterioridad para el movimiento en una sola dimensión. Las pelotas golpearán el piso en el mismo instante, a pesar de que una de ellas se mueve también horizontalmente. Por tanto, los problemas se simplifican en gran medida si se calculan por separado las soluciones para sus componentes horizontal y vertical.

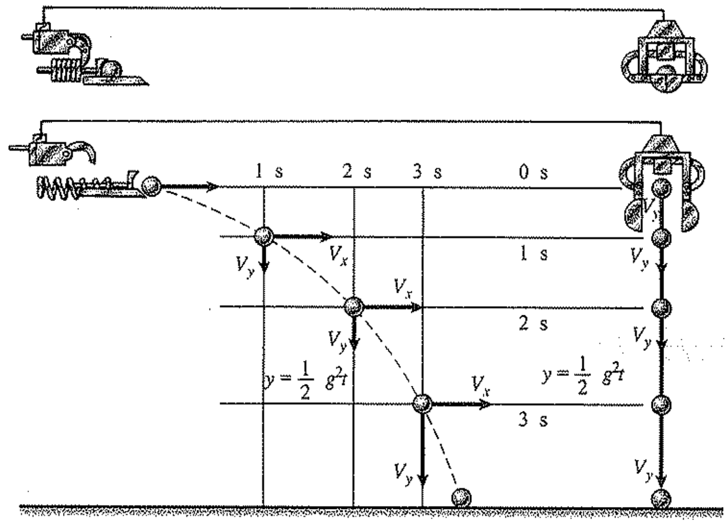


Figura 2.9

Las mismas ecuaciones generales presentadas en la tabla 2.1 para la aceleración uniforme se aplican también al movimiento de proyectiles. Sin embargo, sabemos de antemano que si la partícula se proyecta cerca de la Tierra, la aceleración vertical será igual a 9.8 m/s^2 o 32 ft/s^2 y que siempre estará dirigida hacia abajo. Entonces, si se decide que la dirección ascendente sea positiva, la aceleración de un proyectil será negativa e igual a la aceleración gravitacional. Podemos indicar las componentes de la velocidad mediante los subíndices apropiados. Por ejemplo, si queremos expresar el movimiento vertical en función del tiempo podemos escribir:

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

Observe que y representa el desplazamiento vertical, v_{0y} la velocidad vertical inicial, y g la aceleración de la gravedad (normalmente -9.8 m/s^2).

Consideremos primero el movimiento de un proyectil lanzado horizontalmente en un campo gravitacional. En este caso, observamos que

$$v_{0x} = v_x \qquad v_{0y} = 0 \qquad a_x = 0 \qquad a_y = g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

porque la velocidad horizontal es constante y la velocidad vertical es inicialmente igual a cero. Por ello, los desplazamientos horizontal y vertical del proyectil pueden hallarse a partir de:

$$x = v_{0x}t \qquad \textit{Desplazamiento horizontal}$$
$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \qquad \textit{Desplazamiento vertical} \tag{2.11}$$

Como $v_f = v_0 + gt$, podemos determinar las componentes horizontal y vertical de la velocidad final a partir de

$$v_x = v_{0x} \qquad \textit{Velocidad horizontal}$$
$$v_y = v_{0y} + gt \qquad \textit{Velocidad vertical} \tag{2.12}$$

El desplazamiento final y la velocidad de una partícula proyectada horizontalmente pueden hallarse a partir de sus componentes. En todas las ecuaciones anteriores, el símbolo g se interpreta como la aceleración debida a la gravedad, la cual siempre se dirige hacia abajo. Por tanto, g será negativa si el desplazamiento hacia arriba se elige como la dirección positiva.

En la tabla 2.3 se presenta un excelente resumen de cómo pueden modificarse las fórmulas generales de la aceleración uniforme para aplicarlas a proyectiles.

Tabla 2.3

Movimiento uniformemente acelerado y proyectiles

Fórmulas de aceleración general	**Modificadas para el movimiento de proyectiles**	
(1) $x = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)t$	$x = v_{0x}t$	$y = \left(\frac{v_y + v_{0y}}{2}\right)t$
(2) $v_f = v_0 + at$	$v_x = v_{0x}$	$v_y = v_{0y} + gt$
(3) $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$x = v_{0x}t$	$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$
(4) $x = v_ft - \frac{1}{2}at^2$	$x = v_{0x}t$	$y = v_yt - \frac{1}{2}gt^2$
(5) $2ax = v_f^2 - v_0^2$	$a_x = 0$	$2gy = v_y^2 - v_{0y}^2$

Ejemplo 2.11

Un esquiador inicia un salto horizontalmente con una velocidad inicial de 25 m/s, como se muestra en la figura 2.10. La altura inicial al final de la rampa es de 80 m arriba del punto de contacto con el suelo. (a) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire el esquiador? (b) ¿Cuán lejos viaja horizontalmente? (c) ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad final?

Plan: Para la proyección horizontal, se observa que la velocidad vertical inicial es cero y que la velocidad horizontal no cambia. Además, si se elige como positiva la dirección descendente, la aceleración será $+9.8\ \mathrm{m/s^2}$ y el resto de los parámetros también serán positivos. Cada inciso del problema se resuelve sustituyendo los datos proporcionados en las ecuaciones apropiadas de la tabla 2.3.

Solución (a): El tiempo que pasa en el aire sólo es función de parámetros verticales.

Dados: $v_{0y} = 0$, $a = +9.8\ \mathrm{m/s^2}$, $y = +80$ m Encontrar: $t = ?$

Necesitamos una ecuación que incluya t y no v_f.

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

Igualando $v_{0y} = 0$ y resolviendo para t se obtiene

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{y} \qquad t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

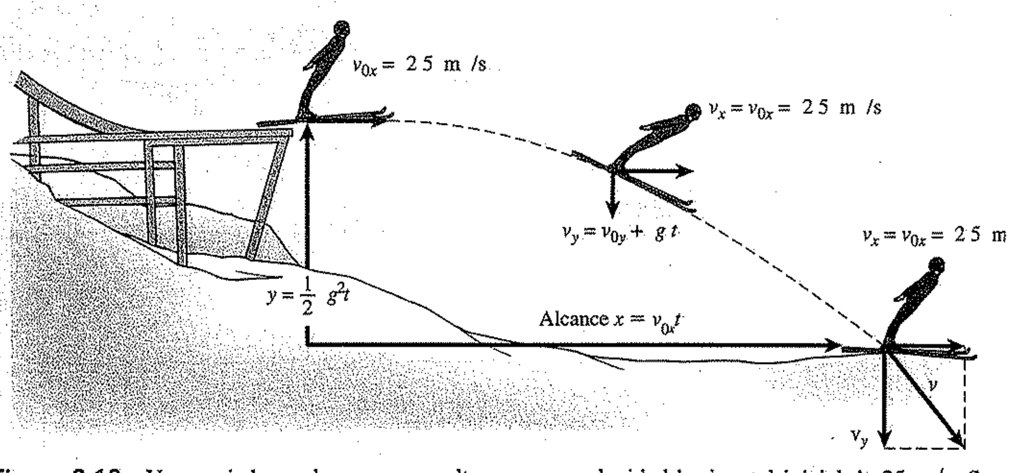


Figura 2.10 Un esquiador se lanza en un salto con una velocidad horizontal inicial de 25 m/s. Su posición y su velocidad pueden determinarse en función del tiempo.

Al sustituir con los valores dados de y y g se determina t.

$$t = \sqrt{\frac{2(80\ \text{m})}{9.8\ \text{m/s}^2}} \quad \text{o} \quad t = 4.04\ \text{s}$$

Se requiere un tiempo de 4.04 s para que el esquiador llegue al suelo.

Solución (b): En vista de que la velocidad horizontal es constante, el ***alcance*** queda determinado tan sólo por el tiempo en el aire.

$$x = v_{0x}t = (25\ \text{m/s})(4.04\ \text{s}) = 101\ \text{m}$$

Solución (c): La componente horizontal de la velocidad no cambia y, por tanto, es igual a 25 m/s en el punto de aterrizaje. La componente vertical final está dada por

$$v_y = gt = (9.8\ \text{m/s}^2)(4.04\ \text{s}) = 39.6\ \text{m/s}$$

La componente horizontal es 25 m/s a la derecha y la componente vertical es 39.6 m/s dirigida *hacia abajo*. Recuerde que con fines prácticos se eligió la dirección descendente como positiva. Queda como ejercicio que usted demuestre que la velocidad final es 46.8 m/s a un ángulo de 57.7° por debajo de la horizontal. Ésta será la velocidad un instante antes de tocar el suelo.

2.7 El problema general de las trayectorias

El caso más general de movimiento de proyectiles se presenta cuando uno de éstos se lanza con cierto ángulo. Este problema se ilustra en la figura 2.11, donde el movimiento de un proyectil lanzado con un ángulo θ, con una velocidad inicial v_0, se compara con el movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba. Una vez más, resulta fácil advertir la ventaja de tratar por separado los movimientos horizontal y vertical. En este caso pueden usarse las ecuaciones de la tabla 2.3, y hemos de considerar la dirección hacia arriba como positiva. Por tanto, si la posición vertical y está por arriba del origen, será positiva; será negativa si está por debajo. De forma similar, las velocidades hacia arriba serán positivas. Puesto que la aceleración siempre se dirige hacia abajo, debemos dar a g un valor negativo.

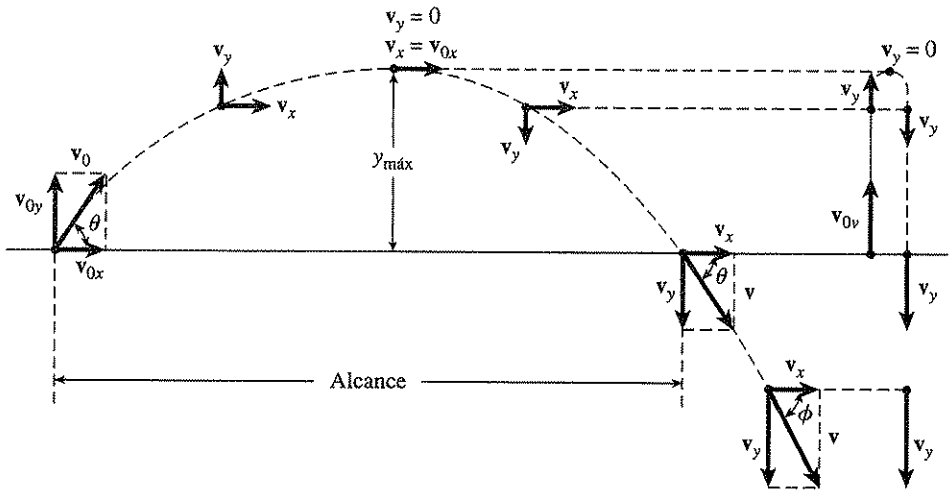


Figura 2.11 El movimiento de un proyectil lanzado con determinado ángulo se compara con el movimiento de un objeto arrojado verticalmente hacia arriba.

Estrategia para resolver problemas

Movimiento de proyectiles

1. Descomponga la velocidad inicial v_0 en sus componentes x y y:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

2. Las componentes horizontal y vertical del desplazamiento en cualquier instante están dadas por

$$x = v_{0x}t$$

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

3. Las componentes horizontales y verticales de la velocidad en cualquier instante están dadas por

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} + gt$$

4. La posición y la velocidad finales pueden determinarse a partir de sus componentes.
5. Asegúrese de utilizar los signos correctos y unidades coherentes. Recuerde que la gravedad g puede ser positiva o negativa, según su elección inicial.

Ejemplo 2.12

Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 80 m/s con un ángulo de 30° por encima de la horizontal. Determine (a) su posición y velocidad después de 8 s, (b) el tiempo necesario para que alcance su altura máxima, y (c) el alcance horizontal R, como se indica en la figura 2.11.

Plan: Esta vez elija como positiva la dirección hacia arriba, lo que hace que $g = -9.8\text{ m/s}^2$. Como el disparo tiene un ángulo, trabaje con las componentes inicial y final de la velocidad. Al tratar por separado el movimiento vertical del horizontal puede resolver el problema para cada una de las incógnitas del ejemplo.

Solución (a): Las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial son

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta = (80\text{ m/s}) \cos 30° = 69.3\text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta = (80\text{ m/s}) \operatorname{sen} 30° = 40.0\text{ m/s}$$

La componente x de su posición después de 6 s es

$$x = v_{0x}t = (69.3\text{ m/s})(6\text{ s}) = 416\text{ m}$$

La componente y de su posición en ese lapso es

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

de donde

$$y = (40\text{ m/s})(6\text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.8\text{ m/s}^2)(6\text{ s})^2$$

$$y = 240\text{ m} - 176\text{ m} = 64.0\text{ m}$$

La posición después de 6 s es de un alcance hacia debajo de 416 m arriba de su posición inicial.

Para calcular su velocidad en este punto, primero debemos reconocer que la componente x de la velocidad no cambia. Por tanto,

$$v_x = v_{0x} = 69.3\text{ m/s}$$

La componente y de la velocidad debe calcularse a partir de

$$v_y = v_{0y} + gt$$

de modo que

$$v_y = 40 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ s})$$
$$v_y = 40 \text{ m/s} - 58.8 \text{ m/s}$$
$$v_y = -18.8 \text{ m/s}$$

El signo negativo indica que el proyectil ha rebasado el punto más alto y ahora su recorrido es descendente. Por último, es preciso calcular la velocidad resultante después de 6 s a partir de sus componentes, como se muestra en la figura 2.12.

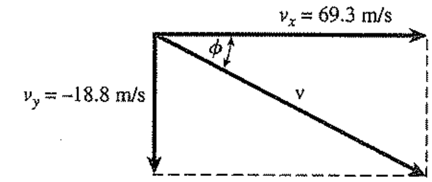


Figura 2.12

La magnitud de la velocidad es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(69.3 \text{ m/s})^2 + (-18.8 \text{ m/s})^2} = 71.8 \text{ m/s}$$

El ángulo se determina con base en la función tangente

$$\tan \phi = \frac{v_y}{v_x} = \left| \frac{-18.8 \text{ m/s}}{69.3 \text{ m/s}} \right| = 0.271$$
$$\phi = 15.2° \text{ S del E}$$

Solución (b): En el punto máximo de la trayectoria del proyectil, la componente y de su velocidad es igual a cero. Así, el tiempo para llegar a esa altura se calcula a partir de

$$v_y = v_{0y} + gt \qquad \text{donde} \qquad v_y = 0$$
$$0 = (40 \text{ m/s}) + (-9.8 \text{ m/s}^2)t$$

Al resolver para t se obtiene

$$t = \frac{40 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 4.08 \text{ s}$$

Como ejercicio, debe usar este resultado para demostrar que la altura máxima de la trayectoria es de 81.6 m.

Solución (c): El alcance del proyectil puede calcularse reconociendo que el tiempo total (t') del vuelo completo es igual a dos veces el tiempo que demora en llegar al punto más alto. En consecuencia

$$t' = 2(4.08 \text{ s}) = 8.16 \text{ s}$$

y el alcance es de

$$R = v_0xt' = (69.3 \text{ m/s})(8.16 \text{ s})$$
$$= 565 \text{ m}$$

En este ejemplo se observa que el proyectil se eleva a una altura máxima de 81.6 m en un tiempo de 4.08 s. Después de 6 s alcanza un punto de 416 m con trayectoria hacia abajo y 64.0 m arriba del punto de partida. En ese punto su velocidad es de 71.8 m/s en una dirección de 15° debajo de la horizontal. El alcance total es de 565 m.

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está destinada a describir y analizar el movimiento uniformemente rectilíneo y uniformemente acelerado para cuerpos que se mueven en una dimensión ya sea sobre el eje x o sobre el eje y como en la caída libre. También se estudia el movimiento en dos dimensiones a través de situaciones de lanzamiento de proyectiles. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes para recordar:

- La *velocidad media* es la distancia recorrida por unidad de tiempo, y la *aceleración media* es el cambio de velocidad por unidad de tiempo

$$\bar{v} = \frac{x}{t} \qquad a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

- Las definiciones de velocidad y aceleración conducen al establecimiento de cinco ecuaciones básicas correspondientes al movimiento uniformemente acelerado:

$$x = \left(\frac{v_0 + v_f}{x}\right)t$$

$$v_f = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x = v_f t - \frac{1}{2}at^2$$

$$2ax = v_f^2 - v_0^2$$

  Si se conocen tres de los cinco parámetros (v_0, v_f, a, x y t), los otros dos se determinan a partir de una de estas ecuaciones.

- Para resolver problemas de aceleración, lea el problema analizando cuáles son los tres parámetros proporcionados y cuáles son los dos desconocidos. Puede escribir columnas como éstas:

Dados: $a = 4$ m/s^2	Encontrar: $v_f = ?$
$x = 500$ m	$v_0 = ?$
$t = 20$ s	

  Este procedimiento le ayuda a elegir la ecuación apropiada. Recuerde que debe elegir una dirección como positiva y aplicar sistemáticamente este criterio en toda la resolución del problema.

- *Aceleración gravitacional*: los problemas relativos a la aceleración gravitacional pueden resolverse de forma similar a otros problemas de aceleración. En este caso, uno de los parámetros se conoce de antemano:

$$a = g = 9.8 \text{ m/s}^2 \text{ o } 32 \text{ ft/s}^2$$

  El signo de la aceleración gravitacional es + o −, según se elija la dirección positiva hacia arriba o hacia abajo.

- *Movimiento de proyectiles*: la clave para resolver problemas que incluyen movimiento de proyectiles es tratar el movimiento horizontal y el vertical por separado. La mayor parte de los problemas de proyectiles se resuelven utilizando el siguiente procedimiento:
  - Descomponga la velocidad inicial v_0 en sus componentes x y y:

$$\boxed{v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta}$$

  - Las componentes horizontal y vertical de su posición en cualquier instante están dadas por

$$\boxed{x = v_{0x}t \qquad y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2}$$

  - Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en cualquier instante están dadas por

$$\boxed{v_x = v_{0x} \qquad v_y = v_{0y} + gt}$$

  - Es posible obtener la posición y la velocidad finales a partir de sus componentes.

Un aspecto importante que es necesario recordar al aplicar estas ecuaciones es que deben ser congruentes en su conversión de signos y unidades.

Conceptos clave

aceleración 72
aceleración gravitacional 72
aceleración uniforme (aceleración constante) 65
alcance 80
desplazamiento 72
inercia 72
movimiento uniformemente acelerado 65
proyectil 77
rapidez constante 63
rapidez instantánea 64
rapidez media 63
velocidad 72
velocidad instantánea 64

Problemas

Tema 2.1 Rapidez y velocidad

1. Un automóvil recorre una distancia de 86 km a una rapidez media de 8 m/s. ¿Cuántas horas requirió para completar el viaje? Resp. 2.99 h

2. El sonido viaja con una rapidez media de 340 m/s. El relámpago que proviene de una nube causante de una tormenta distante se observa en forma casi inmediata. Si el sonido del rayo llega a nuestro oído 3 s después, ¿a qué distancia está la tormenta?

3. Un cohete pequeño sale de su plataforma en dirección vertical ascendente y recorre una distancia de 40 m antes de volver a la Tierra 5 s después de que fue lanzado. ¿Cuál fue la velocidad media de su recorrido? Resp. 16 m/s

4. Un automóvil transita por una curva en forma de U y recorre una distancia de 400 m en 30 s. Sin embargo, su posición final está a sólo 40 m de la inicial. ¿Cuál es la rapidez media y cuál es la magnitud de la velocidad media?

5. Una mujer camina 4 min en dirección al norte a una velocidad media de 6 km/h; después camina hacia el este a 4 km/h durante 10 min. ¿Cuál es su rapidez media durante el recorrido? Resp. 4.57 km/h

6. ¿Cuál es la velocidad media de todo el recorrido descrito en el problema 5?

7. Un automóvil avanza a una rapidez media de 60 mi/h durante 3 h y 20 min. ¿Cuál fue la distancia recorrida? Resp. 200 mi

8. ¿Cuánto tiempo lleva recorrer 400 km si la rapidez media es de 90 km/h?

9. Una canica rueda hacia arriba una distancia de 5 m en una rampa inclinada y luego se detiene y vuelve hasta un punto localizado 5 m más abajo de su punto de partida. Suponga que $x = 0$ cuando $t = 0$. Todo el recorrido lo realiza en solamente 2 s. ¿Cuál fue la rapidez media y cuál fue la velocidad media? Resp. 7.5 m/s, −2.5 m/s

Tema 2.3 Movimiento uniformemente acelerado

10. El extremo de un brazo robótico se mueve hacia la derecha a 8 m/s. Cuatro segundos después, se mueve hacia la izquierda a 2 m/s. ¿Cuál es el cambio de velocidad y cuál es la aceleración?

11. Una flecha se acelera de cero a 40 m/s en 0.5 s que permanece en contacto con la cuerda del arco. ¿Cuál es la aceleración media? Resp. 80 m/s^2

12. Un automóvil se desplaza inicialmente a 50 km/h y acelera a razón de 4 m/s^2 durante 3 s. ¿Cuál es la rapidez final?

13. Un camión que viaja a 60 mi/h frena hasta detenerse por completo en un tramo de 180 ft. ¿Cuáles fueron la aceleración media y el tiempo de frenado? Resp. −21.5 ft/s^2, 4.09 s

14. En la cubierta de un portaaviones, un dispositivo de frenado permite detener un avión en 1.5 s. La aceleración media fue de 49 m/s^2. ¿Cuál fue la distancia de frenado? ¿Cuál fue la rapidez inicial?

15. En una prueba de frenado, un vehículo que viaja a 60 km/h se detiene en un tiempo de 3 s. ¿Cuáles fueron la aceleración y la distancia de frenado? Resp. −5.56 m/s^2, 25.0 m

16. Una bala sale del cañón de un rifle de 28 in a 2700 ft/s. ¿Cuáles son su aceleración y su tiempo dentro del cañón?

17. A la pelota de la figura 2.13 se le imparte una velocidad inicial de 16 m/s en la parte más baja de un plano inclinado. Dos segundos más tarde sigue moviéndose sobre el plano, pero con una velocidad de sólo 4 m/s. ¿Cuál es la aceleración? Resp. −6.00 m/s^2

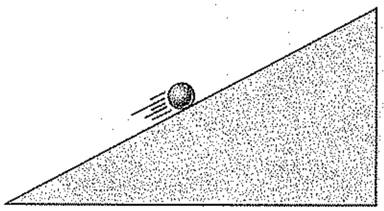


Figura 2.13

18. En el problema 17, ¿cuál es el desplazamiento máximo desde la parte inferior y cuál es la velocidad 4 s después de salir de la parte inferior?

19. Un tren monorriel que viaja a 22 m/s tiene que detenerse en una distancia de 120 m. ¿Qué aceleración media se requiere y cuál es el tiempo de frenado? Resp. −2.02 m/s^2, 10.9 s

Tema 2.4 Gravedad y cuerpos en caída libre

20. Una pelota en estado de reposo se suelta y se deja caer durante 5 s. ¿Cuáles son su posición y su velocidad en ese instante?

21. Se deja caer una piedra a partir del estado de reposo. ¿Cuándo alcanzará un desplazamiento de 18 m por debajo del punto de partida? ¿Cuál es su velocidad en ese momento? Resp. 1.92 s, −18.8 m/s

22. Una mujer suelta una pesa desde la parte más alta de un puente y un amigo, que se encuentra abajo, medirá el tiempo que ocupa el objeto en llegar al agua en la parte inferior. ¿Cuál es la altura del puente si ese tiempo es de 3 s?

23. A un ladrillo se le imparte una velocidad inicial de 6 m/s en su trayectoria hacia abajo. ¿Cuál será su velocidad final después de caer una distancia de 40 m? Resp. 28.6 m/s hacia abajo

24. Un proyectil se lanza verticalmente hacia arriba y regresa a su posición inicial en 5 s. ¿Cuál es su velocidad inicial y hasta qué altura llega?

25. Una flecha se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 80 ft/s. ¿Cuál es su altura máxima? Resp. 100 ft

26. En el problema 25, ¿cuáles son la posición y la velocidad de la flecha después de 2 y de 6 s?

27. Un martillo es arrojado verticalmente hacia arriba en dirección a la cumbre de un techo de 16 m de altura. ¿Qué velocidad inicial mínima se requirió para que llegara ahí? Resp. 17.7 m/s

Tema 2.6 Proyección horizontal

28. Una pelota de béisbol sale despedida de un bate con una velocidad horizontal de 20 m/s. En un tiempo de 0.25 s, ¿a qué distancia habrá viajado horizontalmente y cuánto habrá caído verticalmente?

29. Un avión que vuela a 70 m/s deja caer una caja de provisiones. ¿Qué distancia horizontal recorrerá la caja antes de tocar el suelo, 340 m más abajo? Resp. 583 m

30. En una explotación maderera, los troncos se descargan horizontalmente a 15 m/s por medio de un conducto engrasado que se encuentra 20 m por encima de un estanque para contener madera. ¿Qué distancia recorren horizontalmente los troncos?

31. Una bola de acero rueda y cae por el borde de una mesa desde 4 ft por encima del piso. Si golpea el suelo a 5 ft de la base de la mesa, ¿cuál fue su velocidad horizontal inicial? Resp. $v_{0x} = 10.0$ ft/s

32. Una bala sale del cañón de un arma con una velocidad horizontal inicial de 400 m/s. Halle los desplazamientos horizontal y vertical después de 3 s.

33. Un proyectil tiene una velocidad horizontal inicial de 40 m/s en el borde de un tejado. Encuentre las componentes horizontal y vertical de su velocidad después de 3 s. Resp. 40 m/s, −29.4 m/s

Tema 2.7 El problema general de las trayectorias

34. A una piedra se le imprime una velocidad inicial de 20 m/s a un ángulo de 58°. ¿Cuáles son sus desplazamientos horizontal y vertical después de 3 s?

35. Una pelota de béisbol sale golpeada por el bate con una velocidad de 30 m/s a un ángulo de 30°. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad después de 3 s? Resp. 26.0 m/s, −14.4 m/s

36. En el caso de la pelota de béisbol del problema 35, ¿cuál es la altura máxima y cuál es el alcance?

37. Una flecha sale del arco con una velocidad inicial de 120 ft/s a un ángulo de 37° respecto a la horizontal. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su desplazamiento al cabo de dos segundos? Resp. $x = 208$ ft, $y = 56.0$ ft

38. En el problema 37, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la velocidad de la flecha después de 2 s?

39. En la figura 2.14, una pelota de golf sale del punto de partida, al ser golpeada, con una velocidad de 40 m/s a 65°. Si cae sobre un *green* ubicado 10 m más arriba que el punto de partida, ¿cuál fue el tiempo que permaneció en el aire y cuál fue la distancia horizontal recorrida respecto al palo? Resp. 7.11 s, 120 m

40. Un proyectil sale disparado del suelo con una velocidad de 35 m/s a un ángulo de 32°. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

41. El proyectil del problema 6.40 se eleva y cae, golpeando una cartelera de anuncios instalada 8 m por encima del suelo. ¿Cuál fue el tiempo de vuelo y qué distancia horizontal máxima recorrió el proyectil? Resp. 3.29 s, 97.7 m

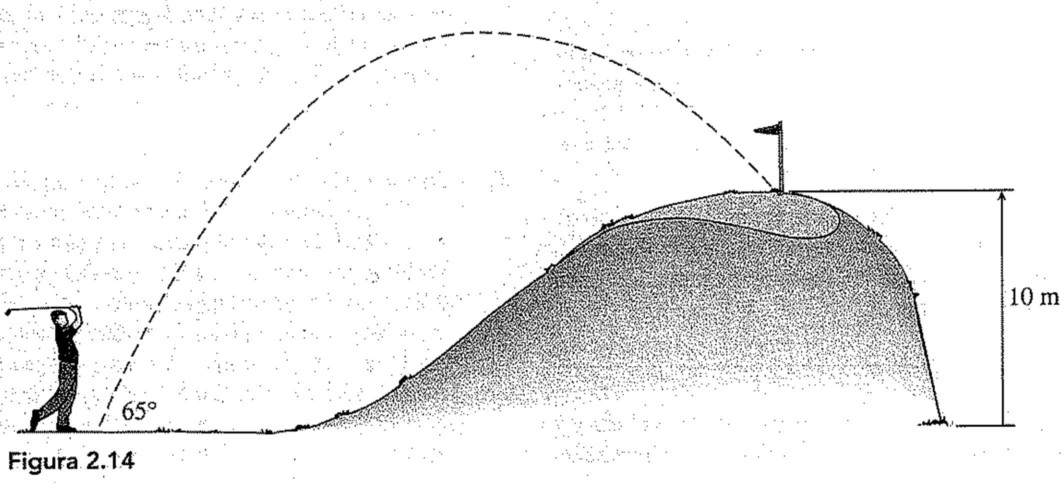


Figura 2.14

Problemas adicionales

42. Un cohete surca el espacio a 60 m/s y entonces recibe una aceleración repentina. Si su velocidad se incrementa a 140 m/s en 8 s, ¿cuál fue su aceleración media y qué distancia recorrió en este tiempo?

43. Un vagón de ferrocarril parte del reposo y desciende libremente por una pendiente. Con una aceleración media de 4 ft/s^2, ¿cuál será su velocidad al cabo de 5 s? ¿Qué distancia habrá recorrido en ese tiempo? Resp. 20 ft/s, 50 ft

44. Un objeto es arrojado horizontalmente a 20 m/s. Al mismo tiempo, otro objeto, ubicado 12 m más abajo, se deja caer desde el reposo. ¿En qué momento chocarán ambos y a qué distancia se hallarán abajo del punto de partida?

45. Un camión que transita a una velocidad inicial de 30 m/s se detiene por completo en 10 s. ¿Cuál será la aceleración del vehículo y cuál fue la distancia de frenado? Resp. -3.00 m/s^2, 150 m

46. Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 23 m/s. ¿Cuáles serán sus posiciones y sus velocidades después de 2, 4 y 8 s?

47. Una piedra se arroja verticalmente hacia abajo desde la parte más alta de un puente. Al cabo de 4 s llega al agua que corre abajo. Si la velocidad final fue de 60 m/s, ¿cuál fue la velocidad inicial de la piedra y cuál es la altura del puente? Resp. $v_0 = 20.8$ m/s hacia abajo; $y = 162$ m

48. Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 80 ft/s. ¿Cuáles son su posición y su velocidad después de (a) 1, (b) 3 y (c) 6 s?

49. Un avión que vuela horizontalmente a 500 mi/h suelta un paquete. Al cabo de 4 s, el paquete llega al suelo. ¿Cuál era la altitud del avión? Resp. -256 ft

50. En el problema 49, ¿cuál fue el alcance horizontal del paquete arrojado y cuáles son las componentes de su velocidad final?

51. El *green* de un campo de golf está a 240 ft horizontalmente y 64 ft verticalmente del punto donde el palo golpea una pelota. ¿Cuáles deben ser la magnitud y la dirección de la velocidad inicial si la pelota llega al *green* en este lugar después de 4 s? Resp. 100 ft/s, 53.1°

52. Una larga franja de pavimento tiene marcas a intervalos de 10 m. Los estudiantes usan cronómetros para registrar los tiempos en que un automóvil pasa por cada marca. Así han obtenido los datos siguientes:

Distancia, m	0	10	20	30	40	50
Tiempo, s	0	2.1	4.2	6.3	8.4	10.5

Dibuje una gráfica que represente las distancias en el eje *y* y los tiempos en el eje *x*. ¿Cuál es el significado de la pendiente de esta curva? ¿Cuál es la rapidez media del vehículo? ¿Al cabo de cuánto tiempo la distancia es igual a 34 m? ¿Cuál es la aceleración del automóvil? Resp. La pendiente es *v*, 4.76 m/s, 7.14 s, 0

53. Un astronauta intenta determinar la gravedad de la Luna dejando caer una herramienta desde una altura de 5 m. Los datos siguientes fueron registrados electrónicamente.

Altura, m	5.00	4.00	3.00	2.00	1.00	0
Tiempo, s	0	1.11	1.56	1.92	2.21	2.47

Trace una gráfica con estos datos. ¿Es una línea recta? ¿Cuál es la rapidez media durante toda la caída? ¿Cuál es la aceleración? ¿Cómo son estos resultados en comparación con los de la gravedad de la Tierra?

54. Un automóvil se desplaza inicialmente hacia el norte a 20 m/s. Después de recorrer una distancia de 6 m, el vehículo pasa por el punto *A*, donde su velocidad sigue siendo en dirección norte, pero se ha reducido a 5 m/s. (a) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la aceleración del vehículo? (b) ¿Cuánto tiempo se requirió? (c) Si la aceleración se mantiene constante, ¿cuál será la velocidad del vehículo cuando regrese al punto *A*? Resp. (a) 31.2 m/s^2, sur; (b) 0.48 s; (c) -5 m/s

55. Una pelota que se desliza hacia arriba por una pendiente se halla inicialmente a 6 m de la parte más baja de dicha pendiente y tiene una velocidad de 4 m/s. Cinco segundos después se encuentra a 3 m de la parte más baja. Si suponemos una aceleración constante, ¿cuál fue la velocidad media? ¿Cuál es el significado de una velocidad media negativa? ¿Cuáles son la aceleración media y la velocidad final?

56. Se ha calculado que la aceleración debida a la gravedad en un planeta distante equivale a la cuarta parte del valor de la gravedad en la Tierra. ¿Significa esto que si se deja caer una pelota desde una altura de 4 m en ese planeta, caerá al suelo en la cuarta parte del tiempo que demora en caer en la Tierra? ¿Cuáles serían los tiempos de caída de la pelota en ese planeta y en la Tierra? Resp. $t_p =$ 1.81 s, $t_T = 0.904$ s

57. Considere las dos pelotas *A* y *B* que aparecen en la figura 2.15. La pelota *A* tiene una aceleración constante de 4 m/s^2 dirigida a la derecha, y la pelota *B* tiene una aceleración constante de 2 m/s^2 dirigida a la izquierda. La pelota *A* se desplaza inicialmente a la izquierda a 2 m/s y la pelota *B* se desplaza inicialmente a la izquierda a 5 m/s. Encuentre el tiempo *t* en que las dos pelotas chocan. Además, suponiendo que $x = 0$ en la posición inicial de la pelota *A*, ¿cuál es su desplazamiento en común cuando chocan? Resp. $t = 2.0$ s, $x = +4$ m

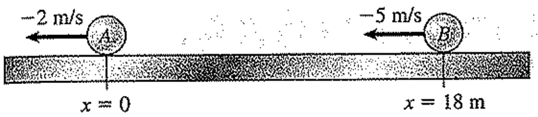


Figura 2.15

58. Inicialmente, un camión con una velocidad de 40 ft/s está a una distancia de 500 ft adelante de un automóvil. Si el automóvil parte del reposo y acelera a 10 ft/s^2, ¿cuándo alcanzará al camión? ¿A qué distancia de la posición inicial del automóvil está ese punto?

59. Una pelota que está en reposo se deja caer desde el techo de un edificio de 100 m de altura. En el mismo instante, una segunda pelota se lanza hacia arriba desde la base del edificio, con una velocidad inicial de 50 m/s. ¿Cuándo chocarán las dos pelotas y a qué distancia estarán entonces sobre el nivel de la calle? Resp. 2.00 s, 80.4 m

60. Una persona asciende verticalmente en un globo con una velocidad de 4 m/s y suelta una bolsa de arena en el momento en que el globo está a 16 m sobre el nivel del suelo. Calcule la posición y la velocidad de la bolsa de arena en relación con el suelo después de 0.3 s y 2 s. ¿Cuántos segundos después de haber sido soltada llegará al suelo la bolsa de arena?

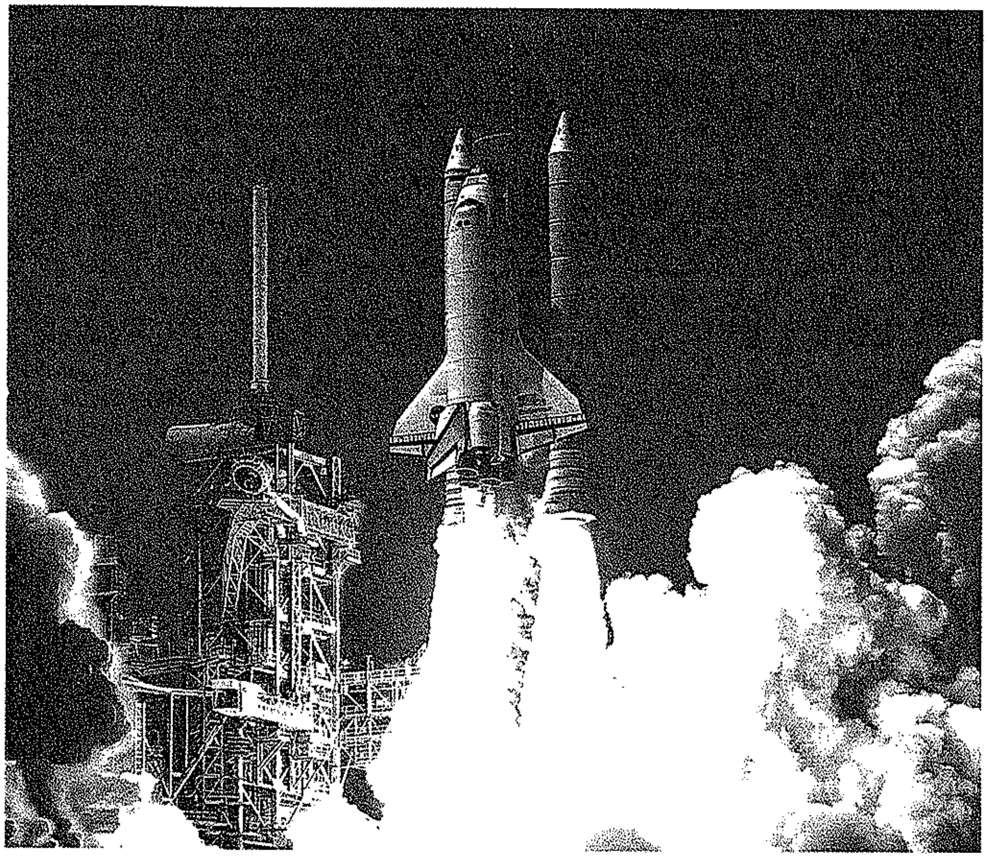
61. Se dispara verticalmente hacia arriba una flecha con una velocidad de 40 m/s. Tres segundos después, otra flecha es disparada hacia arriba con una velocidad de 60 m/s. ¿En qué tiempo y posición se encontrarán las dos flechas? Resp. 4.54 s, 80.6 m

62. Una persona desea incidir en un blanco que tiene un alcance horizontal de 12 km. ¿Cuál debe ser la velocidad de un objeto proyectado con un ángulo de 35° para que caiga en el blanco? ¿Cuánto tiempo permanecerá en el aire?

63. Un jabalí arremete directamente contra un cazador a la velocidad constante de 60 ft/s. En el instante en que el jabalí está a 100 yardas de distancia, aquél le dispara una flecha a 30° respecto al suelo. ¿Cuál debe ser la velocidad de la flecha para que alcance su blanco? Resp. 76.2 ft/s

UNIDAD 3

Dinámica de partículas y sólidos



El transbordador espacial *Endeavor* despega para una misión de 11 días en el espacio. Todas las leyes de movimiento de Newton, la ley de la inercia, de la acción y reacción y la aceleración producida por una fuerza resultante se muestran durante este despegue. (*Foto del Centro de Vuelo Espacial Marshall de la NASA*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Comprender las leyes de Newton.
- Establecer las condiciones de equilibrio traslacional.
- Realizar diagramas de cuerpo libre.
- Aplicar las condiciones de equilibrio para solucionar problemas.
- Aplicar el concepto de fricción para solucionar problemas.
- Describir la relación entre fuerza, masa y aceleración, e indicar las unidades apropiadas.
- Comprender la diferencia entre masa y peso.
- Aplicar la segunda ley de Newton para solucionar problemas sobre cuerpos en desequilibrio traslacional.
- Identificar el brazo de una palanca y el momento de torsión.
- Calcular el momento de torsión resultante respecto a cualquier eje.
- Aplicar la primera y segunda condiciones de equilibrio en la solución de problemas.
- Definir el centro de gravedad y presentar ejemplos.

3.1 Fuerza. Conceptos y unidades

Una *fuerza* es toda acción que ejerce un cuerpo sobre otro, de manera que logra iniciar su movimiento, hacerlo acelerar, desacelerar, cambiar de dirección o deformarlo. La fuerza es un vector, es decir, requiere de una magnitud y una dirección. Las fuerzas pueden sumarse gráficamente de la misma manera que sumamos el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos que están unidos a sus extremos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene, y un tractor ejerce una fuerza sobre el remolque que lleva arrastrando. Probablemente la fuerza más conocida es la atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre un cuerpo. A esta fuerza se le llama ***peso*** del cuerpo. Existe una fuerza bien definida aun cuando no estén en contacto la Tierra y los cuerpos que atrae. El peso es una cantidad vectorial dirigida hacia el centro del planeta.

La unidad de fuerza en el sistema internacional es el newton (N), el cual se definirá de forma adecuada más adelante. Conviene señalar que su relación con la libra es:

$$1 \text{ N} = 0.225 \text{ lb} \qquad 1 \text{ lb} = 4.45 \text{ N}$$

Una mujer que pesa 120 lb tiene una equivalencia de 534 N. Si el peso de una llave inglesa es 20 N, pesará unas 4.5 lb en unidades del SUEU. Mientras no llegue el día en que todas las industrias hayan adoptado íntegramente las unidades del SI, la libra seguirá usándose, y con frecuencia será necesario realizar conversiones de unidades. Aquí se utilizarán ambas unidades de fuerza al trabajar con cantidades de vectores.

Cuando la fuerza causa un cambio de forma se llama ***fuerza estática***. Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo se llama ***fuerza dinámica***.

3.1.1 La fuerza resultante

Cuando dos o más fuerzas actúan sobre un mismo punto de un objeto, se dice que son ***fuerzas concurrentes***. El efecto combinado de tales fuerzas se llama ***fuerza resultante***.

> La fuerza resultante es la fuerza individual que produce el mismo efecto que dos o más fuerzas concurrentes tanto en la magnitud como en la dirección.

Las fuerzas resultantes pueden calcularse gráficamente al representar cada fuerza concurrente como un vector. Con los métodos del polígono o del paralelogramo para sumar vectores se obtiene la fuerza resultante.

Con frecuencia las fuerzas actúan sobre una misma recta, ya sea juntas o en oposición. Si dos fuerzas actúan sobre un mismo objeto en una misma dirección, la fuerza resultante es igual a la suma de las magnitudes de dichas fuerzas. La dirección de la resultante es la misma que la de cualquiera de las fuerzas. Por ejemplo, considere una fuerza de 15 N y una fuerza de 20 N que actúan en la misma dirección hacia el este. Su resultante es de 35 N hacia el este, como se observa en la figura 3.1a.

Si las mismas dos fuerzas actúan en direcciones opuestas, la magnitud de la fuerza resultante es igual a la *diferencia* de las magnitudes de las dos fuerzas y actúa en la dirección de la fuerza más grande. Suponga que la fuerza de 15 N del ejemplo se cambiara, de modo que tirara hacia el oeste. La resultante sería de 5 N, E, como se indica en la figura 3.1b.

Si las fuerzas que actúan forman un ángulo de entre 0° y 180° entre sí, su resultante es el vector suma. Para encontrar la fuerza resultante puede utilizarse el método del polígono o el método del paralelogramo. En la figura 3.1c, las dos fuerzas mencionadas, de 15 y 20 N, actúan formando un ángulo de 60° entre sí. La fuerza resultante, calculada por el método del paralelogramo, es de 30.4 N a 34.7°.

FÍSICA HOY

Una escalera mecánica y una montaña rusa mueven a las personas que se suben en ellas. En una escalera mecánica, las personas sienten su peso normal porque se mueven a una velocidad constante. Una montaña rusa acelera y desacelera, por lo que las personas se sienten más pesadas y más ligeras a medida que cambia la velocidad.

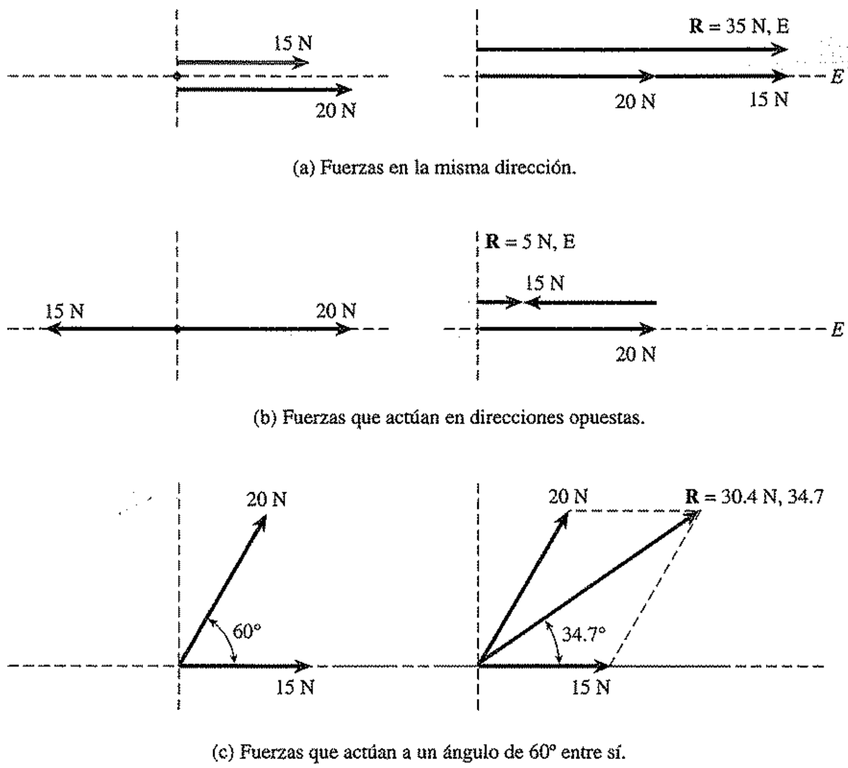


Figura 3.1 Efecto de la dirección sobre la resultante de dos fuerzas.

3.2 Primera ley de Newton

Por experiencia sabemos que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actúe sobre él. Una lata de aceite permanece en la mesa de trabajo hasta que alguien la derriba. Un objeto suspendido estará colgando hasta que se suelte. Sabemos que son necesarias las fuerzas para hacer que algo se mueva si originalmente estaba en reposo.

Resulta menos obvio que un objeto en movimiento continuará en ese estado hasta que una fuerza exterior cambie el movimiento. Por ejemplo, una barra de acero que se desliza por el piso de la tienda pronto quedará en reposo debido a su interacción con el piso. La misma barra se deslizaría una distancia mucho mayor, antes de detenerse, si estuviera sobre hielo, lo cual se debe a que la interacción horizontal, llamada ***fricción***, entre el piso y la barra es mucho mayor que la fricción entre el hielo y la barra. Esto nos sugiere la idea de que una barra que se deslizara sobre una superficie horizontal, totalmente carente de fricción, permanecería moviéndose para siempre. Tales ideas forman una parte de la ***primera ley de Newton*** del movimiento.

> **Primera ley de Newton.** Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que una fuerza externa no equilibrada actúe sobre él.

Debido a la existencia de la fricción, no existe ningún cuerpo real que esté totalmente libre de la acción de fuerzas externas. Sin embargo, hay situaciones en las que es posible hacer que la fuerza resultante sea igual o aproximadamente igual a cero. En tales casos, el cuerpo debe comportarse de acuerdo con la primera ley del movimiento. Puesto que reconocemos que la fricción nunca puede ser eliminada por completo, también debemos aceptar que la primera ley de Newton es una expresión de una situación *ideal*. Un volante que gira sobre cojinetes lubricados tiende a mantenerse girando; pero aun la más leve fricción hará que tarde o temprano se detenga.

Newton llamó inercia a la propiedad de una partícula que le permite mantenerse en un constante estado de movimiento o de ***reposo***. Su primera ley a veces se conoce como ***ley de inercia***. Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley tendiendo a permanecer en reposo hasta que la fuerza externa de los asientos los obliga a moverse. De manera similar, cuando el automóvil se detiene los pasajeros continúan en movimiento a rapidez constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de masa será presentado más adelante como una medida de la inercia de un cuerpo.

3.3 Segunda ley de Newton

En virtud de que el estado de un objeto en reposo o en movimiento no será modificado sin la acción de una fuerza de desequilibrio ahora debemos considerar qué sucede si hay una fuerza resultante. La experiencia nos indica que cuanto más y más grandes fuerzas resultantes se ejerzan en un objeto, más y más grande será el cambio en la velocidad de éste (véase la figura 3.2). Además, si se mantiene constante la fuerza resultante y se aplica a masas cada vez más grandes, el cambio en la velocidad disminuye. El cambio de velocidad por unidad de tiempo se define como *aceleración a*.

Newton demostró que hay una relación directa entre la fuerza aplicada y la aceleración resultante. Así mismo, probó que la aceleración disminuye proporcionalmente con la inercia o masa (m) del objeto. En la ***segunda ley de Newton*** se postula este principio.

FÍSICA HOY

Una persona con entrenamiento en karate puede romper un bloque de concreto de 3.8 cm de espesor con la mano, que se mueve a 11 m/s, lo cual crea una fuerza de 3069 N. Los huesos de la mano pueden resistir fuerzas de hasta 40 veces esa cantidad.

(*Foto © SS34 PhotoDisc/ Getty*).

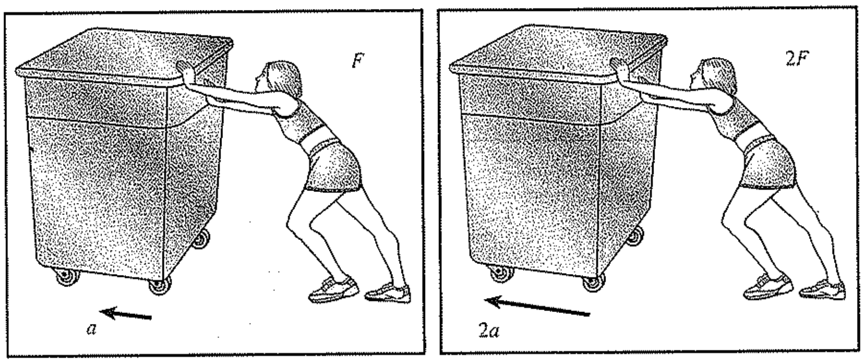


Figura 3.2 Si despreciamos las fuerzas de fricción, al empujar el carro con el doble de fuerza se produce el doble de aceleración. Si se triplica la fuerza se triplica la aceleración.

Segunda ley de Newton. La aceleración a de un objeto en la dirección de una fuerza resultante (**F**) es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza e inversamente proporcional a la masa (m).

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} \qquad \text{o} \qquad \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Cabe señalar que cuando la velocidad no cambia, $a = 0$ y la primera ley de Newton resulta entonces en un caso especial de la segunda. Sin la fuerza de desequilibrio el movimiento del objeto no cambiará. La palabra importante aquí es *cambio*; nos ayuda a recordar que no hay fuerza resultante sobre los objetos en reposo o en movimiento a rapidez constante.

Más adelante veremos matemáticamente la segunda ley del movimiento de Newton, junto con definiciones más rigurosas de *fuerza* y *masa*. Antes hemos de considerar los pormenores de los objetos en reposo o, más concretamente, de los objetos sin aceleración. Una vez que usted sea capaz de entender a cabalidad una explicación vectorial de las fuerzas, estudiaremos las implicaciones del cambio de movimiento.

3.4 Tercera ley de Newton

No puede haber una fuerza si no están implicados dos cuerpos. Cuando un martillo golpea un clavo ejerce una fuerza de "acción" sobre él. Pero el clavo también "reacciona" empujando hacia atrás el martillo. En todos los casos debe haber una fuerza de *acción* y una de *reacción*. Siempre que dos cuerpos interactúan, la fuerza ejercida por el segundo sobre el primero (la ***fuerza de reacción***) es igual en magnitud pero de sentido contrario a la dirección de la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo (la fuerza de acción). Este principio se enuncia en la ***tercera ley de Newton***.

> **Tercera ley de Newton.** Para cada fuerza de acción debe haber una fuerza de reacción igual y opuesta.

Por tanto, no puede existir una sola fuerza aislada. Considere los ejemplos de fuerzas de acción y de reacción de la figura 3.3.

Observe que las fuerzas de acción y de reacción no se anulan. Son iguales en magnitud y opuestas en dirección, pero actúan sobre objetos *diferentes*. Para que dos fuerzas se anulen deben actuar sobre el mismo objeto. Se puede decir que las fuerzas de acción crean las fuerzas de reacción.

Por ejemplo, cuando alguien empieza a subir una escalera lo primero que hace es colocar un pie sobre el escalón y empujarlo. El peldaño debe ejercer una fuerza igual y opuesta sobre el pie para evitar quebrarse. Cuanto mayor es la fuerza que ejerce el pie sobre el escalón, mayor será la reacción contra el pie. Desde luego, el escalón no puede crear una fuerza de reacción hasta que la fuerza del pie se aplica. La fuerza de acción actúa sobre el objeto y la de reacción sobre el agente que aplica la fuerza.

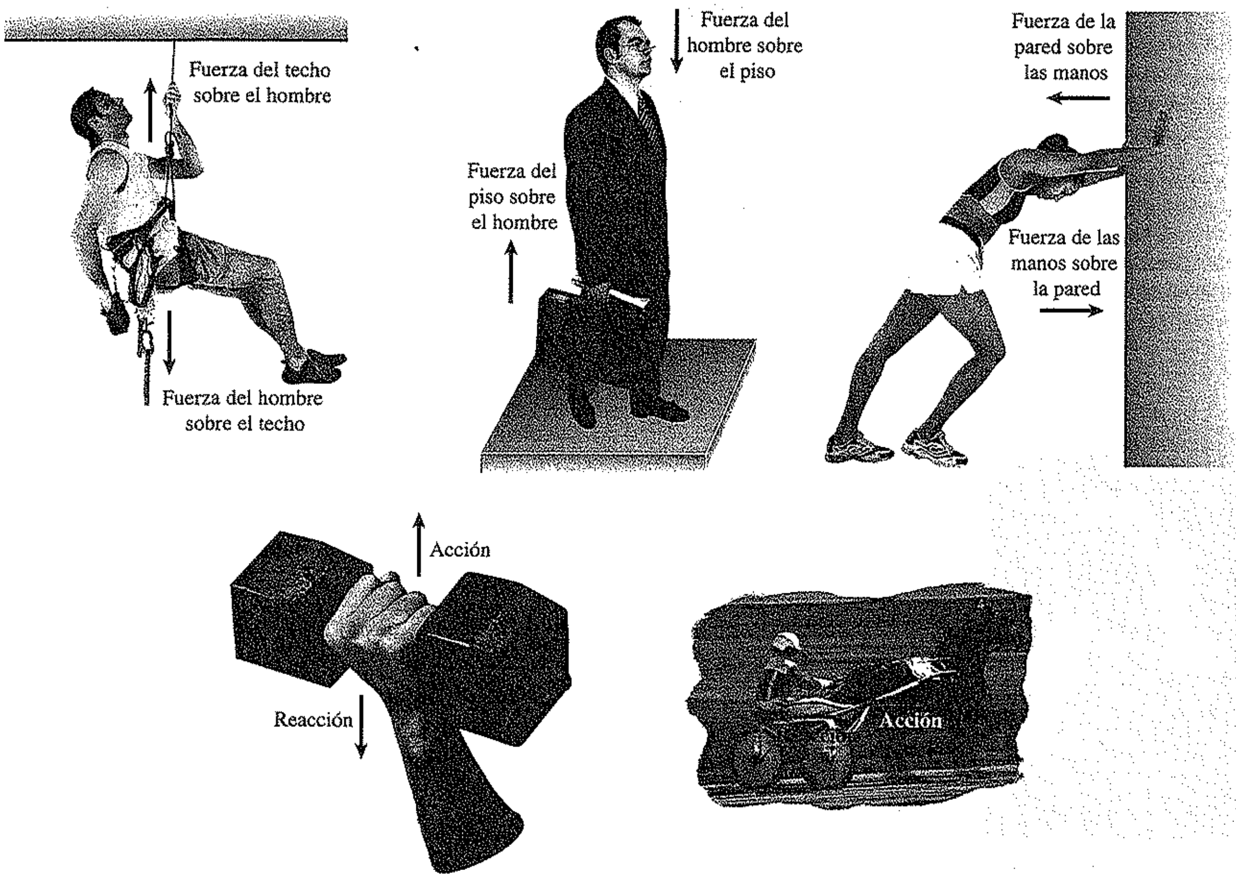


Figura 3.3 Ejemplos de fuerzas de acción y de reacción.

3.5 Equilibrio

FÍSICA HOY

El transbordador espacial aplica la tercera ley de Newton cada vez que despega. La fuerza que la propulsa proviene del encendido de combustible sólido para cohetes. Cuando la fuerza del propulsor en encendido es mayor que la acción ejercida por la gravedad sobre la masa de la nave, ésta despega.

Definimos la *fuerza resultante* como una sola fuerza cuyo efecto es igual al de un sistema de fuerzas en particular. Si la tendencia de un conjunto de fuerzas es producir un movimiento, la resultante también lo produce. Existe una condición de equilibrio cuando la resultante de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto es igual a cero. Esto equivale a decir que cada fuerza externa se equilibra con la suma de todas las demás fuerzas externas cuando existe equilibrio. En consecuencia, de acuerdo con la primera ley de Newton, un cuerpo en equilibrio debe estar en reposo o en movimiento con velocidad constante, ya que no existe ninguna fuerza externa que no esté equilibrada.

Consideremos el sistema de fuerzas que se presenta en la figura 3.4a. Al resolverlo por el método del polígono de vectores se demuestra que, independientemente del orden en que se sumen éstos, su resultante siempre es cero. El extremo del último vector siempre termina en el origen del primero.

Un sistema de fuerzas que no esté en equilibrio puede equilibrarse si se sustituye la fuerza resultante por una fuerza igual pero opuesta denominada ***equilibrante***. Por ejemplo, observe que las dos fuerzas **A** y **B** de la figura 3.5a tienen una resultante **R** en una dirección de 30° sobre la horizontal. Si le sumamos **E**, que es igual a **R** en magnitud pero cuyo ángulo es 180° mayor, el sistema estará en equilibrio, como se observa en la figura 3.5b.

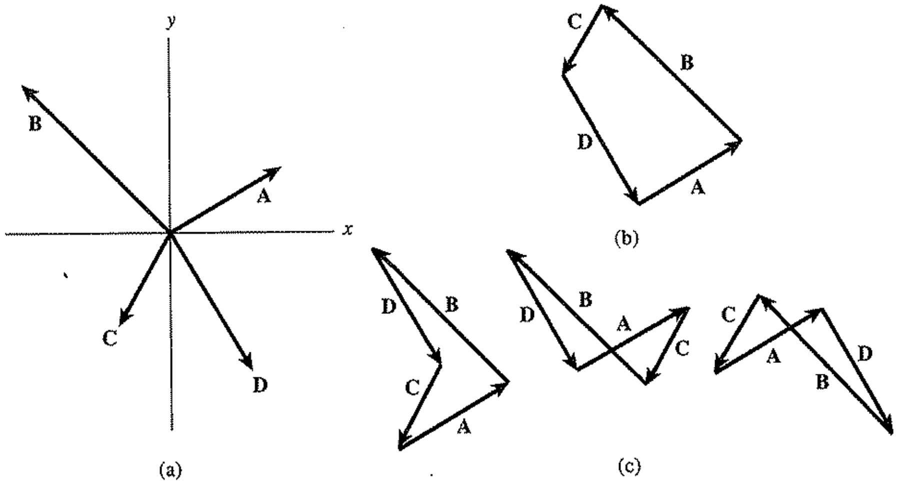


Figura 3.4 Fuerzas en equilibrio.

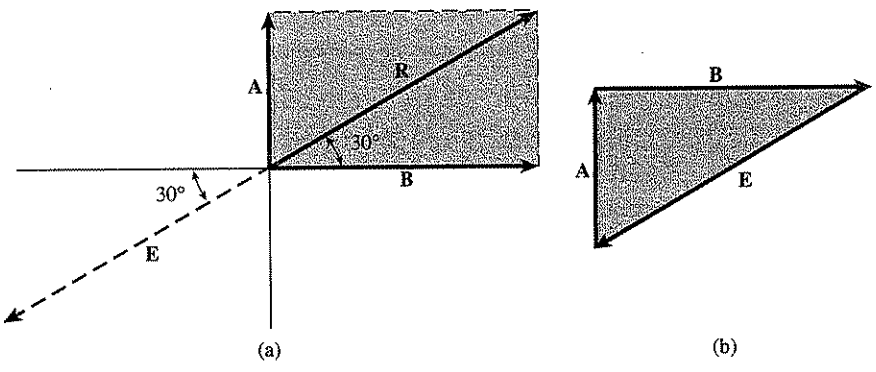


Figura 3.5 La fuerza equilibrante.

FÍSICA HOY

La NASA está desarrollando otros propulsores para el despegue del transbordador espacial. La propulsión eléctrica solar usa celdas solares para generar electricidad, la cual ioniza átomos de criptón o xenón. Cuando esos iones se cargan eléctricamente, generan una fuerza de empuje al ser acelerados a través de un campo electromagnético y finalmente expulsados.

En el capítulo anterior vimos que las magnitudes de las componentes de x y y de cualquier resultante **R** están dadas por

$$R_x = \sum F_x = A_x + B_x + C_x + \ldots$$
$$R_y = \sum F_y = A_y + B_y + C_y + \ldots$$

Cuando un cuerpo está en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero. En este caso, tanto R_x como R_y deben ser cero; por tanto, para un cuerpo en equilibrio se tiene que

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \tag{3.1}$$

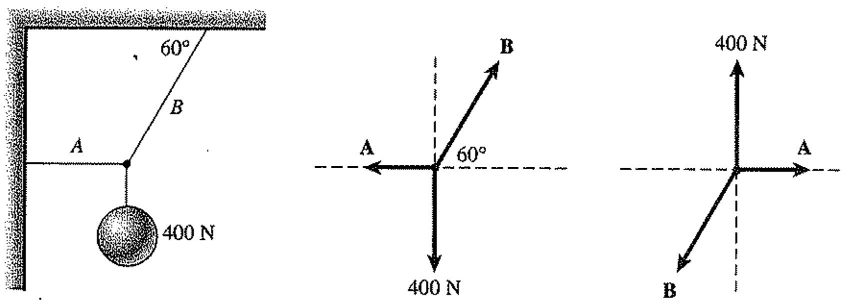
Estas dos ecuaciones representan un enunciado matemático de la primera condición de equilibrio, que puede expresarse como se indica a continuación:

> Un cuerpo se halla en estado de equilibrio traslacional si y sólo si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

El término ***equilibrio traslacional*** se emplea para distinguir la primera de la segunda condición de equilibrio, la cual se refiere al movimiento rotacional, que se estudiará más adelante.

3.6 Diagramas de cuerpo libre

Antes de aplicar la primera condición de equilibrio para resolver problemas físicos es necesario aprender a construir diagramas vectoriales. Considere, por ejemplo, la pesa de 400 N suspendida mediante cuerdas, como se muestra en la figura 3.6a. Hay tres fuerzas que actúan sobre el nudo: las ejercidas por el techo, el muro y la Tierra (peso). Si cada una de estas fuerzas se marca y se representa con un vector, es posible trazar un diagrama de vectores como el de la figura 3.6b. Un diagrama de ese tipo se llama ***diagrama de cuerpo libre***.



(a) Pesa suspendida (b) Fuerzas de acción (c) Fuerzas de reacción

Figura 3.6 Diagramas de cuerpo libre que muestran las fuerzas de acción y de reacción.

Un diagrama de cuerpo libre es un diagrama vectorial que describe todas las fuerzas que actúan sobre un objeto o cuerpo. Note que en el caso de las fuerzas concurrentes, todos los vectores apuntan hacia fuera del centro de los ejes x y y, los cuales se intersecan en un origen común.

Al dibujar diagramas de cuerpo libre es importante distinguir entre las fuerzas de acción y las de reacción. En nuestro ejemplo hay fuerzas que actúan *sobre* el nudo, pero también hay tres fuerzas de reacción iguales y opuestas ejercidas *por* el nudo. Con base en la tercera ley de Newton, las fuerzas de reacción ejercidas *por* el nudo sobre el techo, la pared y el suelo se presentan en la figura 3.6c. Para evitar confusiones, es importante seleccionar un punto en el que actúen todas las fuerzas y dibujar aquellas fuerzas que actúan sobre el cuerpo en ese punto.

Estrategia para resolver problemas

Cómo construir un diagrama de cuerpo libre

1. Trace un bosquejo e indique las condiciones del problema. Asegúrese de representar todas las fuerzas conocidas y desconocidas y sus ángulos correspondientes.
2. Aísle cada cuerpo del sistema en estudio. Realice esto mentalmente o dibujando un círculo alrededor del punto donde se aplican todas las fuerzas.
3. Construya un diagrama de fuerzas para cada cuerpo que va a estudiar. Las fuerzas se representan como vectores con su origen situado al centro de un sistema coordenado rectangular. (Véanse los ejemplos de las figuras 3.7 y 3.8).
4. Represente los ejes x y y con líneas punteadas. No es indispensable trazar estos ejes horizontal y verticalmente, como se verá más adelante.
5. Con líneas punteadas trace los rectángulos correspondientes a las componentes x y y de cada vector, y determine los ángulos conocidos a partir de las condiciones dadas en el problema.
6. Marque todas las componentes conocidas y desconocidas, opuestas y adyacentes a los ángulos conocidos.

Aun cuando este proceso parezca laborioso, es muy útil y a veces necesario para comprender claramente un problema. Cuando tenga práctica en trazar diagramas de cuerpo libre, su uso se convertirá en mera rutina.

Los dos tipos de fuerzas que actúan sobre un cuerpo son las *fuerzas de contacto* y las *fuerzas de campo*. Ambas deben considerarse en la construcción de un diagrama de fuerzas. Por ejemplo, la atracción gravitacional de un cuerpo por parte de la Tierra, conocida como ***peso***, no tiene un punto de contacto con el cuerpo; no obstante, ejerce una fuerza real y debe considerarse un factor importante en cualquier problema de fuerzas. La dirección del vector peso debe considerarse siempre hacia abajo.

La fuerza normal o simplemente *normal* (n) es la fuerza de contacto, perpendicular, que ejerce toda superficie sobre un cuerpo que se encuentre sobre ella. La *tensión* (T), es la fuerza de contacto que se presenta en las cuerdas que soportan un peso o cualquier otra fuerza que las someta a estiramiento y la *fuerza de rozamiento*, como se verá más adelante, es aquella fuerza que se opone al movimiento de un objeto que se encuentra en contacto con otro.

Ejemplo 3.1

Un bloque de peso W cuelga de una cuerda atada a otras dos cuerdas, A y B, las cuales, a su vez, están sujetas del techo. Si la cuerda B forma un ángulo de 60° con el techo y la cuerda A uno de 30°, trace el diagrama de cuerpo libre del nudo.

Plan: Siga paso por paso el procedimiento para trazar diagramas de cuerpo libre.

Solución: Se traza y marca un diagrama como el de la figura 3.7; luego se dibuja un círculo alrededor del nudo donde se ejerce cada fuerza. En la figura 3.7b se presenta el diagrama de cuerpo libre completo. Observe que todas las componentes están identificadas claramente como opuestas y adyacentes a los ángulos proporcionados.

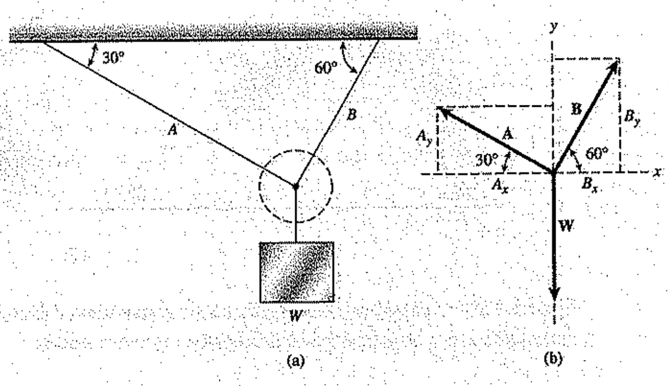


Figura 3.7 (a) Se traza un bosquejo para aclarar el problema. (b) Se construye un diagrama de cuerpo libre.

El diagrama de cuerpo libre trazado en el ejemplo 3.1 es válido y funcional, pero la solución se halla con mayor facilidad si se colocan los ejes x y y a lo largo de los vectores **A** y **B**, en lugar de utilizarlos horizontal y verticalmente. Al girar los ejes en forma perpendicular como se muestra en la figura 3.8 se observa que sólo hay que descomponer el vector peso (**W**) en sus componentes. Los vectores **A** y **B** se hallan ahora a lo largo o, mejor dicho, sobre cada uno de los ejes. Como regla, deben elegirse los ejes x y y de forma que se maximice el número de fuerzas desconocidas que yacen a lo largo de un eje.

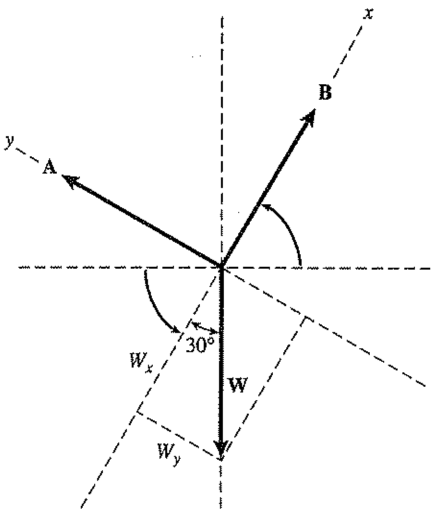


Figura 3.8 Al girar los ejes x y y se hacen coincidir con los vectores perpendiculares **A** y **B**.

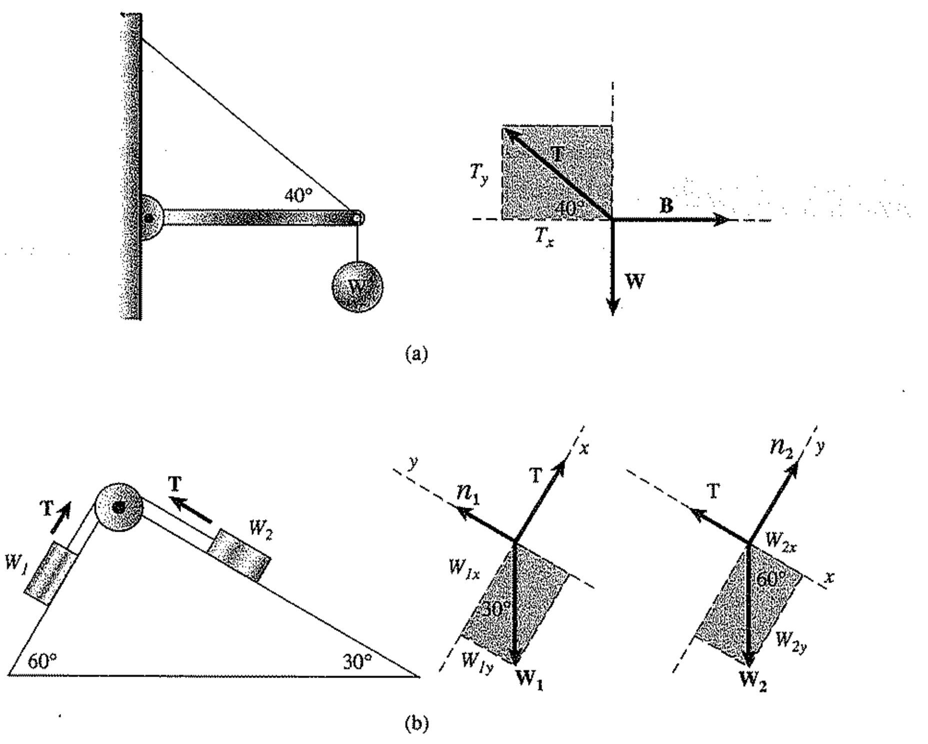


Figura 3.9 Ejemplos de diagramas de cuerpo libre. Note que las componentes de los vectores están rotuladas opuestas y adyacentes a los ángulos que se conocen.

Tal vez la parte más difícil en la construcción de diagramas de vectores es la visualización de fuerzas. Al trazar tales diagramas es útil imaginar que las fuerzas actúan sobre usted. Suponga que usted es el nudo de una cuerda, o el bloque situado sobre una mesa, y trate de determinar las fuerzas que actuarían sobre usted. En la figura 3.9 se presentan dos ejemplos más. Note que la fuerza ejercida por el soporte de la figura 3.9a se dirige hacia fuera y no hacia la pared. Esto se debe a que estamos interesados en las fuerzas que se ejercen *sobre* el extremo del soporte y no en las ejercidas *por* el extremo del soporte. Seleccionamos un punto en el extremo del soporte, donde están atadas las dos cuerdas. El peso de 60 N y la tensión, **T**, son fuerzas de acción ejercidas por las cuerdas en ese punto. Si el extremo del soporte no se mueve, estas fuerzas deben equilibrarse con una tercera fuerza, la que ejerce la pared (a través del soporte). Esta tercera fuerza **B**, que actúa en el extremo del soporte, no debe confundirse con la *fuerza de reacción* hacia dentro que actúa *sobre* la pared.

El segundo ejemplo (figura 3.9b) muestra también fuerzas de acción que actúan sobre dos bloques conectados por una cuerda ligera. Las fuerzas de fricción, que estudiaremos posteriormente, no se incluyen en estos diagramas. La tensión en la cuerda en cualquiera de sus lados se representa por **T**, y las fuerzas normales n_1 y n_2 son fuerzas perpendiculares ejercidas por el plano sobre los bloques. Si no existieran tales fuerzas, los bloques oscilarían juntos (observe la ubicación de los ejes en cada diagrama).

3.7 Solución de problemas de equilibrio

En la unidad 1 estudiamos un procedimiento para encontrar la resultante de varias fuerzas por un método rectangular. Un procedimiento similar se puede utilizar para sumar fuerzas que se hallan en equilibrio. En este caso, la primera condición para el equilibrio nos indica que la resultante es igual a cero, es decir

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0 \tag{3.2}$$

Por tanto, tenemos dos ecuaciones que sirven para hallar fuerzas desconocidas.

Estrategia para resolver problemas

Equilibrio traslacional

1. Trace un bosquejo y anote las condiciones del problema.
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre (véase la sección 3.6).
3. Encuentre todas las componentes x y y de las fuerzas, aunque incluyan factores desconocidos, tales como A cos 60° o B sen 60°. (Tal vez desee elaborar una tabla de fuerzas como se muestra en la tabla 3.1).
4. Use la primera condición de equilibrio [ecuación (3.1)] para formar dos ecuaciones en términos de las fuerzas desconocidas.
5. Determine algebraicamente los factores desconocidos.

Tabla 3.1

Fuerza	θ_x	Componente x	Componente y
A	60°	$A_x = -A \cos 60°$	$A_y = A \operatorname{sen} 60°$
B	0°	$B_x = B$	$B_y = 0$
W	−90°	$W_x = 0$	$W_y = -100$ N
		$\Sigma F_x = B - A \cos 60°$	$\Sigma F_y = A \operatorname{sen} 60° - 100$ N

Ejemplo 3.2 Una pelota de 100 N suspendida por una cuerda A es jalada hacia un lado en forma horizontal mediante otra cuerda B y sostenida de tal manera que la cuerda A forma un ángulo de 30° con el muro vertical (véase la figura 3.10). Encuentre las tensiones en las cuerdas A y B.

Plan: Siga la estrategia para resolver problemas.

Solución:

1. Trace un bosquejo (figura 3.10a).
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre (figura 3.10b).
3. Determine las componentes de todas las fuerzas (tabla 3.1). Observe que en la figura A_x y W_y son negativas.
4. Ahora aplique la primera condición de equilibrio. La suma de fuerzas a lo largo del eje x es:

$$\sum F_x = B - A \cos 60° = 0$$

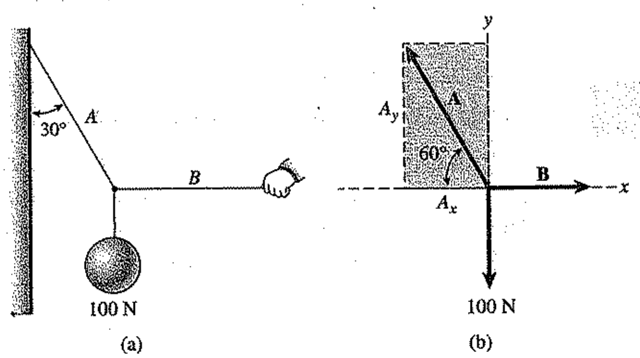


Figura 3.10 Las fuerzas que actúan en el nudo se representan en un diagrama de cuerpo libre.

de la cual se obtiene

$$B = A \cos 60° = 0.5A \tag{3.3}$$

puesto que $\cos 60° = 0.5$. Resulta una segunda ecuación al sumar las componentes del eje y:

$$\sum F_y = A \text{ sen } 60° - 100 \text{ N} = 0$$

de donde

$$A \text{ sen } 60° = 100 \text{ N} \tag{3.4}$$

5. Finalmente, se resuelve para las fuerzas desconocidas. A partir de la ecuación (4.4) y como sen 60° = 0.866, entonces

$$0.866A = 100 \text{ N}$$

o bien,

$$A = \frac{100 \text{ N}}{0.866} = 115 \text{ N}$$

Ahora que se conoce el valor de A, se despeja B de la ecuación (3.3) como sigue:

$$B = 0.5A = (0.5)(115 \text{ N}) = 57.5 \text{ N}$$

Ejemplo 3.3 Una pelota de 200 N cuelga de una cuerda unida a otras dos cuerdas, como se observa en la figura 3.11. Encuentre las tensiones en las cuerdas A, B y C.

Plan: Primero trace un diagrama de cuerpo libre y luego aplique la primera condición de equilibrio a fin de hallar las tensiones desconocidas de las cuerdas.

Solución: Con base en el bosquejo proporcionado se construye el diagrama de cuerpo libre (figura 3.11b). Las componentes x y y, calculadas a partir de la figura, se presentan en la tabla 3.2.

Al sumar las fuerzas a lo largo del eje x se obtiene:

$$\sum F_x = -A \cos 60° + B \cos 45° = 0$$

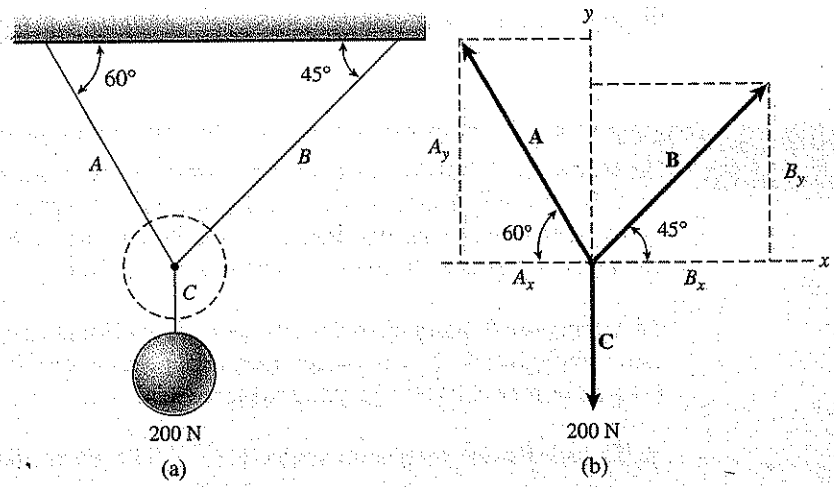


Figura 3.11

Tabla 3.2

Fuerza	ϕ_x	Componente x	Componente y
A	60°	$A_x = -A \cos 60°$	$A_y = A \text{ sen } 60°$
B	45°	$B_x = B \cos 45°$	$B_y = B \text{ sen } 45°$
C	90°	$C_x = 0$	$C_y = -200 \text{ N}$

que puede simplificarse por sustitución de funciones trigonométricas conocidas; o sea:

$$-0.5A + 0.707B = 0 \qquad \textbf{(3.5)}$$

Se necesita más información para resolver esta ecuación. Obtenemos una segunda ecuación sumando las fuerzas a lo largo del eje y, lo que resulta

$$0.866A + 0.707B = 200 \text{ N} \qquad \textbf{(3.6)}$$

Ahora se resuelven simultáneamente las ecuaciones (3.5) y (3.6) para A y B mediante el proceso de sustitución. Si se despeja A de la ecuación (3.5) se obtiene

$$A = \frac{0.707B}{0.5} \quad \text{o} \quad A = 1.414B \qquad \textbf{(3.7)}$$

Ahora se sustituye esta igualdad en la ecuación (3.6) y se obtiene

$$0.866\,(1.414B) + 0.707B = 200\text{ N}$$

que se utiliza para despejar B como sigue:

$$1.225B + 0.707B = 200\text{ N}$$
$$1.93B = 200\text{ N}$$
$$B = \frac{200\text{ N}}{1.93} = 104\text{ N}$$

Se puede calcular la tensión A sustituyendo $B = 104$ N en la ecuación (3.7):

$$A = 1.414B = 1.414(104\text{ N}) \quad \text{o} \quad A = 146\text{ N}$$

Desde luego, la tensión en la cuerda C es 200 N, ya que debe ser igual al peso.

Ejemplo 3.4

Un bloque de 200 N descansa sobre un plano inclinado sin fricción, que tiene una pendiente de 30°. El bloque está atado a una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción colocada en el extremo superior del plano y va atada a un segundo bloque. ¿Cuál es el peso del segundo bloque si el sistema se encuentra en equilibrio?

Plan: Elabore el bosquejo del problema y trace el diagrama de cuerpo libre de cada bloque (véase la figura 3.12). Luego aplique la primera condición de equilibrio a cada diagrama para determinar el valor del peso suspendido W_2.

Solución: Para el peso suspendido, $\Sigma F_y = 0$ da por resultado

$$T - W_2 = 0 \quad \text{o} \quad T = W_2$$

Puesto que la cuerda es continua y el sistema no está afectado por la fricción, la tensión aplicada para el bloque de 200 N (véase la figura 3.12b) también debe ser igual a W_2.

Considerando el diagrama para el bloque que se halla sobre el plano inclinado, determinamos las componentes de cada fuerza ejercida en él como se muestra en la tabla 3.3.

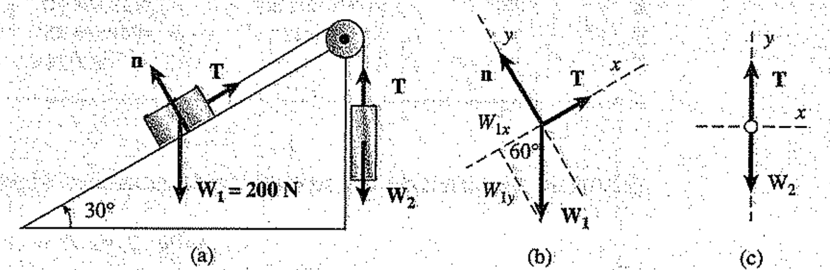


Figura 3.12 Se traza un diagrama de cuerpo libre para cada bloque del problema.

Tabla 3.3

Fuerza	θ_x	Componente x	Componente y
T	0°	$T_x = T = W_2$	$T_y = 0$
n	90°	$n_x = 0$	$n_y = n$
W₁	60°	$W_{1x} = -(200\text{ N})\cos 60°$	$W_{1y} = -(200\text{ N})\text{ sen } 60°$

Al aplicar la primera condición de equilibrio se obtiene

$$\sum F_x = 0: \quad T - (200\text{ N})\cos 60° = 0 \tag{3.8}$$

$$\sum F_y = 0: \quad n - (200\text{ N})\,\text{sen}\,60° = 0 \tag{3.9}$$

De la ecuación (4.8) obtenemos

$$T = (200\text{ N})\cos 60° = 100\text{ N}$$

y puesto que la tensión T en la cuerda es igual al peso W_2 se dice que se necesita un peso de 100 N para mantener el equilibrio.

La fuerza normal que ejerce el plano sobre el bloque de 200 N se determina a partir de la ecuación (3.9), aunque este cálculo no fue necesario para determinar el peso W_2.

$$n = (200\text{ N})\,\text{sen}\,60°$$
$$= 173\text{ lb}$$

3.8 Fricción

Siempre que un cuerpo se mueve estando en contacto con otro objeto, existen ***fuerzas de fricción*** que se oponen al movimiento relativo. Estas fuerzas se deben a que una superficie se adhiere contra la otra y a que encajan entre sí las irregularidades de las superficies de rozamiento. Es precisamente esta fricción la que mantiene un clavo dentro de una tabla, la que nos permite caminar y la que hace que los frenos de un automóvil cumplan su función. En todos estos casos la fricción produce un efecto deseable.

Sin embargo, en muchas otras circunstancias es indispensable minimizar la fricción. Por ejemplo, provoca que se requiera mayor trabajo para operar maquinaria, causa desgaste y genera calor, lo que a menudo ocasiona otros perjuicios. Los automóviles y los aviones se diseñan con formas aerodinámicas para reducir la fricción con el aire, ya que ésta es muy elevada a gran rapidez.

Siempre que se desliza una superficie sobre otra, la fuerza de fricción que ejercen los cuerpos entre sí es paralela o tangente a ambas superficies y actúa de tal modo que se opone al movimiento relativo de las superficies. Es importante observar que estas fuerzas existen no sólo cuando hay un movimiento relativo, sino también cuando uno de los cuerpos tan sólo *tiende* a deslizarse sobre el otro.

Suponga que se ejerce una fuerza sobre un baúl, como se muestra en la figura 3.13. Al principio el bloque no se mueve debido a la acción de una fuerza llamada *fuerza de* ***fricción estática*** (f_s), pero a medida que aumenta la fuerza aplicada llega el momento en que el bloque se mueve. La fuerza de fricción ejercida por la superficie horizontal mientras se mueve el bloque se denomina *fuerza de* ***fricción cinética*** (f_k).

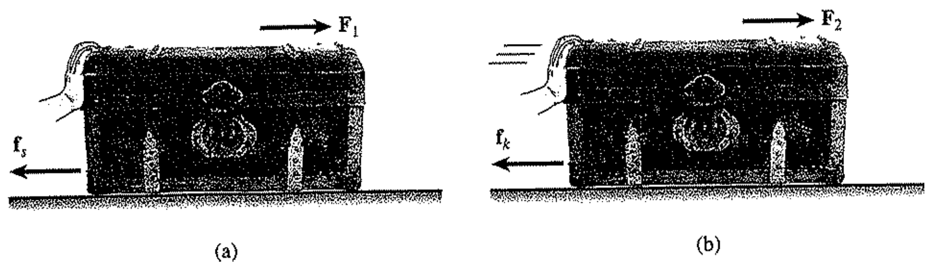


Figura 3.13 (a) En fricción estática el movimiento es inminente. (b) En fricción cinética las dos superficies están en movimiento relativo. (*Foto de Hemera, Inc.*).

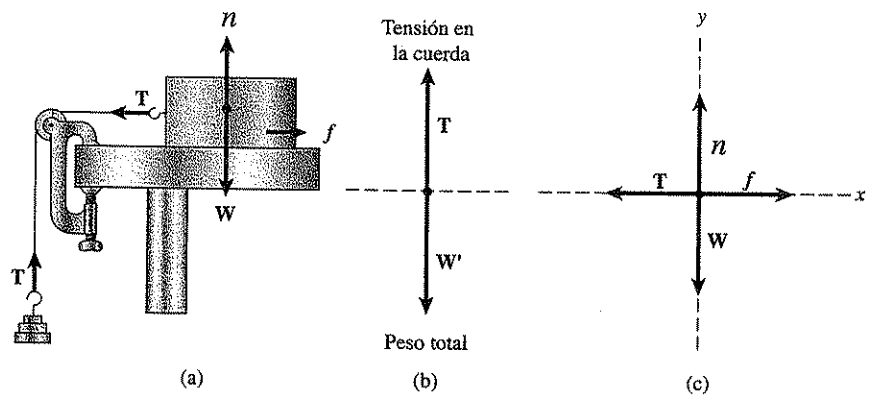


Figura 3.14 Experimento para determinar la fuerza de fricción.

Las leyes que rigen a las fuerzas de fricción se determinan experimentalmente en el laboratorio utilizando un aparato similar al que se ilustra en la figura 3.14a. Considere una caja de peso W colocada sobre una mesa horizontal y atada con una cuerda que pasa por una polea, ligera y sin fricción; además, en el otro extremo de la cuerda se cuelgan varias pesas. Todas las fuerzas que actúan sobre la caja y las pesas se presentan en sus diagramas de cuerpo libre correspondientes (figuras 3.14b y c).

Consideremos que el sistema está en equilibrio, lo que implica que la caja esté en reposo o se mueva con velocidad constante; en cualquier caso se puede aplicar la primera condición de equilibrio. Analice el diagrama de fuerzas como se muestra en la figura 3.14c.

$$\sum F_x = 0: \quad f - T = 0 \quad \text{o} \quad f = T$$
$$\sum F_y = 0: \quad n - W = 0 \quad \text{o} \quad n = W$$

Por tanto, la fuerza de fricción es de igual magnitud que la tensión en la cuerda y la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la caja es igual al peso de esta última. Observe que la tensión en la cuerda se determina por el peso de las pesas sumado al peso de su soporte.

Suponga que empezamos colocando poco a poco pesas en el soporte para aumentar gradualmente la tensión de la cuerda. Al incrementar la tensión, la fuerza de fricción estática, que es de igual magnitud pero de dirección opuesta, también aumenta. Si **T** aumenta lo suficiente, la caja empieza a moverse, lo que significa que **T** ha sobrepasado la *máxima* fuerza de fricción estática $f_{s,\text{máx}}$. Por ello, aunque la fuerza de fricción estática f_s cambiará de acuerdo con los valores de la tensión de la cuerda, existe un valor máximo único $f_{s,\text{máx}}$.

Para continuar el experimento, suponga que agregamos pesas a la caja, con lo que aumentaría la fuerza normal (n) entre la caja y la mesa. La fuerza normal ahora será

$$n + W + \text{pesas añadidas}$$

Si se repite el experimento anterior, veremos que será necesario un nuevo valor de **T**, proporcionalmente mayor, para superar la máxima fuerza de fricción estática. Es decir, al duplicar la fuerza normal entre las dos superficies, la máxima fuerza de fricción estática que debe contrarrestarse se duplica también. Si n se triplica, f_s se triplica también, y lo mismo ocurre para los demás factores. Por tanto, puede decirse que la máxima fuerza de fricción estática es directamente proporcional a la fuerza normal entre las dos superficies. Podemos escribir esta proporcionalidad como

$$f_{s,\text{máx}} \propto n$$

La fuerza de fricción estática siempre es menor o igual que la fuerza máxima:

$$f_s \leq \mu_s n \tag{3.10}$$

A menos que se indique de otra forma, la ecuación (3.10) se escribe como una igualdad y se supone que se refiere al máximo valor de fricción estática. El símbolo μ_s es una constante de proporcionalidad llamada ***coeficiente de fricción estática***. Puesto que μ_s es una razón constante entre dos fuerzas, se trata de una cantidad sin dimensiones.

En el experimento anterior se debe observar que una vez que se sobrepasa el máximo valor de fricción estática, la caja aumenta su rapidez, es decir, se acelera, hasta topar con la polea. Esto significa que bastaría un valor menor de **T** para mantener la caja en movimiento con rapidez constante. Por tanto, la fuerza de fricción cinética es menor que el máximo valor de f_s para las dos superficies. En otras palabras, se requiere de más fuerza para que el bloque empiece a moverse que para mantenerlo en movimiento a rapidez constante. En este último caso también se satisface la primera condición de equilibrio; así, el mismo razonamiento que nos permitió derivar la ecuación (3.10) para la fricción estática, nos lleva a la siguiente proporcionalidad para la fricción cinética:

$$f_k = \mu_k n \tag{3.11}$$

donde μ_k es una constante de proporcionalidad llamada ***coeficiente de fricción cinética***.

Se puede demostrar que los coeficientes de proporcionalidad μ_s y μ_k dependen de la rugosidad de las superficies pero no del área de contacto entre ellas. Al analizar las ecuaciones anteriores se observa que μ depende únicamente de la fuerza de fricción f y de la fuerza normal n entre las superficies. Se debe aceptar, desde luego, que las ecuaciones (3.10) y (3.11) no son fundamentalmente rigurosas, como otras ecuaciones físicas. Gran número de variables interfieren con la aplicación general de estas fórmulas. Por ejemplo, nadie que tenga experiencia en carreras de automóviles puede creer que la fuerza de fricción sea *completamente* independiente del área de contacto. Sin embargo, las ecuaciones son herramientas útiles para determinar las fuerzas de resistencia en casos específicos.

En la tabla 3.4 se muestran algunos valores representativos de los coeficientes de fricción estática y cinética entre diferentes tipos de superficies. Estos valores son aproximados y dependen de las condiciones de las superficies. No obstante, para nuestros propósitos, supondremos que todos ellos tienen coeficientes de hasta tres cifras significativas.

Tabla 3.4

Coeficientes aproximados de fricción

Material	μ_s	μ_k
Madera sobre madera	0.7	0.4
Acero sobre acero	0.15	0.09
Metal sobre cuero	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Caucho sobre concreto seco	0.9	0.7
Caucho sobre concreto mojado	0.7	0.57

Estrategia para resolver problemas

Consideraciones para problemas en los que interviene la fricción

1. Las fuerzas de fricción son paralelas a las superficies y se oponen directamente al movimiento o al movimiento inminente.
2. La máxima fuerza de fricción estática es mayor que la fuerza de fricción cinética para los mismos materiales.
3. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, en general es preferible elegir el eje x siguiendo la dirección del movimiento y el eje y normal a la dirección del movimiento o del movimiento inminente.
4. La primera condición de equilibrio puede aplicarse para formar dos ecuaciones que representen las fuerzas a lo largo del plano del movimiento y las que son perpendiculares a él.
5. Las relaciones $f_s = \mu_s n$ y $f_k = \mu_k n$ se aplican para determinar la cantidad deseada.
6. Jamás debe darse por hecho que la ***fuerza normal*** es igual al peso. Se debe determinar su magnitud sumando las fuerzas a lo largo del eje normal.

Ejemplo 3.5

Un trineo de 50 N descansa sobre una superficie horizontal y se requiere un tirón horizontal de 10 N para lograr que empiece a moverse. Después de que comienza el movimiento basta una fuerza de 5 N para que el trineo siga moviéndose con una velocidad constante. Encuentre los coeficientes de fricción estática y cinética.

Plan: Las palabras clave que deben captarse son *empiece a moverse* y *siga moviéndose con una velocidad constante*. Las primeras implican *fricción estática*, en tanto que las últimas se refieren a la *fricción cinética*. En cada caso existe una condición de equilibrio y es posible hallar los valores para los valores de la fuerza normal y de la de fricción, que son necesarios para determinar los coeficientes.

Solución: Para cada caso hemos impuesto los diagramas de cuerpo libre sobre los bosquejos, como aparece en las figuras 3.15a y b. Al aplicar la primera condición de equilibrio a la figura 3.15a se obtiene

$$\sum F_x = 0: \qquad 10\text{ N} - f_s = 0 \qquad \text{o} \qquad f_s = 10\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: \qquad n - 50\text{ N} = 0 \qquad \text{o} \qquad n = 10\text{ N}$$

Podemos hallar el coeficiente de fricción estática a partir de la ecuación (3.10).

$$\mu_s = \frac{f_s}{n} = \frac{10\text{ N}}{50\text{ N}}; \qquad \mu_s = 0.20$$

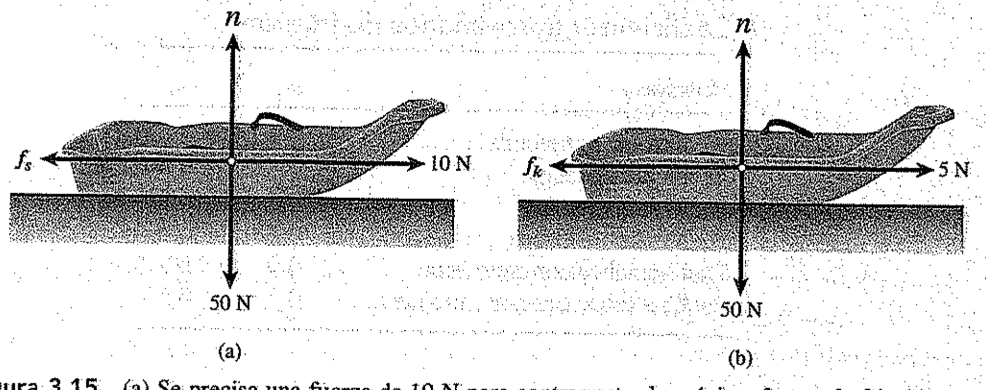


Figura 3.15 (a) Se precisa una fuerza de 10 N para contrarrestar la máxima fuerza de fricción estática. (b) Se necesita una fuerza de sólo 5 N para mover el trineo con rapidez constante. (*Fotografía de Hemera Inc.*).

La fuerza que contrarresta la fricción cinética es de sólo 5 N. Por tanto, la suma de las fuerzas a lo largo del eje x es

$$5\text{ N} - f_k = 0 \qquad \text{o} \qquad f_k = 5\text{ N}$$

La fuerza normal sigue siendo de 50 N y, por ende,

$$\mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{5\text{ N}}{50\text{ N}}; \qquad \mu_k = 0.10$$

Ejemplo 3.6 ¿Qué fuerza **T**, en un ángulo de 30° por encima de la horizontal, se requiere para arrastrar un arcón de 40 lb hacia la derecha a rapidez constante, si $\mu_k = 0.2$?

Plan: Primero, haga un bosquejo del problema y luego construya el diagrama de cuerpo libre, como el de la figura 3.16. Después aplique la primera condición de equilibrio para hallar la fuerza **T**.

Solución: El movimiento es a rapidez constante, de modo que $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$

$$\sum F_x = 0 \qquad T_x - f_k = 0 \tag{3.12}$$

$$\sum F_y = 0 \qquad n + T_y - 40\text{ lb} = 0$$

La última ecuación muestra que la fuerza normal es

$$n = 40\text{ lb} - T_y \tag{3.13}$$

Note que la fuerza normal disminuye por la componente y de **T**. Sustituyendo $f_k = \mu_k n$ en la ecuación (3.12) se obtiene

$$T_x - \mu_k n = 0$$

Pero $n = 40\text{ lb} - T_y$ con base en la ecuación (3.13); entonces

$$T_x - \mu_k(40\text{ lb} - T_y) = 0 \tag{3.14}$$

A partir del diagrama de cuerpo libre se observa que

$$T_x = T\cos 30° = 0.866T$$

y que

$$T_y = T\text{ sen } 30° = 0.5T$$

Figura 3.16 La fuerza **T** en un ángulo *sobre* la horizontal reduce la fuerza normal necesaria para el equilibrio, lo que ocasiona que la fuerza de fricción sea menor. (*Fotografías de Hemera Inc.*).

Por tanto, si recordamos que $\mu_k = 0.2$, escribimos la ecuación (3.14) como

$$0.866T - (0.2)(40\text{ lb} - 0.5T) = 0$$

de donde se puede obtener el valor de T como sigue:

$$0.866T - 8\text{ lb} + 0.1T = 0$$
$$0.966T - 8\text{ lb} = 0$$
$$0.966T = 8\text{ lb}$$
$$T = \frac{8\text{ lb}}{0.966} = 8.3\text{ lb}$$

Por consiguiente, se requiere una fuerza de 8.3 lb para arrastrar el arcón con rapidez constante cuando la cuerda forma un ángulo de 30° sobre la horizontal.

Ejemplo 3.7

Un bloque de concreto de 120 N está en reposo en un plano inclinado a 30°. Si $\mu_k = 0.5$, ¿qué fuerza **P** paralela al plano y dirigida hacia arriba de éste hará que el bloque se mueva (a) hacia arriba del plano con rapidez constante y (b) hacia abajo del plano con rapidez constante?

Plan: Primero se hace el bosquejo del problema (figura 3.17a) y luego se traza un diagrama de cuerpo libre para ambos casos. Para el movimiento hacia arriba se dibuja la figura 3.17b y para el movimiento hacia abajo se elabora la figura 3.17c. Advierta que la fuerza de fricción se opone al movimiento en los dos casos y que hemos elegido el eje x a lo largo del plano. Para ser congruente con el uso de los signos, consideramos positivas las fuerzas que se dirigen *hacia arriba* del plano.

Solución (a): Aplicando la primera condición de equilibrio se obtiene

$$\sum F_x = 0 \qquad P - f_k - W_x = 0 \tag{3.15}$$
$$\sum F_y = 0 \qquad n - W_y = 0 \tag{3.16}$$

A partir de la figura, las componentes x y y del peso son

$$W_x = (120\text{ N})\cos 60° = 60.0\text{ N}$$
$$W_y = (120\text{ N})\text{ sen }60° = 104\text{ N}$$

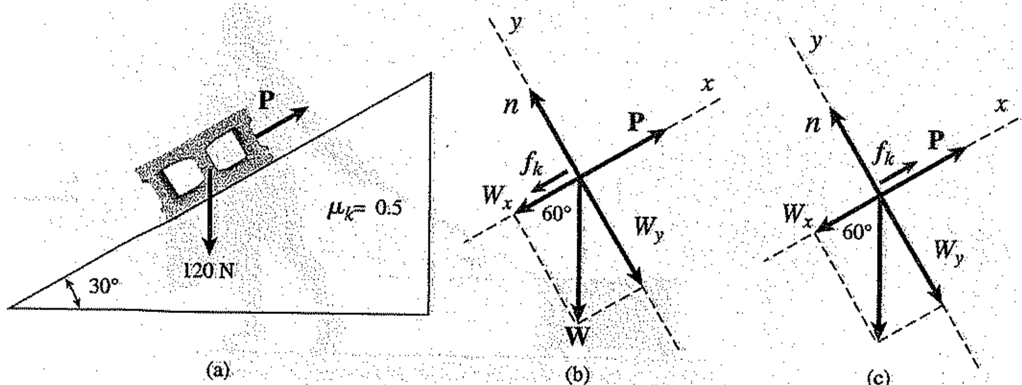


Figura 3.17 (a) Fricción en un plano inclinado. (b) Movimiento *hacia arriba* del plano. (c) Movimiento *hacia abajo* del plano. (*Fotografías de Hemera Inc.*).

La sustitución de W_y en la ecuación (4.16) nos permite obtener el valor de la fuerza normal, n.

$$n - W_y = n - 104\text{ N} = 0 \qquad \text{o} \qquad n = 104\text{ N}$$

Con base en la ecuación (3.15), ahora resolvemos para obtener el empujón P, lo que resulta

$$P = f_k + W_x$$

Pero $f_k = \mu_k n$, de modo que

$$P = \mu_k n + W_x$$

Ahora podemos determinar P sustituyendo $\mu_k = 0.5$, $n = 104$ N y $W_x = 60.0$ N:

$$P = (0.4)(104\text{ N}) + 60\text{ N}$$
$$P = 52.0\text{ N} + 60.0\text{ N} \qquad \text{o} \qquad P = 112\text{ N}$$

Observe que el empuje P hacia arriba del plano debe en este caso contrarrestar tanto la fuerza de fricción de 52 N como la componente de 60 N del peso del bloque hacia abajo del plano.

Solución (b): En el segundo caso, el empuje P es necesario para retrasar el natural movimiento hacia abajo del bloque hasta que su rapidez permanezca constante. La fuerza de fricción se dirige ahora *hacia arriba* del plano inclinado, en la misma dirección que el empuje P. La fuerza normal y las componentes del peso no cambiarán. Por ende, al sumar las fuerzas a lo largo del eje x se obtiene

$$\sum F_x = 0; \qquad P + f_k - W_x = 0$$

Ahora podemos encontrar el valor de P y sustituir los valores de f_k y W_x

$$P = W_x - f_k = 60\text{ N} - 52\text{ N}$$
$$P = 8.00\text{ N}$$

La fuerza de 8.00 N y la fuerza de fricción de 52.0 N, ambas dirigidas hacia arriba del plano equilibran exactamente la componente de 60 N del peso dirigido hacia abajo del plano.

Ejemplo 3.8 ¿Cuál es el ángulo máximo θ de la pendiente de un plano inclinado que permite que un bloque de peso W no se deslice hacia abajo a lo largo del plano?

Plan: El ángulo máximo de la pendiente será aquel para el que la componente del peso dirigido hacia abajo del plano sea suficiente para contrarrestar la máxima fuerza de fricción estática. Como siempre, comience por trazar un bosquejo y luego un diagrama de cuerpo libre (figura 3.18). Luego al aplicar las condiciones del equilibrio, use la trigonometría para hallar el ángulo de inclinación.

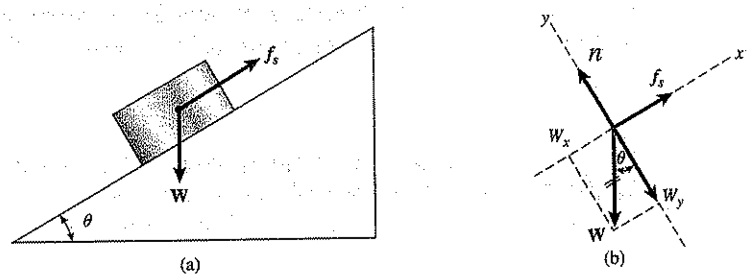


Figura 3.18 El ángulo de reposo o limitante.

Solución: Si se aplica la primera condición de equilibrio a la figura 3.18b se obtiene

$$\sum F_x = 0: \quad f_s - W_x = 0 \quad \text{o} \quad f_s = W_x$$
$$\sum F_y = 0: \quad n - W_y = 0 \quad \text{o} \quad n_s = W_y$$

A partir de la figura 3.18b notamos que el ángulo θ de la pendiente es el ángulo adyacente al eje y negativo, lo que hace que W_x sea el lado opuesto y W_x el otro lado adyacente. En este caso

$$\tan\theta = \frac{W_x}{W_y}$$

Pero ya hemos visto que $W_x = f_k$ y que $W_y = n$, de modo que

$$\tan\theta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{f_s}{n}$$

Por último, recordamos que la razón de f_s a n define el coeficiente de fricción estática; por tanto

$$\tan\theta = \mu_s$$

Así pues, un bloque, independientemente de su peso, permanecerá en reposo sobre un plano inclinado a menos que la tan θ sea igual o exceda a μ_s. En este caso, el ángulo θ se llama el *ángulo limitante* o ***ángulo de reposo***.

3.9 Desequilibrio: segunda ley de Newton sobre el movimiento

Antes de estudiar formalmente la relación entre una fuerza resultante y la aceleración, consideraremos primero un experimento sencillo. Una pista lineal de aire es un aparato para estudiar el movimiento de objetos en condiciones que se aproximan a una fricción de cero. Cientos de pequeños chorros de aire originan una fuerza ascendente que equilibra el peso del deslizador, como se muestra en la figura 3.19. Se ata un hilo al frente del deslizador y se coloca un dinamómetro de peso despreciable para medir la fuerza horizontal aplicada, como se muestra en la figura. La aceleración que recibe el deslizador puede medirse determinando el cambio de rapidez en un intervalo de tiempo definido. La primera fuerza aplicada $\mathbf{F}_1$ en la figura 3.19a origina una aceleración $\mathbf{a}_1$. Si se duplica la fuerza, o sea $2\mathbf{F}_1$, se duplicará la aceleración, $2\mathbf{a}_1$, y si se triplica la fuerza, $3\mathbf{F}_1$, se triplicará la aceleración, $3\mathbf{a}_1$.

Estas observaciones demuestran que la aceleración de un determinado cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada, lo cual significa que la relación de fuerza a aceleración siempre es constante:

$$\frac{\mathbf{F}_1}{\mathbf{a}_1} = \frac{\mathbf{F}_2}{\mathbf{a}_2} = \frac{\mathbf{F}_3}{\mathbf{a}_3} = \text{constante}$$

La constante es una medida de la eficacia de una fuerza dada para producir aceleración. Veremos que esta relación es una propiedad del cuerpo, llamada su masa m, donde

$$m = \frac{F}{a}$$

La masa de un kilogramo (1 kg) se definió en el capítulo 3 por comparación con un patrón. Conservando esta definición, ahora podemos definir una nueva unidad de fuerza que impartiría a la unidad de masa una unidad de aceleración.

La fuerza de un newton (1 N) es la fuerza resultante que imparte a una masa de 1 kg una aceleración de 1 m/s².

FÍSICA HOY

La gravedad varía en toda la superficie de la Tierra, con la latitud y altitud, y se basa por zonas en la densidad de la Tierra.

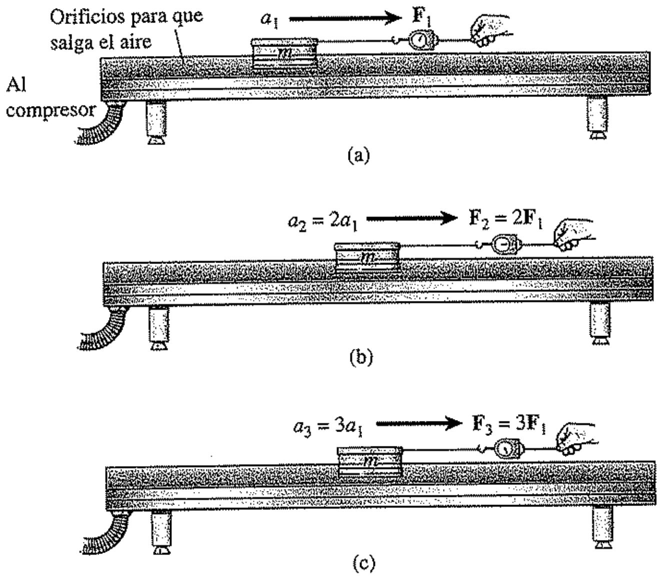


Figura 3.19 Variación de la aceleración con la fuerza.

FÍSICA HOY

Para medir las diferentes fuerzas de gravedad, los científicos utilizan un dispositivo extraordinario llamado *gradiómetro* o *gravitómetro*. Las primeras versiones eran balanzas de torsión, que usaban un tubo con mira para ver a qué distancia un peso torcía un rayo debido al efecto de la gravedad. Esto hizo posible hallar las estructuras geométricas llamadas *domos de sal*. Estas cavidades, rellenas de sal (la sal es menos densa que la piedra), por lo general se encuentran cerca de depósitos de petróleo y esquisto. Instrumentos posteriores usados en la exploración submarina silenciosa ayudaron a la navegación al medir las variaciones de gravedad ocasionadas por montes y zanjas submarinas. Después de que el gradiómetro submarino se vendió para su uso comercial, los geólogos de la industria del petróleo y gasolina lo usaron cuando volaban sobre áreas previamente trazadas para determinar las características subterráneas de la corteza con mucha mayor precisión que nunca antes. Para ver este gradiómetro nuevo, visite este sitio web: www.bellgeo.com

El ***newton*** se adoptó como unidad de fuerza del SI. Una fuerza resultante de 2 N producirá una aceleración de 2 m/s^2, y una fuerza de 3 N le impartirá una aceleración de 3 m/s^2 a una masa de 1 kg.

Ahora volvamos a analizar nuestro experimento de la pista de aire para averiguar cómo se afecta la aceleración al incrementar la masa. Esta vez se mantendrá constante la fuerza aplicada **F**. La masa puede cambiarse enganchando en cadena más deslizadores de igual tamaño y peso. Observe en la figura 3.20 que, si la fuerza no cambia, al incrementar la masa habrá una *disminución* proporcional en la aceleración. Al aplicar una fuerza constante de 12 N en cadena a masas de 1, 2 y 3 kg, se producirán aceleraciones de 12 m/s^2, 6 m/s^2 y 4 m/s^2, respectivamente. Estos tres casos se muestran en las figuras 3.20a, b y c.

A partir de las observaciones anteriores, es posible enunciar la segunda ley de Newton sobre el movimiento.

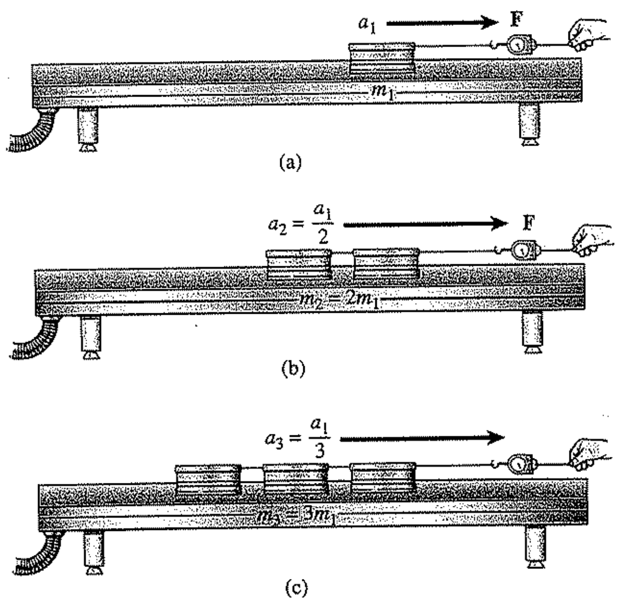


Figura 3.20 Variación de la aceleración con la masa.

Segunda ley de Newton sobre el movimiento: Siempre que una fuerza no equilibrada actúa sobre un cuerpo, en la dirección de la fuerza se produce una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Si se utiliza la unidad recién definida, el newton, esta ley se escribe como la ecuación siguiente:

$$\textit{Fuerza resultante} = \textit{masa} \times \textit{aceleración}$$

$$F = ma \qquad \textit{Segunda ley de Newton} \tag{3.17}$$

Puesto que esta relación depende de la definición de una nueva unidad, podemos sustituir únicamente unidades congruentes con tal definición. Por ejemplo, si la masa está dada en kilogramos (kg), la unidad de fuerza debe estar en newtons (N) y la unidad de aceleración debe estar en metros por segundo al cuadrado (m/s^2).

$$\textit{Fuerza}\ (\mathrm{N}) = \textit{masa}\ (\mathrm{kg}) \times \textit{aceleración}\ (\mathrm{m/s^2})$$

En el SUEU se define una nueva unidad de masa a partir de las unidades elegidas de *libra* (lb) para fuerza, y *pies por segundo al cuadrado* (ft/s^2) para la aceleración. La nueva unidad de masa se denomina ***slug*** (de *sluggish*, que en inglés significa lentitud, es decir, la propiedad inercial de la masa).

Una masa de un slug es aquella a la que una fuerza resultante de 1 lb le imparte una aceleración de 1 ft/s^2.

$$\textit{Fuerza}\ (\mathrm{lb}) = \textit{masa}\ (\mathrm{slugs}) = \textit{aceleración}\ (\mathrm{ft/s^2})$$

La unidad de fuerza del SI es menor que la unidad del SUEU, y una masa de un slug es mucho mayor que la masa de un kilogramo. Los siguientes factores de conversión resultan útiles:

$$1\ \mathrm{lb} = 4.448\ \mathrm{N} \qquad 1\ \mathrm{slug} = 14.59\ \mathrm{kg}$$

Una bolsa de manzanas de 1 lb puede contener cuatro o cinco manzanas y cada una de ellas pesa aproximadamente un newton. Una persona que pesa 160 lb en la Tierra tendría una masa de 5 slugs o 73 kg.

Es importante observar que, en la segunda ley de Newton, la F representa una *resultante* o *fuerza* no equilibrada. Si sobre un objeto actúa más de una fuerza, será necesario determinar la fuerza resultante *a lo largo de la dirección del movimiento*. La fuerza resultante siempre estará a lo largo de la dirección del movimiento, ya que es la causa de la aceleración. Todas las componentes de las fuerzas perpendiculares a la aceleración estarán equilibradas. Si se elige el eje x en la dirección del movimiento, podemos determinar la componente x de cada fuerza y escribir

$$\sum F_x = ma_x \tag{3.18}$$

Se puede escribir una ecuación similar para las componentes y si el eje y se eligió a lo largo de la dirección del movimiento.

3.10 Relación entre peso y masa

Antes de analizar algunos ejemplos de la segunda ley de Newton, es necesario comprender con claridad la diferencia entre el ***peso*** de un cuerpo y su ***masa***. Tal vez éstos son los conceptos más confusos para el alumno principiante. La *libra* (lb), que es una unidad de fuerza, con frecuencia se utiliza como unidad de masa, la libra-masa (lb_m). El kilogramo, que es una unidad de masa, con frecuencia se usa en la industria como unidad de fuerza, el kilogramo-fuerza (kgf). Estas unidades, aparentemente inconsistentes, son el resultado del uso de diversos sistemas de unidades. En esta obra debe haber menos motivo de confusión, puesto que sólo se utilizan unidades del SI y del SUEU o sistema usual en Estados Unidos (gravitacional británico). Por tanto, en este texto la *libra* (lb) siempre se refiere al *peso*, que es una fuerza, y la unidad *kilogramo* (kg) siempre se refiere a la *masa* de un cuerpo.

El peso de cualquier cuerpo es la fuerza con la cual el cuerpo es atraído verticalmente hacia abajo por la gravedad. Cuando un cuerpo cae libremente hacia la Tierra, la única fuerza que actúa sobre él es su peso **W**. Esta fuerza neta produce una aceleración **g**, que es la misma para todos los cuerpos que caen. Entonces, a partir de la segunda ley de Newton escribimos la relación entre el peso de un cuerpo y su masa:

$$W = mg \qquad \text{o} \qquad m = \frac{W}{g} \tag{3.19}$$

En cualquier sistema de unidades: (1) la masa de una partícula es igual a su peso dividido entre la aceleración de la gravedad, (2) el peso tiene las mismas unidades que la unidad de fuerza y (3) la aceleración de la gravedad tiene las mismas unidades que la aceleración.

Por consiguiente, resumimos lo anterior como:

$$\text{SI: } W\,(\text{N}) = m\,(\text{kg}) \times g\,(9.8\ \text{m/s}^2)$$
$$\text{SUEU: } W\,(\text{lb}) = m\,(\text{slug}) \times g\,(32\ \text{ft/s}^2)$$

Los valores para g y, por tanto, los pesos, en las relaciones anteriores se aplican únicamente en lugares de la Tierra cercanos al nivel del mar, donde g tiene estos valores.

Hay que recordar dos cosas para comprender cabalmente la diferencia entre masa y peso:

La masa es una constante universal igual a la relación del peso de un cuerpo con la aceleración gravitacional debida a su peso.

El peso es la fuerza de atracción gravitacional y varía dependiendo de la aceleración de la gravedad.

Por consiguiente, la masa de un cuerpo es tan sólo una medida de su inercia y no depende en lo absoluto de la gravedad. En el espacio exterior, un martillo tiene un peso insignificante, aunque sirve para clavar en la forma usual, puesto que su masa no cambia.

Para reforzar la distinción entre peso y masa, considere los ejemplos mostrados en la figura 3.21, donde una bola de 10 kg se coloca en tres lugares distintos. Si tomamos la bola de 10 kg de un punto cercano a la superficie de la Tierra ($g = 9.8\ \text{m/s}^2$) y la movemos a un punto donde la gravedad se reduce a la mitad a 4.9 m/s², observamos que su peso también se reduce a la mitad. La ilustración de la figura 3.21 no es un dibujo a escala, debido a que un objeto tendría que estar muy alejado de la superficie de la Tierra para que ocurriera un cambio significativo en la gravedad. No obstante, ayuda a entender la distinción entre *peso*, que depende de la gravedad, y *masa*, que es una relación constante de W con g. Aun cuando en la superficie de la Luna, donde la gravedad es sólo un sexto de su valor en la Tierra, la masa de la bola sigue siendo 10 kg, su peso se reduce a 16 N.

En unidades del SI, los objetos generalmente se describen en función de su masa en kilogramos, que es constante. En unidades del SUEU, en cambio, un cuerpo por lo común se describe indicando su peso en un punto donde la gravedad es igual a $32\ \text{ft/s}^2$. Con frecuencia esto causa confusión si el objeto se transporta a una locación donde la gravedad es considerablemente mayor o menor que $32\ \text{ft/s}^2$ y el *peso real* cambia. Esta confusión es simplemente una de las muchas razones por las cuales se deben descartar estas unidades anteriores. Se incluyen aquí sólo para proporcionar el grado de familiaridad necesario para trabajar con ellas ya que a veces se utilizan en el comercio y la industria en Estados Unidos.

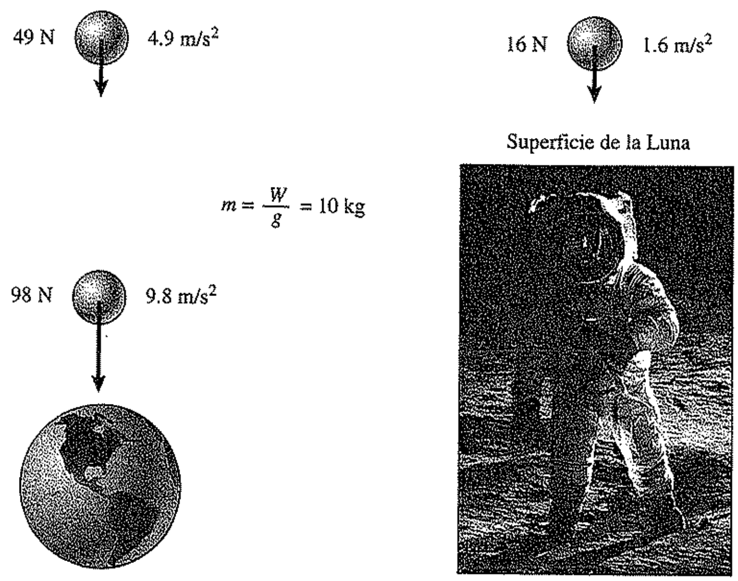


Figura 3.21 El peso de un objeto varía dependiendo de la zona. Sin embargo, la masa es la relación constante del peso con la aceleración debida a la gravedad. (*Foto de la NASA*).

Ejemplo 3.9 Determine la masa de un cuerpo cuyo peso en la Tierra es de 100 N. Si esta masa se llevara a un planeta distante donde $g = 2.0\ \text{m/s}^2$, ¿cuál sería su peso en ese planeta?

Plan: Primero halle la masa en la Tierra, donde $g = 9.8\ \text{m/s}^2$. Como la masa es constante, use el mismo valor para determinar el peso en el planeta distante donde $g = 2.0\ \text{m/s}^2$.

Solución:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{100\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 10.2\ \text{kg}$$

El peso del planeta es

$$W = mg = (10.2\ \text{kg})(2\ \text{m/s}^2); \qquad W = 20.4\ \text{N}$$

Ejemplo 3.10 Un astronauta que pesa 150 lb se da cuenta de que su peso se reduce a 60 lb en un lugar distante. ¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad en ese lugar?

Plan: En unidades del SUEU, se supone que el astronauta pesa 150 lb sólo donde la aceleración es igual a $g = 32\ \text{ft/s}^2$. Por consiguiente, halle su masa. Luego encuentre la gravedad dado que la masa es la misma en el lugar nuevo.

Solución: En la Tierra, la masa es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{150\ \text{lb}}{32\ \text{ft/s}^2} = 4.69\ \text{slugs}$$

Ahora bien, puesto que $W = mg$, determinamos que la gravedad en el lugar nuevo es

$$g = \frac{W}{m} = \frac{60\ \text{lb}}{4.69\ \text{slugs}}; \qquad g = 12.8\ \text{ft/s}^2$$

3.11 Aplicación de la segunda ley de Newton a problemas de un solo cuerpo

La diferencia principal entre los problemas estudiados en esta sección y los problemas estudiados en otras secciones de la unidad es que una fuerza neta no equilibrada actúa para producir una aceleración. Por tanto, después de construir diagramas de cuerpo libre que describan la situación, el primer paso consiste en la fuerza no equilibrada y establecerla igual al producto de la masa por la aceleración. La cantidad desconocida se determina, entonces, a partir de la relación establecida en la ecuación (3.17):

$$\textit{Fuerza resultante} = \textit{masa} \times \textit{aceleración}$$

$$F\,(\text{resultante}) = ma$$

Los ejemplos siguientes servirán para demostrar la relación entre fuerza, masa y aceleración.

Ejemplo 3.11 Una fuerza resultante de 29 N actúa sobre una masa de 7.5 kg en dirección este. ¿Cuál es la aceleración resultante?

Plan: La fuerza resultante se da por la ecuación $F = ma$, y la aceleración está en la misma dirección que la fuerza resultante.

Solución: Al resolver para a, obtenemos

$$a = \frac{F}{m} = \frac{29\text{ N}}{7.5\text{ kg}}; \qquad a = 3.87\text{ m/s}^2$$

Por tanto, la aceleración resultante es 3.87 m/s^2 dirigida hacia el este.

Ejemplo 3.12 ¿Qué fuerza resultante le impartirá a un trineo de 24 lb una aceleración de 5 ft/s^2?

Plan: Primero halle la masa de un objeto cuyo peso en la Tierra es de 24 lb. Luego use la masa para encontrar la fuerza resultante a partir de $F = ma$.

Solución:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{24\text{ lb}}{32\text{ ft/s}^2} = 0.75\text{ slug}$$

$$F = ma = (0.75\text{ slug})(5\text{ ft/s}^2)$$

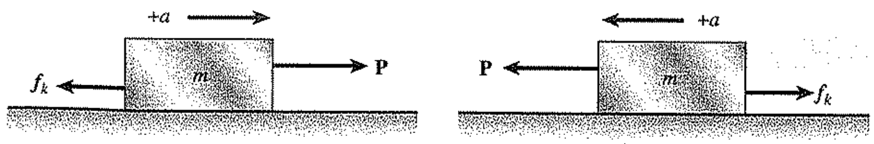
$$F = 3.75\text{ lb}$$

Ejemplo 3.13 En un experimento a bordo de un transbordador espacial, un astronauta observa que una fuerza resultante de sólo 12 N impartirá a una caja de acero una aceleración de 4 m/s^2. ¿Cuál es la masa de la caja?

Solución:

$$F = ma \qquad \text{o} \qquad m = \frac{F}{a}$$

$$m = \frac{12\text{ N}}{4\text{ m/s}^2}; \qquad m = 3\text{ kg}$$



(a) Fuerza neta $\mathbf{P} - f_k$(derecha) (b) Fuerza neta $\mathbf{P} - f_k$(izquierda)

Figura 3.22 La dirección de la aceleración debe elegirse como positiva.

En los ejemplos 3.11 a 3.13, las fuerzas no equilibradas se determinaron fácilmente. No obstante, a medida que se incrementa el número de fuerzas que actúan sobre un cuerpo, el problema de determinar la fuerza resultante se vuelve menos sencillo. En estos casos, tal vez resulte útil analizar ciertas consideraciones.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza resultante siempre produce una aceleración *en la dirección de la fuerza resultante*. Esto significa que la fuerza neta y la aceleración que provoca tienen el mismo signo algebraico, y cada una de ellas tiene la misma línea de acción. Por consiguiente, si la dirección del movimiento (aceleración) se considera positiva, se deberán introducir menos factores negativos en la ecuación $F = ma$. Por ejemplo, en la figura 3.22b es preferible elegir la dirección del movimiento (izquierda) como positiva, ya que la ecuación

$$P - f_k = ma$$

es preferible a la ecuación

$$f_k - P = -ma$$

que resultaría si eligiéramos la dirección a la derecha como positiva.

Otra consideración que resulta del análisis anterior es que las fuerzas que actúan en dirección normal a la línea del movimiento estarán en equilibrio si la fuerza resultante es constante. Entonces, en problemas que incluyen fricción, las fuerzas normales pueden determinarse a partir de la primera condición de equilibrio.

En resumen, las ecuaciones siguientes se aplican a problemas de aceleración:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \tag{3.20}$$

Una de estas ecuaciones se elige a lo largo de la línea de movimiento, y la otra será perpendicular a la misma. Esto simplifica el problema al asegurar que las fuerzas perpendiculares al movimiento estén equilibradas.

Ejemplo 3.14

Una fuerza horizontal de 200 N arrastra un bloque de 12 kg a través de un piso, donde $\mu_k = 0.4$. Determine la aceleración resultante.

Plan: Como la aceleración es producida por una fuerza *resultante*, trace un diagrama de cuerpo libre (véase la figura 3.23b) y elija el eje x positivo a lo largo de la dirección del movimiento. Siguiendo los procedimientos aprendidos en otros apartes del texto, calcule la fuerza resultante y establézcala igual al producto de la masa por la aceleración.

Solución: Al aplicar la segunda ley de Newton al eje x, tenemos

$$\textit{Fuerza resultante} = \textit{masa} \times \textit{aceleración}$$

$$200\text{ N} - f_k = ma$$

Luego, sustituimos $f_k = \mu_k n$ para obtener

$$200\text{ N} - \mu_k n = ma$$

Como las fuerzas verticales están equilibradas, en la figura 3.23b vemos que $\Sigma F_y = ma_y = 0$.

$$n - mg = 0 \qquad \text{o} \qquad n = mg$$

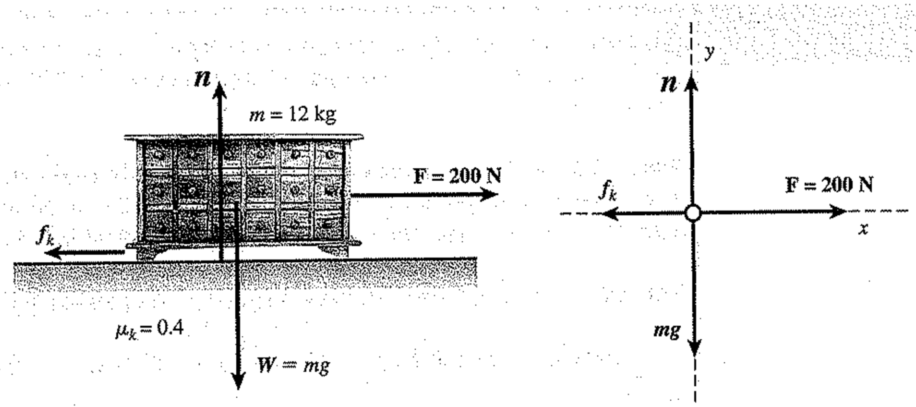


Figura 3.23 (*Foto por Hemera, Inc.*).

Entonces, sustituyendo en la ecuación de movimiento, tenemos

$$200\text{ N} - \mu_k mg = ma$$
$$200\text{ N} - (0.4)(12\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = (12\text{ kg})a$$
$$a = \frac{200\text{ N} - 47.0\text{ N}}{12\text{ kg}} \quad \text{y}$$
$$a = 12.7\text{ m/s}^2$$

3.11.1 Técnicas para resolver problemas

La resolución de todos los problemas físicos requiere una habilidad para organizar los datos proporcionados y para aplicar las fórmulas de una manera consistente. Con frecuencia un procedimiento es útil para el alumno principiante, lo cual es particularmente cierto para los problemas que se presentan en este capítulo. A continuación se indica una secuencia lógica de operaciones para resolver problemas que incluyen la segunda ley de Newton.

Estrategia para resolver problemas

Segunda ley de Newton sobre el movimiento

1. Lea el problema detenidamente y luego trace y marque un esquema.
2. Indique toda la información proporcionada y establezca qué es lo que va a calcular.
3. Construya un diagrama de cuerpo libre para cada objeto que sufre una aceleración y elija un eje x o y a lo largo de la línea de movimiento continua.
4. Indique la dirección positiva de la aceleración a lo largo de la línea de movimiento continua.
5. Distinga entre la masa y el peso de cada objeto.

$$W = mg \qquad m = \frac{W}{g}$$

6. A partir del diagrama de cuerpo libre, determine la fuerza resultante a lo largo de la línea de movimiento positiva elegida (ΣF).
7. Determine la masa total ($m_t = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots$).
8. Establezca que la fuerza resultante (ΣF) es igual a la masa total multiplicada por la aceleración a:

$$\sum F = (m_1 + m_2 + m_3 + \cdots)a$$

9. Sustituya las cantidades conocidas y calcule las desconocidas.

Ejemplo 3.15 El ascensor cargado que se muestra en la figura 7.6 se levanta con una aceleración de 2.5 m/s². Si la tensión en el cable que lo soporta es de 9 600 N, ¿cuál es la masa del elevador y su contenido?

Plan: Siga la estrategia para resolver problemas: trace un diagrama de cuerpo libre apropiado (véase la figura 3.24) y escriba la segunda ley de Newton para la línea de aceleración. Por tanto, la masa del ascensor es la única variable desconocida en esa ecuación.

Solución: Organizamos los datos dados y establecemos qué vamos a calcular.

Dados: $T = 9600$ N; $g = 9.8$ m/s²; $a = 2.5$ m/s²   Encuentre: $m = ?$

Al despejar la masa, es útil escribir el peso como el producto de la masa por la gravedad (mg). Observe que la dirección positiva de la aceleración (hacia arriba) se indica en el diagrama de cuerpo libre. La aceleración a lo largo del eje x es cero y toda la aceleración a está a lo largo del eje y.

$$a_y = a \qquad \text{y} \qquad a_x = 0$$

Por tanto, la fuerza resultante es la suma de las fuerzas a lo largo del eje y

$$\sum F_y = T - mg$$

A partir de la segunda ley de Newton, escribimos

$$\textit{Fuerza resultante} = \textit{masa total} \times \textit{aceleración}$$
$$T - mg = ma$$

Por último, calculamos la masa siguiendo estos pasos:

$$T = mg + ma = m(g + a)$$
$$m = \frac{T}{g + a} = \frac{9600\text{ N}}{9.8\text{ m/s}^2 + 2.5\text{ m/s}^2}$$
$$m = \frac{9600\text{ N}}{12.3\text{ m/s}^2} = 780.5\text{ kg}$$

Puesto que la fuerza resultante debe estar en la misma dirección que la aceleración, muchas veces es conveniente seleccionar un solo eje a lo largo del movimiento como se hizo. Debemos también elegir la dirección del movimiento como positiva.

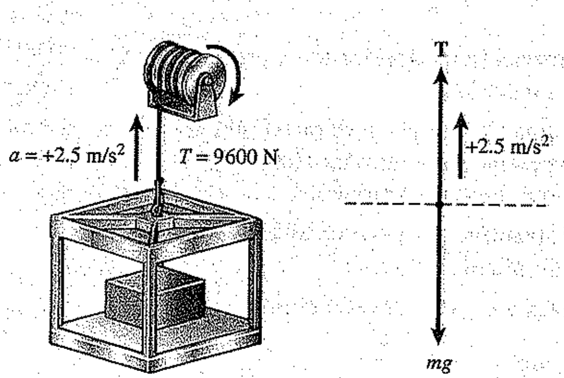


Figura 3.24 Aceleración hacia arriba en un campo gravitacional.

Ejemplo 3.16 Una bola de 100 kg se hace descender por medio de un cable, con una aceleración hacia abajo de 5 m/s². ¿Cuál es la tensión en el cable?

Plan: Siga la estrategia anterior. No obstante, ponga atención a los signos dados para cada uno de los vectores cuando aplique la segunda ley de Newton.

Solución: Al igual que en el ejemplo 3.15, trazamos un esquema y un diagrama de cuerpo libre, como en la figura 3.25. Al organizar la información, escribimos

Dados: $m = 100$ kg; $g = 9.8$ m/s²; $a = 5$ m/s² Encuentre: $T = ?$

La dirección *hacia abajo* del movimiento se elige como dirección positiva. Esto significa que los vectores con dirección hacia abajo serán positivos y aquellos con dirección hacia arriba serán negativos. La fuerza resultantes es, por tanto, $mg - T$ y no $T - mg$. Ahora, a partir de la segunda ley de Newton, escribimos

Fuerza resultante hacia abajo = masa total × aceleración hacia abajo

$$mg - T = ma$$
$$T = mg - ma = m(g - a)$$
$$T = (100\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2 - 5\text{ m/s}^2)$$
$$T = 480\text{ N}$$

Si así lo prefiere, este problema puede resolverse al sustituir los valores conocidos al principio del problema en vez de hallar primero la solución algebraica. Sin embargo, por lo general es mejor hacer la sustitución al final.

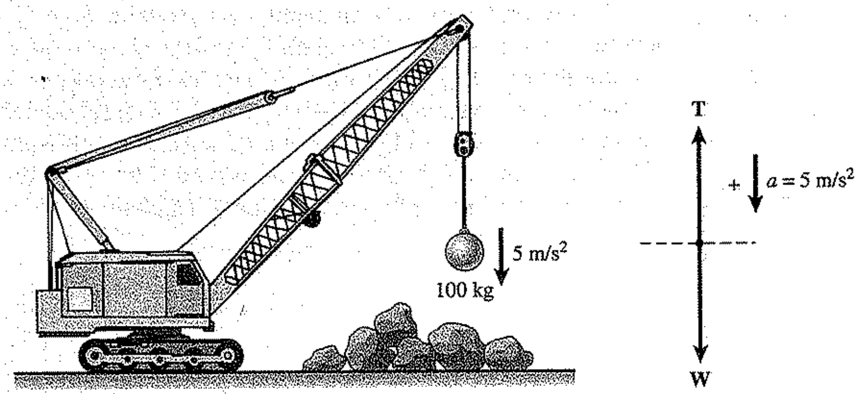


Figura 3.25 Aceleración hacia abajo.

Ejemplo 3.17 Una *máquina de Atwood* consiste en una polea simple con masas suspendidas a ambos lados unidas por un cable. Se trata de una versión simplificada de gran número de sistemas industriales en los cuales se utilizan contrapesos para equilibrar. Suponga que la masa del lado derecho es de 10 kg y que la masa del lado izquierdo es de 2 kg. (a) ¿Cuál es la aceleración del sistema? (b) ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

Plan: En este problema hay dos masas, una que se mueve hacia arriba y otra que se mueve hacia abajo. En estos casos muchas veces es mejor aplicar la segunda ley de Newton primero a todo el sistema de movimiento. La línea de movimiento está, por tanto, hacia arriba a la izquierda (+) y hacia abajo a la derecha (+). Por tanto, la masa del sistema es todo lo que se está moviendo y la fuerza resultante es simplemente la diferencia en los pesos. Una vez que hallamos la aceleración de todo el sistema, se puede aplicar la segunda

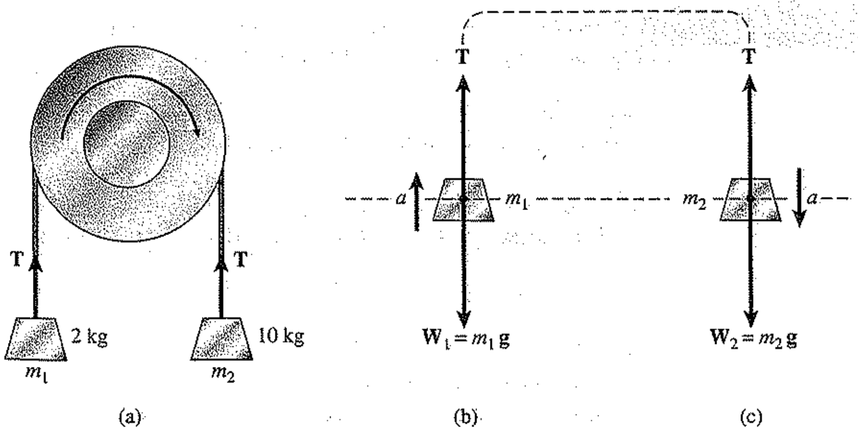


Figura 3.26 Dos masas cuelgan de una polea fija. Se muestran los diagramas de cuerpo libre; la dirección positiva de la aceleración se elige hacia arriba a la izquierda, y hacia abajo a la derecha.

ley de Newton en forma separada a cualquiera de las dos masas para obtener la tensión en la cuerda.

Solución (a): Primero se traza el esquema y los diagramas de cuerpo libre para cada masa, como se muestra en la figura 3.26. Los pesos de las masas se escriben como m_1g y m_2g, respectivamente. Al organizar los datos escribimos

Dados: $m_1 = 2$ kg; $m_2 = 10$ kg; $g = 9.8$ m/s^2; Encuentre: a y T.

Determinaremos la aceleración al considerar *todo* el sistema. Observe que la polea simplemente cambia la dirección de las fuerzas. Si omitimos la masa del cable, la fuerza no equilibrada es tan sólo la diferencia en los pesos ($m_2g - m_1g$). La tensión en el cable no es un factor porque el cable ligero es parte del sistema de movimiento. Si omitimos la masa del cable, la masa total es la suma de todas las masas en movimiento ($m_2g + m_1g$). Al elegir una dirección positiva *constante* para el movimiento (*hacia arriba* en la izquierda y *hacia abajo* en la derecha), aplicamos la segunda ley de Newton:

$$m_2g - m_1g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{m_2g - m_1g}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{(10\text{ kg} - 2\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{10\text{ kg} + 2\text{ kg}}$$

$$a = 6.53\text{ m/s}^2$$

Solución (b): Para resolver para la tensión T en el cable, se debe considerar *cualquiera* de las masas en forma individual ya que si se considera el sistema como un todo, no se incluye la tensión en el cable. Suponga que consideramos sólo aquellas fuerzas que actúan sobre la masa izquierda m_1.

Fuerza resultante en m_1 = *masa* m_1 × *aceleración de* m_1

La aceleración de m_1 es, desde luego, la misma que para el sistema total (6.53 m/s^2). Así que,

$$T - m_1g = m_1a \quad \text{o} \quad T = m_1a + m_1g = m_1(a + g)$$

$$T = (2\text{ kg})(6.53\text{ m/s}^2 + 9.8\text{ m/s}^2)$$

$$T = 32.7\text{ N}$$

Demuestre que se obtendría la misma respuesta si se aplicara la segunda ley de Newton a la segunda masa.

Ejemplo 3.18 Un bloque m_1 de 5 kg se encuentra en reposo sobre una mesa sin fricción. Tiene atada una cuerda que pasa sobre una polea liviana sin fricción y que está atada en su otro extremo a una masa m_2, como se muestra en la figura 3.26. (a) ¿Cuál debe ser la masa m_2 para impartir al sistema una aceleración de 2 m/s²? (b) ¿Cuál es la tensión en la cuerda para este arreglo?

Plan: De nuevo resulta conveniente calcular la aceleración de *todo* el sistema al sumar las fuerzas a lo largo de toda la línea de movimiento. Después de determinar la aceleración, aplique la segunda ley de Newton sólo a una de las masas para hallar la tensión en la cuerda que une las masas.

Solución (a): Dibuje diagramas de cuerpo libre para cada cuerpo del sistema, como se muestra en la figura 3.27. La dirección positiva constante es hacia la derecha en la mesa y hacia abajo para la masa suspendida. La información dada es

Dados: $m_1 = 5$ kg; $a = 2$ m/s^2; $g = 9.8$ m/s^2; Encuentre: m_2 y T.

La fuerza normal $\boldsymbol{n}$ equilibra el peso m_1g de la masa de la mesa y la cuerda es parte del sistema, así que la fuerza resultante sobre el sistema es simplemente el peso de la masa suspendida m_2g. Al aplicar la segunda ley de Newton a todo el sistema se obtiene

$$\textit{Fuerza resultante sobre el sistema} = \textit{masa total} \times \textit{aceleración}$$

$$m_2g = (m_1 + m_2)a$$

Para determinar la masa m_2, debemos despejar la variable como se muestra a continuación:

$$m_2g = m_1a + m_2a$$
$$m_2g - m_2a = m_1a$$
$$m_2(g - a) = m_1a$$
$$m_2 = \frac{m_1a}{g - a}$$

Ahora, la sustitución de valores conocidos da lo siguiente:

$$m_2 = \frac{(5\text{ kg})(2\text{ m/s}^2)}{9.8\text{ m/s}^2 - 2\text{ m/s}^2} = 1.28\text{ kg}$$

Solución (b): Ahora que conocemos la masa m_2, podemos encontrar la tensión en la cuerda al considerar cualquiera de las masas en forma independiente, m_1 o m_2. La opción más simple sería la masa de la mesa m_1, ya que la fuerza resultante sobre la masa es la tensión en la cuerda.

$$T = m_1a = (5\text{ kg})(2\text{ m/s}^2)$$
$$T = 10.0\text{ N}$$

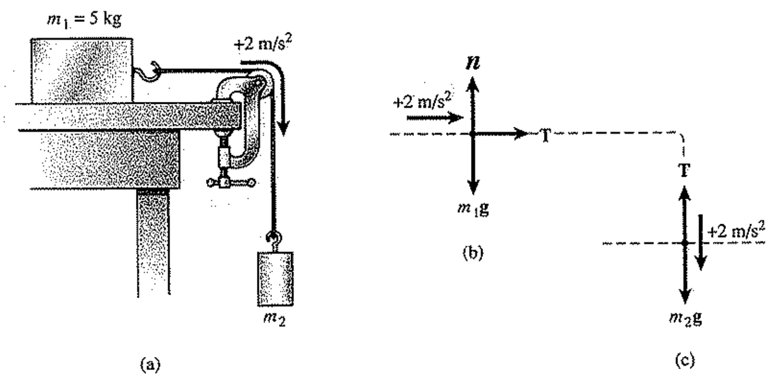


Figura 3.27

La misma respuesta se obtiene si aplicamos la segunda ley de Newton sólo para la masa suspendida. Al elegir la dirección positiva hacia abajo obtenemos

$$m_2g - T = m_2a \quad \text{o} \quad T = m_2(g - a)$$

De nuevo, la sustitución muestra que la tensión debe ser 10.0 N.

Ejemplo 3.19

Considere las masas $m_1 = 20$ kg y $m_2 = 18$ kg en el sistema representado en la figura 3.28. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.1 y el ángulo de inclinación θ es 30°, encuentre (a) la aceleración del sistema y (b) la tensión en la cuerda que une las dos masas.

Plan: Este problema es parecido al ejemplo 3.18 excepto que una de las masas se mueve hacia arriba por el plano inclinado contra la fricción. Elija con cuidado una línea consistente de movimiento para todo el sistema. La ley de Newton se aplicará primero a todo el sistema y después a una sola masa.

Solución (a): Trace un diagrama de cuerpo libre para cada objeto y luego liste la información dada.

Dadas: $m_1 = 20$ kg; $m_2 = 18$ kg; $g = 9.8$ m/s²; Encuentre: a y T.

Observe la línea positiva de movimiento que se muestra en la figura 3.28. Necesitaremos trabajar con las componentes de los vectores que están a lo largo de esta línea o son perpendiculares a la misma. El ángulo de la pendiente es 30°, esto significa que el ángulo de referencia para el peso m_1g es 60° o el ángulo complementario del ángulo de la pendiente. Por tanto, la fuerza resultante en el sistema es la diferencia entre el peso suspendido m_2g y las fuerzas opuestas de fricción f_k y la componente del peso m_1g hacia abajo por el plano inclinado. Al aplicar la ley de Newton obtenemos

Fuerza resultante sobre todo el sistema = masa total × aceleración del sistema

$$m_2g - f_k - m_1g\cos 60° = (m_1 + m_2)a \tag{3.21}$$

Si observamos el diagrama de cuerpo libre y recordamos la definición de la fuerza de fricción, vemos que

$$f_k = \mu_k n \quad \text{y} \quad n = m_1g \operatorname{sen} 60°$$

La sustitución de estas cantidades en la ecuación (3.21) da

$$m_2g - \mu_k(m_1g \operatorname{sen} 60°) - m_1g\cos 60° = (m_1 + m_2)a$$

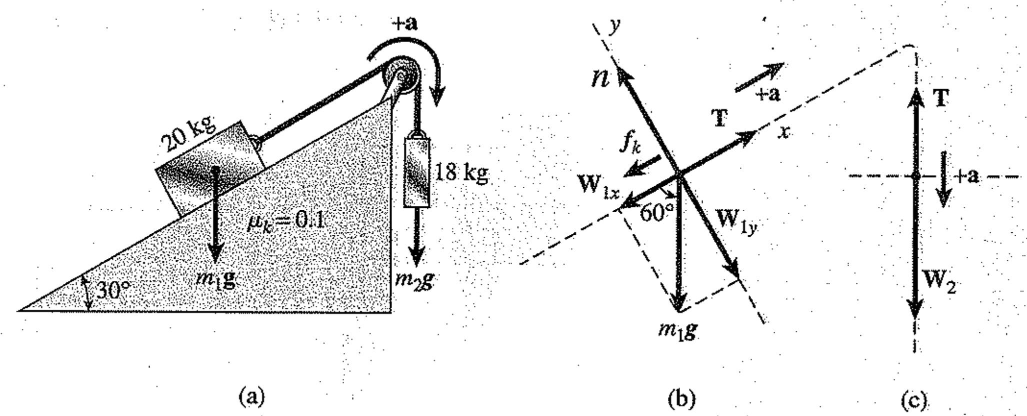


Figura 3.28

Al resolver para a, tenemos

$$a = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g \text{ sen } 60° - m_1 g \cos 60°}{m_1 + m_2}$$

Finalmente, sustituimos toda la información dada para hallar a:

$$a = \frac{(18 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) - 0.1(20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \text{ sen } 60° - (20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \cos 60°}{20 \text{ kg} + 18 \text{ kg}}$$

$$a = 1.62 \text{ m/s}^2$$

Tal vez prefiera sustituir la información dada, pero corre el peligro de cometer un error al principio que irá creciendo en el trabajo subsiguiente.

Solución (b): Para determinar la tensión en la cuerda, aplicamos la ley de Newton sólo a la masa de 18 kg. A partir de la figura 3.28c obtenemos

$$\textit{Fuerza resultante de } m_2 = \textit{masa } m_2 \times \textit{aceleración de } m_2$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$T = m_2 g - m_2 a = m_2(g - a)$$

$$T = (18 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2 - 1.62 \text{ m/s}^2)$$

$$T = 147 \text{ N}$$

Verifique este resultado al aplicar la ley de Newton a la masa sobre el plano inclinado.

3.12 Equilibrio de un cuerpo rígido

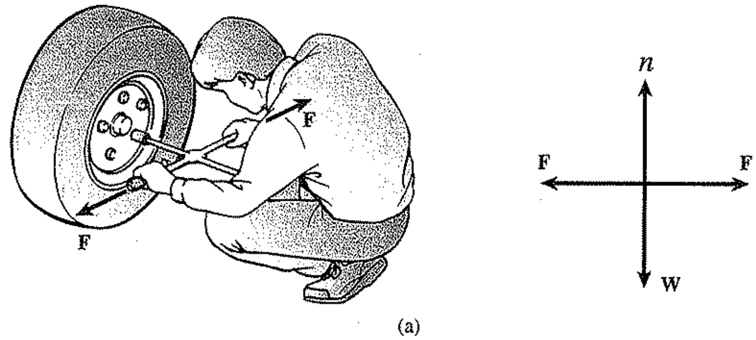
Cuando un cuerpo está en equilibrio, debe encontrarse en reposo o en estado de movimiento rectilíneo uniforme. De acuerdo con la primera ley de Newton, lo único que puede cambiar dicha situación es la aplicación de una fuerza resultante. Hemos visto que si todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo tienen un solo punto de intersección y si su suma vectorial es igual a cero, el sistema debe estar en equilibrio. Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas que no tienen una ***línea de acción*** común, tal vez exista equilibrio traslacional pero no equilibrio rotacional. En otras palabras, quizá no se mueva ni a la derecha ni a la izquierda, tampoco hacia arriba ni hacia abajo, pero puede seguir girando. Al estudiar el equilibrio debemos tomar en cuenta el punto de aplicación de cada fuerza además de su magnitud.

Considere las fuerzas que se ejercen sobre la llave de tuercas de la figura 3.29a. Dos fuerzas **F** iguales y opuestas se aplican a la derecha y a la izquierda. La primera condición de equilibrio nos dice que las fuerzas horizontales y verticales están equilibradas; por lo tanto, se dice que el sistema está en equilibrio. No obstante, si las mismas dos fuerzas se aplican como indica la figura 3.29b, la llave de tuercas definitivamente tiende a girar. Esto es cierto incluso si el vector que resulta de la suma de las fuerzas sigue siendo cero. Es obvio que se requiere una segunda condición de equilibrio que explique el movimiento rotacional. Un enunciado formal de esta condición se presentará posteriormente, aunque antes es necesario definir algunos términos.

En la figura 3.29b, las fuerzas **F** no tienen la misma *línea de acción*.

La línea de acción de una fuerza es una línea imaginaria que se extiende indefinidamente a lo largo del vector en ambas direcciones.

Cuando las líneas de acción de las fuerzas no se intersecan en un mismo punto, puede haber rotación respecto a un punto llamado ***eje de rotación***. En nuestro ejemplo, el eje de rotación es una línea imaginaria que pasa a través del perno en dirección perpendicular a la página.



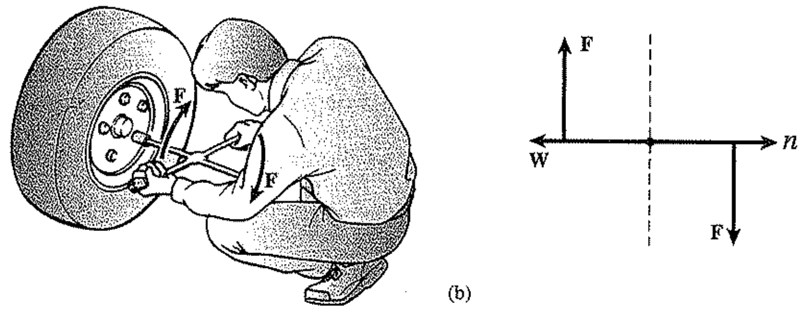


Figura 3.29 (a) Hay equilibrio puesto que las fuerzas tienen la misma línea de acción. (b) No hay equilibrio porque las fuerzas opuestas no tienen la misma línea de acción.

3.13 El brazo de palanca

La distancia perpendicular del eje de rotación a la línea de acción de la fuerza se llama ***brazo de palanca*** de la fuerza, el cual determina la eficacia de una fuerza dada para provocar el movimiento rotacional. Por ejemplo, si se ejerce una fuerza **F** a distancias cada vez mayores del centro de una gran rueda, gradualmente será más fácil hacer girar la rueda en relación con su centro (véase la figura 3.30).

El brazo de palanca de una fuerza es la distancia perpendicular que hay de la línea de acción de la fuerza al eje de rotación.

Si la línea de acción de la fuerza pasa por el eje de rotación (punto A de la figura 3.30), el brazo de palanca es cero. Se observa que no hay efecto rotacional, independientemente de la

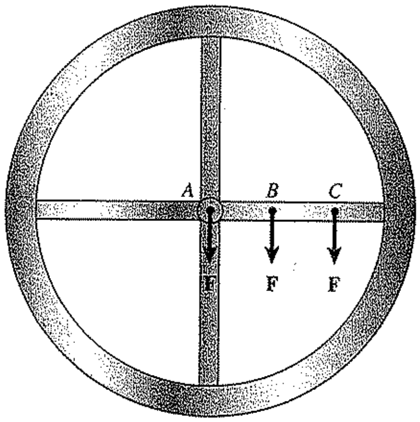


Figura 3.30 La fuerza no equilibrada **F** no produce ningún efecto rotacional sobre el punto *A*, pero cada vez es más eficaz a medida que aumenta su brazo de palanca.

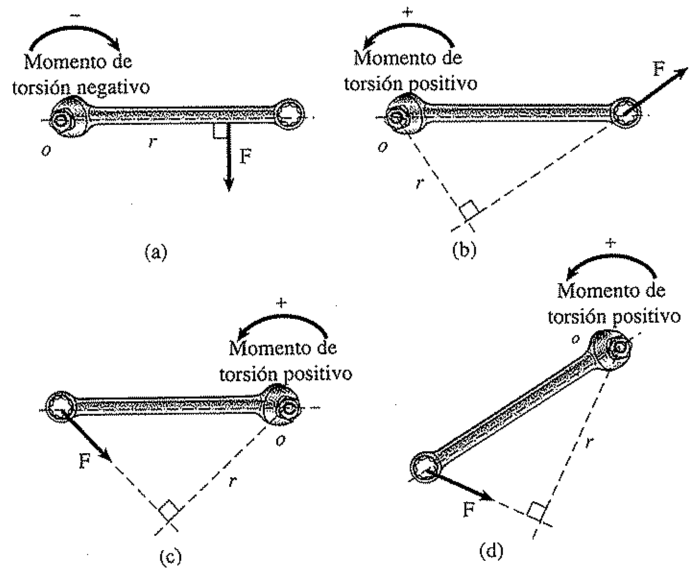


Figura 3.31 Ejemplos de brazos de palanca *r*.

magnitud de la fuerza. En este sencillo ejemplo, los brazos de palanca en los puntos *B* y *C* son simplemente la distancia de los ejes de rotación al punto de aplicación de la fuerza. Sin embargo, hay que notar que la línea de acción de la fuerza no es más que una sencilla construcción geométrica. El brazo de palanca se traza perpendicular a esta línea. Puede ser igual a la distancia del eje al punto de aplicación de la fuerza, pero esto es cierto sólo cuando la fuerza aplicada es perpendicular a esta distancia. En los ejemplos de la figura 3.31, *r* representa el brazo de palanca y *O*, el eje de rotación. Estudie cada ejemplo, observando cómo se trazan los brazos de palanca y razonando si la rotación es en el mismo sentido o contraria al avance de las manecillas del reloj con respecto a *O*.

3.14 Momento de torsión

FÍSICA HOY

La Estación Espacial Internacional se montó usando una versión de alta tecnología de un taladro inalámbrico. La herramienta con empuñadura de pistola, o PGT, que funciona con baterías, puede contar el número de vueltas y limitar la cantidad de momento de torsión aplicado a un perno. La NASA exige a los diseñadores usar sólo un tipo de perno, uno que puedan agarrar fácilmente los astronautas en sus trajes de EVA (*extravehicular activity*).

Se ha definido la ***fuerza*** como un tirón o un empujón que tiende a causar un movimiento. El ***momento de torsión*** τ se define como la tendencia a producir un cambio en el movimiento rotacional. En algunos textos se le llama también *momento de fuerza**. Como ya hemos visto, el movimiento rotacional se ve afectado tanto por la magnitud de una fuerza *F* como por su brazo de palanca *r*. Por tanto, definiremos el momento de torsión como el producto de una fuerza por su brazo de palanca.

Momento de torsión = fuerza × brazo de palanca

$$\tau = Fr \tag{3.22}$$

Es preciso entender que en la ecuación (3.22) *r* se mide en forma perpendicular a la línea de acción de la fuerza **F**. Las unidades del momento de torsión son las unidades de fuerza por distancia, por ejemplo, *newton-metro* (N · m) y *libra-pie* (lb · ft).

Ya antes se estableció una convención de signos para indicar la dirección de las fuerzas. La dirección del momento de torsión depende de si éste tiende a producir la rotación en el sentido de avance de las manecillas del reloj, o sentido retrógrado (sr), o en dirección contraria a ellas o sentido directo (sd). Seguiremos la misma convención que para medir ángulos. Si la fuerza **F** tiende a producir una rotación contraria a la de las manecillas con respecto a un eje, el momento de torsión se considerará positivo. Los momentos de torsión en el sentido de avance de las manecillas del reloj se considerarán negativos. En la figura 3.31, todos los momentos de torsión son positivos (sd), excepto el correspondiente a la figura 3.31a.

* En algunos textos, al momento de torsión también se le llama torque o torca. (*N. del R. T.*)

Ejemplo 3.20 Se ejerce una fuerza de 20 N sobre un cable enrollado alrededor de un tambor de 120 mm de diámetro. ¿Cuál es el momento de torsión producido aproximadamente al centro del tambor?

Plan: Trace un esquema, como el de la figura 3.32, y extienda la línea de acción de la fuerza. Determine el brazo de palanca r y luego encuentre el momento de torsión de la ecuación (3.22).

Solución: Observe que la línea de acción de la fuerza de 20 N es perpendicular al diámetro del tambor; por lo tanto, el brazo de palanca es igual al radio del tambor.

$$r = \frac{D}{2} = \frac{120\text{ mm}}{2} \qquad \text{o} \qquad r = 60\text{ mm} = 0.06\text{ m}$$

La magnitud del momento de torsión se obtiene a partir de la ecuación (3.22).

$$\tau = Fr = (250\text{ N})(0.06\text{ m}) = 15.0\text{ N}\cdot\text{m}$$

Finalmente, determinamos que el *signo* del momento de torsión es negativo porque tiende a causar una *rotación* aproximadamente al centro del tambor. Por tanto, la respuesta debe escribirse como

$$\tau = -15.0\text{ N}\cdot\text{m}$$

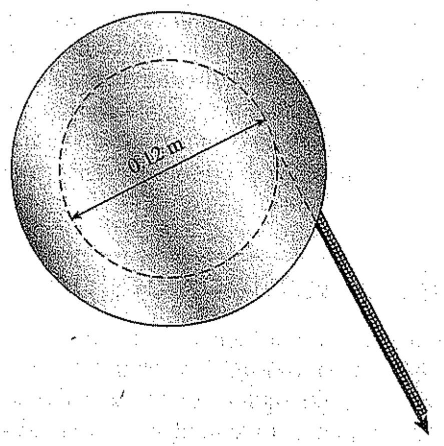


Figura 3.32 Fuerza tangencial ejercida por un cable enrollado alrededor de un tambor.

Ejemplo 3.21 Un mecánico ejerce una fuerza de 20 lb en el extremo de una llave inglesa de 10 in, como se observa en la figura 3.33. Si este tirón forma un ángulo de 60° con el mango de la llave, ¿cuál es el momento de torsión producido en la tuerca?

Plan: A partir del esquema ordenado, determine el brazo de palanca, multiplíquelo por la magnitud de la fuerza y luego asigne el signo adecuado según la convención.

Solución: Primero trace un esquema ordenado, extienda la línea de acción de la fuerza de 20 lb, y dibuje el brazo de palanca como se mostró. Observe que el brazo de palanca r es perpendicular tanto a la línea de acción de la fuerza como al eje de rotación. Debe recordar que el brazo de palanca es una construcción geométrica y puede estar o no sobre

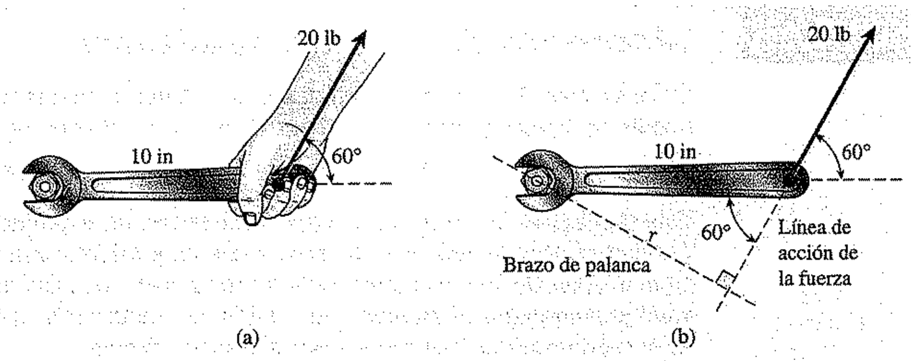


Figura 3.33 Cálculo del momento de torsión.

alguna estructura física, como el mango de la llave de tuercas. A partir de la figura se obtiene

$$r = (10 \text{ in}) \text{ sen } 60° = 8.66 \text{ in}$$
$$\tau = Fr = (20 \text{ lb})(8.66 \text{ in}) = 173 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

Si se desea, este momento de torsión se puede transformar en 14.4 lb · ft.

En algunas aplicaciones, es más útil trabajar con las *componentes* de una fuerza para obtener el momento de torsión resultante. En el ejemplo anterior se podría haber separado el vector de 20 lb en sus componentes horizontal y vertical. En vez de hallar el momento de torsión de una sola fuerza, sería necesario encontrar el momento de torsión de las dos fuerzas componentes. Como indica la figura 3.34, el vector de 20 lb tiene sus componentes F_x y F_y, las cuales se calculan por trigonometría:

$$F_x = (20 \text{ lb})(\cos 60°) = 10 \text{ lb}$$
$$F_y = (20 \text{ lb})(\text{sen } 60°) = 17.3 \text{ lb}$$

Observe en la figura 3.34b que la línea de acción de la fuerza de 10 lb pasa por el eje de rotación. Esto no produce ningún momento de torsión porque su brazo de palanca es cero. Por tanto, el momento de torsión total se debe a la componente de 17.3 lb, que es perpendicular al mango. El brazo de palanca de esta fuerza es la longitud de la llave inglesa, y el momento de torsión es

$$\tau = Fr = (17.3 \text{ lb})(10 \text{ in}) = 173 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

Observe que utilizando este método se obtiene el mismo resultado. No hacen falta más cálculos, porque la componente horizontal tiene un brazo de palanca de cero. Si elegimos las componentes de una fuerza a lo largo y perpendicularmente a la distancia conocida, tan sólo nos interesa el momento de torsión de la componente perpendicular.

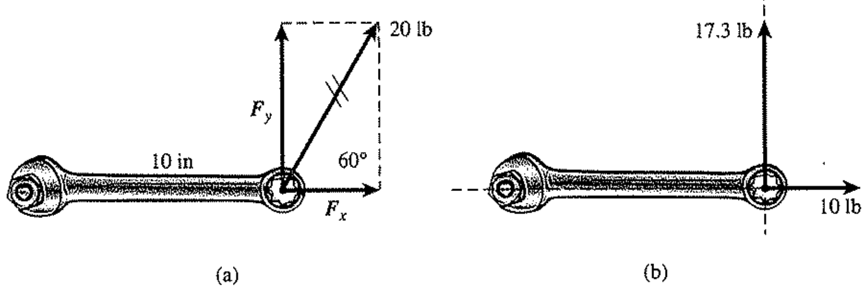


Figura 3.34 Método de las componentes para el cálculo del momento de torsión.

3.15 Momento de torsión resultante

En la sección 3.1.1 se demostró que la resultante de varias fuerzas se puede determinar sumando las componentes x y y de cada fuerza, y así obtener las componentes de la resultante.

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots \qquad R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots$$

Este procedimiento se aplica a fuerzas que tienen un punto de intersección común. Las fuerzas que carecen de una línea de acción común producen una resultante del momento de torsión, además de una resultante de la fuerza traslacional. Cuando las fuerzas aplicadas actúan en el mismo plano, el momento de torsión resultante es la suma algebraica de los momentos de torsión positivos y negativos debidos a cada fuerza.

$$\tau_R = \sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots \tag{3.23}$$

Hay que recordar que los momentos de torsión en contrasentido al avance de las manecillas del reloj son positivos, y los que tienen el mismo sentido de avance de las manecillas son negativos.

Un elemento esencial en las técnicas eficaces para resolver problemas es la organización. El siguiente procedimiento resulta útil para calcular el momento de torsión resultante.

Estrategia para resolver problemas

Cálculo del momento de torsión resultante

1. Luego de leer el problema dibuje una figura y marque los datos.
2. Construya un diagrama de cuerpo libre que indique todas las fuerzas, distancias y el eje de rotación.
3. Extienda las líneas de acción de cada fuerza utilizando líneas punteadas.
4. Dibuje y marque los brazos de palanca de cada fuerza.
5. Calcule los brazos de palanca si es necesario.
6. Calcule los momentos de torsión debidos a cada fuerza independientemente de otras fuerzas; asegúrese de asignar el signo apropiado (sd = +; sr = −).
7. El momento de torsión resultante es la suma algebraica de los momentos de torsión de cada fuerza. Véase la ecuación (3.23).

Ejemplo 3.22

Una pieza angular de hierro gira sobre un punto A, como se observa en la figura 3.22. Determine el momento de torsión resultante en A debido a las fuerzas de 60 N y 80 N que actúan al mismo tiempo.

Plan: Extienda las líneas de acción de las dos fuerzas y determine sus brazos de palanca usando la trigonometría y los ángulos dados. Para cada fuerza, note si la tendencia a rotar sobre el punto A será positiva o negativa por convención. El momento de torsión resultante es la suma algebraica de los momentos de torsión individuales.

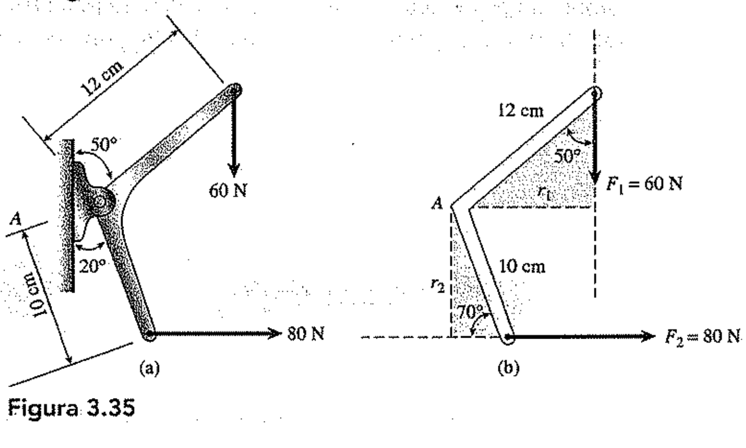


Figura 3.35

Solución: Los brazos de palanca r_1 y r_2 se marcan, como en la figura 3.35b. Las longitudes de los brazos de palanca son:

$$r_1 = (12\text{ cm})\text{ sen }50° = 9.19\text{ cm}$$
$$r_2 = (10\text{ cm})\text{ sen }70° = 9.40\text{ cm}$$

Si se considera A como eje de rotación, el momento de torsión debido a $\mathbf{F}_1$ es negativo (sr) y el causado por $\mathbf{F}_2$ es positivo (sd). El momento de torsión resultante se encuentra así:

$$\begin{aligned}\tau_R &= \tau_1 + \tau_2 = F_1 r_1 + F_2 r_2\\ &= -(60\text{ N})(9.19\text{ cm}) + (80\text{ N})(9.40\text{ cm})\\ &= -552\text{ N}\cdot\text{cm} + 752\text{ N}\cdot\text{cm}\\ &= 200\text{ N}\cdot\text{cm}\end{aligned}$$

El momento de torsión resultante es 200 N · cm, en contrasentido al avance de las manecillas del reloj. Esta respuesta se expresa mejor como 2.00 N · m en unidades del SI.

3.16 Equilibrio rotacional

Ahora estamos listos para analizar la condición necesaria para el equilibrio rotacional. La condición para el equilibrio traslacional quedó establecida en forma de ecuación como

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \tag{3.24}$$

Si se desea asegurar que los efectos rotacionales también estén equilibrados, es preciso estipular que no hay momento de torsión resultante. Por tanto, la segunda condición de equilibrio es:

La suma algebraica de todos los momentos de torsión respecto de cualquier eje debe ser cero.

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots = 0 \tag{3.25}$$

La segunda condición de equilibrio simplemente nos indica que los momentos de torsión en el sentido de avance de las manecillas del reloj están equilibrados con precisión por los momentos de torsión en contrasentido al avance de las manecillas. Más aún, puesto que la rotación no ocurre respecto a ningún punto, podemos elegir cualquier punto como eje de rotación. Mientras los brazos de palanca se midan respecto al mismo punto para cada fuerza, el momento de torsión resultante será de cero. Los problemas se simplifican si se elige el eje de rotación en el punto de aplicación de una fuerza desconocida. Si una fuerza particular tiene un brazo de palanca de cero, no contribuye al momento de torsión, independientemente de su magnitud.

Estrategia para resolver problemas

Equilibrio rotacional

1. Trace y marque un esquema con todos los datos.
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre (si es necesario), indicando las distancias entre las fuerzas.
3. Elija un eje de rotación en el punto donde se proporcione menos información, por ejemplo, en el punto de aplicación de una fuerza desconocida.
4. Sume los momentos de torsión correspondientes a cada fuerza con respecto al eje de rotación elegido y establezca el resultado igual a cero.

$$\tau_R = \tau_1 = \tau_2 + \tau_3 + \cdots = 0$$

5. Aplique la primera condición de equilibrio para obtener dos ecuaciones adicionales.

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

6. Calcule las cantidades que no se conocen.

Ejemplo 3.23 Considere la situación que se presenta en la figura 3.36: Una niña que pesa 300 N y un niño que pesa 400 N están parados sobre una plataforma sostenida por dos soportes *A* y *B*. ¿Qué fuerzas ejercen los soportes sobre la plataforma?

Plan: Trace un diagrama de cuerpo libre (véase la figura 3.36b) que muestre claramente todas las fuerzas y las distancias entre ellas. Si el peso de la tabla se distribuye de manera uniforme, se puede considerar que todo el peso de la tabla actúa sobre su centro geométrico. Estudie el *centro de gravedad* en el tema 3.17. Las fuerzas desconocidas se determinan al aplicar las dos condiciones de equilibrio.

Solución: Al aplicar la primera condición de equilibrio a las fuerzas verticales, obtenemos

$$\sum F_y = 0; \qquad A + B - 300\text{ N} - 200\text{ N} - 400\text{ N} = 0$$

Simplificando esta ecuación se obtiene

$$A + B = 900\text{ N}$$

Puesto que esta ecuación presenta dos incógnitas, es preciso tener más información. Por tanto, aplicamos la segunda condición de equilibrio.

Como la rotación no ocurre respecto a ningún punto, podemos elegir un eje de rotación en cualquier parte que deseemos. Una opción lógica sería elegir un punto donde actúe una de las fuerzas desconocidas porque así se tendría un brazo de palanca de cero. Tomemos la suma de los momentos de torsión respecto al soporte *B*. Por la segunda condición de equilibrio se obtiene

$$\sum \tau_B = 0; \qquad -A(12\text{ m}) + (300\text{ N})(10\text{ m}) + (200\text{ N})(4\text{ m}) - (400\text{ N})(4\text{ m}) = 0$$

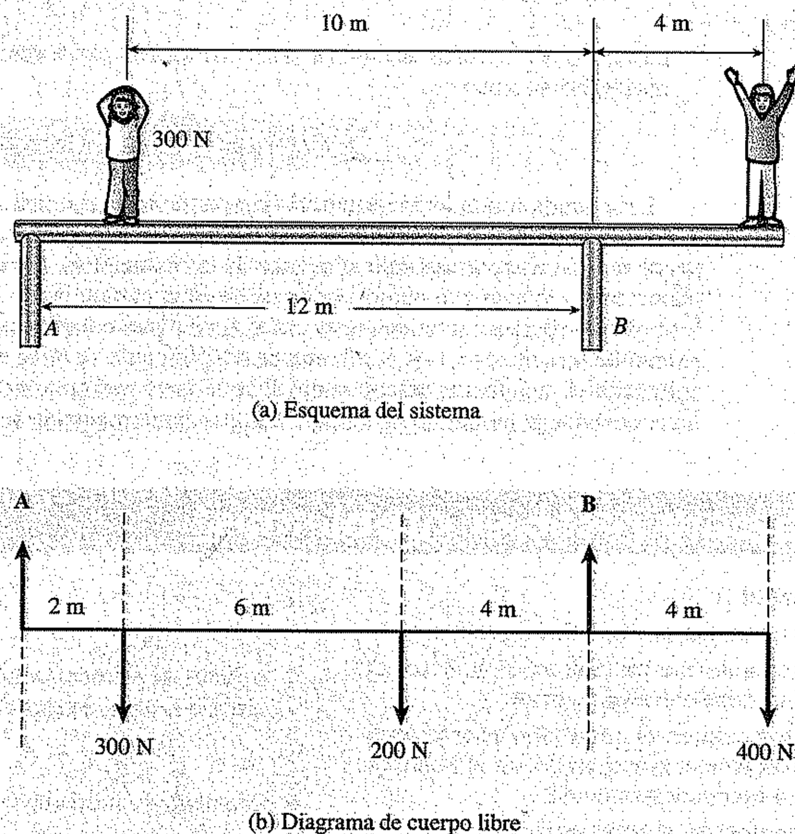


Figura 3.36 Diagrama de cuerpo libre que indica todas las fuerzas y las distancias entre ellas. Suponga que todo el peso de la tabla actúa en su centro geométrico para el cálculo del momento de torsión.

Note que la fuerza de 400 N y la fuerza **A** tienden a producir una rotación en el sentido de avance de las manecillas del reloj con respecto a B (sus momentos de torsión fueron negativos). Simplificando se obtiene

$$-(12 \text{ m})A + 3000 \text{ N} \cdot \text{m} - 1600 \text{ N} \cdot \text{m} + 800 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

Al añadir (12 m)A a ambos lados y simplificar queda

$$2200 \text{ N} \cdot \text{m} = (12 \text{ m})A$$

Al dividir ambos lados entre 12 m, resulta

$$A = 183 \text{ N}$$

Ahora, para determinar la fuerza ejercida por el soporte B, tomemos en cuenta de nuevo la ecuación obtenida a partir de la primera condición de equilibrio.

$$A + B = 900 \text{ N}$$

Al despejar B se obtiene

$$\begin{aligned} B &= 900 \text{ N} - A = 900 \text{ N} - 183 \text{ N} \\ &= 717 \text{ N} \end{aligned}$$

Como comprobación de este resultado, podemos elegir el eje de rotación en A y luego aplicar la segunda condición de equilibrio para determinar B.

Ejemplo 3.24 Una viga uniforme de 500 N de peso y 3 m de longitud está sostenida por un cable, como se observa en la figura 3.37. La viga se apoya en la pared y el cable forma un ángulo de 30° con respecto a la viga, que está en posición horizontal. Si una carga de 900 N se cuelga del extremo derecho, ¿cuál es la tensión T del cable? ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por el pivote?

Plan: Una vez más suponga que todo el peso de la viga actúa en su punto medio. Trace un diagrama de cuerpo libre y aplique las dos condiciones de equilibrio para obtener las fuerzas desconocidas.

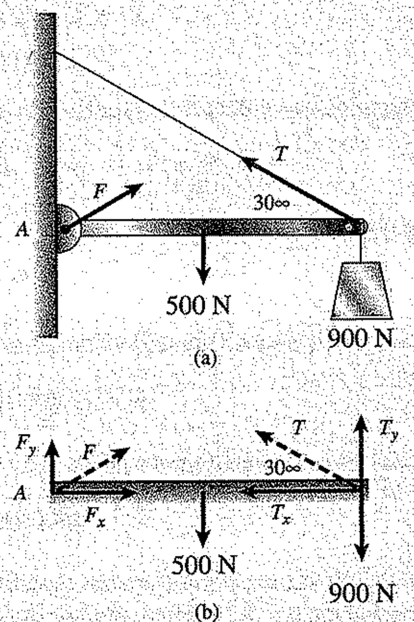


Figura 3.37 Fuerzas que actúan sobre una viga horizontal.

Solución: Cuando se trabaja con fuerzas que forman un ángulo con respecto a la viga, a veces resulta útil trazar un diagrama de cuerpo libre donde se representen las componentes de dichas fuerzas a lo largo de la viga o perpendiculares a la misma (véase la figura 3.37b). Observe que no conocemos ni la magnitud ni la dirección de la fuerza **F** ejercida por la pared en el extremo izquierdo de la viga. (No cometa el error de suponer que la fuerza se ejerce totalmente sobre el pivote como en el tema 3 cuando no consideramos el peso de la viga). Resulta lógico elegir el extremo izquierdo como eje de rotación debido a que, sin importar cuál sea el ángulo, esa fuerza aún tiene un brazo de palanca de cero y su momento de torsión con respecto al punto A también será cero.

Primero calcularemos la tensión del cable sumando los momentos de torsión respecto al extremo izquierdo e igualando el resultado a cero.

$$F(0) - (500\text{ N})(1.5\text{ m}) - (900\text{ N})(3\text{ m}) + T_x(0) + T_y(3\text{ m}) = 0$$
$$0 - 750\text{ N}\cdot\text{m} - 2700\text{ N}\cdot\text{m} + 0 + T_y(3\text{ m}) = 0$$

Al simplificar, obtenemos una expresión para T_y:

$$3T_y = 3450\text{ N} \qquad \text{o} \qquad T_y = \frac{3450\text{ N}}{3} = 1150\text{ N}$$

Ahora, a partir de la figura 3.37b, vemos que

$$T_y = T\text{ sen }30° \qquad \text{o} \qquad T_y = 0.5T$$

Y como $T_y = 1150$ N, escribimos

$$(0.5)T = 1150\text{ N} \qquad \text{o} \qquad T = \frac{3450\text{ N}\cdot\text{m}}{0.5(3\text{ m})} = 2300\text{ N}$$

Enseguida aplicamos la primera condición de equilibrio, usando las componentes horizontal y vertical de F y T junto con las fuerzas dadas. La componente F_x de la fuerza ejercida por la pared en la viga se obtiene al sumar las fuerzas a lo largo del eje x.

$$\sum F_x = 0 \qquad \text{o} \qquad F_x - T_x = 0$$

de donde

$$F_x = T_x = T\cos 30°$$
$$= (2300\text{ N})\cos 30° = 1992\text{ N}$$

La componente vertical de la fuerza F_y se determina al sumar las fuerzas a lo largo del eje y.

$$\sum F_y = 0 \qquad \text{o} \qquad F_y + T_y - 500\text{ N} - 900\text{ N} = 0$$

Despejando F_y, obtenemos

$$F_y = 1400\text{ N} - T_y$$

Usando la trigonometría, hallamos T_y a partir de la figura 3.37b:

$$T_y = (2300\text{ N})\text{ sen }30° = 1150\text{ N}$$

lo cual puede sustituirse para hallar F_y.

$$F_y = 1400\text{ N} - 1150\text{ N} = 250\text{ N}$$

Como ejercicio, demuestre que la magnitud y la dirección de la fuerza **F**, a partir de sus componentes, es 2010 N a un ángulo de 7.2° por arriba de la horizontal.

Antes de concluir esta sección, es aconsejable recordar las convenciones tomadas en este texto respecto a las cifras significativas. En todos los cálculos consideramos tres cifras significativas, así que usted debe mantener cuando menos cuatro cifras significativas en todos sus cálculos antes de redondear la respuesta final. Todos los ángulos deben reportarse a la décima de grado más cercana. Por tanto, la fuerza ejercida por la pared sobre el puntal se escribe como 2010 N a 7.2°.

3.17 Centro de gravedad

Cada partícula que existe en la Tierra tiene al *menos* una fuerza en común con cualquier otra partícula: su peso. En el caso de un cuerpo formado por múltiples partículas, estas fuerzas son esencialmente paralelas y están dirigidas hacia el centro de la Tierra. Independientemente de la forma y tamaño del cuerpo, existe un punto en el que se puede considerar que está concentrado todo el peso del cuerpo. Este punto se llama ***centro de gravedad*** del cuerpo. Por supuesto, el peso no actúa de hecho en este punto, pero podemos calcular el mismo tipo de momento de torsión respecto a un eje dado si consideramos que todo el peso actúa en este punto.

El centro de gravedad de un cuerpo regular, como una esfera uniforme, un cubo, una varilla o una viga, se localiza en su centro geométrico. Este hecho se utilizó en los ejemplos de la sección anterior, donde considerábamos el peso de la viga completa actuando en su centro. Aun cuando el centro de gravedad es un punto fijo, no necesariamente tiene que estar dentro del cuerpo. Por ejemplo, una esfera hueca, un aro circular y un neumático tienen su centro de gravedad fuera del material del cuerpo.

A partir de la definición de centro de gravedad, se acepta que cualquier cuerpo suspendido desde este punto está en equilibrio. Esto es verdad, ya que el vector peso, que representa la suma de todas las fuerzas que actúan sobre cada parte del cuerpo, tiene un brazo de palanca igual a cero. Por tanto, es posible calcular el centro de gravedad de un cuerpo, determinando el punto en el cual una fuerza ascendente producirá un equilibrio rotacional.

Ejemplo 3.25 Calcule el centro de gravedad del sistema de barra con pesas que se presenta en la figura 3.38. Suponga que el peso de la barra de 36 in es insignificante.

Plan: El centro de gravedad es el punto donde una sola fuerza ascendente **F** equilibraría el sistema. Superponiendo un diagrama de cuerpo libre en las pesas, trace la fuerza ascendente **F** en un punto localizado a una distancia desconocida x desde un punto de referencia. En este caso, el punto de referencia se elige en el centro de la masa izquierda. Por último, aplique las condiciones de equilibrio para encontrar esa distancia.

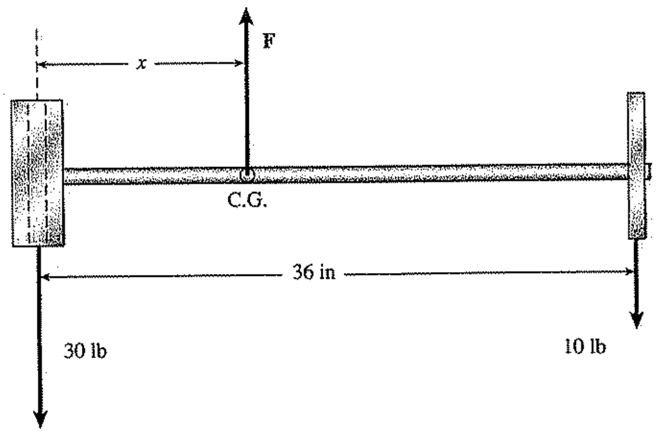


Figura 3.38 Cálculo del centro de gravedad.

Solución: Puesto que la fuerza resultante es cero, la fuerza ascendente **F** debe ser igual a la suma de las fuerzas hacia abajo y podemos escribir

$$F = 30 \text{ lb} + 10 \text{ lb} = 40 \text{ lb}$$

La suma de los momentos de torsión respecto al centro geométrico de la masa izquierda también debe ser igual a cero, así que

$$\sum \tau = (40 \text{ lb})x + (30 \text{ lb})(0) - (10 \text{ lb})(36 \text{ in}) = 0$$
$$(40 \text{ lb})x = 360 \text{ lb} \cdot \text{in}$$
$$x = 9.00 \text{ in}$$

Si las pesas estuvieran suspendidas desde el techo a un punto a 9 in del centro de la masa izquierda, el sistema estaría en equilibrio. Este punto es el centro de gravedad. Usted puede demostrar que se llega a la misma conclusión si se elige el eje en el extremo derecho o en cualquier otro lugar.

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está destinada a describir y analizar el equilibrio y el desequilibrio traslacional de un cuerpo a partir de la aplicación de las leyes de Newton. También, se estudia el equilibrio rotacional de un cuerpo rígido, a partir del concepto de momento de torsión. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes para recordar:

- La *primera ley de Newton del movimiento* establece que un objeto en reposo o en movimiento con rapidez constante conserva su estado de reposo o de movimiento constante, a menos que actúe sobre él una fuerza resultante.
- La *segunda ley de Newton del movimiento* postula que la aceleración **a** de un objeto en la dirección de la fuerza resultante **F** es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza e inversamente proporcional a la masa, *m*.
- La *tercera ley de Newton del movimiento* establece que toda acción debe producir una reacción igual y opuesta. Las fuerzas de acción y reacción no actúan sobre el mismo cuerpo.
- Diagramas de cuerpo libre: a partir de las condiciones del problema, se traza un bosquejo ordenado y en él se indican todas las cantidades conocidas. Luego se construye un diagrama de fuerzas, donde se escriben todas las fuerzas participantes y sus componentes. Toda la información proporcionada, como la de la figura 3.39, debe formar parte del diagrama.
- Equilibrio traslacional: un cuerpo en equilibrio traslacional se caracteriza porque ninguna fuerza resultante actúa sobre él. En este tipo de casos, la suma de todas las componentes de x es cero, y también la suma de todas las componentes de y es cero. Esto se conoce como la primera condición de equilibrio y se escribe

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0$$

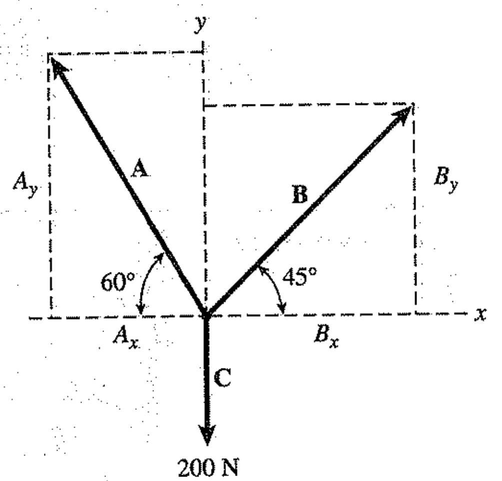


Figura 3.39

- Al aplicar estas condiciones a la figura 3.39, por ejemplo, obtenemos dos ecuaciones con dos variables desconocidas:

$$B \cos 45° - A \cos 60° = 0$$
$$B \operatorname{sen} 45° + A \operatorname{sen} 60° - 200 \text{ N} = 0$$

Estas ecuaciones se resuelven para hallar los valores de A y de B.

- Hay *fricción estática* entre dos superficies cuando el movimiento es inminente. La *fricción cinética* se presenta cuando las dos superficies se encuentran en movimiento relativo. La fuerza de fricción estática es menor o igual que la *máxima* fuerza de fricción estática, que es proporcional a la fuerza normal. La fuerza de fricción cinética también es proporcional a la fuerza normal.

$$f_s \leq \mu_s n \qquad f_k = \mu_s n$$

- Las fuerzas de fricción suelen considerarse en problemas de equilibrio, pero es arduo cuantificarlas y, en la práctica, hay numerosos factores externos que pueden interferir con su aplicación estricta.
- La fórmula matemática que expresa la segunda ley de Newton sobre el movimiento puede escribirse así:

$$\textit{Fuerza} = \textit{masa} \times \textit{aceleración}$$

$$F = ma \qquad m = \frac{F}{a} \qquad a = \frac{F}{m}$$

En unidades del SI: $1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2)$

En unidades del SUEU: $1 \text{ lb} = (1 \text{ slug})(1 \text{ ft/s}^2)$

- El peso es la fuerza debida a una aceleración particular g. Por consiguiente, el peso W se relaciona con la masa m por medio de la segunda ley de Newton:

$$W = mg \qquad m = \frac{F}{g} \qquad g = 9.8 \text{ m/s}^2 \text{ o } 32 \text{ ft/s}^2$$

Por ejemplo, una masa de 1 kg tiene un peso de 9.8 N. Un peso de 1 lb tiene una masa de $\frac{1}{32}$ slug. En un problema específico, debe considerar si le informan el peso o la masa. Luego, es necesario determinar qué se requiere en una ecuación. Las conversiones de masa a peso y de peso a masa son comunes.

- Aplicación de la segunda ley de Newton:
  - Construir un diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo que experimente una aceleración. Indicar en este diagrama la dirección de la aceleración positiva.
  - Determinar una expresión para la fuerza neta resultante sobre un cuerpo o un sistema de cuerpos.
  - Establecer que la fuerza resultante es igual a la masa total del sistema multiplicada por la aceleración del sistema.
  - Resolver la ecuación resultante para la cantidad desconocida.

- El *brazo de palanca* de una fuerza es la distancia perpendicular que hay entre la línea de acción de la fuerza y el eje de rotación.
- El *momento de torsión* con respecto a un eje determinado se define como el producto de la magnitud de una fuerza por su brazo de palanca:

Momento de torsión = fuerza × brazo de palanca

Es positivo si tiende a producir movimiento en contrasentido al avance de las manecillas del reloj y negativo si el movimiento se produce en el mismo sentido de las manecillas.

$$\boxed{\tau = Fr}$$

- El *momento de torsión resultante* τ_R con respecto a un eje particular A es la suma algebraica de los momentos de torsión producidos por cada fuerza. Los signos se determinan por la convención ya mencionada.

$$\tau_R = \sum \tau_A = F_1 r_1 + F_2 r_2 + F_3 r_3 + \cdots$$

- *Equilibrio rotacional:* Un cuerpo en equilibrio rotacional no tiene un momento de torsión resultante que actúe sobre él. En tales casos, la suma de todos los momentos de torsión respecto a cualquier eje debe ser igual a cero. Los ejes pueden elegirse en cualquier parte puesto que el sistema no tiene la tendencia a girar respecto a cualquier punto. Ésta se llama la segunda condición de equilibrio y se escribe como

La suma de todos los momentos de torsión respecto a cualquier punto es cero.

$$\sum \tau = 0$$

- El *equilibrio total* existe cuando se satisfacen la primera y la segunda condiciones de equilibrio. En tales casos, se pueden escribir tres ecuaciones independientes:

$$\boxed{(a)\ \sum F_x = 0 \quad (b)\ \sum F_y = 0 \quad (c)\ \sum \tau = 0}$$

Al escribir estas tres ecuaciones para una situación específica se pueden determinar fuerzas, distancias y momentos de torsión desconocidos.

- El *centro de gravedad* de un cuerpo es el punto a través del cual actúa el peso resultante, independientemente de cómo esté orientado el cuerpo. Para las aplicaciones que incluyen momentos de torsión, se puede considerar que el peso total del objeto actúa en este punto.

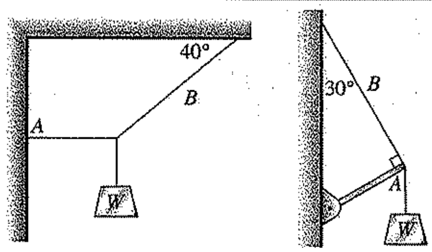
Conceptos clave

Problemas

Nota: En todos los problemas que presentamos al final de este capítulo se considera que el peso de las viguetas o vigas rígidas es despreciable. Se supone también que todas las fuerzas son de tipo concurrente.

Tema 3.6 Diagramas de cuerpo libre

1. Dibuje un diagrama de cuerpo libre correspondiente a las situaciones ilustradas en las figuras 3.40a y b. Descubra



(a) (b)

Figura 3.40

un punto donde actúen las fuerzas importantes y represente cada fuerza como un vector. Calcule el ángulo de referencia y marque las componentes.

2. Estudie cada una de las fuerzas que actúan en el extremo de la viga ligera de la figura 3.41. Dibuje el diagrama de cuerpo libre apropiado.

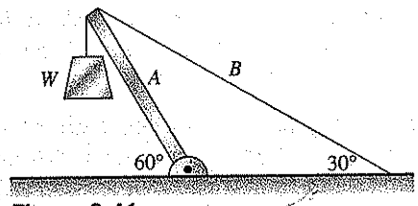


Figura 3.41

Tema 3.7 Solución de problemas de equilibrio

3. Tres ladrillos idénticos están atados entre sí por medio de cuerdas y penden de una balanza que marca en total 24 N. ¿Cuál es la tensión de la cuerda que soporta al ladrillo inferior? ¿Cuál es la tensión en la cuerda que se encuentra entre el ladrillo de en medio y el superior? Resp. 8 N, 16 N

4. Una sola cadena sostiene una polea que pesa 40 N. Entonces se conectan dos pesas idénticas de 80 N con una cuerda que pasa por la polea. ¿Cuál es la tensión en la cadena que sostiene todo el conjunto? ¿Cuál es la tensión en cada una de las cuerdas?

5. Si el peso del bloque de la figura 3.40a es de 80 N, ¿cuáles son las tensiones en las cuerdas A y B? Resp. $A = 95.3$ N, $B = 124$ N

6. Si la cuerda B de la figura 3.40a se rompe con tensiones mayores de 200 lb, ¿cuál es el máximo peso W que puede soportar?

7. Si $W = 600$ N en la figura 3.40b, ¿cuál es la fuerza que ejerce la cuerda sobre el extremo de la vigueta A? ¿Cuál es la tensión en la cuerda B? Resp. $A = 300$ N, $B = 520$ N

8. Si la cuerda B de la figura 3.40a se rompe cuando su tensión es mayor de 400 N, ¿cuál es el peso máximo W?

9. ¿Cuál es el peso máximo W en el caso de la figura 3.40b si la cuerda sólo puede soportar una tensión máxima de 800 N? Resp. 924 N

10. Un bloque de 70 N reposa sobre un plano inclinado a 35°. Calcule la fuerza normal y halle la fuerza de fricción por la que el bloque no resbala.

11. Un cable está tendido sobre dos postes colocados con una separación de 10 m. A la mitad del cable se cuelga un letrero que provoca un pandeo, por lo cual el cable desciende verticalmente una distancia de 50 cm. Si la tensión en cada segmento del cable es de 2 000 N, ¿cuál es el peso del letrero? Resp. 398 N

12. Un semáforo de 80 N cuelga del punto medio de un cable de 30 m tendido entre dos postes. Halle la tensión en cada segmento del cable si éste tiene un pandeo que lo hace descender una distancia vertical de 1 m.

13. Los extremos de tres vigas de 8 ft están clavados unos con otros, formando así un trípode cuyo vértice se encuentra a una altura de 6 ft sobre el suelo. ¿Cuál es la compresión que se produce en cada una de esas vigas cuando un peso de 100 lb se suspende de dicho vértice? Resp. 44.4 lb

14. Un cuadro de 20 N se cuelga de un clavo, como indica la figura 3.42, de manera que las cuerdas que lo sostienen forman un ángulo de 60°. ¿Cuál es la tensión en cada segmento de la cuerda?

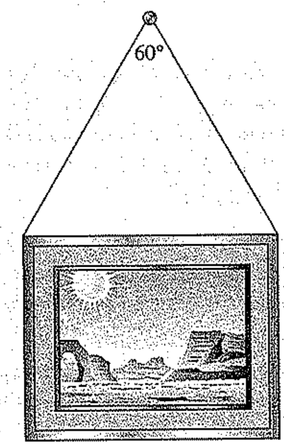


Figura 3.42

Tema 3.8 Fricción

15. Una fuerza horizontal de 40 N es apenas suficiente para poner en marcha un trineo vacío de 600 N sobre nieve compacta. Después de empezar el movimiento se requieren tan sólo 10 N para mantener el trineo a rapidez constante. Halle los coeficientes de fricción estática y cinética. Resp. 0.0667, 0.0167

16. Supongamos que en el trineo descrito en el problema anterior se colocaran 200 N de provisiones. ¿Cuál sería la nueva fuerza necesaria para arrastrarlo a rapidez constante?

17. Supongamos ciertas superficies en las que $\mu_s = 0.7$ y $\mu_k = 0.4$. ¿Qué fuerza horizontal se requiere para que un bloque de 50 N empiece a deslizarse sobre un piso de madera? ¿Qué fuerza se necesita para moverlo a rapidez constante? Resp. 35 N, 20 N

18. Un estibador se ha dado cuenta de que se requiere una fuerza horizontal de 60 lb para arrastrar una caja de 150 lb con

rapidez constante sobre una plataforma de carga. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

19. El estibador del problema 18 se percata de que una caja más pequeña del mismo material puede ser arrastrada con rapidez constante con una fuerza horizontal de sólo 40 lb. ¿Cuál es el peso de esta caja? Resp. 100 lb

20. Un bloque de acero que pesa 240 N descansa sobre una viga de acero bien nivelada. ¿Qué fuerza horizontal logrará mover el bloque a rapidez constante si el coeficiente de fricción cinética es 0.12?

21. Una caja de herramientas de 60 N es arrastrada horizontalmente con una rapidez constante por medio de una cuerda que forma un ángulo de 35° con el piso. La tensión registrada en la cuerda es de 40 N. Calcule las magnitudes de las fuerzas de fricción y normal. Resp. 32.8 N, 37.1 N

22. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética en el ejemplo del problema 21?

23. El coeficiente de fricción estática que corresponde a la madera sobre madera es de 0.7. ¿Cuál es el ángulo máximo que puede adoptar un plano inclinado de madera para que un bloque, también de madera, permanezca en reposo sobre el plano? Resp. 35°

24. Un techo tiene una pendiente con un ángulo de 40°. ¿Cuál debe ser el coeficiente máximo de fricción estática entre la suela de un zapato y ese techo para evitar que una persona resbale?

25. Se empuja un trineo de 200 N sobre una superficie horizontal a rapidez constante, por una fuerza de 50 N cuya dirección forma un ángulo de 28° por debajo de la horizontal. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética? Resp. 0.198

26. ¿Cuál es la fuerza normal que actúa sobre el bloque en la figura 3.43? ¿Cuál es la componente del peso que actúa hacia abajo del plano?

27. ¿Qué empuje **P**, dirigido hacia arriba del plano, hará que el bloque de la figura 3.43 suba por dicho plano con rapidez constante? Resp. 54.1 N

28. Si el bloque de la figura 3.43 se suelta, logrará superar la fricción estática y se deslizará rápidamente descendiendo por el plano. ¿Qué empuje **P**, dirigido hacia la parte superior del plano inclinado, permitirá retardar el movimiento descendente hasta que el bloque se mueva con rapidez constante?

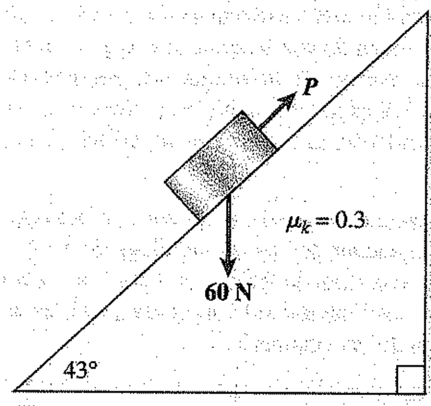


Figura 3.43

Problemas adicionales

29. Calcule la tensión en la cuerda A y la fuerza B ejercida en la cuerda por la viga de la figura 3.44. Resp. A = 231 N, B = 462 N

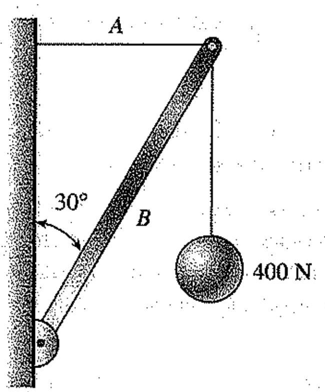


Figura 3.44

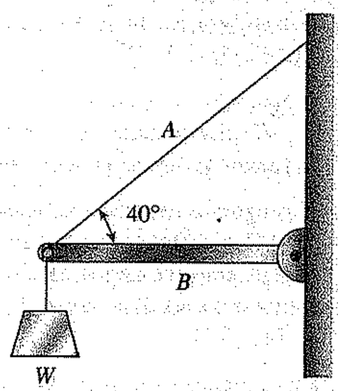


Figura 3.45

30. Si el cable A de la figura 3.45 tiene una resistencia a la rotura de 200 N, ¿cuál es el máximo peso que este aparato puede soportar?

31. ¿Cuál es el empuje mínimo **P**, paralelo a un plano inclinado de 37°, si un carrito de 90 N va a ascender por dicho plano con rapidez constante? Desprecie la fricción. Resp. 54.2 N

32. Una fuerza horizontal de sólo 8 lb mueve un trozo de hielo con rapidez constante sobre un piso (μ_k = 0.1). ¿Cuál es el peso del hielo?

33. Encuentre la tensión en las cuerdas A y B en el dispositivo que muestra la figura 3.46a. Resp. 170 N, 294 N

34. Calcule la tensión en las cuerdas A y B de la figura 3.46b.

35. Se ha tendido horizontalmente un cable en la punta de dos postes verticales colocados a 20 m de distancia uno del

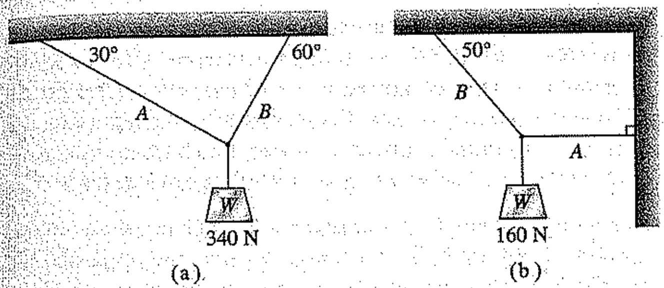


Figura 3.46

otro. Un letrero de 250 N está suspendido del punto medio del cable y hace que éste se pandee en una distancia vertical de 1.2 m. ¿Cuál es la tensión en cada uno de los segmentos del cable? Resp. 1 049 N

36. Suponga que el cable del problema 35 tiene una resistencia a la rotura de 1 200 N. ¿Cuál es el máximo peso que puede soportar en su punto medio?

37. Calcule la tensión en el cable y la compresión en la vigueta de la figura 3.47a. Resp. A = 43.2 lb, B = 34.5 lb

38. Halle la tensión en el cable y la compresión en vigueta de la figura 3.47b.

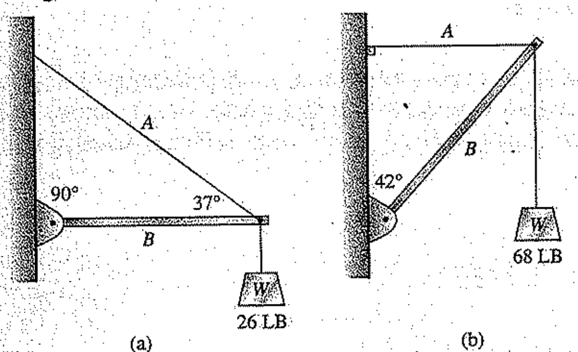


Figura 3.47

39. Calcule la tensión en las cuerdas A y B de la figura 3.48a. Resp. A = 1 405 N, B = 1 146 N

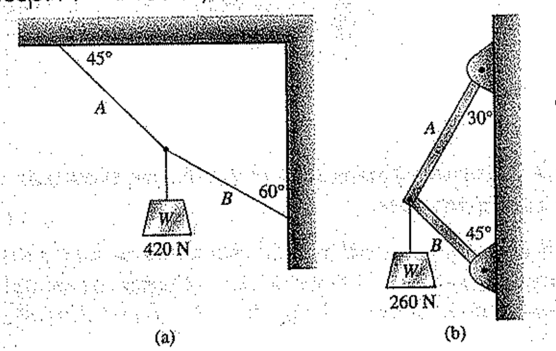


Figura 3.48

40. Halle las fuerzas en las tablas ligeras de la figura 3.48b e indique si éstas se encuentran bajo tensión o bajo compresión.

41. Estudie la estructura ilustrada en la figura 3.49 y analice las fuerzas que actúan en el punto donde la cuerda está atada a los postes ligeros. ¿Cuál es la dirección de las fuerzas que actúan *en* los extremos de los postes? ¿Cuál es la dirección de las fuerzas ejercidas *por* los postes en ese punto? Dibuje el diagrama de cuerpo libre apropiado.

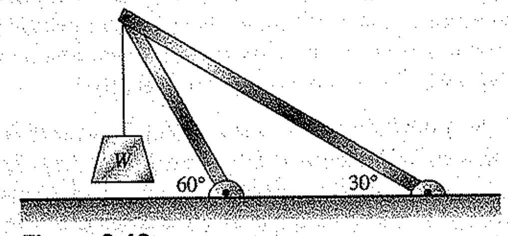


Figura 3.49

42. Calcule las fuerzas que actúan *sobre* los extremos de los postes de la figura 3.49 si W = 500 N.

43. Un borrador de 2 N es presionado con un empuje horizontal de 12 N contra un pizarrón vertical. Si μ_s = 0.25, calcule qué fuerza horizontal se requiere para iniciar un movimiento paralelo al piso. ¿Y si se desea empezar ese movimiento hacia arriba o abajo? Halle las fuerzas verticales necesarias para iniciar apenas el movimiento hacia arriba del pizarrón y después hacia debajo de éste. Resp. 3.00 N, hacia arriba = 5 N, hacia abajo = 1 N

44. Se ha determinado experimentalmente que una fuerza horizontal de 20 lb puede mover una podadora de césped de 60 lb con rapidez constante. El asa de la podadora forma un ángulo de 40° con el suelo. ¿Qué empuje es necesario aplicar en el asa para mover la podadora con rapidez constante? ¿La fuerza normal es igual al peso de la podadora? ¿Cuál es el valor de la fuerza normal?

45. Supongamos que la podadora del problema 44 tuviera que moverse hacia atrás. ¿Qué tirón habrá que ejercer sobre el asa para moverla con rapidez constante? ¿Cuál sería la fuerza normal en este caso? Comente las diferencias entre este ejemplo y el del problema anterior. Resp. 20.4 N, 46.9 N

46. Una camioneta es rescatada de un lodazal con un cable atado al vehículo y a un árbol. Cuando los ángulos son los que se muestran en la figura 3.50, se ejerce una fuerza de 40 lb en el punto central del cable. ¿Qué fuerza se ejerce entonces sobre la camioneta?

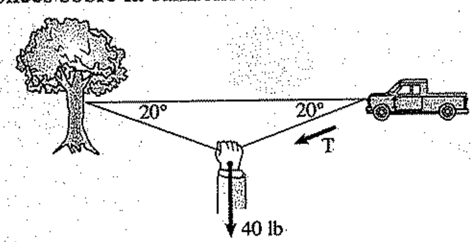


Figura 3.50

47. Suponga que se requiriera una fuerza de 900 N para mover la camioneta de la figura 3.50. ¿Qué fuerza sería necesario aplicar en el punto medio del cable con los ángulos que allí se muestran? Resp. 616 N

48. Un bloque de acero de 70 N está en reposo sobre una pendiente de 40°. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción estática que se dirige hacia arriba del plano? ¿Es ésta necesariamente la máxima fuerza de fricción estática? ¿Cuál es la fuerza normal con este ángulo?

49. Calcule la compresión en la viga central *B* y la tensión en la cuerda *A* en la situación descrita en la figura 3.51. Señale con claridad la diferencia entre la fuerza de compresión en la viga y la fuerza indicada en su diagrama de cuerpo libre. Resp. $A = 643$ N, $B = 938$ N

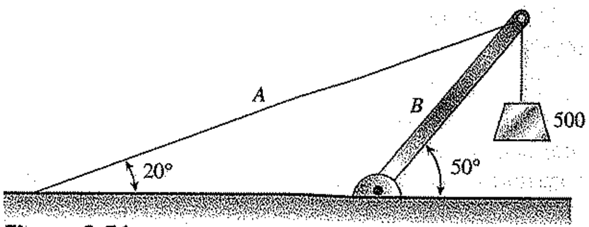


Figura 3.51

50. ¿Qué empuje *horizontal* **P** se requiere para impedir que un bloque de 200 N resbale hacia abajo en un plano inclinado a 60°, en el cual $\mu_s = 0.4$? ¿Por qué se necesita una fuerza menor cuando **P** actúa en una dirección *paralela* al plano? ¿La fuerza de fricción es mayor, menor o igual en estos dos casos?

51. Halle la tensión en cada una de las cuerdas de la figura 3.52 si el peso suspendido es de 476 N. Resp. $A = 476$ N, $B = 275$ N, $C = 275$ N

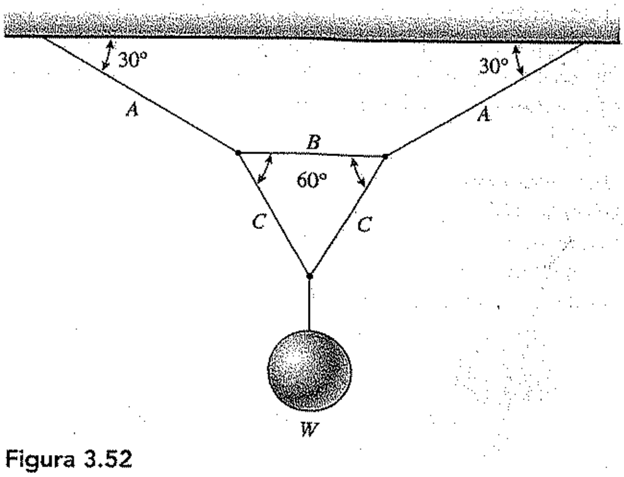


Figura 3.52

52. Encuentre la fuerza requerida para tirar horizontalmente de un trineo de 40 N con rapidez constante, ejerciendo tracción a lo largo de un mástil que forma un ángulo de 30° con el suelo ($\mu_k = 0.4$). Encuentre la fuerza requerida si se desea empujar el mástil en ese mismo ángulo. ¿Cuál es el factor más importante que cambia en estos casos?

53. Dos pesas cuelgan de dos poleas sin fricción como se observa en la figura 3.53. ¿Qué peso *W* hará que el bloque de 300 lb apenas empiece a moverse hacia la derecha? Supongamos que $\mu_s = 0.3$. **Nota:** Las poleas únicamente cambian la dirección de las fuerzas aplicadas. Resp. 108 lb

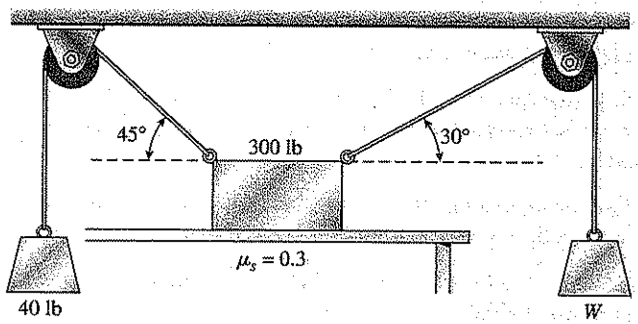


Figura 3.53

54. Encuentre el peso máximo que es posible colgar del punto *O*, tal como aparece en la figura 3.54, sin alterar el equilibrio. Suponga que $\mu_s = 0.3$ entre el bloque y la mesa.

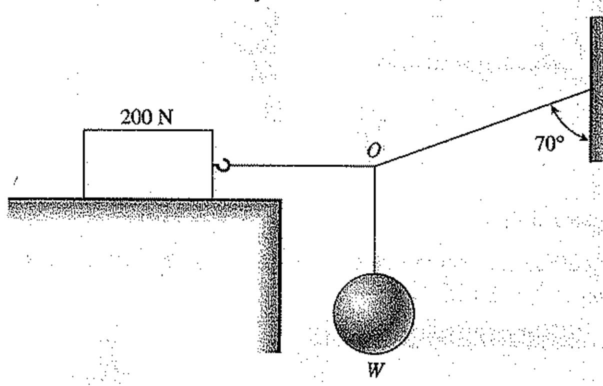


Figura 3.54

Tema 3.9 Desequilibrio: segunda ley de Newton sobre el movimiento

55. Una masa de 4 kg está bajo la acción de una fuerza resultante de (a) 4 N, (b) 8 N y (c) 12 N. ¿Cuáles son las aceleraciones resultantes? Resp. (a) 1 m/s², (b) 2 m/s², (c) 3 m/s²

56. Una fuerza constante de 20 N actúa sobre una masa de (a) 2 kg, (b) 4 kg y (c) 6 kg. ¿Cuáles son las aceleraciones resultantes?

57. Una fuerza constante de 60 lb actúa sobre cada uno de tres objetos, produciendo aceleraciones de 4, 8 y 12 ft/s^2. ¿Cuáles son las masas? Resp. 15, 7.5 y 5 slugs

58. ¿Qué fuerza resultante debe actuar sobre un martillo de 4 kg para impartirle una aceleración de 6 m/s^2?

59. Se ha calculado que una fuerza resultante de 60 N producirá una aceleración de 10 m/s^2 en una carreta. ¿Qué fuerza se requiere para producir en ella una aceleración de sólo 2 m/s^2? Resp. 12 N

60. Un automóvil de 1000 kg avanza hacia el norte a 100 km/h y frena hasta detenerse por completo en 50 m. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza requerida? Resp. 7 720 N, Sur

Tema 3.10 Relación entre peso y masa

61. ¿Cuál es el peso de un buzón de correo de 4.8 kg? ¿Cuál es la masa de un depósito de 40 N? Resp. 47.0 N, 4.08 kg

62. ¿Cuál es la masa de un niño de 60 lb? ¿Cuál es el peso de un hombre de 7 slugs?

63. Una mujer pesa 800 N en la Tierra. Cuando camina en la Luna, su peso es de sólo 133 N. ¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad en la Luna y cuál es la masa de la mujer en ese satélite? ¿Y en la Tierra? Resp. 1.63 m/s^2, 81.6 kg en ambos lugares

64. ¿Cuál es el peso de un astronauta de 70 kg en la superficie de la Tierra? Compare la fuerza *resultante* necesaria para impartirle una aceleración de 4 m/s^2 en la Tierra y la fuerza *resultante* que se requiere para impartirle la misma aceleración en el espacio, donde la gravedad es insignificante.

65. Calcule la masa y el peso de un cuerpo si una fuerza resultante de 16 N basta para impartirle una aceleración de 5 m/s^2. Resp. 3.20 kg, 31.4 N

66. Encuentre la masa y el peso de un cuerpo, sabiendo que una fuerza resultante de 850 N hace que su rapidez se incremente de 6 m/s a 15 m/s en un tiempo de 5 s junto a la superficie de la Tierra.

67. Calcule la masa y el peso de un cuerpo, considerando que con una fuerza resultante de 400 N provoca una disminución de 4 m/s en su velocidad en 3 s. Resp. 300 kg, 2 940 N

Tema 3.11 Aplicación de la segunda ley de Newton a problemas de un solo cuerpo

68. ¿Qué fuerza horizontal se requiere para jalar un trineo de 6 kg con una aceleración de 4 m/s^2 cuando una fuerza de fricción de 20 N se opone al movimiento?

69. Un automóvil de 1200 kg tiene una rapidez de 25 m/s. ¿Qué fuerza resultante se requiere para detenerlo a 70 m en un terreno nivelado? ¿Cuál debe ser el coeficiente de fricción cinética? Resp. 5 357 N, 0.456

70. Una masa de 10 kg se eleva por medio de un cable ligero. ¿Cuál es la tensión en el cable cuando la aceleración es igual a (a) cero, (b) 6 m/s^2 hacia arriba y (c) 6 m/s^2 hacia abajo?

71. Una masa de 20 kg cuelga en el extremo de una cuerda. Halle la aceleración de la masa si la tensión en el cable es (a) 196 N, (b) 120 N y (c) 260 N. Resp. 0, −3.8 m/s^2, +3.2 m/s^2

72. Un ascensor de 800 kg se iza verticalmente con una cuerda resistente. Calcule la aceleración del ascensor cuando la tensión en la cuerda es de (a) 9 000 N, (b) 7 840 N y (c) 2 000 N.

73. Se aplica una fuerza horizontal de 100 N para arrastrar un gabinete de 8 kg sobre un piso nivelado. Encuentre la aceleración del gabinete si $\mu_k = 0.2$. Resp. 10.5 m/s^2

74. En la figura 3.55, una masa desconocida desciende deslizándose por el plano inclinado a 30°. ¿Cuál es la aceleración si no existe fricción alguna?

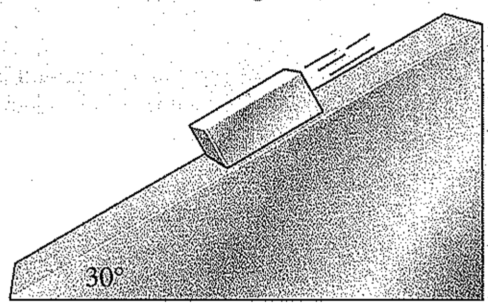


Figura 3.55

75. Suponga que $\mu_k = 0.2$ en la figura 3.55. ¿Cuál es la aceleración? ¿Por qué no es necesario conocer la masa del bloque? Resp. 3.20 m/s^2, baja por el plano

76. Suponga que $m = 10$ kg y $\mu_k = 0.3$ en la figura 3.55. ¿Qué fuerza de empuje **P** dirigida hacia arriba y a lo largo del plano inclinado de la figura 3.55 producirá una aceleración de 4 m/s^2 en dirección ascendente por el plano?

77. ¿Qué fuerza **P** hacia abajo por el plano inclinado de la figura 3.55 se requiere para que la aceleración *hacia abajo* por dicho plano sea de 4 m/s²? Suponga que $m = 10$ kg y $\mu_k = 0.3$. Resp. 16.5 N

Tema 3.12 Aplicaciones de la segunda ley de Newton a problemas con varios cuerpos

78. Suponga una fricción cero en el sistema que muestra la figura 3.56. ¿Cuál es la aceleración del sistema? ¿Cuál es la tensión T en la cuerda de unión?

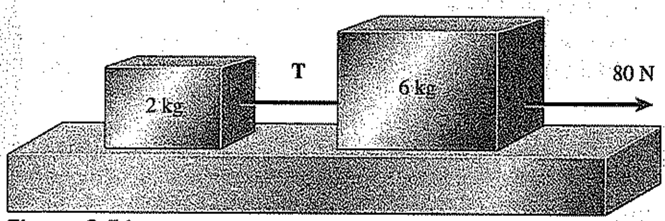


Figura 3.56

79. ¿Qué fuerza ejerce el bloque A sobre el bloque B de la figura 3.57? Resp. 15.0 N

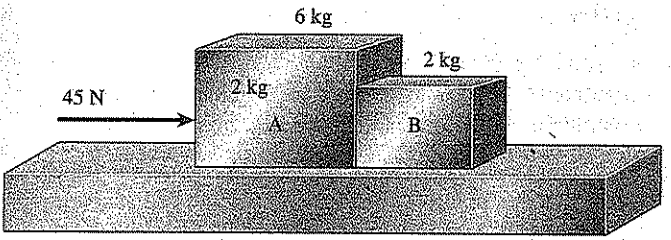


Figura 3.57

80. ¿Cuáles son la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda de unión para la distribución que presenta la figura 3.58? Las superficies no tienen fricción.

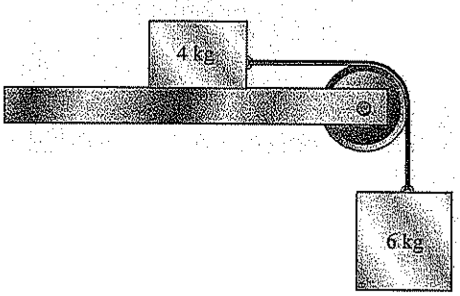


Figura 3.58

81. Si el coeficiente de fricción cinética entre la mesa y el bloque de 4 kg es de 0.2 en la figura 3.58, ¿cuál es la aceleración del sistema? ¿Cuál es la tensión en la cuerda? Resp. 5.10 m/s², 28.2 N

82. Supongamos que las masas $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 8$ kg están unidas por una cuerda que pasa por una polea ligera sin fricción como indica la figura 3.59. ¿Cuáles son la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda?

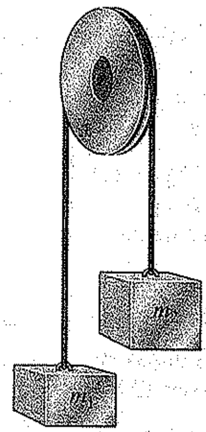


Figura 3.59

83. El sistema descrito en la figura 3.60 parte del reposo. ¿Cuál es la aceleración si se supone una fricción de cero? Resp. 2.69 m/s² descendiendo por el plano

84. ¿Cuál es la aceleración en la figura 3.60 cuando el bloque de 10 kg desciende por el plano en presencia de fricción? Suponga que $\mu k = 0.2$.

85. ¿Cuál es la tensión en la cuerda en el problema 84? Resp. 22.2 N

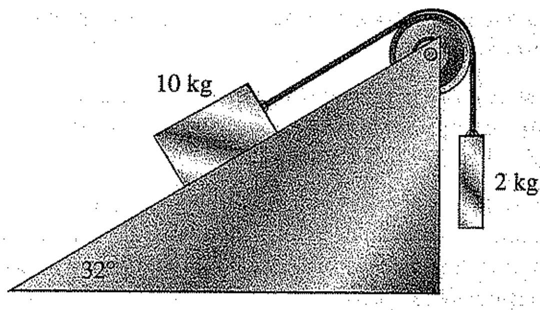


Figura 3.60

Problemas adicionales

86. En la figura 3.59 suponga que la masa m_2 es el triple de la masa m_1. Calcule la aceleración del sistema.

87. Un trabajador de 200 lb está de pie sobre una báscula en el ascensor donde la aceleración hacia arriba es 6 ft/s².

El ascensor se detiene y acelera hacia abajo a 6 ft/s^2. ¿Cuáles serán las lecturas en los movimientos ascendente y descendente? Resp. 238 lb, 163 lb

88. Una carga de 8 kg es acelerada hacia arriba por medio de una cuerda cuya resistencia de rotura es de 200 N. ¿Cuál es la aceleración máxima?

89. El valor de $\mu_k = 0.7$ para neumáticos de caucho en una carretera de concreto. ¿Cuál es la distancia horizontal mínima de frenado para una camioneta de 1600 kg que circula a 20 m/s? Resp. 29.2 m

90. Supongamos que las masas de 4 y 6 kg de la figura 3.58 se intercambian, de modo que la masa más grande esté sobre la mesa. ¿Cuáles serían la aceleración y la tensión en la cuerda (sin tomar en cuenta la fricción)?

91. Una masa de 5 kg descansa sobre un plano inclinado a 34° en el cual $\mu_k = 0.2$. ¿Qué impulso hacia arriba del plano inclinado hará que el bloque se acelere a 4 m/s^2?

92. Un bloque de 96 lb descansa sobre una mesa en la cual $\mu_k = 0.2$. Una cuerda atada a este bloque pasa por una polea ligera sin fricción. ¿Qué peso habrá que aplicar en el extremo libre para que el sistema tenga una aceleración de 4 ft/s^2? Resp. 35.7 lb

93. En un experimento de laboratorio, la aceleración de un carrito se mide por la separación de los puntos marcados a intervalos regulares en una cinta recubierta de parafina. Pesos cada vez más grandes son transferidos del carrito a un gancho colocado en el extremo de una cinta que pasa por una polea ligera sin fricción. De esta manera, la masa de todo el sistema se mantiene constante. En virtud de que el carrito se mueve sobre una pista neumática horizontal con fricción insignificante, la fuerza resultante es igual a las pesas colocadas en el extremo de la cinta. Así se han registrado los siguientes datos:

Peso, W	2	4	6	8	10	12
Aceleración, m/s^2	1.4	2.9	4.1	5.6	7.1	8.4

Elabore una gráfica de peso contra aceleración. ¿Cuál es el significado de la pendiente de esa curva? ¿Cuál es la masa del sistema?

94. En el experimento descrito en el problema 93, el estudiante coloca un peso constante de 4 N en el extremo libre de la cinta. Se realizan varios ensayos y, en cada uno de ellos, la masa del carrito se incrementa agregándole pesas. ¿Qué pasa con la aceleración cuando la masa del sistema se incrementa? ¿Cuál tiene que ser el valor del producto de la masa del sistema y la aceleración en cada ensayo? ¿Será necesario incluir la masa del peso constante 4 N en estos experimentos?

95. Se usa una disposición similar a la que presenta la figura 3.58, salvo que las masas son sustituidas. ¿Cuál es la aceleración del sistema si la masa suspendida es tres veces mayor que la masa colocada sobre la mesa y $\mu k = 0.3$? Resp. 6.62 m/s^2

96. Tres masas, de 2 kg, 4 kg y 6 kg, están unidas (en ese orden) por cuerdas y han sido colgadas del techo con otra cuerda, de modo que la masa más grande está en la posición más baja. ¿Cuál es la tensión en cada cuerda? Si después son separadas del techo, ¿cuál deberá ser la tensión en la cuerda superior para que el sistema tenga una aceleración ascendente de 4 m/s^2? En este último caso, ¿cuáles son las tensiones en las cuerdas que unen las tres masas?

97. Un astronauta de 80 kg sale a una caminata espacial y empuja un panel solar de 200 kg que se desprendió de una nave espacial. Esa fuerza imparte en el panel una aceleración de 2 m/s^2. ¿A qué aceleración está sujeto el astronauta? ¿Los dos seguirán acelerando después del empujón? ¿Por qué? Resp. −5.00 m/s^2, no

98. Un trineo de 400 lb desciende por una colina ($\mu k = 0.2$) cuya pendiente tiene un ángulo de 60°. ¿Cuál es la fuerza normal sobre el trineo? ¿Cuál es la fuerza de fricción cinética? ¿Cuál es la fuerza resultante colina abajo? ¿Cuál es la aceleración? ¿Es necesario conocer el peso del trineo para calcular su aceleración?

99. Tres masas, $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 8$ kg y $m_3 = 6$ kg, están unidas como indica la figura 3.61. Sin tomar en cuenta la fricción, ¿cuál es la aceleración del sistema? ¿Cuáles son las tensiones en la cuerda de la izquierda y la cuerda de la derecha? ¿Sería igual la aceleración si la masa de en medio m_2 fuera eliminada?

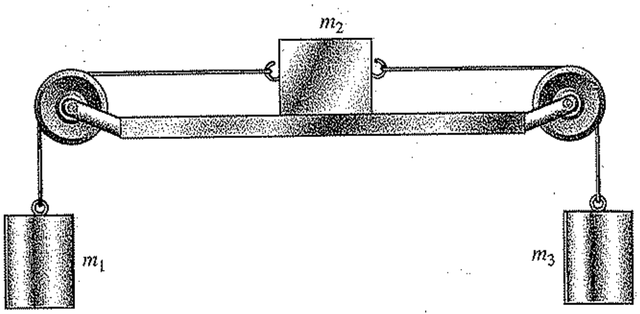


Figura 3.61

100. Suponga que $\mu k = 0.3$ entre la masa m_2 y la mesa de la figura 3.61. Las masas m_2 y m_3 son de 8 y 6 kg respectivamente. ¿Qué masa m_1 se requiere para que el sistema se acelere hacia la izquierda a 2 m/s^2?

101. Un bloque de masa desconocida recibe un impulso hacia arriba en un plano inclinado a 40° y después queda libre. Continúa ascendiendo por el plano (+) con una aceleración de $-9\ m/s^2$. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética? Resp. 0.360

102. El bloque *A* de la figura 3.62 pesa 64 lb. ¿Cuál tendrá que ser el peso de un bloque *B* si el bloque *A* sube por el plano con una aceleración de 6 ft/s^2? No tome en cuenta la fricción.

103. La masa del bloque *B* de la figura 3.62 es de 4 kg. ¿Cuál debe ser la masa del bloque *A* para que descienda por el plano con una aceleración de 2 m/s^2? No tome en cuenta la fricción. Resp. 7.28 kg

104. Suponga que las masas *A* y *B* de la figura 3.62 son de 4 kg y 10 kg, respectivamente. El coeficiente de fricción cinética es 0.3. Calcule la aceleración si (a) el sistema asciende inicialmente por el plano inclinado y (b) el sistema desciende inicialmente por dicho plano.

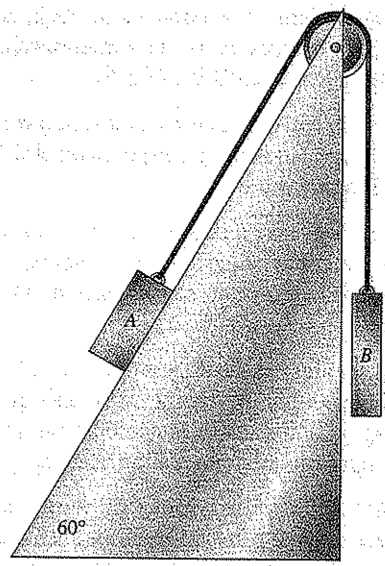


Figura 3.62

Problemas

Tema 3.13 El brazo de palanca

105. Dibuje e identifique con un letrero el brazo de palanca de la fuerza *F* sobre un eje en el punto *A* de la figura 3.63a. ¿Cuál es la magnitud del brazo de palanca? Resp. 0.845 ft

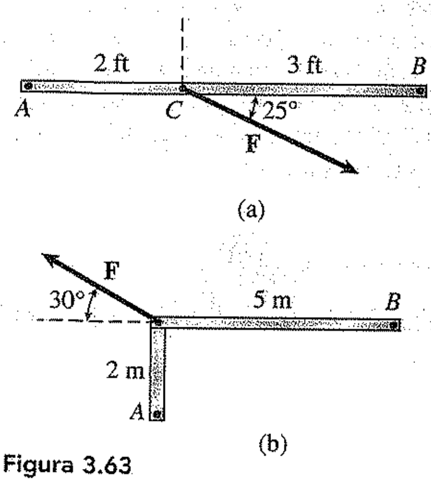


Figura 3.63

106. Calcule el brazo de palanca sobre el eje *B* de la figura 3.63a.

107. Dibuje y marque el brazo de palanca si el eje de rotación está en el punto *A* de la figura 3.63b. ¿Cuál es la magnitud del brazo de palanca? Resp. 1.73 m

108. Halle el brazo de palanca en el eje *B* de la figura 3.63b.

Tema 3.14 Momento de torsión

109. Si la fuerza *F* de la figura 3.63a es igual a 80 lb, ¿cuál es el momento de torsión resultante respecto al eje *A* (considerando insignificante el peso de la varilla)? ¿Cuál es el momento de torsión resultante respecto al eje *B*? Resp. -67.5 lb · ft, 101 lb · ft

110. La fuerza *F* ilustrada en la figura 3.63b es de 400 N y el peso del hierro del ángulo es insignificante, ¿cuál es el momento de torsión resultante respecto al eje *A* y al eje *B*?

111. Una correa de cuero está enrollada en una polea de 20 cm de diámetro. Se aplica a la correa una fuerza de 60 N. ¿Cuál es el momento de torsión en el centro del eje? Resp. 6 N · m

112. La varilla liviana de la figura 3.64 tiene 60 cm de longitud y gira libremente alrededor del punto *A*. Halle la magnitud y el signo del momento de torsión provocado por la fuerza de 200 N, si el ángulo θ es de (a) 90°, (b) 60°, (c) 30° y (d) 0°.

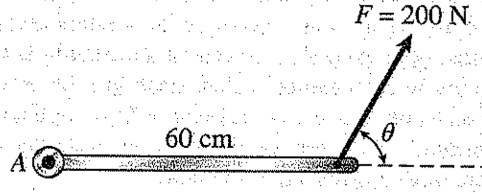


Figura 3.64

113. Una persona que pesa 650 N decide dar un paseo en bicicleta. Los pedales se mueven en un círculo que tiene 40 cm de radio. Si todo el peso actúa sobre cada movimiento descendente del pedal, ¿cuál es el momento de torsión máximo? Resp. 260 N · m

114. Una sola correa está enrollada en dos poleas. La polea de tracción tiene un diámetro de 10 cm y la polea exterior de salida tiene 20 cm de diámetro. Si la tensión en la parte superior de la correa es esencialmente de 50 N en el borde de cada polea, ¿cuáles son los momentos de torsión de entrada y de salida?

Tema 3.15 Momento de torsión resultante

115. ¿Cuál es el momento de torsión resultante respecto al punto A de la figura 3.65? No tome en cuenta el peso de la barra. Resp. 90 N · m

116. Calcule el momento de torsión resultante en el caso de la figura 3.65 si el eje se mueve hasta el extremo izquierdo de la barra.

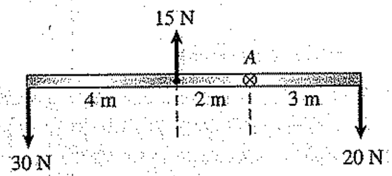


Figura 3.65

117. ¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar en el punto A de la figura 3.63b para que el momento de torsión resultante respecto al punto B sea igual a cero cuando la fuerza $F = 80$ N? Resp. 100 N

118. Dos ruedas de 60 cm y 20 cm de diámetro están unidas y giran sobre el mismo eje como muestra la figura 3.66. ¿Cuál es el momento de torsión resultante respecto a un eje central para los pesos indicados?

119. Suponga que retira el peso de 150 N de la rueda más pequeña en la figura 3.66. ¿Qué nuevo peso puede usted colgar de ella para obtener un momento de torsión resultante de cero? Resp. 600 N

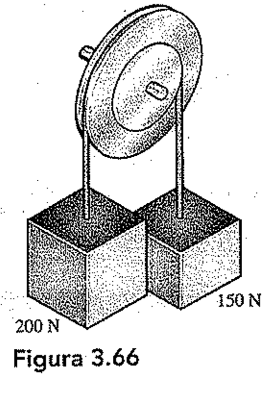


Figura 3.66

120. Encuentre el momento de torsión resultante respecto a la esquina A para la figura 3.67.

121. Halle el momento de torsión resultante respecto al punto C en la figura 3.67. Resp. −16.0 N · m

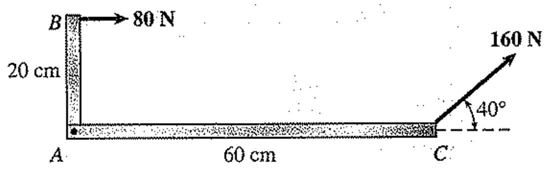


Figura 3.67

122. Halle el momento de torsión resultante respecto al eje B en la figura 3.67.

Tema 3.16 Equilibrio rotacional

123. Una regla graduada de material uniforme se ha equilibrado en su punto medio sobre un solo punto de apoyo. Una pesa de 60 N se cuelga en la marca de 30 cm. ¿En qué punto será necesario colgar una pesa de 40 N para equilibrar el sistema? Resp. En la marca de 80 cm

124. En una regla graduada se colocan pesas de 10 N, 20 N y 30 N en las marcas de 20 cm, 40 cm y 60 cm, respectivamente. La regla se equilibra sobre un solo apoyo en su punto medio. ¿En qué punto habrá que agregar una pesa de 5 N para obtener el equilibrio?

125. Una tabla de 8 m con peso insignificante está sostenida en un punto localizado a 2 m del extremo derecho, donde se le aplica un peso de 50 N. ¿Qué fuerza descendente se debe ejercer en el extremo izquierdo para alcanzar el equilibrio? Resp. 16.7 N

126. Un poste de 4 m es sostenido en sus extremos por dos cazadores que transportan en él un venado de 800 N que cuelga en un punto localizado a 1.5 m del extremo izquierdo. ¿Qué fuerza ascendente necesita ejercer cada cazador?

127. Suponga que la barra de la figura 3.68 tiene un peso insignificante. Halle las fuerzas F y A considerando que el sistema está en equilibrio. Resp. A = 26.7 N, F = 107 N

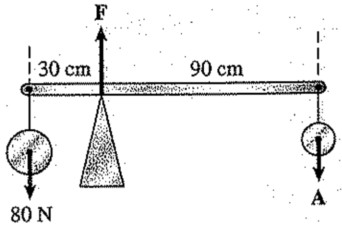


Figura 3.68

128. ¿Cuáles deben ser las fuerzas F_1 y F_2 para que se alcance el equilibrio en la figura 3.69? No tome en cuenta el peso de la barra.

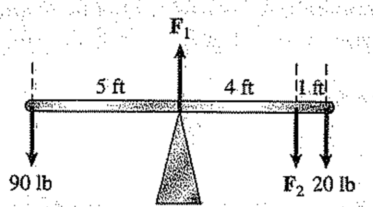


Figura 3.69

129. Considere la barra ligera sostenida como se indica en la figura 3.70. ¿Cuáles son las fuerzas que ejercen los soportes A y B? Resp. A = 50.9 N, B = 49.1 N

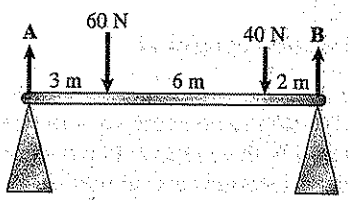


Figura 3.70

130. Una correa en V está enrollada en una polea de 16 pulgadas de diámetro. Si se requiere un momento de torsión resultante de 4 lb ft, ¿qué fuerza es necesario aplicar a lo largo de la correa?

131. Un puente cuyo peso total es de 4 500 N tiene 20 m de longitud y tiene soportes en ambos extremos. Halle las fuerzas que se ejercen en cada extremo cuando se coloca un tractor de 1 600 N a 8 m del extremo izquierdo. Resp. 2 890 N, 3 210 N

132. Una plataforma de 10 ft que pesa 40 lb está apoyada en los extremos sobre escaleras de tijera. Un pintor que pesa 180 lb se ha colocado a 4 ft del extremo derecho. Encuentre las fuerzas que ejercen los soportes.

133. Una viga horizontal de 6 m, cuyo peso es 400 N, gira sobre un pivote fijo en la pared como se observa en la figura 3.71. La viga está sostenida por un cable en un punto localizado a 4.5 m de la pared y sostiene un peso de 1 200 N en el extremo derecho. ¿Cuál es la tensión en el cable? Resp. 2 337 N

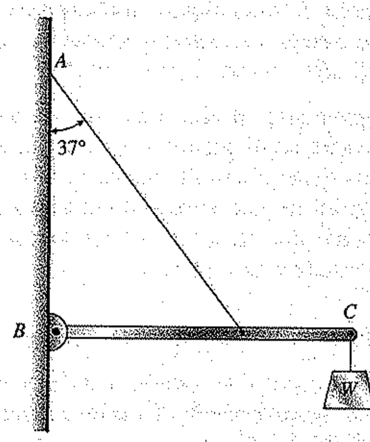


Figura 3.71

134. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce la pared sobre la viga? ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de esta fuerza?

Tema 3.17 Centro de gravedad

135. Una barra de material uniforme tiene una longitud de 6 m y pesa 30 N. De su extremo izquierdo pende una pesa de 50 N y se aplica una fuerza de 20 N en su extremo derecho. ¿A qué distancia del extremo izquierdo se deberá aplicar una sola fuerza ascendente para establecer el equilibrio? Resp. 2.10 m

136. Una esfera de 40 N y una esfera de 12 N están conectadas por una varilla ligera de 200 mm de longitud. ¿A qué distancia del punto medio de la esfera de 40 N está el centro de gravedad?

137. Pesas de 2, 5, 8 y 10 N penden de una varilla ligera de 10 m a distancias de 2, 4, 6 y 8 m del extremo izquierdo. ¿A qué distancia del extremo izquierdo está el centro de gravedad? Resp. 6.08 m

138. Calcule el centro de gravedad de un martillo si la cabeza de metal pesa 12 lb y el mango de 32 in que la sostiene pesa 2 lb. Suponga que la construcción y el peso del mango son uniformes.

Problemas adicionales

139. ¿Cuál es el momento de torsión resultante respecto al pivote de la figura 3.72? Considere que el peso de la barra curva es insignificante. Resp. −3.42 N · m

140. ¿Con qué fuerza horizontal, aplicada al extremo izquierdo de la varilla curva que aparece en la figura 3.72, se alcanzará el equilibrio rotacional? La barra forma un ángulo recto.

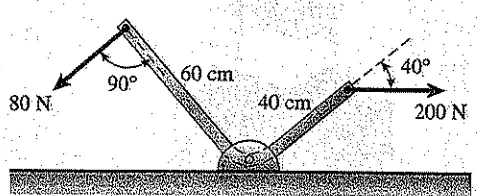


Figura 3.72

141. Pesas de 100, 200 y 500 N se colocan sobre una tabla ligera que descansa en dos soportes, como se aprecia en la figura 3.73. ¿Cuáles son las fuerzas que ejercen los soportes? Resp. 375 N, 425 N

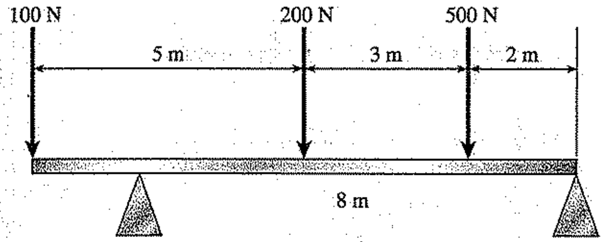


Figura 3.73

142. Una viga de acero de 8 m pesa 2400 N y está sostenida a 3 m del extremo derecho. Si se coloca un peso de 9000 N en el extremo derecho, ¿qué fuerza se debe aplicar en el extremo izquierdo para equilibrar el sistema?

143. Halle el momento de torsión resultante respecto al punto A en la figura 3.74. Resp. -3.87 N · m

144. Encuentre el momento de torsión resultante respecto al punto B en la figura 3.74.

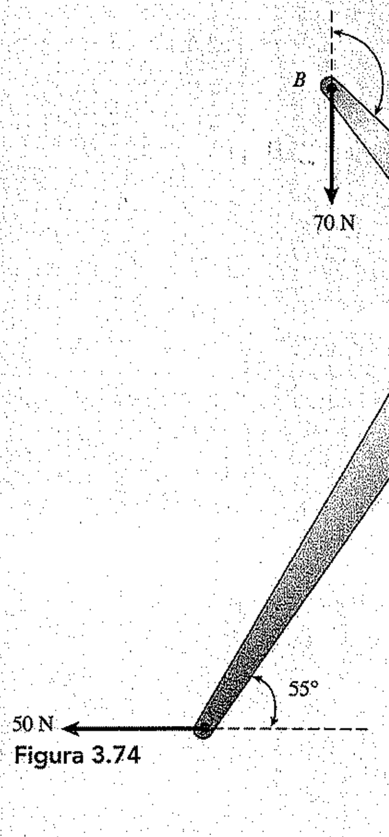


Figura 3.74

145. Una caja de 30 lb y una caja de 50 lb se colocan en los extremos opuestos de una tabla de 16 ft sostenida únicamente en su punto medio. ¿A qué distancia del extremo izquierdo se tendrá que colocar una caja de 40 lb para establecer el equilibrio? ¿Sería diferente el resultado si la tabla pesara 90 lb? ¿Por qué? Resp. 4.00 ft, no

146. En un banco de laboratorio tenemos una piedra pequeña, una regla graduada de 4 N y un solo soporte con borde de navaja. Explique cómo puede usar esos tres elementos para hallar el peso de la piedra pequeña.

147. Calcule las fuerzas F_1, F_2 y F_3 necesarias para que el sistema dibujado en la figura 3.75 quede en equilibrio. Resp. $F_1 = 213$ lb, $F_2 = 254$ lb, $F_3 = 83.9$ lb

148. (a) ¿Qué peso W producirá una tensión de 400 N en la cuerda atada a la viga de la figura 3.76? (b) ¿Cuál sería la tensión de la cuerda si $W = 400$ N? Considere que el peso de la viga es insignificante en ambos casos.

149. Suponga que la viga de la figura 3.76 pesa 100 N y que el peso suspendido W es igual a 40 N. ¿Cuál es la tensión de la cuerda? Resp. $T = 234$ N

150. Para las condiciones que hemos descrito en la pregunta 149, ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el pivote colocado en el piso sobre la base de la viga?

151. ¿Cuál es la tensión del cable de la figura 3.77? El peso de la viga es 300 N, pero se desconoce su longitud. Resp. 360 N

152. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza que ejerce la pared sobre la viga de la figura 3.77? También en esta ocasión, supongamos que el peso de la tabla es de 300 N.

153. Entre los ejes de acero delantero y trasero de un automóvil hay una distancia de 3.4 m. El 60 por ciento del peso del vehículo descansa sobre las ruedas delanteras, ¿a qué distancia del eje frontal se localiza el centro de gravedad? Resp. 1.36 m

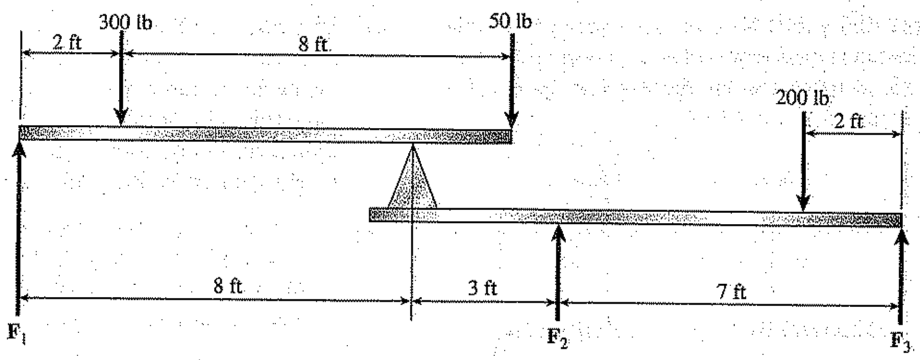


Figura 3.75

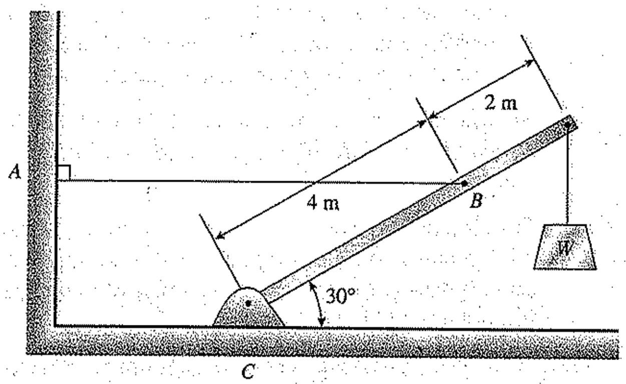


Figura 3.76

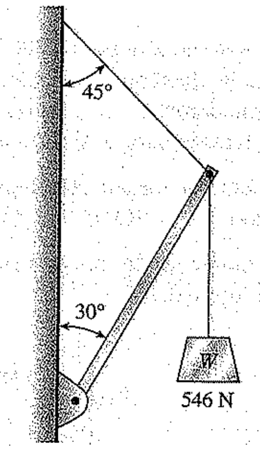


Figura 3.77

UNIDAD

4

Trabajo, energía y potencia

La Ninja, una montaña rusa en el parque Six Flags de Georgia, tiene una altura de 122 ft y una rapidez de 52 mi/h. La energía potencial de la gravedad debida a su altura cambia en energía cinética de movimiento y el intercambio entre los dos tipos de energía continúa hasta el final del recorrido. (*Fotografía de Paul E. Tippens*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Comprender los conceptos de trabajo, energía y potencia.
- Calcular el trabajo resultante.
- Aplicar el teorema de trabajo y energía cinética en la solución de problemas.
- Aplicar el concepto de energía potencial en la solución de problemas.
- Aplicar el principio de conservación de energía en la solución de problemas.
- Aplicar el concepto de potencia en la solución de problemas.
- Comprender los conceptos de máquinas simples y eficiencia.
- Diferenciar entre ventaja mecánica ideal y ventaja mecánica real.
- Comprender el concepto de palanca y aplicar el principio de la palanca en la solución de problemas.
- Trazar diagramas para cada una de las siguientes máquinas simples: palanca, plano inclinado, cuña, engranajes, sistemas de poleas, rueda, gato de tornillo y transmisión por banda.

4.1 Trabajo

Cuando tratamos de arrastrar un carro con una cuerda, como se observa en la figura 4.1a, no pasa nada. Estamos ejerciendo una fuerza y, sin embargo, el carro no se ha movido. Por otra parte, si incrementamos en forma continua esta fuerza, llegará un momento en que el carro se desplazará. En este caso, en realidad hemos logrado algo a cambio de nuestro esfuerzo. En física este logro se define como ***trabajo***. El término *trabajo* tiene una definición operacional, explícita y cuantitativa. Para que se realice un trabajo han de cumplirse tres requisitos:

1. Debe haber una fuerza aplicada.
2. La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada ***desplazamiento***.
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Suponiendo que se cumplen esas condiciones, es posible dar una definición formal de trabajo:

Trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

$$\textit{Trabajo} = \textit{Componente de la fuerza} \times \textit{desplazamiento}$$

$$\text{Trabajo} = F_x x \tag{4.1}$$

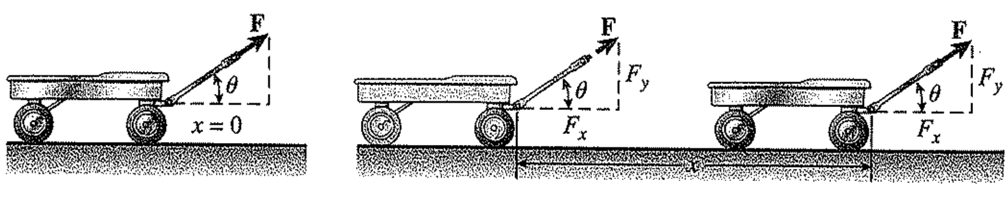
En esta ecuación, F_x es la componente de $\mathbf{F}$ a lo largo del desplazamiento x. En la figura 4.1, sólo F_x contribuye al trabajo. Su magnitud puede determinarse por trigonometría, y el trabajo puede expresarse en términos del ángulo θ formado entre $\mathbf{F}$ y x:

$$\text{Trabajo} = (F \cos \theta)x \tag{4.2}$$

Con gran frecuencia la fuerza que realiza el trabajo está dirigida íntegramente a lo largo del desplazamiento. Esto sucede cuando una pesa se eleva en forma vertical o cuando una fuerza horizontal arrastra un objeto por el piso. En estos casos sencillos, $F_x = F$, y el trabajo es simplemente el producto de la fuerza por el desplazamiento:

$$\text{Trabajo} = Fx \tag{4.3}$$

Otro caso especial se presenta cuando la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento. En esta situación, el trabajo será de cero, ya que $F_x = 0$. Un ejemplo es el movimiento paralelo a la superficie terrestre, en el que la gravedad actúa verticalmente hacia abajo y es perpendicular a todos los desplazamientos horizontales. En esos casos, la fuerza de gravedad no influye.



(a) Trabajo = 0

(b) Trabajo = $(F \cos \theta)\, x$

Figura 4.1 El trabajo realizado por una fuerza $\mathbf{F}$ que ocasiona un desplazamiento x.

Ejemplo 4.1 ¿Qué trabajo realiza una fuerza de 60 N al arrastrar un carro como el de la figura 4.1 a través de una distancia de 50 m, cuando la fuerza transmitida por el manubrio forma un ángulo de 30° con la horizontal?

Plan: Sólo contribuye al trabajo la componente de la fuerza aplicada **F** que se halla a lo largo del desplazamiento. El trabajo se determinará como el producto de esta componente $F \cos \theta$ por el desplazamiento lineal x.

Solución: Al aplicar la ecuación (4.1) se obtiene

$$\text{Trabajo} = (F \cos \theta)x = (60 \text{ N})(\cos 30°)(50 \text{ m})$$
$$\text{Trabajo} = 2600 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Observe que las unidades de trabajo son las unidades de fuerza multiplicadas por las de distancia. Por tanto, en unidades del SI, el trabajo se mide en *newtons-metro* (N · m). Por convención, esta unidad combinada se llama **joule** y se representa con el símbolo J.

Un joule (1 J) es igual al trabajo realizado por una fuerza de un newton al mover un objeto a lo largo de una distancia paralela de un metro.

En el ejemplo 4.1, el trabajo realizado para arrastrar el carro se escribiría 2600 J.

En Estados Unidos, el trabajo se expresa a veces también en unidades del SUEU. Cuando la fuerza se expresa en *libras* (lb) y el desplazamiento en *pies* (ft), la unidad de trabajo correspondiente se llama ***libra-pie*** (ft · lb).

Una libra-pie (1 ft · lb) es igual al trabajo realizado por una fuerza de una libra al mover un objeto a lo largo de una distancia paralela de un pie.

No hay un nombre especial para esta unidad.

Los factores de conversión siguientes son útiles cuando se comparan unidades de trabajo en los dos sistemas:

$$1 \text{ J} = 0.7376 \text{ ft} \cdot \text{lb} \qquad 1 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 1.356 \text{ J}$$

4.2 Trabajo resultante

Cuando consideramos el trabajo de varias fuerzas que actúan sobre el mismo objeto es útil distinguir entre el trabajo positivo y el negativo. En este texto se sigue la convención de que el trabajo de una fuerza concreta es positivo si la componente de la fuerza se halla en la misma dirección que el desplazamiento. El trabajo negativo lo realiza una componente de fuerza que se opone al desplazamiento real. Así, el trabajo que realiza una grúa al levantar una carga es positivo, pero la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre la carga realiza uno negativo. De igual forma, si estiramos un resorte, el trabajo sobre éste es positivo y el trabajo sobre el resorte es negativo cuando éste se contrae y nos arrastra. Otro ejemplo importante de trabajo negativo es el que se realiza mediante una fuerza de fricción que se opone a la dirección del desplazamiento.

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el ***trabajo resultante*** (trabajo total) es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto también será igual al trabajo de la fuerza resultante. La realización de un trabajo neto requiere la existencia de una fuerza resultante. En el ejemplo 4.2 se aclaran estas ideas.

Ejemplo 4.2 Una fuerza de impulsión de 80 N mueve un bloque de 5 kg hacia arriba por un plano inclinado a 30°, como se muestra en la figura 4.2. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y la longitud del plano es de 20 m. (a) Calcule el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque. (b) Demuestre que el trabajo neto realizado por estas fuerzas tiene el mismo valor que el trabajo de la fuerza resultante.

Plan: Elabore y marque un diagrama de cuerpo libre (véase la figura 4.2b) donde se muestre cada fuerza que actúa a lo largo del desplazamiento x. Es importante distinguir entre el trabajo de una fuerza individual, como $\mathbf{P}, f_k$, n o $\mathbf{W}$ y el *trabajo resultante*. En la primera parte del problema consideraremos el trabajo de cada una de estas fuerzas independientemente de las otras. Luego, una vez que se reconozca que todas ellas tienen un desplazamiento común, demostraremos que el trabajo resultante equivale a la suma de los trabajos individuales.

Solución (a): Note que la fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento y cos 90° = 0

$$(\text{Trabajo})_n = (n \cos 90°)x \quad \text{o} \quad (\text{Trabajo})_n = 0$$

La fuerza de impulsión $\mathbf{P}$ se ejerce por completo a lo largo del desplazamiento y en la misma dirección. Por tanto,

$$(\text{Trabajo})_P = (P \cos 0°)_x = (80\text{ N})(1)(20\text{ m})$$
$$(\text{Trabajo})_P = 1600\text{ J}$$

Para calcular el trabajo de la fuerza de fricción f_k y el trabajo del peso $\mathbf{W}$, primero debemos determinar las componentes del peso tanto a lo largo del plano como perpendicularmente a él.

$$W = mg = (5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2); \quad W = 49.0\text{ N}$$
$$W_x = (49.0\text{ N})\text{ sen } 30° = 24.5\text{ N}$$
$$W_y = (49.0\text{ N})\cos 30° = 42.4\text{ N}$$

Observe que la referencia al ángulo de 30° es respecto al eje y en este caso para evitar un diagrama amontonado, lo que significa que el lado opuesto es la componente x y el lado adyacente la componente y. Elija con detenimiento las funciones trigonométricas correctas.

Las fuerzas normales al plano están equilibradas, de forma que $= W_y$ y

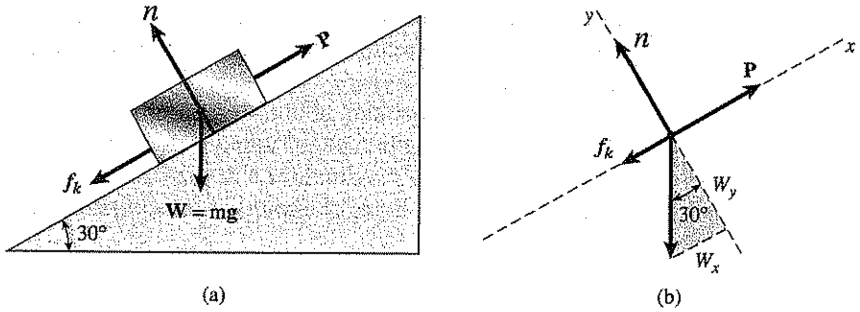
$$n = W_y = 42.4\text{ N}$$

Esto significa que la fuerza de fricción f_k es

$$f_k = \mu_k n = (0.25)(42.4\text{ N}) \quad \text{o} \quad f_k = -10.6\text{ N}$$

El signo menos indica que la fuerza de fricción se dirige hacia abajo del plano. En consecuencia, el trabajo realizado por esta fuerza es

$$(\text{Trabajo})_f = f_k x = (-10.6\text{ N})(20\text{ m}); \quad (\text{Trabajo})_f = -212\text{ J}$$



(a) (b)

Figura 4.2 Trabajo que se requiere para empujar un bloque hacia arriba por un plano inclinado a 30°.

El peso **W** del bloque también realiza un trabajo negativo, ya que su componente W_x tiene dirección opuesta al desplazamiento.

$$(\text{Trabajo})_W = -(24.5 \text{ N})(20 \text{ m}) = -490 \text{ J}$$

Solución (b): El trabajo neto es igual a la suma de los trabajos realizados por cada fuerza

$$\begin{aligned}\text{Trabajo neto} &= (\text{trabajo})_n = (\text{trabajo})_P = (\text{trabajo})_f + (\text{trabajo})_W \\ &= 0 + 1\,600 \text{ J} - 212 \text{ J} - 490 \text{ J} \\ &= 898 \text{ J}\end{aligned}$$

Para demostrar que éste es también el trabajo de la fuerza resultante, calculamos primero esta última, que es igual a la suma de las fuerzas a lo largo del plano inclinado

$$\begin{aligned}F_R &= P - f_k - W_x \\ &= 80 \text{ N} - 10.6 \text{ N} - 24.5 \text{ N} = 44.9 \text{ N}\end{aligned}$$

Por tanto, el trabajo de F_R es

$$\text{Trabajo neto} = F_R x = (44.9 \text{ N})(20 \text{ m}) = 898 \text{ J}$$

que es igual al valor obtenido cuando se calcula el trabajo de cada fuerza por separado.

Es importante distinguir entre el trabajo *resultante* o *neto* y el trabajo de una fuerza individual. Si nos referimos al trabajo necesario para mover un objeto cierta distancia, el trabajo realizado por la fuerza que tira de él no es necesariamente el trabajo resultante. El trabajo puede haberse realizado por medio de una fuerza de fricción o de otras fuerzas. El *trabajo resultante* es simplemente el trabajo hecho por una fuerza resultante. Si ésta es cero, entonces el trabajo resultante también es cero, aun cuando diversas fuerzas individuales puedan estar realizando un trabajo positivo o negativo.

4.3 Energía

La energía puede considerarse *algo que es posible convertir en trabajo*. Cuando decimos que un objeto tiene energía, significa que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar un trabajo sobre él. Por el contrario, si realizamos un trabajo sobre un objeto, le hemos proporcionado a éste una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de energía son las mismas que las del trabajo: *joule* y *libra-pie*.

En mecánica nos interesan dos tipos de energía:

Energía cinética K, que es la energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial U, que es la energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

Se dice que toda masa *m* que tenga velocidad posee también energía cinética. No obstante, para que haya energía potencial es preciso tener el *potencial* –valga la expresión– de una fuerza aplicada. Por tanto, un objeto en sí no puede tener energía potencial; más bien, esta última ha de pertenecer al *sistema*. Una caja que se mantiene a cierta distancia sobre la superficie de la Tierra es un ejemplo de un sistema con energía potencial. Si se le soltara, nuestro planeta ejercería una fuerza sobre ella; sin la Tierra no habría energía potencial.

Se puede pensar en numerosos ejemplos de cada tipo de energía. Por ejemplo, un automóvil en marcha, una bala en movimiento y un volante que gira tienen la capacidad de realizar trabajo a causa de su movimiento. De forma similar, un objeto que ha sido levantado, un resorte comprimido y una liga estirada tienen el potencial para realizar trabajo siempre que se active una fuerza. En la figura 4.3 se presentan varios ejemplos de cada tipo de energía.

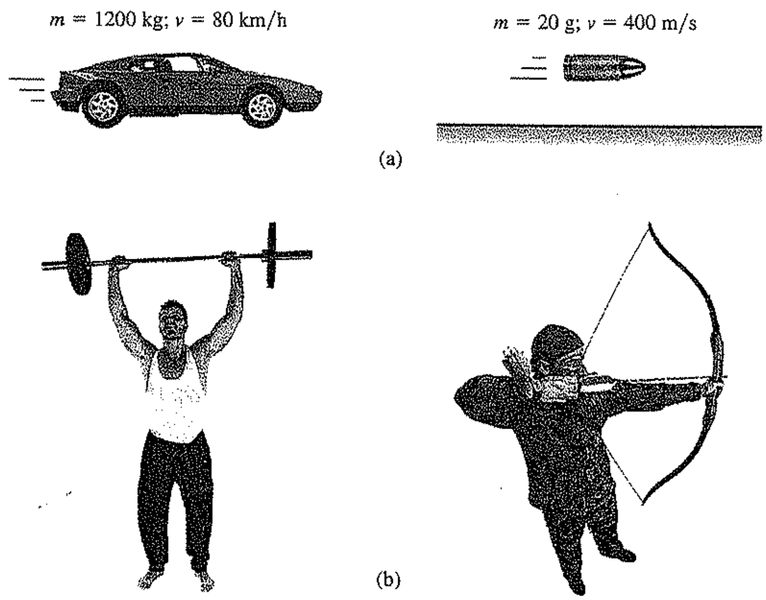


Figura 4.3 (a) Energía cinética de un automóvil o de una bala en movimiento. (b) Energía potencial de una pesa suspendida o de un arco tenso. (*Fotografía de Hemera, Inc.*)

4.4 Trabajo y energía cinética

Hemos definido la energía cinética como la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento de un cuerpo. Para analizar la relación entre movimiento y trabajo, consideremos una fuerza **F** que actúa sobre el carrito de la figura 4.4. Supondremos que esta fuerza es la *fuerza resultante* sobre el carrito y despreciaremos toda fuerza de fricción. Digamos que el carrito y su carga tienen una masa combinada m y que tiene una velocidad inicial y final v_0 y v_f, respectivamente. De acuerdo con la segunda ley de Newton del movimiento, habrá una aceleración resultado de la razón

$$a = \frac{F}{m} \tag{4.4}$$

Para proseguir con este ejemplo, recuerde que en la unidad 2 vimos que:

$$2ax = v_f^2 - v_0^2$$

que puede expresarse en términos de a como sigue:

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2x}$$

Si sustituimos esta expresión en la ecuación 4.4 queda:

$$\frac{F}{m} = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2x}$$

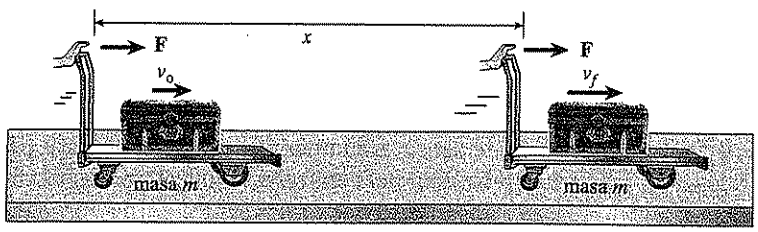


Figura 4.4 El trabajo realizado por la fuerza resultante **F** produce un cambio en la energía cinética de la masa total m. (*Fotografías de Hemera*).

Después de reordenar los factores y simplificar se obtiene

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Si se presta atención, este resultado muestra que el miembro izquierdo de la ecuación representa el *trabajo resultante* hecho por una fuerza constante ejercida a lo largo del desplazamiento x. Los términos del miembro derecho son los valores inicial y final de una cantidad importante ($\frac{1}{2}mv^2$). Denominaremos a esta cantidad la energía cinética y escribiremos la fórmula

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \textit{Energía cinética} \qquad \textbf{(4.5)}$$

Con esta definición, ahora podemos afirmar que *el trabajo resultante efectuado sobre una masa **m** por una fuerza constante* **F** *ejercida a lo largo de una distancia **x** es igual al cambio de energía cinética* ΔK. Ésta es la definición de lo que designaremos ***teorema del trabajo-energía***.

Teorema del trabajo-energía: El trabajo de una fuerza externa resultante ejercida sobre un cuerpo es igual al cambio de la energía cinética de ese cuerpo

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \textbf{(4.6)}$$

En muchas aplicaciones, la fuerza F de la ecuación (4.6) no es constante, sino que varía significativamente a lo largo del tiempo. En tales casos, el teorema del trabajo-energía puede aplicarse para determinar la *fuerza media*, que podemos considerar como la fuerza constante que realizaría la misma cantidad de trabajo.

Un análisis cuidadoso del teorema del trabajo-energía demostrará que un incremento de la energía cinética ($v_f > v_0$) ocurre como resultado de un *trabajo positivo*, en tanto que una *disminución* en la energía cinética ($v_f < v_0$) es el resultado de un trabajo *negativo*. En el caso especial en que el trabajo sea cero, la energía cinética es constante e igual al valor dado en la ecuación (4.6). Cabe señalar, asimismo, que las unidades de la energía cinética han de ser iguales que las del trabajo. Como ejercicio, debe demostrar que 1 kg · m/s² = 1 J.

Ejemplo 4.3 Calcule la energía cinética de un mazo de 4 kg en el instante en que su velocidad es de 24 m/s.

Solución: Con la aplicación directa de la ecuación (4.5) obtenemos

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(4\text{ kg})(24\text{ m/s})^2$$

$$K = 1\,150\text{ J}$$

Ejemplo 4.4 Calcule la energía cinética de un automóvil de 3 200 lb que viaja a 60 mi/h (88 ft/s).

Plan: Como se describe el peso del auto en unidades del SUEU, debe dividir entre la gravedad para hallar su masa. Después, calcule la energía cinética como siempre.

Solución:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3\,200\text{ lb}}{32\text{ ft/s}^2}\right)(88\text{ ft/s})^2 = 3.87 \times 10^5\text{ ft} \cdot \text{lb}$$

El uso de libra-pie como unidad es anacrónico y se pide no emplearlo. Sin embargo, aún se le utiliza, si bien limitadamente, de modo que a veces es preciso realizar la conversión respectiva.

Ejemplo 4.5 ¿Qué fuerza media F es necesaria para detener una bala de 16 g que viaja a 260 m/s y que penetra en un trozo de madera a una distancia de 12 cm?

Plan: La fuerza ejercida por el bloque sobre la bala no es de ningún modo constante, pero puede suponer una fuerza *media* de detención. Entonces, el trabajo necesario para detener la bala será igual al cambio de energía cinética (véase la figura 4.5).

Solución: Tras observar que la velocidad de la bala cambia de un valor inicial de $v_0 =$ 260 m/s a uno final igual a cero, la aplicación directa de la ecuación (4.6) resulta en

$$Fx = \frac{1}{2}m(0)^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 \qquad \text{o} \qquad Fx = -\frac{1}{2}mv_f^2$$

Al resolver explícitamente para F se obtiene

$$F = \frac{-mv_f^2}{2x}$$

Las cantidades dadas en SI son

$$m = 16\text{ g} = 0.016\text{ kg}; \quad x = 12\text{ cm} = 0.12\text{ m}; \quad v_0 = 260\text{ m/s}$$

Al sustituir valores se obtiene la fuerza media de detención

$$F = \frac{-mv_f^2}{2x} = \frac{-(0.016\text{ kg})(260\text{ m/s})^2}{2(0.12\text{ m})}$$

$$F = -4510\text{ N}$$

El signo menos indica que la fuerza era opuesta al desplazamiento. Cabe señalar que esta fuerza es aproximadamente 30 000 veces el peso de la bala.

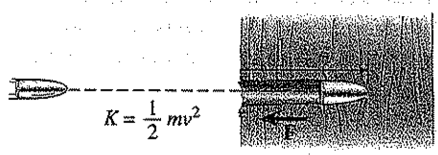


Figura 4.5 El trabajo realizado para detener la bala es igual al cambio en la energía cinética de ésta.

4.5 Energía potencial

La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama *energía potencial.* Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo. Supongamos que el martinete de la figura 4.6 se utiliza para levantar un cuerpo cuyo peso es **W** hasta una altura h por arriba del pilote colocado sobre el suelo. Decimos que el sistema Tierra-cuerpo tiene una energía potencial gravitacional. Cuando se deje caer ese cuerpo, realizará un trabajo al golpear el pilote. Si es lo suficientemente pesado y cae desde una altura suficientemente grande, el trabajo realizado hará que el pilote recorra una distancia y.

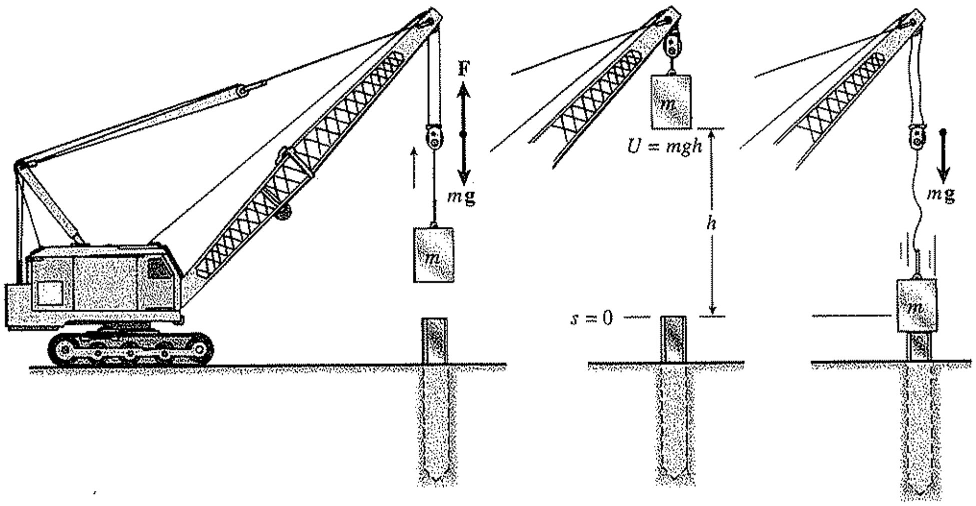
FÍSICA HOY

El agua que está en la rueda superior de una noria tiene energía potencial. A medida que el agua cae, esta energía se vuelve cinética, y se aprovecha para hacer girar la rueda. La energía potencial disminuye a medida que la energía cinética aumenta.

La fuerza externa **F** necesaria para elevar el cuerpo debe ser por lo menos igual al peso **W**. Entonces, el trabajo realizado por el sistema está dado por

$$\text{Trabajo} = Wh = mgh$$

Esta cantidad de trabajo también puede ser efectuada *por* el cuerpo después de caer una distancia h. Por tanto, el cuerpo tiene una energía potencial igual en magnitud al trabajo externo necesario para elevarlo. Esta energía no proviene del sistema Tierra-cuerpo, sino que resulta del trabajo realizado sobre el sistema por un agente externo. Sólo una fuerza *externa*, como **F** en la figura 4.6, o la fricción, puede añadir o extraer energía del sistema formado por el cuerpo y la Tierra.



(a) (b) (c)

Figura 4.6 (a) Para levantar una masa m hasta una altura h se requiere un trabajo igual a mgh. (b) Por tanto, la energía potencial es mgh. (c) Cuando se deja caer la masa tiene la capacidad para realizar el trabajo equivalente a mgh sobre el pilote.

Con base en lo anterior, la energía potencial U se determina a partir de

$$U = Wh = mgh \qquad \textit{Energía potencial} \qquad \textbf{(4.7)}$$

donde W y m son, respectivamente, el peso y la masa de un objeto situado a una distancia h arriba de un punto de referencia.

La energía potencial depende de la elección de un nivel de referencia específico. La energía potencial gravitacional en el caso de un avión es muy diferente cuando se mide respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar trabajo es mucho mayor si el avión cae al nivel del mar. La energía potencial tiene un significado físico únicamente cuando se establece un nivel de referencia.

Ejemplo 4.6

Una caja de herramientas de 1.2 kg se halla 2 m por encima de una mesa que está a la vez a 80 cm del piso. Determine la energía potencial respecto a la parte superior de la mesa y respecto al piso.

Plan: La altura por encima de la mesa y la altura arriba del piso son los dos puntos de referencia de la energía potencial. El producto del peso por la altura nos dará la energía potencial respecto a ellos.

Solución (a): La energía potencial respecto a la parte superior de la mesa es

$$\begin{aligned} U &= mgh = (1.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m}) \\ &= 23.5 \text{ J} \end{aligned}$$

Observe que kilogramos, metros y segundos son las únicas unidades de masa, longitud y tiempo que pueden ser congruentes con la definición de joule.

Solución (b): La altura total en el segundo caso es la suma de la altura de la parte superior de la mesa a partir del piso y la altura de la caja de herramientas por encima de la mesa.

$$\begin{aligned} U &= mgh = mg(2 \text{ m} + 0.80 \text{ m}) \\ &= (1.2 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(2.8 \text{ m}) \\ &= 32.9 \text{ J} \end{aligned}$$

Ejemplo 4.7 Una unidad comercial de aire acondicionado de 300 kg es elevada por medio de la cadena de un montacargas hasta que su energía potencial es de 26 kJ con relación al piso. ¿Cuál será la altura arriba de éste?

Plan: Resolveremos la ecuación (4.7) para h y luego sustituiremos los valores conocidos.

Solución: Tenemos que $U = 26$ kJ o 26 000 J y que $m = 300$ kg; por tanto

$$U = mgh; \qquad h = \frac{U}{mg}$$

$$h = \frac{26000\ \text{J}}{(300\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)} = 8.84\ \text{m}$$

FÍSICA HOY

Las piedras de una pirámide de Egipto construida hace 2500 años tienen hoy la misma energía potencial que cuando se construyó la pirámide.

Hemos señalado que el potencial para realizar trabajo tan sólo es función del peso mg y de la altura h sobre algún punto de referencia. La energía potencial en una posición específica sobre ese punto no depende de la trayectoria seguida para llegar a esa posición, puesto que debe realizarse el mismo trabajo contra la gravedad independientemente de la trayectoria. En el ejemplo 4.7, se necesitó un trabajo de 26 kJ para subir el acondicionador de aire a una altura vertical de 8.84 m. Si preferimos ejercer una fuerza menor subiéndolo por un plano inclinado, se requerirá una mayor distancia. En cualquier caso, el trabajo realizado contra la gravedad es de 26 kJ, ya que el resultado final es la colocación de una masa de 300 kg a una altura de 8.84 m.

4.6 Conservación de la energía

Con mucha frecuencia, cuando la rapidez es relativamente baja tiene lugar un intercambio entre las energías potencial y cinética. Supongamos que se levanta una masa m hasta una altura h y luego se la deja caer (véase la figura 4.7). Una fuerza externa ha incrementado la energía del sistema, dándole una energía potencial $U = mgh$ en el punto más alto. Ésta es la energía total disponible para el sistema y no puede modificarse a menos que se enfrente a una fuerza de resistencia externa. En la medida en que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que se reduce la altura sobre el piso. La pérdida de energía potencial reaparece en forma de

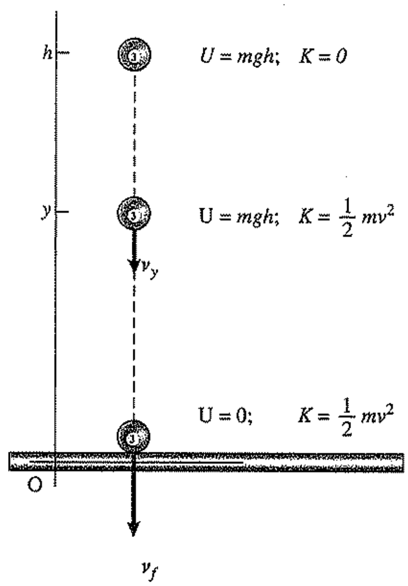


Figura 4.7 Si no hay fricción, la energía total ($U + K$) es constante. Es la misma en la parte superior, a la mitad, en la parte inferior o en cualquier otro punto de la trayectoria.

energía cinética de movimiento. En ausencia de la resistencia del aire, la energía total ($U + K$) permanece igual. La energía potencial sigue transformándose en energía cinética hasta que la masa llega al piso ($h = 0$).

En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. Es importante señalar que la suma de U y K es la misma en cualquier punto durante la caída (véase la figura 4.7). Si denotamos la energía total de un sistema con E, entonces podemos escribir

$$\textit{Energía total} = \textit{energía cinética} + \textit{energía potencial} = \textit{constante}$$

$$E = K + U = \textit{constante}$$

En el ejemplo de una pelota que cae, se dice que la energía mecánica se conserva. En la parte más alta la energía total es mgh, en tanto que en la parte más baja es $\frac{1}{2}mv_f^2$, si despreciamos la resistencia del aire. Ahora estamos listos para enunciar el principio de ***conservación de la energía mecánica***:

> **Conservación de la energía mecánica:** En ausencia de resistencia del aire o de otras fuerzas disipadoras, la suma de las energías potencial y cinética es una constante, siempre que no se añada ninguna otra energía al sistema.

Cuando se aplique este principio resulta conveniente pensar en el principio y el fin del proceso de que se trate. En cualquiera de esos puntos, si hay velocidad v, existe una energía cinética K; si hay altura h, hay energía potencial U. Si asignamos los subíndices 0 y f a los puntos inicial y final, respectivamente, podemos escribir

$$\textit{Energía total en el punto inicial} = \textit{energía total en el punto final}$$

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

O, con base en las fórmulas apropiadas

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 \tag{4.8}$$

Desde luego, esta ecuación se aplica estrictamente sólo en los casos donde no hay fuerzas de fricción y no se añade energía al sistema.

En el ejemplo donde se plantea el caso de un objeto que cae a partir del reposo desde una altura inicial h_0, la energía total inicial es igual a $mgh_0 (v_0 = 0)$, y la energía total final es $\frac{1}{2}mv_f^2$ ($h_f = 0$). Por tanto

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Resolviendo esta relación para v_f obtenemos una ecuación útil para determinar la velocidad final a partir de las consideraciones generales sobre la energía de un cuerpo que cae desde el reposo sin que lo afecte la fricción

$$v_f = \sqrt{2gh_0}$$

Cabe señalar que la masa no es importante al determinar la velocidad final, ya que aparece en todas las fórmulas de la energía. Una gran ventaja que ofrece este método es que la velocidad final se calcula a partir de los estados inicial y final de la energía. Si no hay fricción, la trayectoria seguida no importa. Por ejemplo, resulta la misma velocidad final si el objeto sigue una trayectoria curva a partir de la misma altura inicial.

FÍSICA HOY

El mayor obstáculo para los ciclistas que compiten en carreras es la fuerza de fricción producida por la resistencia del aire (70%) en contacto con sus propios cuerpos. Usar ropa muy ajustada y mantenerse agachados en su vehículo puede reducir tal resistencia. El peso de la bicicleta, el del ciclista y la fricción ocasionada por el camino son otros obstáculos. El diseño de la bicicleta ayuda a incrementar la aceleración. Aleaciones de poco peso y materiales mixtos, el mejoramiento de los cojinetes de las ruedas, diversos lubricantes y los diseños aerodinámicos ayudan a reducir el peso y la fricción producida por la bicicleta.

Ejemplo 4.8 En la figura 4.8, una bola de demolición de 40 kg se impulsa lateralmente hasta que queda 1.6 m por arriba de su posición más baja. Despreciando la fricción, ¿cuál será su velocidad cuando regrese a su punto más bajo?

Plan: La conservación de la energía total requiere que la suma $U + K$ sea la misma en los puntos inicial y final. La velocidad puede determinarse reconociendo que la energía cinética final ha de equivaler a la energía potencial inicial si se conserva la energía.

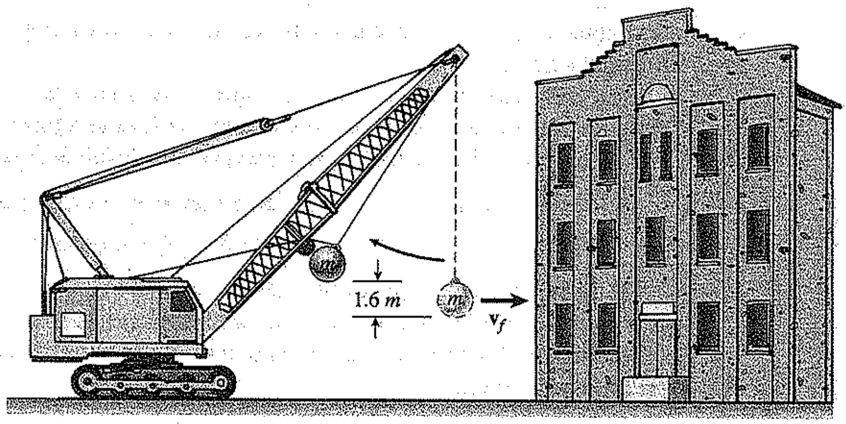


Figura 4.8 La velocidad de una masa suspendida al pasar por el punto más bajo de su trayectoria puede determinarse a partir de las consideraciones generales sobre la energía.

Solución: Si se aplica la ecuación (4.8) se obtiene

$$mgh_0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_f^2 \qquad \text{o} \qquad mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Al resolver para la velocidad final y sustituir los valores conocidos queda

$$v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2(9.8\ \text{m/s}^2)(1.6\ \text{m})}$$
$$v_f = 5.60\ \text{m/s}$$

Como un ejemplo adicional, demuestre que la energía total E al principio y al final del proceso es de 627 J.

4.7 Energía y fuerzas de fricción

Es útil considerar la conservación de la energía mecánica como un proceso de contabilidad, en el que se lleva un recuento de lo que pasa a la energía de un sistema desde el principio hasta el fin. Suponga que retira $1 000 del banco y luego paga $400 por un pasaje de avión a Nueva York. Le quedarían $600 para gastar en diversiones. Los $400 ya se gastaron y no pueden reembolsarse, pero deben tenerse en cuenta. Ahora considere un trineo en la cima de una colina y suponga una energía total de 1 000 J. Si 400 J de energía se pierden a causa de las fuerzas de fricción, el trineo llegaría al fondo con una energía de 600 J para usarlos en velocidad. No es posible recobrar los 400 J perdidos en trabajo contra las fuerzas de fricción, así que la energía total E_f es menor que la energía total inicial E_0. Además, aún hay que considerar el calor y otras pérdidas disipadoras en el proceso. Podríamos escribir la afirmación siguiente:

Energía total inicial = energía total final + pérdida debida a la fricción

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f + |\text{trabajo contra la fricción}| \tag{4.9}$$

El trabajo realizado por las fuerzas de fricción siempre es negativo, de modo que hemos empleado las rayas verticales de valor absoluto para indicar que estamos considerando el valor positivo de la pérdida de energía.

Al considerar la fricción ahora podemos escribir un postulado más general de la ***conservación de la energía***:

> **Conservación de la energía:** La energía total de un sistema es siempre constante, aun cuando se transforme la energía de una forma a otra dentro del sistema.

En las aplicaciones del mundo real no es posible dejar de considerar las fuerzas externas; por tanto, es posible obtener un postulado aún más general del principio de conservación de la energía reescribiendo la ecuación (4.9) en términos de los valores inicial y final de la altura y la velocidad:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k x| \tag{4.10}$$

Se ha sustituido el término que denota la pérdida de energía por el valor absoluto del trabajo realizado por una fuerza cinética de fricción ejercida a lo largo de la distancia x.

Naturalmente, si un objeto parte del reposo ($v_0 = 0$) a partir de una altura h_0 sobre su posición final, la ecuación (4.10) se simplifica a

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k x| \tag{4.11}$$

Al resolver problemas, es útil establecer la suma de las energías potencial y cinética en algún punto inicial. Luego se determina la energía total en el punto final y se suma el valor absoluto de cualquier pérdida de energía. La conservación de la energía precisa que estas dos ecuaciones sean equivalentes. Con base en tal postulado, se puede determinar entonces el parámetro incógnito.

Ejemplo 4.9

Un trineo de 20 kg descansa en la cima de una pendiente de 80 m de longitud y 30° de inclinación, como se observa en la figura 4.9. Si $\mu_k = 0.2$, ¿cuál es la velocidad al pie del plano inclinado?

Plan: Al principio la energía total E es la energía potencial $U = mgh_0$. Una parte se pierde al realizar trabajo contra la fricción $f_k x$, lo que deja el resto para la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$. Se traza un diagrama de cuerpo libre como el de la figura 4.9, el cual se usa para calcular la magnitud de la fuerza de fricción. Por último, después de aplicar la ley de la conservación de la energía es posible determinar la velocidad al pie del plano inclinado.

Solución: Antes de hacer algún cálculo, escribamos la ecuación de la conservación en términos generales. La energía total en la cima ha de ser igual a la energía total en la parte inferior menos la *pérdida* por realizar trabajo contra la fricción.

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k x|$$

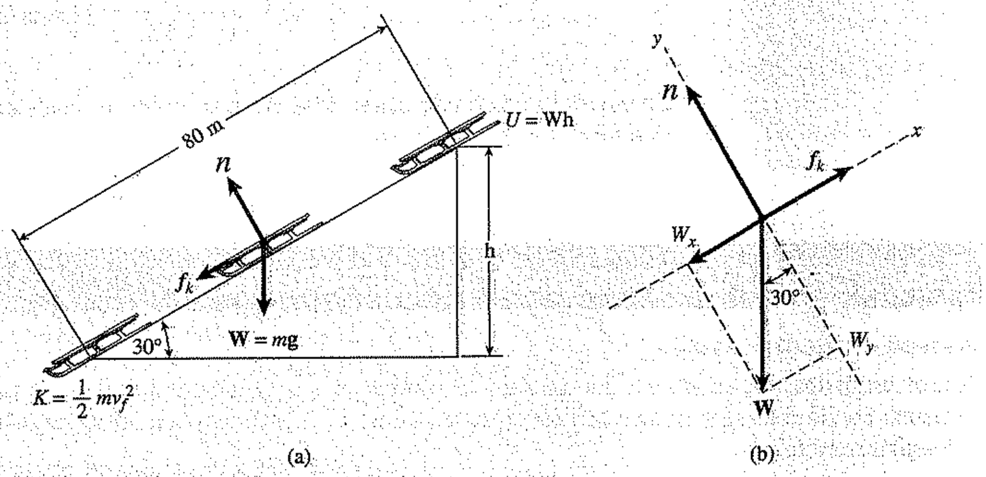


Figura 4.9 Una parte de la energía potencial inicial que tenía el trineo en la cima del plano inclinado se pierde debido al trabajo que se realiza para contrarrestar la fricción cuando el trineo desciende.

Tras reconocer que $v_0 = 0$ y $h_f = 0$ podemos simplificar a

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k x|$$

Ahora se advierte qué es necesario para determinar la velocidad final. Aun hay que establecer la altura inicial y la fuerza de fricción. A partir del triángulo trazado en la figura 4.9 es posible hallar la altura h_0 como sigue:

$$h_0 = (80 \text{ m}) \text{ sen } 30° = 40 \text{ m}$$

La fuerza de fricción depende del valor de la fuerza normal. Un estudio del diagrama de cuerpo libre revela que las fuerzas se hallan en equilibrio perpendicular con el plano inclinado, así que la fuerza normal es igual a la componente y la altura; por tanto

$$\begin{aligned} n &= W_y = mg \cos 30° \\ &= (20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \cos 30° = 170 \text{ N} \end{aligned}$$

La fuerza de fricción es el producto de μk por n, así que

$$f_k = \mu_k n = (0.2)(170 \text{ N}) = 34.0 \text{ N}$$

Con esta información, volvemos a la ecuación de conservación

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + |f_k x|$$

$$(20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(40 \text{ m}) = \frac{1}{2}(20 \text{ kg})v_f^2 + |(34 \text{ N})(80 \text{ m})|$$

$$7\,840 \text{ J} = \frac{1}{2}(20 \text{ kg})v_f^2 + 2\,720 \text{ J}$$

De los 7 840 J disponibles para el sistema, 2 720 J se perdieron en trabajo para contrarrestar la fricción y el resto fue energía cinética. Ahora podemos determinar la velocidad final

$$\frac{1}{2}(20 \text{ kg})v_f^2 = 7\,840 \text{ J} - 2\,720 \text{ J}$$

$$(10 \text{ kg})v_f^2 = 5\,120 \text{ J}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{5\,120 \text{ J}}{10 \text{ kg}}} = 22.6 \text{ m/s}$$

Como ejercicio adicional, usted debe demostrar que la velocidad final sería de 28.0 m/s si no hubiera fuerzas de fricción.

Estrategia para resolver problemas

Conservación de la energía

1. Lea el problema, luego trace y marque un diagrama sencillo, donde identifique cada objeto cuya altura o velocidad cambie.
2. Determine un punto de referencia para medir la energía potencial gravitacional; por ejemplo, la base de un plano inclinado, el piso de una habitación o el punto más bajo en la trayectoria de una partícula.
3. Para cada objeto, anote las alturas y las velocidades iniciales y finales: h_0, v_0, h_f y v_f. Cada una de las alturas se mide a partir de la posición de referencia

elegida y sólo se requieren las magnitudes para las velocidades.

4. La energía total del sistema en cualquier instante es la suma de las energías cinética y potencial. Por consiguiente, la energía total inicial E_0 y la energía total final E_f son

$$E_0 = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad E_f = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

5. Determine si hay fuerzas de fricción. Si la fricción o la resistencia del aire están presentes, entonces la pérdida de energía debe darse como dato o calcularse. Con frecuencia, la pérdida de energía al realizar un trabajo contra la fricción es simplemente el producto de la fuerza de fricción f por el desplazamiento x. Recuerde que $f = \mu_k n$.

6. Escriba la ecuación de la conservación de la energía y despeje la incógnita

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |\text{pérdidas de energía}|$$

7. Recuerde utilizar el valor absoluto de la pérdida de energía cuando aplique la relación anterior. El trabajo real contra la fricción siempre es negativo, pero en este caso se está tomando en cuenta como una pérdida.

4.8 Potencia

En nuestra definición de trabajo, el *tiempo* no participó en forma alguna. Se realiza la misma cantidad de trabajo si la tarea dura una hora o un año. Si se le da tiempo suficiente, aun el motor menos potente llega a levantar una carga enorme. Sin embargo, si deseamos realizar una tarea con eficiencia, la razón de *cambio* con la que se efectúa el trabajo se vuelve una cantidad importante en ingeniería.

Potencia es la razón de cambio con la que se realiza el trabajo.

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} \tag{4.12}$$

La unidad del SI para la potencia es el *joule por segundo*, y se denomina ***watt*** (W). Por tanto, un foco de 80 W consume energía a razón de 80 J/s.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

En unidades del SUEU, se utiliza la *libra-pie por segundo* (ft · lb/s) y no se da ningún nombre en particular a esta unidad.

El watt y la libra-pie por segundo tienen el inconveniente de ser unidades demasiado pequeñas para la mayor parte de los propósitos industriales. Por ello, se usan el ***kilowatt*** (kW) y el ***caballo de fuerza*** (hp), que se definen como:

$$1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W}$$
$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

En Estados Unidos, el watt y el kilowatt se usan casi exclusivamente en relación con la energía eléctrica; el caballo de fuerza se reserva para la energía mecánica. Esta práctica es tan sólo una convención y de ningún modo es obligatoria. Resulta perfectamente correcto hablar de un foco de 0.08 hp o mostrar muy ufanos un motor de 238 kW. Los factores de conversión son:

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$
$$1 \text{ kW} = 1.34 \text{ hp}$$

Puesto que el trabajo se realiza de manera continua, es útil disponer de una expresión para la potencia que incluya la velocidad. Así,

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} = \frac{Fx}{t} \tag{4.13}$$

de donde

$$P = F\frac{x}{t} = Fv \tag{4.14}$$

donde v es la velocidad del cuerpo sobre la que se aplica la fuerza paralela F.

Ejemplo 4.10 La carga de un ascensor tiene una masa total de 2800 kg y se eleva a una altura de 200 m en un lapso de 45 s. Exprese la potencia media tanto en unidades del SI como del SUEU.

Solución: Ésta es una aplicación directa de la ecuación (4.14), donde la distancia x se convierte en la altura h sobre el suelo.

$$P = \frac{Fx}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$P = \frac{(2\,800 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(200 \text{ m})}{45 \text{ s}} = 1.22 \times 10^5 \text{ W}$$

$$P = 122 \text{ kW}$$

Como 1 hp = 746 W, los caballos de fuerza desarrollados son

$$P = (1.22 \times 10^5 \text{ W})\left(\frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}}\right) = 164 \text{ hp}$$

Ejemplo 4.11 Se subirá un piano de 280 kg a rapidez constante hasta un apartamento 10 m arriba del piso. La grúa que carga el piano gasta una potencia media de 600 W. ¿Cuánto tiempo se requiere para realizar el trabajo?

Plan: Se escribe la ecuación de la potencia y luego se despeja el tiempo.

Solución: Puesto que $h = 10$ m, $m = 280$ kg y $P = 400$ W se tiene que

$$P = \frac{mgh}{t} \quad \text{o} \quad t = \frac{mgh}{P}$$

$$t = \frac{(280 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m})}{600 \text{ W}}$$

$$t = 45.7 \text{ s}$$

Las empresas de suministro de energía cobran a sus clientes por *kilowatt-hora* en lo que se denomina *recibo de luz*. Como ejercicio, debe analizar las unidades para demostrar que el producto de una unidad de potencia por el tiempo es en realidad una unidad de trabajo o energía.

4.9 Máquinas simples y eficiencia

En una máquina simple, el trabajo de entrada se realiza mediante la aplicación de una sola fuerza, y la máquina realiza el trabajo de salida a través de otra fuerza única. Durante una operación de este tipo (véase la figura 4.10) ocurren tres procesos:

1. Se suministra trabajo a la máquina.
2. El trabajo se realiza contra la fricción.
3. La máquina realiza trabajo útil o de salida.

De acuerdo con el principio de la conservación de la energía, estos procesos se relacionan de la forma siguiente:

Trabajo de entrada = trabajo contra la fricción + trabajo de salida

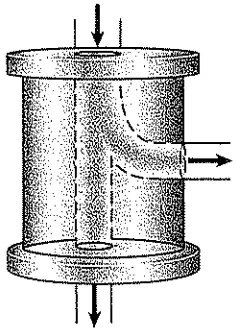


Figura 4.10 Durante el funcionamiento de una máquina ocurren tres procesos: (1) la entrada de cierta cantidad de trabajo, (2) la pérdida de energía al realizar trabajo contra la fricción, y (3) la salida de trabajo útil.

La cantidad de trabajo útil producido por una máquina nunca puede ser mayor que el trabajo que se le ha suministrado. Siempre habrá alguna pérdida debido a la fricción o a la acción de otras fuerzas disipadoras. Por ejemplo, cuando se introduce aire en un neumático de bicicleta por medio de una pequeña bomba manual, se ejerce una fuerza descendente sobre el émbolo, forzando el aire a ir hacia el neumático. Parte de este trabajo de entrada se pierde a causa de la fricción, lo cual puede comprobarse fácilmente sintiendo cómo se calienta el cilindro de la bomba manual. Cuanto más se reduzca la pérdida por fricción en una máquina, tanto más provecho se obtendrá del esfuerzo realizado. Dicho de otro modo, la eficiencia de una máquina puede medirse comparando su trabajo de salida con el trabajo que se le suministró.

La eficiencia e de una máquina se define como la relación del trabajo de salida entre el trabajo de entrada.

$$e = \frac{\text{trabajo de salida}}{\text{trabajo de entrada}} \tag{4.15}$$

La ***eficiencia***, tal como se define en la ecuación (4.15), siempre será un número entre 0 y 1. Por costumbre se expresa este número decimal como un porcentaje que se obtiene multiplicando por 100 la cantidad obtenida. Por ejemplo, una máquina que realiza un trabajo de 40 J cuando se le suministran 80 J, tiene una eficiencia de 50%.

Otra expresión útil para la eficiencia puede obtenerse a partir de la definición de potencia como trabajo por unidad de tiempo. Podemos escribir

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} \qquad \text{o} \qquad \text{Trabajo} = Pt$$

La eficiencia en términos de potencia de entrada P_i y potencia de salida P_o está dada por

$$e = \frac{\text{trabajo de salida}}{\text{trabajo de entrada}} = \frac{P_o t}{P_i t}$$

o bien

$$e = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}} = \frac{P_o}{P_i} \tag{4.16}$$

Ejemplo 4.12 Un motor de 45 kW arrolla un cable alrededor de un tambor mientras levanta una masa de 2 700 kg a una altura de 6 m en 3 s. Determine la eficiencia del motor y cuánto trabajo se realiza contra las fuerzas de fricción.

Plan: Se conoce la potencia de entrada (45 kW); la de salida es la razón a la que se efectúa el trabajo de levantar la masa. La eficiencia del motor se calcula obteniendo la razón de la potencia de salida a la de entrada. Por último, se calcula la pérdida de potencia restando la potencia de salida de la de entrada.

Solución: La potencia de salida levanta la masa a una altura $h = 6$ m en 3 s; por tanto

$$P_o = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$= \frac{(2\,000 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m})}{3 \text{ s}} = 39\,200 \text{ W}$$

$$= 39.2 \text{ kW}$$

Ahora se encuentra la eficiencia a partir de la ecuación (4.16):

$$e = \frac{P_o}{P_i} = \frac{39.2 \text{ kW}}{45 \text{ kW}} = 0.871$$

En consecuencia, la eficiencia del motor es 87.1%.

La pérdida de potencia debida a la fricción es la diferencia entre las potencias de salida y de entrada

$$P_i - P_o = 45 \text{ kW} - 39.2 \text{ kW} = 5.80 \text{ kW}$$

$$\textit{Pérdida de potencia debida a la fricción} = 5.80 \text{ kW}$$

4.10 Ventaja mecánica

Las máquinas simples como la palanca, el polipasto, el malacate, los engranes, el plano inclinado y el gato de tornillo desempeñan un papel importante en la industria moderna. Podemos ilustrar la operación de cualquiera de estas máquinas mediante el diagrama general de la figura 4.11. Una fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ actúa a lo largo de una distancia s_i realizando un trabajo $F_i s_i$.

La ventaja mecánica real (M_A) de una máquina se define como la razón que hay de la fuerza de salida (F_o) a la fuerza de entrada (F_i).

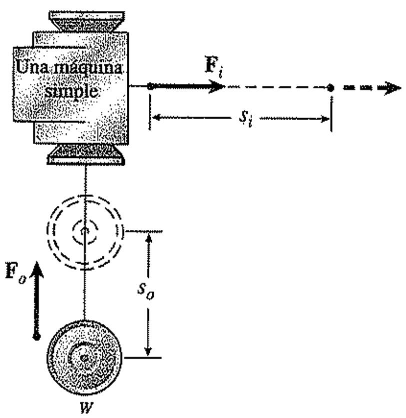


Figura 4.11 Durante el funcionamiento de cualquier máquina simple, una fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ actúa a lo largo de una distancia s_i, mientras una fuerza de salida $\mathbf{F}_o$ actúa a lo largo de una distancia s_o.

$$M_A = \frac{\text{fuerza de salida}}{\text{fuerza de entrada}} = \frac{F_o}{F_i} \tag{4.17}$$

Una ***ventaja mecánica real*** mayor que 1 indica que la fuerza de salida es mayor que la de entrada. Si bien casi todas las máquinas tienen valores de M_A mayores que 1, no siempre es así. Cuando se manejan objetos pequeños y frágiles, a veces es deseable lograr que la fuerza de salida sea más pequeña que la de entrada.

En la sección previa observamos que la eficiencia de una máquina aumenta en la medida en que los efectos de la fricción se vuelven más pequeños. Aplicando el principio de la conservación de la energía a la máquina simple de la figura 4.11 se obtiene

Trabajo de entrada = trabajo contra la fricción + trabajo de salida

$$F_i s_i = (\text{trabajo})f + F_o s_o$$

La máquina más eficiente que pudiera existir no tendría pérdidas debidas a la fricción. Podemos representar este caso ideal igualando (trabajo) $f = 0$ en la ecuación anterior. Por tanto,

$$F_o s_o = F_i s_i$$

Como esta ecuación representa un caso ideal, definimos la ***ventaja mecánica ideal*** M_I como

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{s_i}{s_o} \tag{4.18}$$

La ventaja mecánica ideal de una máquina simple es igual a la razón de la distancia que recorre la fuerza de entrada a la distancia que recorre la fuerza de salida.

La eficiencia de una máquina simple es la relación del trabajo de salida entre el trabajo de entrada. Por consiguiente, para la máquina general de la figura 4.11 se tiene que

$$e = \frac{F_o s_o}{F_i s_i} = \frac{F_o/F_i}{s_i/s_o}$$

Por último, utilizando las ecuaciones (4.17) y (4.18) se obtiene

$$e = \frac{M_A}{M_I} \tag{4.19}$$

Todos los conceptos anteriores se han expuesto como se aplicarían a una máquina en general. En las secciones siguientes los aplicaremos a máquinas específicas.

4.11 La palanca

Tal vez la máquina más antigua y la más comúnmente usada es la palanca simple. Una ***palanca*** consiste en cualquier barra rígida apoyada en cierto punto, al que se le llama ***fulcro***. En la figura 4.12 se ejemplifica el uso de una barra larga para levantar el peso W. Podemos calcular la ventaja mecánica ideal de ese tipo de dispositivos de dos formas. La primera comporta el principio del equilibrio y la segunda utiliza el principio del trabajo, tal como se analizó en la sección previa. Puesto que el método del equilibrio es más fácil para el caso de la palanca, lo aplicaremos primero.

Debido a que no se incluye ningún movimiento traslacional durante la aplicación de una palanca, la condición de equilibrio es que el momento de torsión de entrada es igual al momento de torsión de salida:

$$F_i r_i = F_o r_o$$

La ventaja mecánica ideal se determina con

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{r_i}{r_o} \qquad \textbf{(4.20)}$$

La razón F_o/F_i se tiene como la *ideal* porque no se considera ninguna fuerza de fricción.

Se obtiene el mismo resultado a partir de consideraciones sobre el trabajo. Observe en la figura 4.12b que la fuerza $\mathbf{F}_i$ se desplaza a lo largo de un arco cuya distancia es s_i, mientras que la fuerza $\mathbf{F}_o$ se mueve a lo largo del arco cuya longitud es s_o. Sin embargo, los dos arcos son subtendidos por el mismo ángulo θ, por lo que podemos escribir la proporción siguiente:

$$\frac{s_i}{s_o} = \frac{r_i}{r_o}$$

Al sustituirla en la ecuación (4.18) se comprueba el resultado obtenido partiendo de las consideraciones sobre el equilibrio, es decir, $M_I = r_i/r_o$.

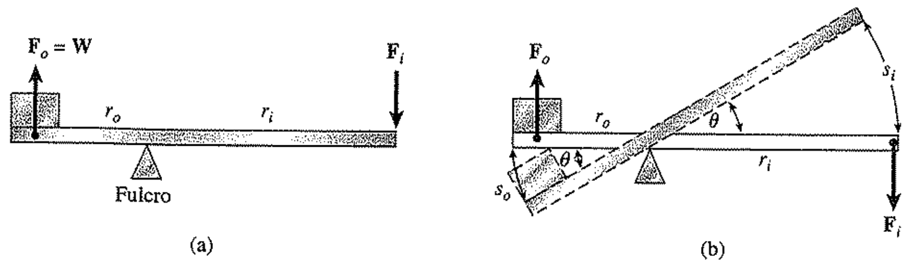


Figura 4.12 La palanca.

Ejemplo 4.13

Una barra de hierro de 1.2 m de largo se usa para levantar un contenedor de 60 kg. La barra se utiliza como palanca, tal como se muestra en la figura 4.12. El fulcro está colocado a 30 cm del contenedor. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal del sistema y qué fuerza de entrada se requiere?

Plan: Las distancias de entrada y salida determinarán la ventaja mecánica *ideal*, que en este caso también será la *real*. Al igualar la razón que va de la fuerza de salida y la de entrada con la ventaja mecánica ideal se calculará la fuerza de entrada que se necesita.

Solución: La distancia de salida es $r_o = 0.30$ m y la de entrada es $r_i = 1.2 \text{ m} - 0.30 \text{ m} = 0.90$ m. Por tanto, la ventaja mecánica ideal es

$$M_I = \frac{r_i}{r_o} = \frac{0.90 \text{ m}}{0.30 \text{ m}} = 3$$

Al sustituir este valor en la ecuación (4.20) se obtiene

$$\frac{F_o}{F_i} = 3 \quad \text{o} \quad F_i = \frac{F_o}{3}$$

La fuerza de salida es igual al peso mg; por ende

$$F_i = \frac{mg}{3} = \frac{(60 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{3} = 1960 \text{ N}$$

Antes de dar por terminado el tema de la palanca, cabe observar que cierta cantidad muy pequeña de trabajo de entrada se pierde debido a las fuerzas de fricción. Con fines prácticos, la ventaja mecánica *real* de una palanca simple es igual a la ventaja mecánica *ideal*. Otros ejemplos de la palanca se ilustran en la figura 4.13.

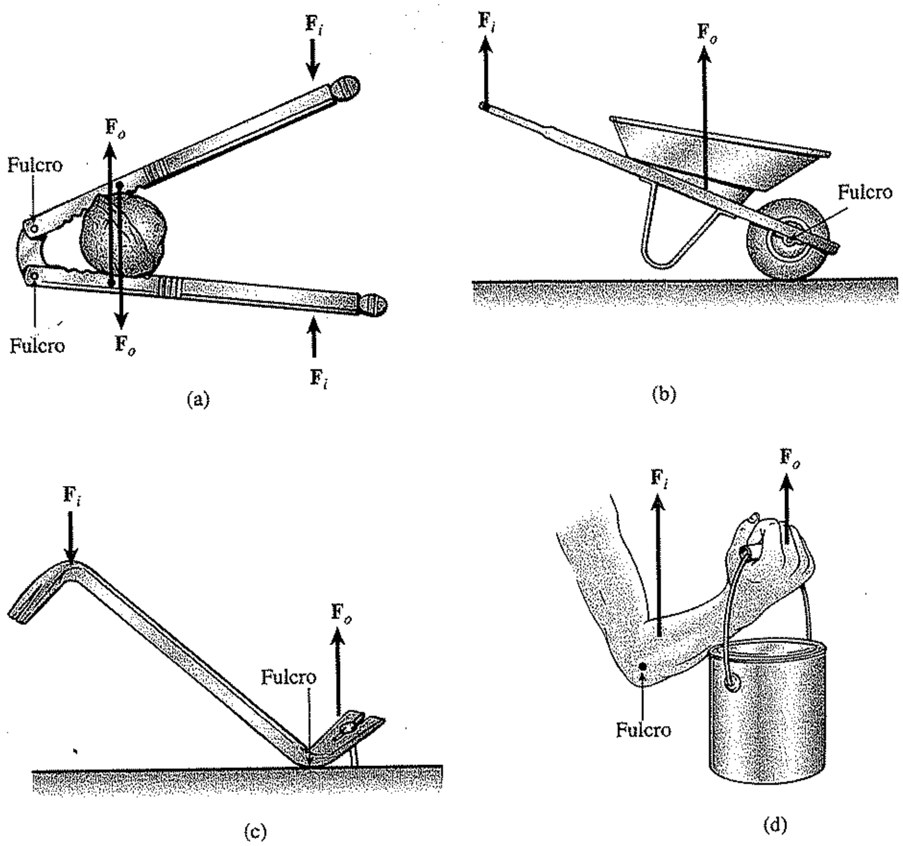


Figura 4.13 La palanca constituye el principio funcional de numerosas máquinas simples.

4.12 Aplicaciones del principio de la palanca

Una limitación seria de la palanca elemental es que funciona a través de un ángulo pequeño. Hay muchas formas de superar esta restricción permitiendo que el brazo de palanca gire continuamente. Por ejemplo, la ***rueda y eje*** (o cabria) (véase la figura 4.14) permite la acción continua de la fuerza de entrada. Si aplicamos el razonamiento seguido en el tema 4.10 para una máquina simple en general, es posible demostrar que

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{R}{r} \tag{4.21}$$

Por tanto, la ventaja mecánica ideal de una cabria es la razón del radio de la rueda al radio del eje.

Otra aplicación del concepto de palanca es a través del uso de poleas. Una ***polea*** simple, como se muestra en la figura 4.15, es tan sólo una palanca cuyo brazo de palanca de entrada es igual a su brazo de palanca de salida. A partir del principio de equilibrio, las fuerzas de entrada igualarán a la de salida y la ventaja mecánica ideal será

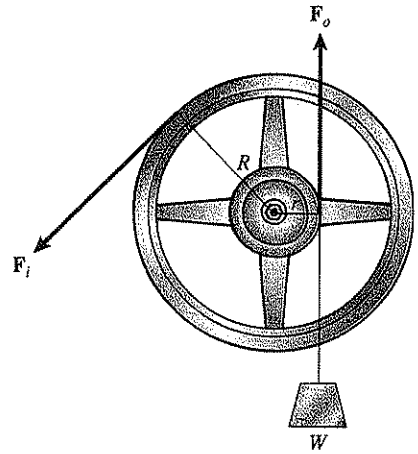


Figura 4.14 La rueda y el eje (o cabria).

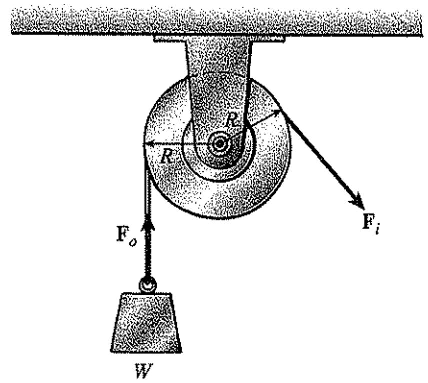


Figura 4.15 Una sola polea fija nada más sirve para cambiar de dirección la fuerza de entrada.

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = 1 \tag{4.22}$$

La única ventaja de este tipo de dispositivo es que ofrece la posibilidad de cambiar la dirección de la fuerza de entrada.

Por otra parte, una polea móvil simple (véase la figura 4.16) tiene una ventaja mecánica ideal de 2. Observe que las dos cuerdas de soporte deben reducirse en 1 ft para elevar la carga una distancia de 1 ft. Por consiguiente, la fuerza de entrada se mueve una distancia de 2 ft, mientras que la fuerza de salida se mueve tan sólo una distancia de 1 ft. Al aplicar el principio del trabajo se obtiene

$$F_i(2 \text{ ft}) = F_o(1 \text{ ft})$$

de donde la ventaja mecánica ideal es

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = 2 \tag{4.23}$$

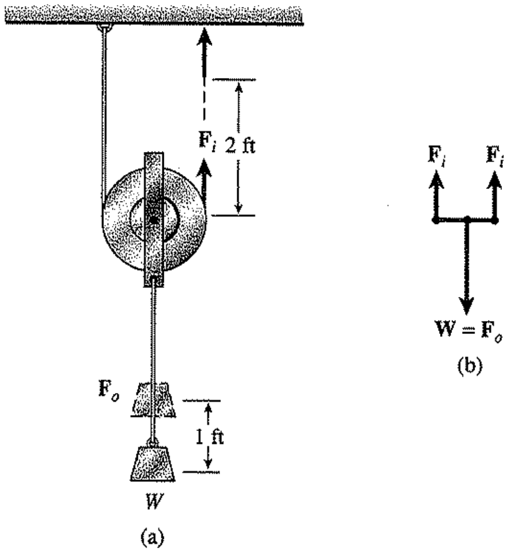


Figura 4.16 Una polea simple móvil. (a) La fuerza de entrada se mueve a lo largo de una distancia igual al doble de la distancia que recorre la fuerza de salida. (b) El diagrama de cuerpo libre muestra que $2F_i = F_o$.

El mismo resultado se obtiene construyendo un diagrama de cuerpo libre, como en la figura 4.16b, donde es evidente que

$$2F_i = F_o \qquad \text{y} \qquad M_I = \frac{F_o}{F_i} = 2$$

El último método se aplica generalmente a problemas que suponen poleas móviles, ya que esto permite asociar M_I con el número de cordones que soportan la polea móvil.

Ejemplo 4.14 Calcule la ventaja mecánica ideal del polipasto que aparece en la figura 4.17a.

Plan: Se traza un bosquejo y se construye el diagrama de cuerpo libre (véase la figura 4.17b). La ventaja mecánica real se determina como la razón de la fuerza de salida a la de entrada.

Solución: Con base en el diagrama se advierte que

$$4F_i = F_o$$

De forma que la ventaja mecánica es

$$M_I = M_A = \frac{F_o}{F_i} = \frac{4F_i}{F_i}$$

$$M_I = 4$$

Observe que la polea más alta sirve únicamente para cambiar la dirección de la fuerza de entrada. La misma ventaja mecánica resultaría si se aplicara hacia arriba $\mathbf{F}_i$ en el punto a.

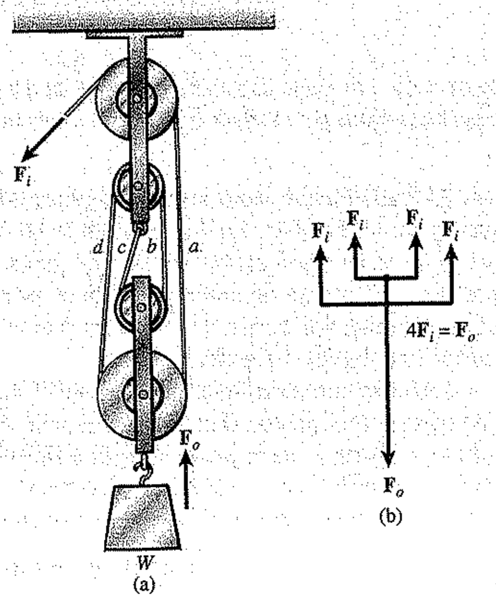


Figura 4.17 El polipasto. Este dispositivo tiene una ventaja mecánica ideal de 4, ya que cuatro cables o "cordeles" soportan el bloque móvil.

4.13 El plano inclinado

Las máquinas que hemos estudiado hasta ahora se relacionan con la aplicación del principio de la palanca. Una segunda máquina fundamental es el ***plano inclinado***. Suponga que debe mover una pesada carga desde el piso hasta la plataforma de un camión sin ayuda de una

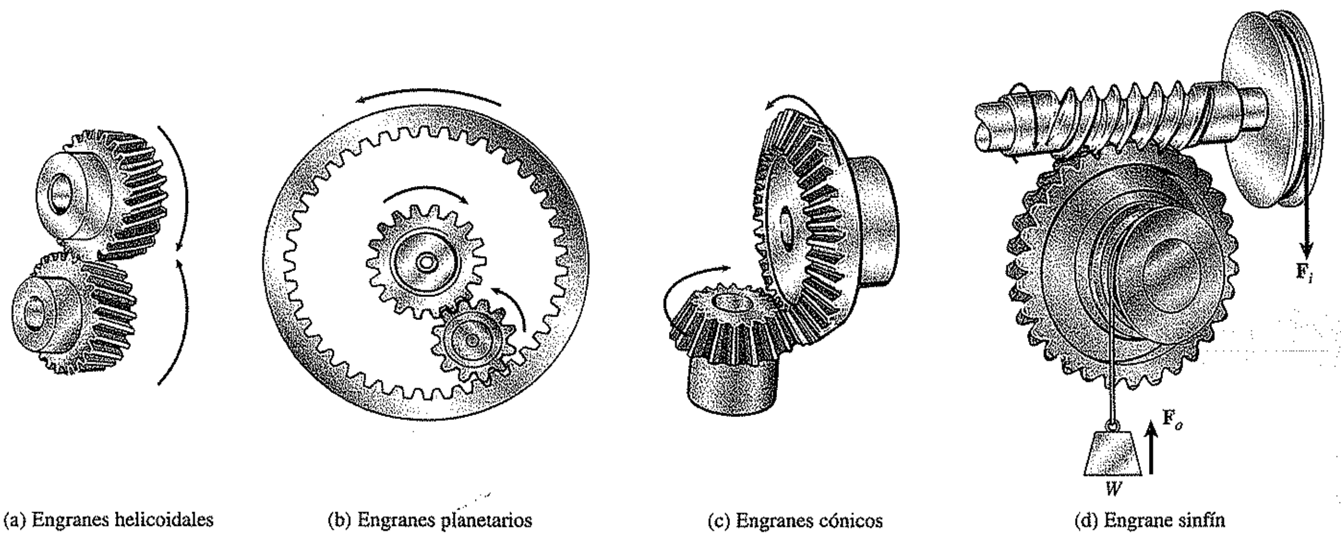


Figura 4.18 Cuatro tipos comunes de engranes: (a) helicoidal, (b) planetario, (c) cónico, (d) sinfín.

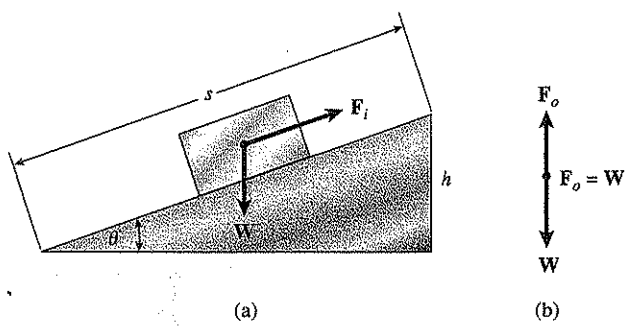


Figura 4.19 El plano inclinado. La fuerza de entrada representa el esfuerzo requerido para empujar el bloque hacia arriba por el plano; la fuerza de salida es igual al peso del bloque.

grúa. Probablemente usted cogería algunas tablas largas y formaría una rampa del piso a la plataforma del camión. La experiencia le ha enseñado que se requiere menos esfuerzo si se empuja la carga hacia arriba por una pequeña elevación que si la sube directamente. Debido a que con una fuerza de entrada menor se produjo la misma fuerza de salida, se ha obtenido una ventaja mecánica. Sin embargo, la fuerza de entrada menor se ha logrado a expensas de recorrer una mayor distancia.

Considere el movimiento de un peso **W** hacia arriba del plano inclinado de la figura 4.19. El ángulo de inclinación θ es tal que el peso debe moverse a lo largo de una distancia s para llegar a la altura h en el punto más alto del plano inclinado. Si despreciamos la fricción, el trabajo necesario para empujar el peso hacia arriba del plano es el mismo que el trabajo requerido para levantarlo verticalmente. Podemos expresar esta igualdad como

$$\textit{Trabajo de entrada} = \textit{trabajo de salida}$$
$$F_i s = Wh$$

donde $\mathbf{F}_i$ es la fuerza de entrada y **W** la de salida. Como se despreció la fricción, la ventaja mecánica ideal será la misma que la real.

$$M_I = \left(\frac{W}{F_i}\right)_{\text{ideal}} = \frac{s}{h}$$

Por tanto, en ausencia de fricción la ventaja mecánica ideal de un plano inclinado es simplemente la razón de la distancia de salida (hacia arriba de la rampa) a la distancia de entrada (la altura).

$$M_I = \frac{s}{h} \qquad \textit{Ventaja mecánica ideal del plano inclinado} \qquad \textbf{(4.24)}$$

En casi todas las aplicaciones habrá fuerzas de fricción significativas que deberán vencerse, lo que hará que la fuerza de entrada necesaria ($\mathbf{F}_i$) sea mayor y que la ventaja mecánica real sea considerablemente menor que la razón de longitud a altura. En el ejemplo 4.15 se ilustra este aspecto.

Ejemplo 4.15

Hay que subir una caja de botellas de cerveza de 88 kg a una plataforma de carga que está a 2 m sobre el piso. La longitud de la rampa es de 4 m y el coeficiente de fricción cinética es de 0.3. ¿Cuáles son las ventajas mecánicas *ideal* y *real*?

Plan: Se traza un bosquejo y un diagrama de cuerpo libre similares a los mostrados en la figura 4.20. La ventaja mecánica ideal (M_I) se calcula sustituyendo los valores directamente en la ecuación (4.24). No obstante, la ventaja mecánica *real* es menor debido a que la fuerza de entrada debe superar la fuerza de fricción y no sólo la componente del peso hacia abajo debido a la rampa. Si suponemos movimiento constante hacia arriba por el plano, aplicaremos la primera condición del equilibrio para determinar la fuerza de entrada, que puede entonces usarse para determinar M_A.

Solución: La ventaja mecánica ideal es

$$M_I = \frac{s}{h} = \frac{4\text{ m}}{2\text{ m}}; \qquad M_I = 2$$

El ángulo de inclinación se determina a partir de la figura 4.23

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{2\text{ m}}{4\text{ m}} = 0.5; \qquad \theta = 30°$$

Con este ángulo determinamos las componentes del peso perpendiculares a la rampa

$$W_y = mg\cos\theta = (88\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)\cos 30°; \qquad W_y = 747\text{ N}$$
$$W_x = mg\operatorname{sen}\theta = (88\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)\operatorname{sen} 30°; \qquad W_x = 431\text{ N}$$

Para obtener la ventaja mecánica real, debemos hallar la mínima fuerza hacia arriba de la rampa, lo que implica considerar que las fuerzas sobre la caja están en equilibrio, y

$$\sum F_x = 0; \qquad P - W_x - f_k = 0 \qquad \text{o} \qquad P = 431\text{ N} + f_k$$
$$\sum F_y = 0; \qquad n - W_y = 0 \qquad \text{o} \qquad n = W_y = 747\text{ N}$$

La última de estas ecuaciones nos permite hallar la fuerza de fricción f_k

$$f_k = \mu_k n = (0.3)(747\text{ N}); \qquad f_k = 224\text{ N}$$

Con la primera ecuación de equilibrio se obtiene la fuerza de entrada, P

$$P = 431\text{ N} + f_k = 431\text{ N} + 224\text{ N}; \qquad P = 755\text{ N}$$

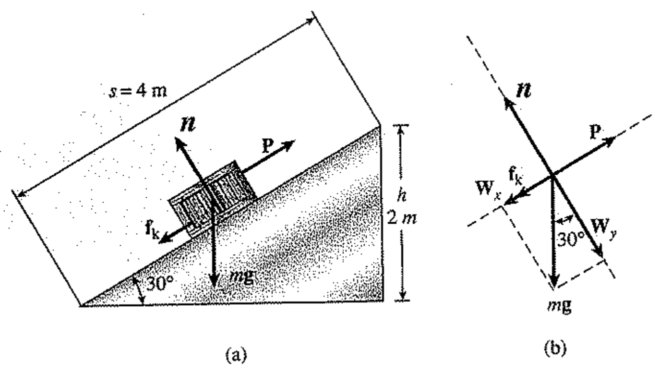


Figura 4.20

Por último, la ventaja mecánica real es la razón de la fuerza de salida W a la de entrada, P. Calculamos

$$M_A = \frac{W}{P} = \frac{mg}{P} = \frac{(88\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{755\text{ N}}$$

$$M_I = 1.14$$

Se deja como ejercicio al lector demostrar que la eficiencia de esta rampa es de sólo 57%.

4.14 Aplicaciones del plano inclinado

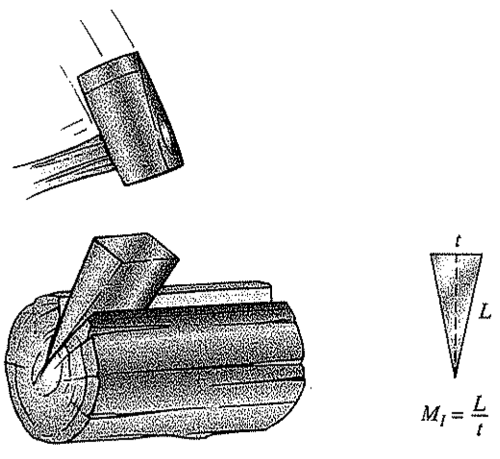
En gran número de máquinas se utiliza el principio del plano inclinado. La más sencilla es la ***cuña*** (véase la figura 4.21), la cual es en realidad un plano inclinado doble. En el caso ideal, la ventaja mecánica de una cuña de longitud L y grosor t está dada por

$$M_I = \frac{L}{t} \tag{4.25}$$

Esta ecuación es una consecuencia directa de la relación general expresada con la ecuación (4.24). La ventaja mecánica ideal siempre es mucho mayor que la real debido a las grandes fuerzas de fricción que se generan entre las superficies en contacto. La cuña se aplica en hachas, cuchillos, cinceles, cepilladoras y todas las demás herramientas cortantes. Una *leva* es una especie de cuña giratoria que se usa para levantar las válvulas de los motores de combustión interna.

Una de las aplicaciones más útiles del plano inclinado es el ***tornillo***. Este principio puede explicarse examinando una herramienta común conocida como *gato de tornillo* (véase la figura 4.22). La rosca es esencialmente un plano inclinado arrollado de forma continua alrededor de un eje cilíndrico. Cuando la fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ provoca un giro de una revolución completa ($2\pi R$), la fuerza de salida $\mathbf{F}_o$ avanzará una distancia p. Esta distancia p es en realidad la distancia entre dos roscas consecutivas y recibe el nombre de ***paso*** del tornillo. La ventaja mecánica ideal es la razón de la distancia de entrada a la distancia de salida

$$M_I = \frac{s_i}{s_o} = \frac{2\pi R}{p} \tag{4.26}$$



(a) (b)

Figura 4.21 La cuña es, en realidad, un plano inclinado doble.

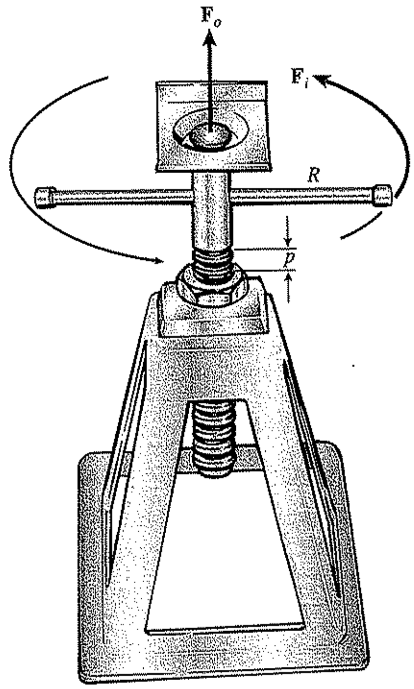


Figura 4.22 El gato de tornillo.

El tornillo es un ejemplo de una máquina muy poco eficiente, pero en este caso representa en general una ventaja, puesto que son necesarias las fuerzas de fricción para mantener la carga en su lugar mientras no se aplique una fuerza de entrada.

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está destinada a describir y analizar los conceptos de trabajo, energía y potencia. También, se estudia el concepto de máquina simple y sus aplicaciones para el cálculo de la ventaja mecánica y la eficiencia. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes para recordar:

- El *trabajo* realizado por una fuerza **F** que actúa a lo largo de una distancia x se calcula a partir de las ecuaciones siguientes (use la figura 4.1 como referencia):

$$\boxed{\text{Trabajo} = F_x x \qquad \text{Trabajo} = (F\cos\theta)x}$$

Unidad del SI: joule (J) Unidad del SUEU: libra-pie: (ft · lb)

- La *energía cinética K* es la capacidad para realizar trabajo como resultado del movimiento. Tiene las mismas unidades que el trabajo y se determina a partir de

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad K = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v^2}$$

- La *energía potencial* gravitacional es la que resulta de la posición de un objeto respecto a la Tierra. La energía potencial U tiene las mismas unidades que el trabajo y se calcula a partir de

$$\boxed{U = Wh \qquad U = mgh}$$

donde W o mg es el peso del objeto y h la altura sobre una posición de referencia.

- El trabajo neto es igual al cambio registrado en la energía cinética:

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

- Conservación de la energía mecánica sin fricción:

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

- Conservación de la energía incluida la fricción:

$$E_0 = E_f + |\text{pérdidas de energía}|$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + f_k x$$

- Potencia es la razón de cambio con la que se realiza un trabajo:

$$\boxed{P = \frac{\text{trabajo}}{t} \qquad P = \frac{Fx}{t} \qquad P = Fv}$$

Unidad del SI: watt (W) Unidad del SUEU: ft · lb/s
Otras unidades: 1 kW = 10^3 W 1 hp = 550 ft · lb/s

- Una máquina simple es un dispositivo que convierte una sola fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ en una sola fuerza de salida $\mathbf{F}_o$. La fuerza de entrada se mueve por una distancia s_i y la fuerza de salida se mueve en una distancia s_o. Esto presenta dos ventajas mecánicas:

$$M_A = \frac{F_o}{F_i} \qquad \textit{Ventaja mecánica real (considerada la fricción)}$$

$$M_I = \frac{s_i}{s_o} \qquad \textit{Ventaja mecánica ideal (se supone que no hay fricción)}$$

- La eficiencia de una máquina es la razón entre el trabajo de salida y el trabajo de entrada. Se expresa normalmente como un porcentaje y puede calcularse con cualquiera de las relaciones siguientes:

$$e = \frac{\text{trabajo de salida}}{\text{trabajo de entrada}} \qquad e = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}}$$

$$e = \frac{M_A}{M_I}$$

- Las ventajas mecánicas ideales de varias máquinas simples se presentan a continuación

$$\boxed{M_I = \left(\frac{F_o}{F_i}\right)_{\text{ideal}} = \frac{r_i}{r_o} \qquad \textit{Palanca}}$$

$$\boxed{M_I = \left(\frac{F_o}{F_i}\right)_{\text{ideal}} = \frac{R}{r} \qquad \textit{Rueda y eje}}$$

$$\boxed{M_I = \frac{W}{F_i} = \frac{s}{h} \qquad \textit{Plano inclinado}}$$

$$\boxed{M_I = \frac{L}{t} \qquad \textit{Cuña}}$$

$$\boxed{M_I = \frac{N_o}{N_i} = \frac{D_o}{D_i} \qquad \textit{Engranes}}$$

$$\boxed{M_I = \frac{s_i}{s_o} = \frac{2\pi R}{p} \qquad \textit{Gato de tornillo}}$$

Conceptos clave

Problemas

Tema 4.1 Trabajo

1. ¿Cuál es el trabajo realizado por una fuerza de 20 N que actúa a lo largo de una distancia paralela de 8 m? ¿Qué fuerza realizará el mismo trabajo en una distancia de 4 m? Resp. 160 J, 40 N

2. Un trabajador levanta un peso de 40 lb hasta una altura de 10 ft. ¿A cuántos metros se puede levantar un bloque de 10 kg con la misma cantidad de trabajo?

3. Un remolcador ejerce una fuerza constante de 4 000 N sobre un barco, desplazándolo una distancia de 15 m. ¿Cuál es el trabajo realizado? Resp. 60 kJ

4. Un martillo de 5 kg es levantado a una altura de 3 m. ¿Cuál es el trabajo mínimo requerido para hacerlo?

5. Un empuje de 120 N se aplica a lo largo del asa de una cortadora de césped. Ese empuje produce un desplazamiento horizontal de 14 m. Si el asa forma un ángulo de 30° con el suelo, ¿qué trabajo fue realizado por la fuerza de 120 N? Resp. 1 460 J

6. El baúl de la figura 4.23 es arrastrado una distancia horizontal de 24 m mediante una cuerda que forma un ángulo θ con el piso. Si la tensión de la cuerda es de 80 N, ¿cuál es el trabajo realizado en cada uno de los ángulos siguientes: 0°, 30°, 60°, 90°?

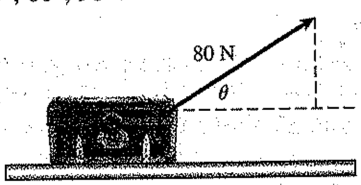


Figura 4.23

7. Una fuerza horizontal empuja un trineo de 10 kg hasta una distancia de 40 m en un sendero. Si el coeficiente de fricción de deslizamiento es 0.2, ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de fricción? Resp. −784 J

8. Un trineo es arrastrado una distancia de 12.0 m por medio de una cuerda, con una tensión constante de 140 N. La tarea requiere 1 200 J de trabajo. ¿Qué ángulo forma la cuerda con el suelo?

Tema 4.2 Trabajo resultante

9. Una fuerza media de 40 N comprime un resorte hasta una distancia de 6 cm. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de 40 N? ¿Qué trabajo realiza el resorte? ¿Cuál es el trabajo resultante? Resp. 2.40 J, −2.40 J, 0

10. Una fuerza horizontal de 20 N arrastra un pequeño trineo 42 m sobre el hielo a velocidad rápida. Halle el trabajo realizado por las fuerzas de tracción y de fricción. ¿Cuál es la fuerza resultante?

11. Un bloque de 10 kg es arrastrado 20 m por una fuerza paralela de 26 N. Si $\mu_k = 0.2$, ¿cuál es el trabajo resultante y qué aceleración se produce? Resp. 128 J, 0.640 m/s^2

12. Una cuerda que forma un ángulo de 35° con la horizontal arrastra una caja de herramientas de 10 kg sobre una distancia horizontal de 20 m. La tensión en la cuerda es de 60 N y la fuerza de fricción constante es de 30 N. ¿Qué trabajo realizan la cuerda y la fricción? ¿Cuál es el trabajo resultante?

13. En el ejemplo descrito en el problema 12, ¿cuál es el coeficiente de fricción entre la caja de herramientas y el piso? Resp. 0.472

14. Un trineo de 40 kg es arrastrado horizontalmente una distancia de 500 m ($\mu_k = 0.2$). Si el trabajo resultante es de 50 kJ, ¿cuál fue la fuerza de tracción paralela?

15. Suponga que $m = 8$ kg en la figura 4.24 y $\mu_k = 0$. ¿Qué trabajo mínimo tendrá que realizar la fuerza P para llegar a la parte más alta del plano inclinado? ¿Qué trabajo se requiere para levantar verticalmente el bloque de 8 kg hasta la misma altura? Resp. 941 J, 941 J

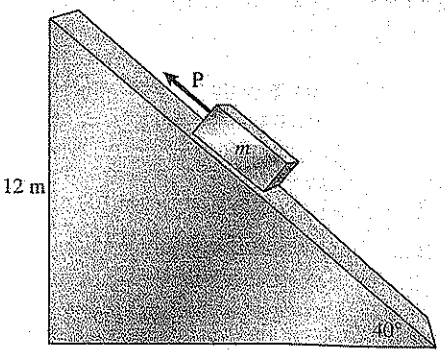


Figura 4.24

16. ¿Cuál es el trabajo mínimo que debe realizar la fuerza P para mover el bloque de 8 kg hasta la parte más alta del plano inclinado si $\mu_k = 0.4$? Compare este resultado con el trabajo necesario para levantar el bloque verticalmente hasta la misma altura.

17. ¿Cuál es el trabajo resultante cuando el bloque de 8 kg se desliza desde la parte más alta hasta la más baja del plano inclinado de la figura 4.24? Suponga que $\mu_k = 0.4$. Resp. 492 J

Tema 4.4 Trabajo y energía cinética

18. ¿Cuál es la energía cinética de una bala de 6 g en el instante en que su rapidez es de 190 m/s? ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 1 200 kg que viaja a 80 km/h?

19. ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 2 400 lb cuando circula a una rapidez de 55 mi/h? ¿Cuál es la energía cinética de una pelota de 9 lb cuando su rapidez es de 40 ft/s? Resp. 244 000 ft-lb; 225 ft-lb

20. ¿Cuál es el cambio en la energía cinética cuando una pelota de 50 g golpea el pavimento a una velocidad de 16 m/s y rebota a la velocidad de 10 m/s?

21. Una carreta de 400 kg entra sin control en un campo de maíz a una velocidad de 12 m/s y finalmente se detiene. ¿Cuál fue la magnitud del trabajo realizado por esa carreta? Resp. −28.8 kJ

22. Un automóvil de 2 400 lb aumenta su rapidez de 30 mi/h a 60 mi/h. ¿Qué trabajo resultante se requirió para lograrlo? ¿Cuál es el trabajo equivalente en joules?

23. Un martillo de 0.6 kg se mueve a 30 m/s justo antes de golpear la cabeza de una alcayata. Calcule la energía cinética inicial. ¿Qué trabajo realizó la cabeza del martillo? Resp. 270 J, 270 J

24. Un martillo de 12 lb que se mueve a 80 ft/s golpea la cabeza de un clavo y lo hunde en la pared hasta una profundidad de $\frac{1}{4}$ in. ¿Cuál fue la fuerza media de detención?

25. ¿Qué fuerza media se necesita para incrementar la velocidad de un objeto de 2 kg de 5 m/s a 12 m/s en una distancia de 8 m? Resp. 14.9 N

26. Compruebe la respuesta del problema 25 aplicando la segunda ley de Newton del movimiento.

27. Un proyectil de 20 g choca contra un banco de fango (véase la figura 4.25) y penetra 6 cm antes de detenerse. Calcule la fuerza de detención F si la velocidad de entrada es de 80 m/s. Resp. 1 070 N

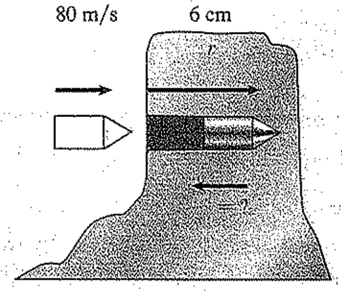


Figura 4.25

28. Un automóvil de 1500 kg transita a 60 km/h por una carretera nivelada. ¿Qué trabajo se requiere para frenarlo? Si $\mu_k = 0.7$, ¿cuál es la distancia de frenado?

Tema 4.5 Energía potencial

29. Un bloque de 2 kg reposa sobre una mesa a 80 cm del piso. Calcule la energía potencial del bloque en relación con: (a) el piso, (b) el asiento de una silla que está a 40 cm del piso y (c) el techo, a 3 m del piso. Resp. 15.7 J, 7.84 J, −43.1 J

30. Un ladrillo de 1.2 kg está suspendido a 2 m de distancia arriba de un pozo de inspección y luego se le deja caer. El fondo del pozo está 3 m por debajo del nivel de la calle. Con respecto a la calle, ¿cuál es la energía potencial del ladrillo en cada uno de esos lugares? ¿Cuál es el cambio en términos de energía potencial?

31. En cierto instante, un proyectil de mortero desarrolla una velocidad de 60 m/s. Si su energía potencial en ese punto es igual a la mitad de su energía cinética, ¿cuál es su altura sobre el nivel del suelo? Resp. 91.8 m

32. Un trineo de 20 kg es empujado en una pendiente de 34° hasta una altura vertical de 140 m. Una fuerza de fricción constante de 50 N actúa durante toda esa distancia. ¿Qué trabajo externo se requirió? ¿Cuál fue el cambio en la energía potencial?

33. Se requiere una fuerza media de 600 N para comprimir un resorte una distancia de 4 cm. ¿Cuál es el valor del trabajo realizado por el resorte? ¿Cuál es el cambio en la energía potencial del resorte comprimido? Resp. −24 J, +24 J

Tema 4.6 Conservación de la energía

34. Una pesa de 18 kg se levanta hasta una altura de 12 m y después se suelta en caída libre. ¿Cuáles son la energía potencial, la energía cinética y la energía total en: (a) el punto más alto, (b) 3 m sobre el nivel del suelo y (c) el suelo?

35. Un martillo de 4 kg se levanta a una altura de 10 m y se deja caer. ¿Cuáles son las energías potencial y cinética del martillo cuando ha caído a un punto ubicado a 4 m del nivel del suelo? Resp. 157 J, 235 J

36. ¿Cuál será la velocidad del martillo del problema 35 justo antes de golpear el suelo? ¿Cuál es la velocidad en el punto ubicado a 4 m?

37. ¿Qué velocidad inicial debe impartirse a una masa de 5 kg para elevarla a una altura de 10 m? ¿Cuál es la energía total en cualquiera de los puntos de su trayectoria? Resp. 14 m/s, 490 J

38. Un péndulo simple de 1 m de longitud tiene en su extremo una pesa de 8 kg. ¿Cuánto trabajo se requiere para mover el péndulo desde su punto más bajo hasta una posición horizontal? A partir de consideraciones de energía, halle la velocidad de la pesa cuando pasa por el punto más bajo en su oscilación.

39. En la figura 4.26 se ilustra un péndulo balístico. Una pelota de 40 g es golpeada por una masa suspendida de 500 g. Después del impacto, las dos masas se elevan una distancia vertical de 45 mm. Calcule la velocidad de las masas combinadas inmediatamente después del impacto. Resp. 93.9 cm/s

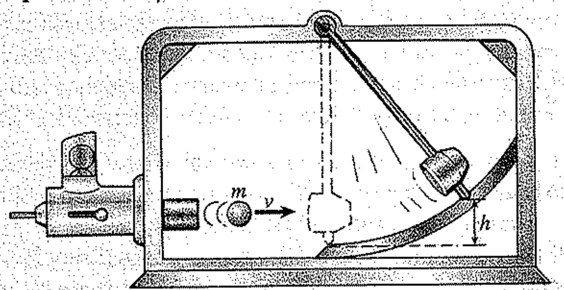


Figura 4.26

40. Un trineo de 100 lb se desliza a partir del reposo en la parte más alta de un plano inclinado a 37°. La altura original es de 80 ft. En ausencia de fricción, ¿cuál es la velocidad del trineo al llegar al punto más bajo del plano inclinado?

41. En la figura 4.27, un carrito de 8 kg tiene una velocidad inicial de 7 m/s en su descenso. Desprecie la fricción y calcule la velocidad cuando el bloque llega al punto B. Resp. 21.0 m/s

42. ¿Cuál es la velocidad del bloque de 8 kg en el punto C en el problema 41?

43. Una muchacha que pesa 80 lb está sentada en un columpio cuyo peso es insignificante. Si se le imparte una velocidad inicial de 20 ft/s, ¿a qué altura se elevará? Resp. 6.25 ft

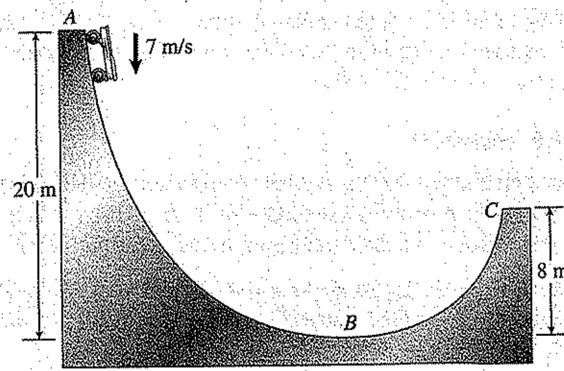


Figura 4.27

Tema 4.7 Energía y fuerzas de fricción

44. Un trineo de 60 kg se desliza desde el reposo hasta el fondo de una pendiente de 30 m de longitud y 25° de inclinación. Una fuerza de fricción de 100 N actúa en toda esa distancia. ¿Cuál es la energía total en la cumbre y al pie de la pendiente? ¿Cuál es la velocidad que alcanza el trineo en el punto más bajo?

45. Un bloque de 500 g se suelta desde la parte más alta de un plano inclinado a 30° y se desliza 160 cm hasta llegar al punto más bajo. Una fuerza de fricción constante de 0.9 N actúa durante toda esa distancia. ¿Cuál es la energía total en el punto más alto? ¿Qué trabajo ha realizado la fricción? ¿Cuál es la velocidad en el punto más bajo? Resp. 3.92 J, −1.44 J, 3.15 m/s

46. ¿Qué velocidad inicial debe impartirse al bloque de 500 g del problema 45 para que apenas logre llegar al punto más alto de la misma pendiente?

47. Un carro de 64 lb empieza a subir por un plano inclinado a 37° con una velocidad inicial de 60 ft/s. Si queda inmóvil después de haberse desplazado una distancia de 70 ft, ¿cuánta energía se perdió a causa de la fricción? Resp. 906 ft · lb

48. Una pelota de 0.4 kg cae una distancia vertical de 40 m y rebota a una altura de 16 m. ¿Cuánta energía se perdió en el choque contra el suelo?

49. A un trineo de 4 kg se le imparte una velocidad inicial de 10 m/s en la cumbre de una pendiente de 34°. Si $\mu_k = 0.2$, ¿qué distancia habrá recorrido el trineo cuando su velocidad alcance los 30 m/s? Resp. 104 m

50. Suponga que la masa del carrito de la figura 4.30 es de 6 kg y que se pierden 300 J de energía en el trabajo realizado para contrarrestar la fricción. ¿Cuál es la velocidad cuando la masa llega al punto C?

51. El conductor de un autobús aplica los frenos para evitar un accidente. Al hacerlo, los neumáticos dejan una marca de 80 ft de largo sobre el suelo. Si $\mu_k = 0.7$, ¿con qué rapidez circulaba el vehículo antes que el conductor frenara? Resp. 59.9 ft/s

Tema 4.8 Potencia

52. La correa transportadora de una estación automática levanta 500 ton de mineral a una altura de 90 ft en 1 h. ¿Qué potencia media se requiere para esto, en caballos de fuerza?

53. Una masa de 40 kg se eleva a una distancia de 20 m en un lapso de 3 s. ¿Qué potencia media se utiliza? Resp. 2.61 kW

54. Un ascensor de 300 kg es elevado una distancia vertical de 100 m en 2 min. ¿Cuál es la potencia empleada?

55. Un motor de 90 kW se utiliza para elevar una carga de 1 200 kg. ¿Cuál es la velocidad media durante el ascenso? Resp. 7.65 m/s

56. ¿A qué altura puede un motor de 400 W subir una masa de 100 kg en 3 s?

57. Un estudiante de 800 N sube corriendo un tramo de escaleras y asciende 6 m en 8 s. ¿Cuál es la potencia media que ha desarrollado? Resp. 600 W

58. Una lancha de carreras debe desarrollar 120 hp para desplazarse a una rapidez constante de 15 ft/s sobre el agua. ¿Cuál es la fuerza media de resistencia que puede atribuirse al agua?

Problemas adicionales

59. Un trabajador saca de un pozo un cubo de 20 kg a rapidez constante y realiza un trabajo de 8 kJ. ¿Cuál es la profundidad del pozo? Resp. 40.8 m

60. Una fuerza horizontal de 200 N empuja horizontalmente una caja de 800 N una distancia de 6 m a velocidad constante. ¿Qué trabajo ha realizado esa fuerza de 200 N? ¿Cuál es el trabajo resultante?

61. Una masa de 10 kg es izada a una altura de 20 m y luego se suelta. ¿Cuál es la energía total del sistema? ¿Cuál es la velocidad de la masa cuando se encuentra a 5 m del suelo? Resp. 1 960 J, 17.1 m/s

62. Una caja se levanta a rapidez constante de 5 m/s por un motor cuya potencia de salida es de 4 kW. ¿Cuál es la masa de la caja?

63. Una montaña rusa alcanza una altura máxima de 100 ft. ¿Cuál es la rapidez máxima en millas por hora cuando llega a su punto más bajo? Resp. 54.4 mi/h

64. Una fuerza de 20 N arrastra un bloque de 8 kg hasta una distancia horizontal de 40 m mediante una cuerda que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Suponga que $\mu_k = 0.2$ y que el tiempo requerido es de 1 min. ¿Qué trabajo resultante se ha realizado?

65. ¿Cuál es la velocidad del bloque del problema 64 al final del recorrido? ¿Qué potencia *resultante* se requirió? Resp. 5.20 m/s, 1.80 W

66. Un esquiador de 70 kg desciende por una pendiente de 30 m que forma un ángulo de 28° con la horizontal. Suponga que $\mu_k = 0.2$. ¿Cuál es la velocidad del esquiador cuando llega al pie de la pendiente?

67. Una pulga de 0.3 mg puede saltar a una altura de 3 cm, aproximadamente. ¿Cuál debe ser su rapidez cuando empieza el salto? ¿Es necesario conocer la masa de la pulga? Resp. 76.7 cm/s; no

68. Una montaña rusa llega hasta su punto más bajo y apenas tiene fuerza para alcanzar la siguiente cuesta, 15 m más arriba. ¿Cuál es la rapidez mínima en el punto más bajo de su recorrido?

69. El martillo de un martinete para hincar pilotes pesa 800 lb y cae una distancia de 16 ft antes de golpear el pilote. El impacto hinca este último 6 in dentro del suelo. ¿Cuál fue la fuerza media para hincar el pilote? Resp. 25 600 lb

70. Suponga que el agua en la parte superior de la cascada mostrada en la figura 4.28 se lleva a una turbina ubicada en la base de la caída, a una distancia vertical de 94 m (308 ft). Digamos que 20% de la energía disponible se pierde debido a la fricción y a otras fuerzas de resistencia. Si entran en la turbina 3 000 kg de agua por minuto, ¿cuál es su potencia de salida?

71. Una tabla colocada como rampa se utiliza para descargar cajas de clavos de la parte posterior de un camión. La altura de la plataforma del camión es 60 cm y la tabla tiene 1.2 m de longitud. Suponga que $\mu_k = 0.4$ y a las cajas se les imparte un empujón inicial para que empiecen a descender. ¿Cuál es su rapidez cuando llegan al suelo? ¿Qué rapidez inicial deberían tener al llegar al suelo para subir de nuevo deslizándose hasta la plataforma del camión? Si no existiera fricción, ¿estas dos preguntas tendrían la misma respuesta? Resp. 1.90 m/s, 4.46 m/s, sí

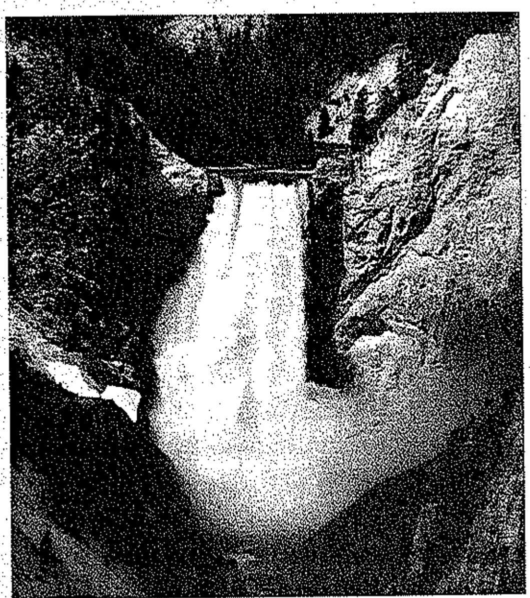


Figura 4.28 Lower Falls en el Parque Nacional de Yellowstone (*Fotografía de Paul E. Tippens*).

72. Una caja fuerte de 96 lb es empujada para que suba una distancia de 12 ft por un plano inclinado a 30° con fricción insignificante. ¿Cuál es el incremento de la energía potencial? ¿Se produciría el mismo cambio de energía potencial si una fuerza de fricción de 10 lb se opusiera al movimiento ascendente por el plano? ¿Por qué? ¿Se requeriría el mismo trabajo?

73. Una pelota de 2 kg está suspendida de un cable de 3 m unido a la pared por medio de una alcayata. Se tira de la pelota, de modo que el cable forma un ángulo de 70° con la pared, y luego la soltamos. Si durante el choque con la pared se pierden 10 J de energía, ¿cuál es el ángulo máximo entre el cable y la pared después del primer rebote? Resp. 59.2°

74. Una pelota de 3 kg se deja caer desde una altura de 12 m y alcanza una velocidad de 10 m/s justo antes de llegar al suelo. ¿Cuál es la fuerza media retardataria ocasionada por la presencia del aire? Si la pelota rebota sobre el suelo con una rapidez de 8 m/s, ¿cuánta energía habrá perdido en el impacto? ¿A qué altura rebotará la pelota si la resistencia promedio del aire es la misma que en el caso anterior?

75. Considere una montaña rusa donde la primera cuesta tiene una altura de 34 m. Si en la montaña rusa se pierde sólo 8% de la energía entre las dos primeras cuestas, ¿cuál es la máxima altura posible para la segunda cuesta? Resp. 31.3 m

76. Un bloque de 4 kg se comprime contra un resorte en la parte inferior del plano inclinado que se muestra en la figura 4.29. Se requirió una fuerza de 4000 N para comprimir el resorte hasta una distancia de 6 cm. Si el resorte se suelta y el coeficiente de fricción es de 0.4, ¿hasta qué altura del plano inclinado se moverá el bloque?

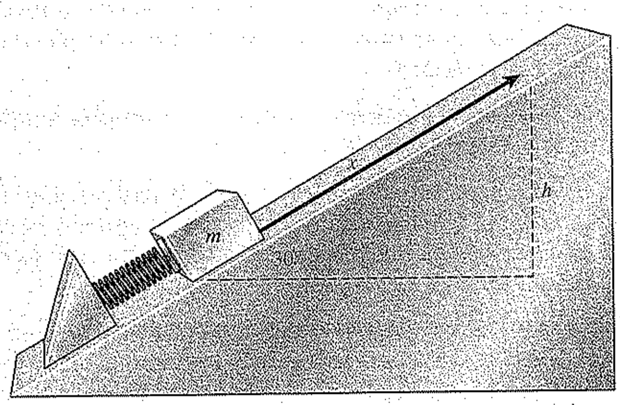


Figura 4.29

Problemas

Tema 4.9 Máquinas simples y eficiencia y Tema 4.10 Ventaja mecánica

77. Una máquina con 25% de eficiencia realiza un trabajo externo de 200 J. ¿Qué trabajo de entrada requiere? Resp. 800 J

78. ¿Cuál es el trabajo de entrada de un motor de gasolina con 30% de eficiencia si en cada uno de sus ciclos realiza 400 J de trabajo útil?

79. Un motor de 60 W levanta una masa de 2 kg a una altura de 4 m en 3 s. Calcule la potencia de salida. Resp. 26.1 W

80. ¿Cuál es la eficiencia del motor del problema 79? ¿Cuál es la potencia con la que se realiza el trabajo contra la fricción?

81. Una máquina con 60% de eficiencia levanta una masa de 10 kg con una rapidez constante de 3 m/s. ¿Cuál es la potencia de entrada requerida? Resp. 490 W

82. Durante la operación de un motor de 300 hp se pierde energía a causa de la fricción a razón de 200 hp. ¿Cuál es la potencia de salida útil y cuál es la eficiencia del motor?

83. Una máquina sin fricción levanta una carga de 200 lb hasta una altura vertical de 10 ft. La fuerza de entrada se mueve a lo largo de una distancia de 300 ft. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal de la máquina? ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de entrada? Resp. 30, 6.67 lb

Tema 4.12 Aplicaciones del principio de la palanca

84. Un extremo de una caja fuerte de 50 kg se levanta con una varilla de acero de 1.2 m. ¿Qué fuerza de entrada se requiere en el extremo de la varilla si se coloca un punto de apoyo (fulcro) a 12 cm de la caja? (*Sugerencia:* para levantar un extremo se requiere una fuerza igual a la mitad del peso de la caja fuerte).

85. En el caso del cascanueces de la figura 4.13a, la nuez se halla a 2 cm del punto de apoyo y una fuerza de entrada de 20 N se aplica en los mangos, los cuales están a 10 cm de dicho punto. ¿Qué fuerza se aplica para partir la nuez? Resp. 100 N

86. En el caso de la carretilla de la figura 4.14b, el centro de gravedad de una carga neta de 40 kg se ubica a 50 cm de distancia de la rueda. ¿Qué empuje ascendente se tendrá que aplicar en un punto de los mangos que se encuentra a 1.4 m de la rueda?

87. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal de la carretilla descrita en el problema 86? Resp. 2.80

88. Calcule la ventaja mecánica ideal de la palanca descrita en la figura 4.14c si la fuerza de entrada se aplica a 30 cm del clavo y el punto de apoyo se localiza a 2 cm de dicho clavo.

89. La fuerza de entrada que ejerce un músculo del antebrazo (véase la figura 4.14d) es de 120 N y actúa a una distancia de 4 cm del codo. La longitud total del antebrazo es 25 cm. Calcule cuánto es el peso que se ha levantado. Resp. 19.2 N

90. Una rueda de 20 cm de diámetro está unida a un eje cuyo diámetro es de 6 cm. Si se agrega al eje un peso de 400 N, ¿qué fuerza habrá que aplicar al borde de la rueda para levantar el peso con rapidez constante? Desprecie la fricción.

91. Una masa de 20 kg va a ser levantada con una varilla de 2 m de largo. Si se puede ejercer una fuerza descendente de 40 N en un extremo de la varilla, ¿dónde se deberá colocar un bloque de madera que actúe como punto de apoyo? Resp. A 33.9 cm de la masa

92. Calcule la fuerza **F** necesaria para levantar una carga W de 200 N por medio de la polea que se muestra en la figura 4.30a.

93. ¿Qué fuerza de entrada se necesita para levantar la carga de 200 N con el sistema ilustrado en la figura 4.30b? Resp. 50.0 N

94. ¿Cuáles son las fuerzas de entrada necesarias para levantar la carga de 200 N con los sistemas que muestran las figuras 4.30c y d?

95. ¿Cuál es la ventaja mecánica de un destornillador utilizado usado como rueda y eje (cabria) si su hoja tiene 0.3 in de ancho y su mango tiene 0.8 in de largo? Resp. 2.67

96. El malacate de cadena de la figura 4.31 es una combinación de la rueda y eje con el aparejo de poleas. Demuestre que la ventaja mecánica ideal de este dispositivo está dada por

$$M_I = \frac{2R}{R - r}$$

97. Suponga que el radio mayor de la figura 4.31 es tres veces más grande que el radio pequeño. ¿Qué fuerza de entrada se requiere para levantar una carga de 10 kg sin fricción alguna? Resp. 32.7 N

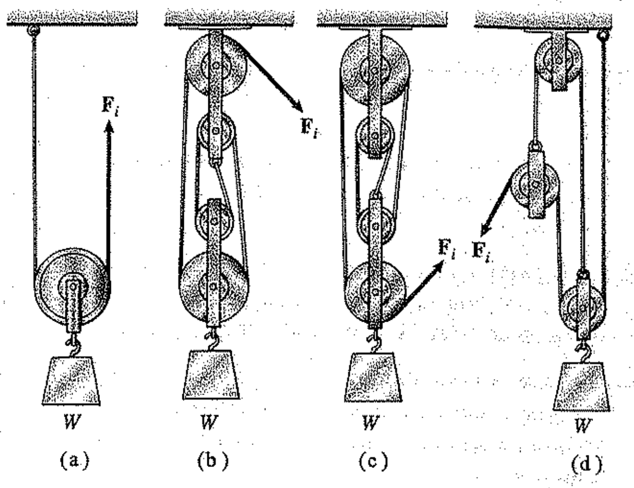


Figura 4.30

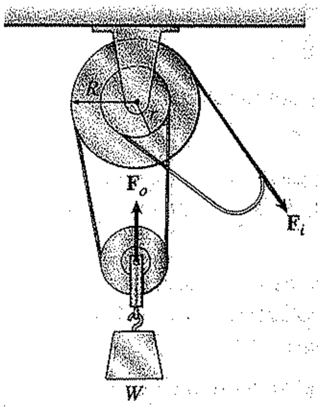


Figura 4.31

Tema 4.14 Aplicaciones del plano inclinado

98. ¿Cuál debe ser el espesor de la base si una cuña tiene 20 cm de longitud y se desea que la fuerza de entrada sea igual a la décima parte de la fuerza de salida?

99. ¿Cuál debe ser el ángulo de la punta de una cuña para que su ventaja mecánica sea de 10? Resp. 5.71°

100. Una caja de 10 kg es llevada desde el piso hasta una plataforma de carga a través de una rampa de 6 m de longitud y 2 m de altura. Supongamos que $\mu_k = 0.25$. ¿Cuáles son las ventajas mecánicas ideal y real de esa rampa?

101. En el caso del problema 100, ¿cuál es la eficiencia de la rampa? Resp. 58.6%

102. Una fuerza de entrada de 20 lb se aplica al mango de 6 in de una llave de tuercas que se usa para apretar una tuerca de $\frac{1}{4}$ in de diámetro. Se produce una fuerza real de salida de 600 lb. Si el perno tiene 10 cuerdas o roscas por pulgada, ¿cuál es la ventaja mecánica ideal y cuál es la eficiencia?

103. La palanca de un gato de tornillo tiene 24 in de largo. Si el tornillo tiene seis cuerdas o roscas por pulgada, ¿cuál es la ventaja mecánica ideal? Resp. 904

104. Si el gato de tornillo del problema 109 tiene 15% de eficiencia, ¿qué fuerza se requiere para levantar con él 2000 lb?

Problemas adicionales

105. Un plano inclinado tiene 6 m de longitud y 1 m de altura. El coeficiente de fricción cinética es 0.2. ¿Cuánta fuerza se requiere para empujar con rapidez constante un peso de 2400 N hacia la parte alta del plano inclinado? ¿Cuál es la eficiencia del plano inclinado? Resp. 873 N, 45.8%

106. Una rueda y un eje se usan para elevar una masa de 700 kg. El radio de la rueda es de 0.50 m y el del eje es 0.04 m. Si la eficiencia real es de 60%, ¿qué fuerza de entrada deberá aplicarse a la rueda?

107. Un eje que gira a 800 rpm imparte un momento de torsión de 240 N · m a un eje de salida que gira a 200 rpm. Si la eficiencia de la máquina es de 70%, calcule el momento de torsión de salida. ¿Cuál es la potencia de salida? Resp. 672 N · m, 14.1 kW

108. El tornillo de un gato tiene una cuerda cuyo paso de rosca es de 0.25 in. Su manija tiene 16 in de largo y se está levantando con él una carga de 1.9 toneladas. Sin tener en cuenta la fricción, ¿qué fuerza hay que aplicar en el extremo de la manija? ¿Cuál es la ventaja mecánica?

109. Cierto compresor para refrigeración viene provisto de una polea de 250 mm de diámetro y está diseñado para funcionar a 600 rpm. ¿Cuál deberá ser el diámetro de la polea del motor para que su velocidad sea de 2000 rpm Resp. 75.0 mm

110. En la correa de un ventilador, la rueda impulsora es de 20 cm de diámetro y la rueda de arrastre tiene un diámetro de 50 cm. La potencia de entrada proviene de un motor de 4 kW que hace girar a la rueda motriz a 300 rpm. Si la eficiencia es de 80%, calcule el número de revoluciones por minuto y el momento de torsión que se imparten a la rueda impulsada.

111. Una cuña para partir leños mide 16 cm por lado y el ángulo de la punta es de 10°. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal? Resp. 5.76

112. Una máquina tiene una eficiencia de 72%. Una fuerza de entrada de 500 N se ejerce a través de una distancia paralela de 40 cm. ¿Cuánta energía se pierde en el proceso?

113. Un motor con 80% de eficiencia acciona un malacate con una eficiencia de 50%. Si la potencia que se imparte al motor es de 6 kW, ¿a qué altura elevará el malacate una masa de 400 kg en un tiempo de 4 s? Resp. 2.45 m

114. Un peso de 60 N es levantado por los tres procedimientos que se ilustran en la figura 4.32. Calcule la ventaja mecánica ideal y la fuerza de entrada que se requiere para cada aplicación. Resp. 2, 30 N; 3, 20 N; 0.33, 180 N

115. Una transmisión de tornillo sinfín similar a la que se muestra en la figura 4.20 tiene n dientes en la rueda dentada. (Si $n = 80$, una vuelta completa del tornillo sinfín hará avanzar la rueda un octavo de revolución). Obtenga una expresión para calcular la ventaja mecánica ideal de la rueda dentada para el tornillo sinfín en función del radio de la polea de entrada R, el radio del eje motor r y el número de dientes n de la rueda dentada.

116. La transmisión de tornillo sinfín del problema 115 tiene una rueda dentada con 80 dientes. Si el radio de la rueda de entrada es de 30 cm y el radio del eje motor es de 5 cm, ¿qué fuerza de entrada se requiere para levantar una carga de 1200 kg? Suponga una eficiencia de 80%. Resp. 30.6 N

117. La chumacera de un remo de 3.5 m está instalada a 1 m del extremo del mango. La persona que rema en un bote aplica una fuerza de 50 N al extremo del mango. Deter-

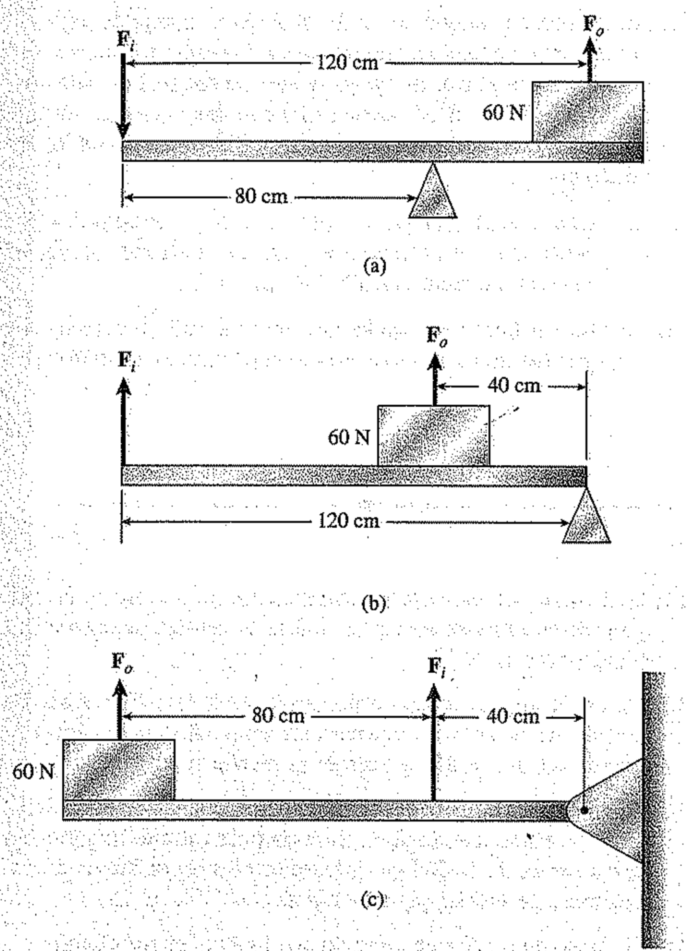


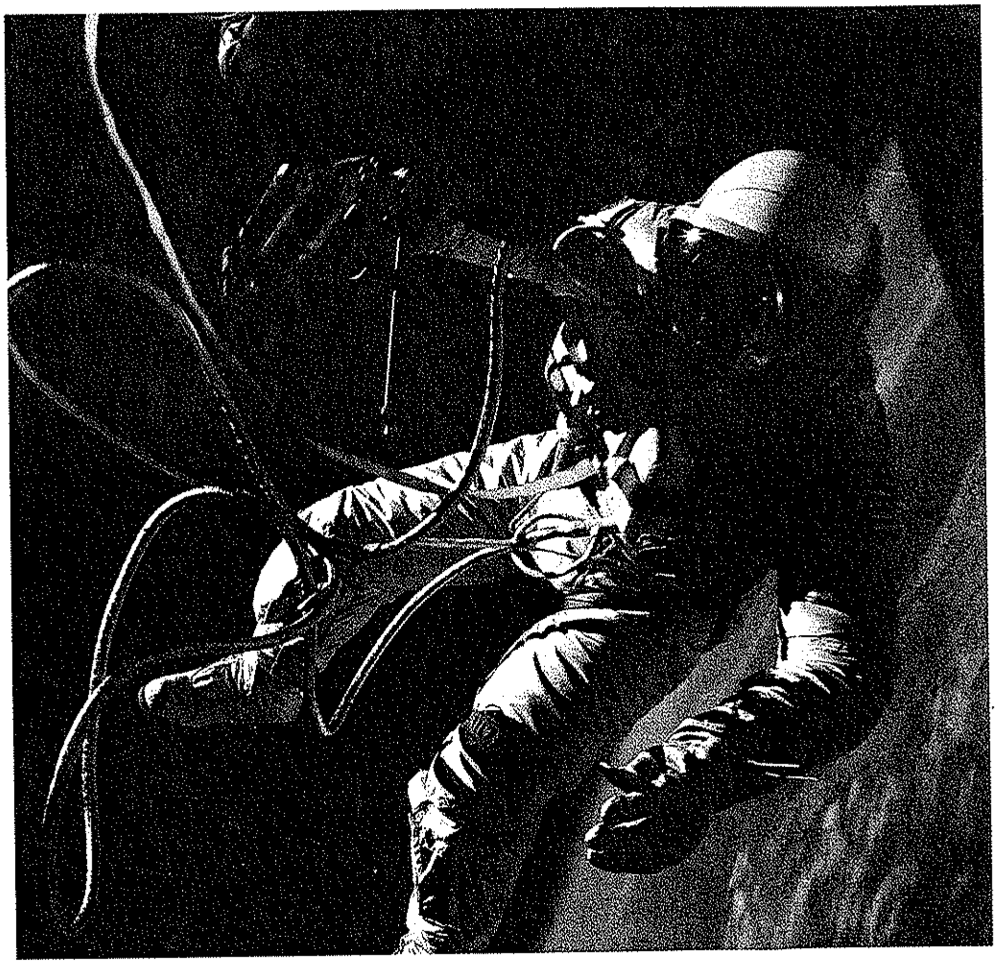
Figura 4.32

mine cuáles son la ventaja mecánica ideal y la fuerza de salida. ¿Aumenta o disminuye la ventaja mecánica si la chumacera se coloca más cerca del extremo del mango? ¿A qué distancia del extremo del mango se debe instalar la chumacera para obtener un incremento de 20% en la fuerza de salida? Resp. 0.400 –1.14 m

UNIDAD

5

Impulso y cantidad de movimiento



El astronauta Edward H. White II, piloto del vuelo espacial *Gemini-Titan 4*, flota en el espacio con gravedad cero. White está unido a la nave espacial por medio de un cable umbilical de 25 ft y un cable sujetador de 23 ft, los dos recubiertos de chapa de oro para formar una cuerda. A su derecha, White lleva una unidad de mano de maniobra automática (HHSMU, por sus siglas en inglés). Al disparar la pistola de gas se transfiere la cantidad de movimiento al astronauta. (*Foto de la NASA*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Comprender los conceptos de impulso y cantidad de movimiento.
- Relacionar los conceptos de impulso y cantidad de movimiento.
- Aplicar el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento en la solución de problemas.
- Definir y aplicar el concepto de coeficiente de restitución entre dos superficies.
- Establecer diferencias entre los choques elásticos y los inelásticos.
- Aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento en la solución de problemas sobre choques elásticos e inelásticos.

5.1 Impulso y cantidad de movimiento

Cuando se golpea una pelota de golf en el campo de juego, como se observa en la figura 5.1, una gran fuerza media **F** actúa sobre la pelota durante un corto espacio de tiempo Δt, haciendo que ésta se acelere desde el reposo hasta una velocidad final $\mathbf{v}_f$. Es sumamente difícil medir tanto la fuerza como la duración de su acción; pero el producto de ambas $\mathbf{F}\,\Delta t$ puede calcularse en función del cambio de velocidad resultante de la pelota de golf. A partir de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{\Delta t}$$

Al multiplicar por Δt se obtiene

$$\mathbf{F}\,\Delta t = m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0)$$

o bien,

$$\mathbf{F}\,\Delta t = m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0 \qquad (5.1)$$

Esta ecuación es muy útil para resolver problemas relacionados con choques, a los que se han asignado nombres especiales a sus términos.

El **impulso F Δt** es una cantidad vectorial de igual magnitud que el producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en el que actúa. Su dirección es la misma que la de la fuerza.

La **cantidad de movimiento p** de una partícula es una cantidad vectorial de igual magnitud que el producto de su masa m por su velocidad **v**.

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Por tanto, la ecuación (5.1) puede enunciarse verbalmente así:

Impulso ($\mathbf{F}\,\Delta t$) = *cambio de la cantidad de movimiento* ($m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_0$)

La unidad del SI del impulso es el *newton-segundo* (N · s). La unidad de la cantidad de movimiento es el *kilográmetro por segundo* (kg · m/s). Resulta conveniente distinguir entre estas unidades, aun cuando en realidad sean iguales:

$$\mathrm{N \cdot s} = \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}} \times \mathrm{s} = \mathrm{kg \cdot m/s}$$

Las unidades correspondientes en el SUEU son la *libra-segundo* (lb · s) y el *slug-pie por segundo* (slug · ft/s).

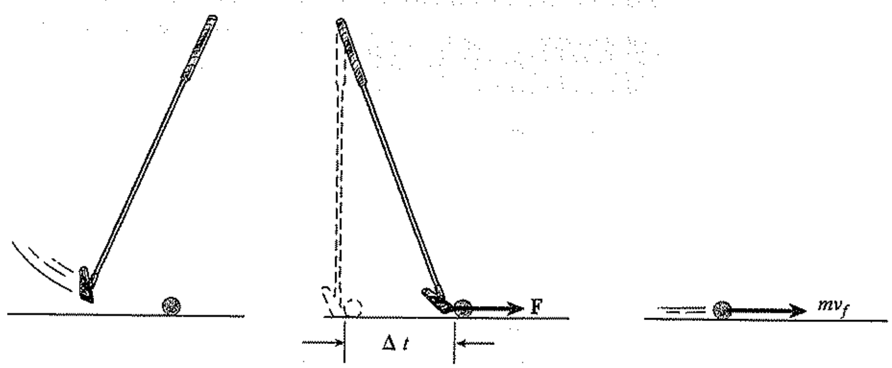


Figura 5.1 Cuando el palo de golf golpea la pelota, una fuerza **F** que actúa durante un espacio de tiempo provoca un cambio en la cantidad de movimiento de la pelota.

Ejemplo 5.1 La cabeza de un mazo de 3 kg se mueve a una velocidad de 14 m/s en el momento que golpea un perno de acero. Se detiene a los 0.02 s. Determine la fuerza media sobre el perno.

Plan: Primero, determine el impulso **F** Δt, que es igual al cambio en la cantidad de movimiento $m\mathbf{v}$ para el mazo. Después calcule el tiempo al dividir la fuerza media entre el impulso. Dado que tanto la cantidad de movimiento como el impulso son cantidades vectoriales, debe ser cuidadoso con los signos.

Solución: Considere que la dirección hacia arriba es positiva y que la cabeza inicialmente se mueve hacia abajo. Esto significa que $v_0 = -14$ m/s, $v_f = 0$, $m = 3$ kg y $\Delta t = 0.02$ s.

$$F\,\Delta t = mv_f - mv_0 = 0 - (3\text{ kg})(-14\text{ m/s})$$
$$= +42.0\text{ N}\cdot\text{m}$$

Al dividir el impulso entre 0.02 obtenemos

$$F\,\Delta t = 42\text{ N}\cdot\text{m} \quad \text{o} \quad F = \frac{42\text{ N}\cdot\text{m}}{0.02\text{ s}} = 2\,100\text{ N}$$

La fuerza media que actúa sobre el perno cuando el *mazo se detiene* es 2 100 N con dirección hacia arriba (+). La fuerza de reacción ejercida *sobre el mazo* es igual en magnitud, pero opuesta en dirección. Hay que destacar que las fuerzas determinadas en esta forma son *fuerzas* medias. Al principio del contacto con el perno, la fuerza cuando el mazo se detiene será mucho mayor que 2 100 N.

Ejemplo 5.2 Una pelota de béisbol de 0.15 kg que se mueve hacia el bateador a una velocidad de 30 m/s es golpeada con un bate, lo cual causa que se mueva en dirección contraria a una velocidad de 42 m/s. (Use como referencia la figura 5.2). Determine el impulso y la fuerza media ejercida sobre la pelota si el bate está en contacto con la pelota durante 0.002 s.

Plan: Trace un esquema como el que se muestra en la figura 5.2. Observe que se indican las direcciones y los signos de la velocidad. Reconocemos que el impulso impartido a la pelota debe ser igual al cambio en la cantidad de movimiento de la pelota, y los signos dados para la velocidad antes y después de que el bate golpea la pelota deben concordar.

Solución: Al considerar la dirección hacia la derecha como positiva y organizar los datos, tenemos

Dados: $m = 0.15$ kg, $v_0 = -30$m/s, $v_f = +42$m/s, $\Delta t = 0.002$ s   Calcule: $F\,\Delta t$ y Δt

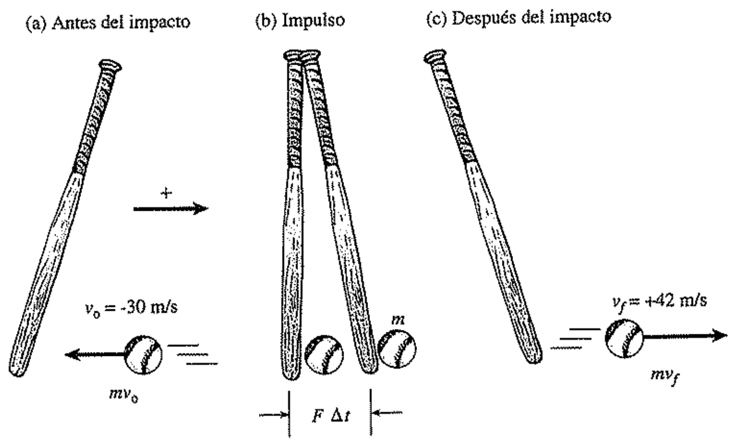


Figura 5.2 El impulso $F\,\Delta t$ es igual al cambio en la cantidad de movimiento.

Al sustituir en la ecuación (5.1) primero encontramos el valor del impulso.

$$\begin{aligned} F\,\Delta t &= mv_f - mv_0 \\ &= (0.15\text{ kg})(42\text{ m/s}) - (0.15\text{ kg})(-30\text{ m/s}) \\ &= 6.30\text{ kg}\cdot\text{m/s} + 4.50\text{ kg m/s} = 10.8\text{ kg}\cdot\text{m/s} \end{aligned}$$

La velocidad cambia de -30 m/s a $+42$ m/s, un cambio total de $+72$ m/s. Es fácil darse cuenta de que el uso incorrecto de los signos puede conducir a un error importante.

A continuación se nos pide que hallemos la fuerza media ejercida por el bate mientras está en contacto con la pelota durante 0.002 s. Al resolver para F obtenemos

$$F\,\Delta t = 10.8\text{ m/s}$$

$$F = \frac{10.8\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{0.002\text{ s}} = 5\,400\text{ N}$$

Una vez más, debemos reconocer que ésta es la fuerza *media* en la pelota.

5.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

Consideremos una colisión *de frente* entre las masas m_1 y m_2, como se muestra en la figura 5.3. Suponga que las superficies están libres de fricción. Indicamos sus velocidades antes del impacto como $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$ y después del impacto como $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$. El impulso de la fuerza $\mathbf{F}_1$ que actúa sobre la masa de la derecha es

$$F_1\,\Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

En forma similar, el impulso de la fuerza $\mathbf{F}_2$ sobre la masa de la izquierda es

$$F_2\,\Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Durante el tiempo Δt, $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, de modo que

$$F_1\,\Delta t = -\,F_2\,\Delta t$$

o bien,

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = -(m_2 v_2 - m_2 u_2)$$

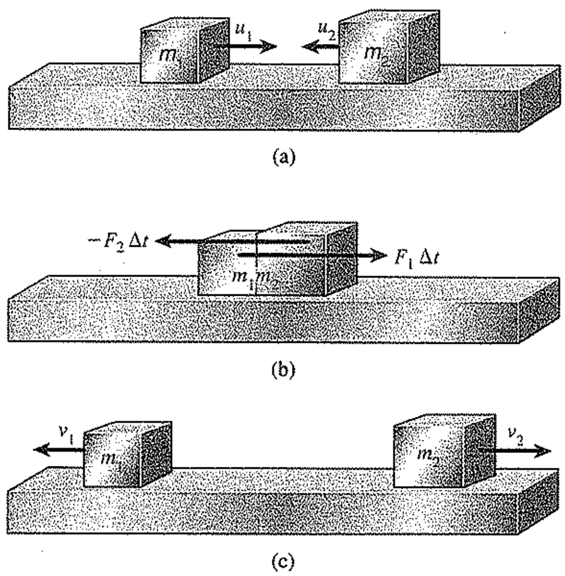


Figura 5.3 (a) Antes del impacto: $m_1u_1 + m_2u_2$; (b) durante el impacto $F_1\Delta t = -F_2\Delta t$; (c) después del impacto $m_1v_1 + m_2v_2$.

y, finalmente, reagrupando los términos,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \tag{5.2}$$

Cantidad de movimiento total antes del impacto = Cantidad de movimiento total después del impacto

Por tanto, hemos deducido un enunciado de la ley de la ***conservación de la cantidad de movimiento:***

La cantidad de movimiento total de los cuerpos que chocan es igual antes y después del impacto.

Ejemplo 5.3

Supongamos que una masa m_1 de 8 kg que se mueve a la derecha a 4 m/s choca con una masa m_2 de 6 kg que se mueve a la izquierda a 5 m/s. ¿Cuál es la cantidad de movimiento total antes y después del impacto?

Plan: Trace un esquema para este problema similar al mostrado en la figura 5.3. Después, elija la dirección a la derecha como positiva, organice los datos y sume la cantidad de movimiento de las dos masas antes del impacto. Finalmente, suponiendo que la cantidad de movimiento se conserva, dé el mismo valor para la cantidad de movimiento final.

Solución: Tomamos el movimiento hacia la derecha como positivo y organizamos los datos.

Dados: $m_1 = 8$ kg, $u_1 = +4$ m/s Encuentre: $p_0 = ?$
$m_2 = 6$ kg, $u_2 = -5$ m/s $p_f = ?$

Ahora bien, la cantidad de movimiento total *antes* del impacto es

$$\begin{aligned} p_0 &= m_1u_1 + m_2u_2 \\ &= (8 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) + (6 \text{ kg})(-5 \text{ m/s}) \\ &= 32 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = +2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Finalmente, conservación de la cantidad de movimiento significa que el mismo valor se aplica a la cantidad de movimiento total *después* del impacto.

Si la velocidad de cualquier masa después del impacto puede determinarse, la otra velocidad también puede obtenerse a partir del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Ejemplo 5.4

Un cañón de 1 400 kg montado sobre ruedas dispara una bala de 60 kg en dirección horizontal con una velocidad de 50 m/s, como se muestra en la figura 5.4. Suponiendo que el cañón se pueda mover libremente, ¿cuál será su velocidad de retroceso?

Plan: Trace y marque un esquema como el de la figura 5.4, marcando como positiva la dirección a la derecha. Después organice los datos y remplace en la ecuación de la conservación para resolver para la velocidad de retroceso del cañón. Es útil elegir un subíndice para cada masa que identifica, como m_c o m_b para la bala del cañón. Por ejemplo, puede representar la cantidad de movimiento para el cañón *antes* del choque como m_cu_c. Dado que la velocidad de retroceso debe ser a la *izquierda* y la masa del cañón es mucho *más grande* que la del proyectil, asegúrese de que su respuesta sea consistente.

Solución: Recuerde que la derecha es positiva y la u se aplica antes y la v se aplica después del choque.

Dados: $m_c = 1\,400$ kg, $u_c = 0$ m/s $\qquad$ Encuentre: $v_c = ?$

$m_b = 60$ kg, $u_b = 0$ m/s

$v_b = 50$ m/s

Al remplazar en la ecuación de la conservación da

$$m_c u_c + m_b u_b = m_c v_c + m_b v_b$$
$$0 + 0 = m_c v_c + m_b v_b$$

Al resolver para la velocidad del cañón después del choque, tenemos

$$m_c v_c = -m_b v_b \quad \text{o} \quad v_c = \frac{-m_b v_b}{m_c}$$

$$v_c = \frac{-(60\text{ kg})(50\text{ m/s})}{1\,400\text{ kg}} = -2.14\text{ m/s}$$

El signo y la magnitud de la velocidad de retroceso es razonable para la información dada.

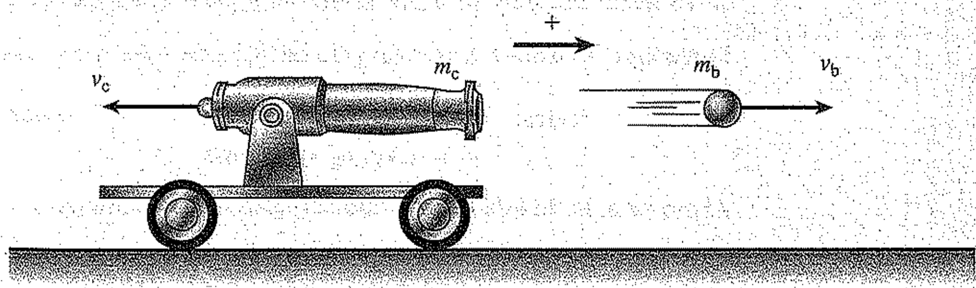


Figura 5.4 Cálculo de la velocidad de retroceso de un cañón.

Puede realizarse un experimento interesante que demuestra la conservación de la cantidad de movimiento utilizando ocho balines pequeños y una pista acanalada, como se muestra en la figura 5.5. Si se suelta un balín desde el lado izquierdo, se detendrá al chocar con los demás, y el que está en el extremo derecho rodará hacia la derecha con la misma velocidad. En forma similar, cuando dos, tres, cuatro o cinco balines se sueltan desde la izquierda, el mismo número de ellos rodará hacia la derecha con la misma velocidad, mientras que los otros permanecerán en reposo en el centro.

Es razonable preguntar por qué dos balines salen rodando en la figura 5.5, en lugar de que salga uno solo con el doble de velocidad, puesto que de este modo también se conservaría la cantidad de energía. Por ejemplo, si cada balín tiene una masa de 50 g, y si dos balines salen del lado izquierdo a una velocidad de 20 cm/s, la cantidad de movimiento total antes del impacto será 2 000 g · cm/s. Una cantidad de movimiento igual se puede alcanzar después del impacto si sólo rueda un balín de la izquierda, suponiendo que lo haga a una velocidad de 40 cm/s. La explicación se basa en el hecho de que la energía debe conservarse. Si un balín saliera disparado con el doble de velocidad, su energía cinética sería mucho mayor que la disponible a partir de los otros dos de la izquierda. La energía cinética que entraría entonces al sistema sería

$$E_0 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.1\text{ kg})(0.2\text{ m/s})^2$$
$$= 2 \times 10^{-3}\text{ J}$$

La energía cinética de un balín que viaja a 40 cm/s es exactamente del doble de este valor.

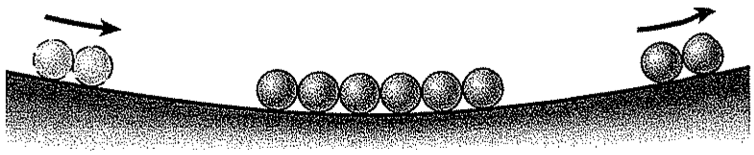


Figura 5.5 Conservación de la cantidad de movimiento.

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.05\text{ kg})(0.4\text{ m/s})^2$$
$$= 4 \times 10^{-3}\text{ J}$$

Por tanto, la energía, al igual que la cantidad de movimiento, es importante en la descripción del fenómeno de choque.

5.3 Choques elásticos e inelásticos

A partir del experimento descrito en el tema 5.2, se puede suponer que la energía cinética, al igual que la cantidad de movimiento, no cambia a causa de un choque o una colisión. Sin embargo, esta suposición sólo es aproximadamente cierta para los cuerpos duros, como los balines y las bolas de billar; pero no resulta verdadera en el caso de los cuerpos blandos que rebotan con mucho mayor lentitud después de chocar. Durante el impacto, todos los cuerpos se deforman ligeramente y así se liberan pequeñas cantidades de calor. El vigor con el que un cuerpo recobra su forma original, después de sufrir una deformación, es una medida de su ***elasticidad*** o capacidad de restitución.

FÍSICA HOY

Debido a su cantidad de movimiento, un buque superpetrolero con carga completa que navega a 16 nudos tardará 20 minutos en detenerse. Si un objeto inmóvil apareciera a tres millas náuticas de distancia, habría un choque.

Si la energía cinética permanece constante en un choque (el caso ideal), se dice que el choque es ***completamente elástico***. En este ejemplo no se pierde ninguna energía en forma de calor o deformación en un choque. Una bola de acero templado que se deja caer sobre una placa de mármol se aproxima a lo que sería un choque completamente elástico.

Cuando los cuerpos que chocan se adhieren entre sí y se mueven como un solo cuerpo después del choque, se dice que el choque es ***completamente inelástico***. Una bala que se incrusta en un bloque de madera es un ejemplo de este tipo de choque. La mayoría de los choques se encuentran entre estos dos extremos.

En una colisión completamente elástica entre dos masas m_1 y m_2, podemos decir que tanto la energía como la cantidad de movimiento se conservan. Por tanto, es posible aplicar dos ecuaciones:

$$\text{Energía: } \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$\text{Cantidad de movimiento: } m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

podemos simplificar y obtener

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$$
$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2)$$

Al dividir la primera ecuación entre la segunda nos queda

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - v_1} = \frac{v_2^2 - u_2^2}{v_2 - u_2}$$

Factorizando los numeradores y efectuando la división obtenemos

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

o bien,

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 = -(u_1 - u_2) \tag{5.3}$$

Por consiguiente, en el caso ideal de un choque completamente elástico, la velocidad relativa después del choque, $v_1 - v_2$, es igual al valor negativo de la velocidad relativa antes del choque. Cuanto más parecidas sean estas cantidades, tanto más elástica será la colisión. La relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del choque se llama ***coeficiente de restitución***.

El **coeficiente de restitución** e es la razón o relación negativa de la velocidad relativa después del choque, entre la velocidad relativa antes del choque.

$$e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}$$

Al incorporar el signo menos en el numerador de esta ecuación, nos queda

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \tag{5.4}$$

Si el choque es completamente elástico, entonces $e = 1$. Si el choque es completamente inelástico, $e = 0$. En el caso del choque inelástico, los dos cuerpos salen despedidos con la misma velocidad, es decir, $v_2 = v_1$. En general, el coeficiente de restitución tiene un valor entre 0 y 1.

Un método sencillo para determinar el coeficiente de restitución aparece en la figura 5.6. Una esfera del material que se va a medir se deja caer sobre una placa fija, desde una altura h_1. El rebote se mide a una altura h_2. En este caso, la masa de la placa es tan grande que v_2 es aproximadamente 0. Por lo tanto,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = -\frac{v_1}{u_1}$$

La velocidad u_1 es simplemente la velocidad adquirida durante la caída desde la altura h_1, y se determina a partir de

$$u_1^2 - u_0^2 = 2gh_1$$

Pero la velocidad inicial $u_0 = 0$, por lo cual

$$u_1^2 = 2gh_1$$

o bien,

$$u_1 = \sqrt{2gh_1}$$

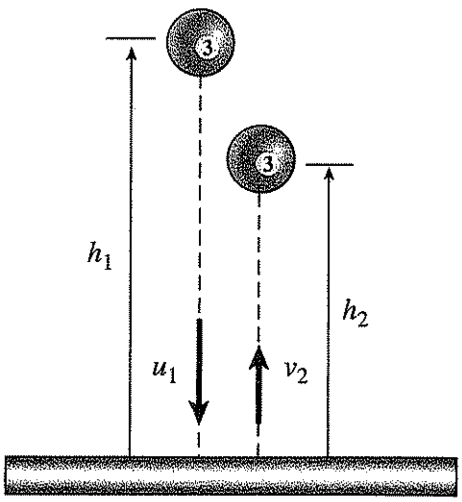


Figura 5.6

FÍSICA HOY

Para que las pelotas deportivas cumplan con un estándar de uso aceptable, deben tener un alto coeficiente de restitución. El coeficiente de restitución se mide al dejar caer las pelotas desde ciertas alturas en una superficie dura. Después se mide la altura de rebote. Las pelotas que alcanzan una altura aceptable se desechan. ¿Por qué el coeficiente debe ser menor que 1.00?

Hemos considerado la dirección hacia abajo como positiva. Si la pelota rebota hasta una altura h_2, su velocidad de rebote v_1 debe ser $-\sqrt{2gh_2}$ (el signo menos indica el cambio de dirección). Así pues, el coeficiente de restitución está dado por

$$e = -\frac{v_1}{u_1} = -\frac{-\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}}$$

o bien,

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \tag{5.5}$$

El coeficiente resultante es una propiedad conjunta de la pelota y de la superficie sobre la cual rebota.

En el caso de una superficie muy elástica, el valor de e es de 0.95 o mayor (acero o vidrio); mientras que para sustancias menos elásticas e puede ser muy pequeño. Es interesante observar que la altura de rebote es una función del vigor con que se restablece la deformación por el impacto. Contrariamente a la creencia popular, un balín de acero o una canica rebotan a mucho mayor altura que la mayoría de las pelotas de hule.

Estrategia para resolver problemas

Conservación de la cantidad de movimiento: choques

1. Lea el problema y luego trace y marque un diagrama sencillo. Indique la dirección del movimiento para cada masa, trazando vectores en el diagrama.
2. Elija el eje x a lo largo de la línea de choque e indique la dirección positiva. Las velocidades se considerarán positivas o negativas de acuerdo con esta elección.
3. Escriba una lista de las masas y velocidades conocidas, teniendo cuidado de utilizar en forma apropiada el signo y las unidades para cada velocidad. El uso de subíndices y letras adecuados le ayudará a seguir la pista de las diferentes masas y velocidades, antes y después del choque.
4. Escriba la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

5. Sustituya en esa ecuación todas las cantidades conocidas y simplifique la expresión resultante. Cuando sustituya las velocidades, es esencial que incluya el signo apropiado para cada una de ellas.
6. Si el choque es completamente *inelástico*, proceda a resolver la ecuación de la cantidad de movimiento para la cantidad desconocida.
7. Si la colisión es elástica, la conservación de la energía le ofrecerá una segunda ecuación independiente:

$$v_2 - v_1 = e(u_1 - u_2)$$

donde e es el *coeficiente de restitución* (para choques perfectamente elásticos, $e = 1$). Por último, resuelva esta ecuación simultáneamente con la ecuación de la cantidad de movimiento. Tenga cuidado de no confundir los signos de sustitución con los signos de operación.

Ejemplo 5.5

Una pelota de 2 kg que se desplaza hacia la izquierda con una rapidez de 24 m/s choca de frente con otra pelota de 4 kg que viaja hacia la derecha a 16 m/s. (a) Encuentre la velocidad resultante si las dos pelotas se quedan pegadas después del choque. (b) Determine sus velocidades finales si el coeficiente de restitución es 0.80.

Plan: Dibuje y marque un esquema que indique la dirección a la derecha como positiva. Después de listar la información dada, aplique la ecuación de la conservación para un choque completamente inelástico en el que la velocidad combinada después del choque puede determinarse directamente a partir de la conservación. Luego, use la definición del coeficiente de restitución para establecer otra relación entre las velocidades finales. Eso resolverá dos ecuaciones simultáneas para hallar las velocidades finales de cada masa.

Solución (a): Primero organizamos los datos:

Dados: $m_1 = 2\text{ kg}, u_1 = -24\text{ m/s}, e = 0.8$ Encuentre: $v_1 = ?$
$m_2 = 4\text{ kg}, u_2 = +16\text{ m/s}$ $v_2 = ?$

Para el caso inelástico, $e = 0$ y la velocidad combinada después del choque es

$$v_c = v_1 = v_2$$

Por tanto, podemos escribir la ecuación (9.2) como sigue:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_c$$

Dado que la dirección hacia la derecha se considera positiva, sustituyendo, obtenemos:

$$(2\text{ kg})(-24\text{ m/s}) + (4\text{ kg})(16\text{ m/s}) = (2\text{ kg} + 4\text{ kg})v_c$$
$$-48\text{ kg}\cdot\text{m/s} + 64\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (6\text{ kg})v_c$$
$$16\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (6\text{ kg})v_c$$

de donde

$$v_c = 2.67\text{ m/s}$$

El hecho de que esta velocidad también sea positiva indica que ambos cuerpos se mueven juntos hacia la derecha después del choque.

Solución (b): En este caso e no es cero y las balas rebotan después del choque con diferentes velocidades. Por tanto, necesitamos más información de la que es posible obtener de la ecuación de la cantidad de movimiento por sí sola. Tanto el valor $e = 0.80$ como la ecuación (5.4) nos ofrecen más información.

$$e = 0.80 = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

o bien,

$$v_2 - v_1 = (0.80)(u_1 - u_2)$$

Al sustituir los valores conocidos para u_1 y u_2, obtenemos

$$v_2 - v_1 = (0.80)(-24\text{ m/s} - 16\text{ m/s})$$
$$= (0.80)(-40\text{ m/s})$$

o finalmente

$$v_2 - v_1 = -32\text{ m/s}$$

Ahora podemos utilizar la ecuación de la cantidad de movimiento para obtener otra relación entre v_2 y v_1, lo cual nos permite resolver las dos ecuaciones simultáneamente.

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

El lado izquierdo de esta ecuación ya fue resuelto en la parte (a) y es igual a $16\text{ kg}\cdot\text{m/s}$. Por tanto, sustituimos los valores de m_1 y m_2 en el lado derecho

$$16\text{ kg}\cdot\text{m/s} = (2\text{ kg})v_1 + (4\text{ kg})v_2$$

de donde

$$2v_1 + 4v_2 = 16\text{ m/s}$$

o bien,

$$v_1 + 2v_2 = 8\text{ m/s}$$

Así, tenemos dos ecuaciones:

$$v_2 - v_1 = -32 \text{ m/s} \qquad v_1 + 2v_2 = 8 \text{ m/s}$$

Resolviéndolas en forma simultánea, obtenemos

$$v_1 = 24 \text{ m/s} \qquad v_2 = -8 \text{ m/s}$$

Por tanto, vemos que las pelotas invierten sus direcciones: m_1 se mueve hacia la derecha a una velocidad de 24 m/s y m_2 se mueve hacia la izquierda a una velocidad de 8 m/s.

Ejemplo 5.6 Una bala de 12 g se dispara hacia un bloque de madera de 2 kg suspendido de un cordel, como muestra la figura 5.7. El impacto de la bala hace que el bloque oscile hasta 10 cm más arriba de su nivel original. Calcule la velocidad de la bala cuando golpea el bloque.

Plan: El problema necesita dividirse en dos partes: la conservación de la cantidad de movimiento durante el impacto y la conservación de energía durante la oscilación hacia arriba del bloque y de la bala. La velocidad inicial para la oscilación hacia arriba es la misma que la velocidad final en el impacto. Por tanto, calcule la velocidad v_c requerida para alcanzar la altura máxima y use la conservación de la cantidad de movimiento para hallar la velocidad de entrada de la bala que se necesita para impartir esa velocidad a las masas combinadas.

Solución: Usaremos los símbolos m_b para la masa de la bala y m_w para la masa del bloque de madera. La energía cinética de las masas combinadas debe ser igual a la energía potencial en el punto más alto. Por tanto,

$$\frac{1}{2}(m_b + m_w)v_c^2 = (m_b + m_w)gh$$

Al dividir la masa combinada $(m_b + m_w)$ y simplificar, obtenemos

$$v_c^2 = 2gh \qquad \text{o} \qquad v_c = \sqrt{2gh}$$

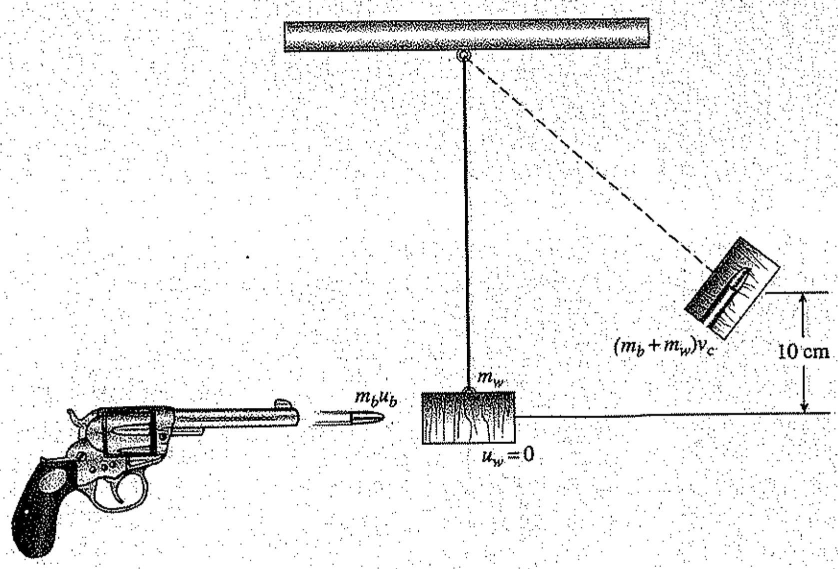


Figura 5.7 Cálculo de la velocidad de entrada de una bala disparada hacia un bloque suspendido.

de donde

$$v_c = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(0.10 \text{ m})} = 1.40 \text{ m/s}$$

Ahora bien, podemos usar esto como la velocidad combinada final después del choque. La conservación de la cantidad de movimiento requiere que

$$m_b u_b + m_w u_w = (m_b + m_w)v_c$$

Sabemos que $m_b = 0.012$ kg, $m_w = 2$ kg, $u_w = 0$ y $v_c = 1.40$ m/s. Al sustituir estos valores tenemos

$$(0.012 \text{ kg})u_b + 0 = (0.012 \text{ kg} + 2 \text{ kg})(1.40 \text{ m/s})$$
$$(0.012 \text{ kg})u_b + 0 = 0.0168 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 2.8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$(0.012 \text{ kg})u_b = 2.82 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

lo que nos da una velocidad de entrada de la bala de

$$u_b = 235 \text{ m/s}$$

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está destinada a describir y analizar los conceptos de impulso y cantidad de movimiento. También, se analizan situaciones en las cuales existen choques elásticos e inelásticos, aplicando para su estudio el principio de conservación de la cantidad de movimiento. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes para recordar:

- El *impulso* es el producto de la fuerza media **F** y el intervalo de tiempo Δt durante el cual actúa esa fuerza.

  Impulso $= F\,\Delta t$
  Unidades del SI: N · s
  Unidades del SUEU: lb · s

- La cantidad de *movimiento* de una partícula es su masa multiplicada por su velocidad.

  Cantidad de movimiento $p = mv$
  Unidades del SI: kg · m/s
  Unidades del SUEU: slug · ft/s

- El impulso es igual al cambio que se produce en la cantidad de movimiento:

  Nota: N · s = kg · m/s (unidades equivalentes)

$$\boxed{F\,\Delta t = mv_f - mv_0}$$

- *Conservación de la cantidad de movimiento:* La cantidad de movimiento total antes del impacto es igual a la cantidad de movimiento total después del impacto (véase la figura 5.3).

$$\boxed{m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2}$$

- El *coeficiente de restitución* se determina a partir de las velocidades relativas antes y después del choque, o en función de la altura del rebote:

$$\boxed{e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}}$$

- Si el choque es completamente elástico, $e = 1$.
  Si el choque es completamente inelástico, $e = 0$.

Conceptos clave

Problemas

Tema 5.1 Impulso y cantidad de movimiento

1. Una llave de tuercas de 0.5 kg cae desde una altura de 10 m. ¿Cuál es su cantidad de movimiento inmediatamente antes de tocar el suelo? Resp. 7 kg · m/s, hacia abajo

2. Calcule la cantidad de movimiento y la energía cinética de un automóvil de 2400 lb que avanza en dirección hacia el norte a 55 mi/h.

3. Un camión de 2500 kg que viaja a 40 km/h golpea una pared de ladrillo y se detiene en 0.2 s. (a) ¿Cuál es el cambio en su cantidad de movimiento? (b) ¿Cuál es el impulso? (c) ¿Cuál es la fuerza media sobre la pared durante el choque? Resp. (a) 27 750 kg · m/s o -2.78×10^4 kg · m/s, (b) -27750 kg · m/s o -2.78×10^4 N · s, (c) 138750 N o 1.39×10^5 N

4. ¿Cuál es la cantidad de movimiento de una bala de 3 g que se mueve a 600 m/s en una dirección 30° por encima de la horizontal? ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de esta cantidad de movimiento?

5. Una pelota de béisbol de 0.2 kg lanzada hacia la izquierda a 20 m/s es impulsada en la dirección contraria a 35 m/s al ser golpeada por un bate. La fuerza media sobre la pelota es de 6400 N. ¿Cuánto tiempo estuvo en contacto con el bate? Resp. 1.72 ms

6. Un bate ejerce una fuerza media de 248 lb sobre una pelota de 0.6 lb durante 0.01 s. La velocidad de llegada de la pelota fue de 44 ft/s. Si ésta sale disparada en la dirección opuesta, ¿cuál es su velocidad?

7. Una pelota de 500 g se desplaza de izquierda a derecha a 20 m/s. Un bate la impulsa en la dirección opuesta a una velocidad de 36 m/s. El tiempo de contacto fue de 0.003 s. ¿Cuál fue la fuerza promedio sobre la pelota? Resp. 9 333 N

8. Una pelota de caucho de 400 g se deja caer sobre el pavimento desde una distancia vertical de 12 m. Está en contacto con el pavimento durante 0.01 s y rebota hasta una altura de 10 m. ¿Cuál es el cambio total registrado en su cantidad de movimiento? ¿Qué fuerza media actúa sobre la pelota?

9. Un taco de billar golpea la bola ocho con una fuerza media de 80 N durante un tiempo de 12 ms. Si la masa de la bola es 200 g, ¿cuál será su velocidad? Resp. 4.80 m/s

10. Un jugador de golf golpea una pelota de 46 g con una velocidad inicial de 50 m/s a 30°. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la cantidad de movimiento impartida a la pelota?

11. La superficie del palo de golf del problema 10 está en contacto con la pelota durante 1.5 ms. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza media sobre la pelota? (Sugerencia: Calcule en forma independiente el impulso y la cantidad de movimiento horizontal y vertical). Resp. $F_x = 1\,326.67$ N, $F_y = 766.67$ N

Tema 5.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

12. Una niña de 20 kg y un niño en patines están descansando parados frente a frente. Se empujan entre ellos lo más fuerte que pueden y el niño se mueve a la izquierda con una velocidad de 2 m/s, mientras que la niña se mueve a la derecha con una velocidad de 3 m/s. ¿Cuál es la masa del niño?

13. La masa del camión de juguete de la figura 5.8 es del triple de la masa del cochecito, y están unidos en su parte trasera por una cuerda y un resorte comprimido. Cuando el resorte se rompe, el cochecito se mueve a la izquierda a 6 m/s. ¿Cuál es la velocidad impartida al camión de juguete? Resp. 2 m/s

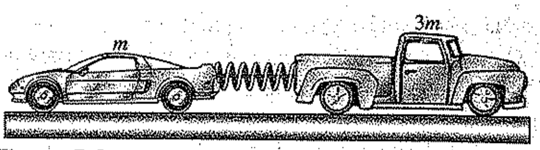


Figura 5.8 Un cochecito y un camión de juguete unidos por una cuerda después de comprimirse contra un resorte.

14. Una persona de 70 kg, parada sobre una plataforma de hielo sin fricción arroja un balón de fútbol americano hacia delante con una velocidad de 12 m/s. Si la persona se mueve hacia atrás a una velocidad de 34 cm/s, ¿cuál es la masa del balón?

15. Un niño que pesa 20 kg está quieto en un carrito. Cuando el niño salta hacia delante a 2 m/s, el carrito es lanzado hacia atrás a 12 m/s. ¿Cuál es la masa del carrito? Resp. 3.33 kg

16. Dos niños, cuyos pesos son de 80 lb y 50 lb, respectivamente, están inmóviles sobre sus patines de ruedas. El mayor de ellos empuja al más pequeño y éste se aleja a 6 mi/h. ¿Cuál es la velocidad del niño mayor?

17. Cuando un cohete de 60 g estalla, un trozo de 45 g es lanzado a la izquierda y el otro a la derecha, con una velocidad de 40 m/s. ¿Cuál es la velocidad del trozo de 45 g? Resp. −13.3 m/s

18. Una bala de 24 g es disparada a una velocidad inicial de 900 m/s con un rifle de 5 kg. Halle la velocidad de retroceso del rifle. ¿Cuál es la razón entre la energía cinética de la bala y la del rifle?

19. Una bola de boliche de 6 kg choca directamente contra un bolo de 1.8 kg. Éste se mueve hacia delante a 3 m/s y la pelota reduce su velocidad a 1.6 m/s. ¿Cuál era la velocidad inicial de la bola de boliche? Resp. 2.50 m/s

20. Un hombre que pesa 60 kg está de pie sobre un lago de hielo y atrapa una pelota de 2 kg. Tanto la pelota como el hombre se mueven a 8 cm/s después que éste atrapa la pelota. ¿Cuál era la velocidad de la pelota antes de ser atrapada? ¿Cuánta energía se perdió en el proceso?

21. Una piedra de 200 g se mueve hacia el sur a 10 m/s y golpea un bloque de 3 kg que inicialmente estaba en reposo. (a) Si los dos se mantienen juntos después del choque, ¿cuál será su velocidad común? (b) ¿Qué cantidad de energía se perdió en el choque? Resp. 62.5 cm/s, 9.38 J

Tema 5.3 Choques elásticos e inelásticos

22. Un automóvil que circulaba a 8 m/s choca contra otro de la misma masa que estaba detenido frente a un semáforo. ¿Cuál es la velocidad de los autos chocados inmediatamente después de la colisión, suponiendo que ambos se mantengan juntos?

23. Un camión de 2 000 kg que viaja a 10 m/s choca contra un automóvil de 1 200 kg que inicialmente estaba en reposo. ¿Cuál es la velocidad común después del choque si ambos se mantienen juntos? ¿Cuál es la pérdida en términos de energía cinética? Resp. 6.25 m/s, 37 500 J

24. Un niño de 30 kg está de pie sobre una superficie sin fricción. Su padre le arroja un balón de fútbol americano de 0.8 kg con una velocidad de 15 m/s. ¿Qué velocidad tendrá el niño después de atrapar el balón?

25. Un objeto de 20 g que se mueve hacia la izquierda a 8 m/s choca de frente con un objeto de 10 g que se desplaza hacia la derecha a 5 m/s. ¿Cuál es la velocidad combinada de ambos después del impacto? Resp. 3.67 m/s hacia la izquierda

26. Dos bolas de metal A y B están suspendidas como se muestra en la figura 5.9, así que cada una toca a la otra. Las masas se indican en la figura. La bola A se jala hacia un lado hasta que queda a 12 cm sobre su posición inicial y luego se deja caer. Si golpea la bola B en un choque completamente elástico, halle la altura h alcanzada por la bola B, suponiendo que la fricción sea cero.

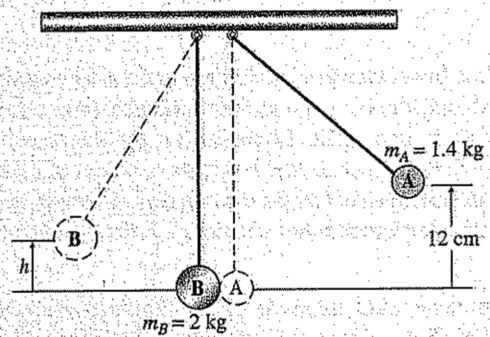


Figura 5.9 Choque completamente elástico de dos bolas de metal suspendidas.

27. Un bloque de barro de 2 kg está suspendido del techo por una cuerda larga, como indica la figura 5.10. Una bola de acero de 500 g, lanzada horizontalmente, se incrusta en el barro provocando que las dos masas suban a una altura de 20 cm. Halle la velocidad a la cual se incrustó la bola. Resp. 9.90 m/s

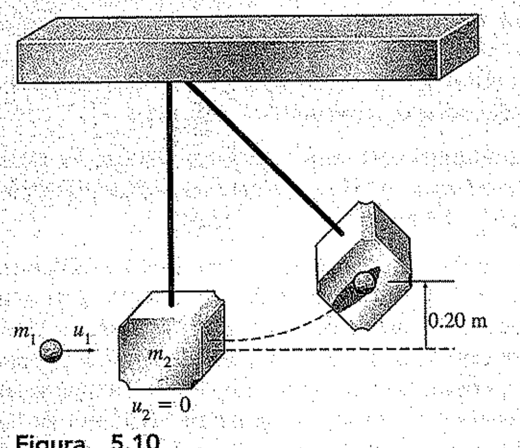


Figura 5.10

28. Del problema 27, suponga que la bola de 500 g atraviesa por completo el barro y sale del otro lado con una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál debe ser la nueva velocidad de entrada si el bloque se eleva a la misma altura de 20 cm?

29. Una bala de 9 g está incrustada en un péndulo balístico de 2.0 kg parecido al que se muestra en la figura 5.7. ¿Cuál fue la velocidad inicial de la bala si ambas masas combinadas se elevan hasta una altura de 9 cm? Resp. 296.47 m/s

30. Una bola de billar lanzada hacia la izquierda a 30 cm/s choca de frente con otra bola que se movía hacia la derecha a 20 cm/s. Las dos bolas tienen la misma masa. Si el choque es perfectamente elástico, ¿cuál será la velocidad de cada bola después del impacto?

31. El coeficiente de restitución del acero es 0.90. Si una bola de acero se deja caer desde una altura de 7 m, ¿hasta qué altura rebotará? Resp. 5.67 m

32. ¿Cuánto tiempo transcurre entre el primer y el segundo contacto con la superficie en el problema 31?

33. Una pelota que se deja caer desde una posición en reposo sobre una placa horizontal fija rebota hasta una altura igual al 81% de su altura original. ¿Cuál es el coeficiente de restitución? ¿Cuál debe ser la velocidad en el primer impacto para que la pelota rebote a una altura de 8 m? Resp. 0.9, 13.9 m/s

34. Un bloque de 300 g que se mueve hacia el norte a 50 cm/s choca contra un bloque de 200 g que se desplaza hacia el sur a 100 cm/s. Si el choque fue completamente inelástico, ¿cuál es la velocidad común de los bloques en cuanto empiezan a desplazarse juntos? ¿Cuál es la pérdida de energía?

35. Suponga que el choque descrito en el problema 34 es perfectamente elástico. ¿Cuáles serán las velocidades después del impacto? Resp. −80 cm/s, +70 cm/s

36. Un objeto de 5 kg y otro de 12 kg se aproximan entre sí a velocidades iguales de 25 m/s. ¿Cuáles serán sus velocidades después del impacto si el choque es (a) completamente inelástico o (b) perfectamente elástico?

Problemas adicionales

37. Una fuerza promedio de 4 000 N que actúa sobre un trozo de metal de 400 g que estaba en reposo provoca que el trozo de metal se mueva del reposo a una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál fue el tiempo de contacto en lo que se refiere a esta fuerza? Resp. 3.00 ms

38. Un objeto de 600 g cuya velocidad es inicialmente de 12 m/s choca contra una pared y rebota con la mitad de su energía cinética original. ¿Cuál fue el impulso que recibió de la pared?

39. Un bloque de 10 kg que descansa sobre una superficie horizontal es golpeado por un proyectil balístico de 20 g que se mueve a 200 m/s. La bala atraviesa totalmente el bloque y sale de él a una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál es la velocidad del bloque? Resp. 38.0 cm/s

40. ¿Cuánta energía cinética se perdió en el problema 39?

41. Un cuerpo de 60 g que se mueve hacia la derecha con una velocidad inicial de 100 cm/s choca con un cuerpo de 150 g que se movía hacia la izquierda a 30 cm/s. El coeficiente de restitución es de 0.8. ¿Cuáles son las velocidades de ambos después del impacto? ¿Qué porcentaje de la energía se ha perdido en el impacto? Resp. −67.1 cm/s, +36.9 cm/s; 35.5%

42. El bloque de la figura 5.10 pesa 1.5 kg. ¿A qué altura se elevará si es golpeado por un proyectil de 40 g que se incrusta en él con una velocidad inicial de 80 m/s? Resp. 22.0 cm

43. Un vagón desenganchado de un ferrocarril se desplaza hacia el norte a 10 m/s y golpea dos vagones idénticos, enganchados entre sí, que inicialmente se movían hacia el sur a 2 m/s. Si los tres vagones quedan enganchados después de la colisión, ¿cuál será su velocidad común? Resp. 2.00 m/s, norte

44. Una partícula atómica cuya masa es 2.00×10^{-27} kg se desplaza con una velocidad de 4.00×10^{6} m/s y choca de frente con una partícula de masa 1.20×10^{-27} kg que estaba en reposo. Si suponemos que el choque fue perfectamente elástico, ¿cuál es la velocidad de la partícula incidente después de dicho impacto?

45. Un bate golpea una pelota de 400 g que se movía horizontalmente hacia la izquierda a 20 m/s. La pelota sale despedida por el bate con una velocidad de 60 m/s, a un ángulo de 30° con respecto a la horizontal. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical del impulso impartido a la pelota? Resp. 28.8 N · s, 12 N · s

46. Si el bate del problema 45 estuvo en contacto con la pelota durante 5 ms, ¿cuál fue la magnitud de la fuerza media sobre la pelota?

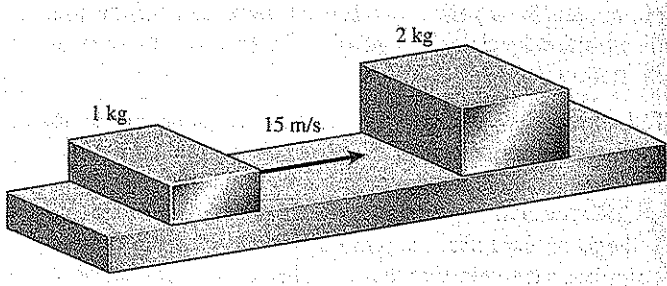


Figura 5.11

47. El carrito *A* tiene una masa de 300 g y se mueve en una pista neumática sin fricción a 1.4 m/s cuando golpea al carrito *B* que estaba en reposo. El choque es perfectamente elástico y la velocidad del carrito de 300 g se reduce a 0.620 m/s después del choque. ¿Cuál era la masa del otro carrito y cuál fue su velocidad después del choque? Resp. 116 g, 2.02 m/s

48. En la figura 5.11, una masa de 1 kg se desplaza con una velocidad de 15 m/s hacia una masa de 2 kg en reposo. No hay fricción en ninguna superficie. ¿Cuál será la velocidad común si se desplazan juntas después del choque? ¿Cuál es la razón entre la energía cinética final y la energía cinética inicial del sistema?

49. Suponga que el choque del problema 48 fue perfectamente elástico. Determine la velocidad de cada una de las masas después del choque. Resp. $v_1 = -5$ m/s, $v_2 = 10$ m/s

50. Una masa de 2 kg se mueve hacia la derecha a 2 m/s y choca con una masa de 6 kg que se mueve hacia la izquierda a 4 m/s. Si el choque es completamente inelástico, ¿cuál es la velocidad común de las dos masas después de chocar y cuánta energía se perdió en el impacto?

51. En el problema 50, suponga que el choque es perfectamente elástico. ¿Cuáles son las velocidades después del choque? Resp. −1 m/s, −7 m/s

52. Un astronauta que sale de una cápsula en órbita utiliza un revólver para controlar su movimiento. Con todo su equipo, el astronauta pesa 200 lb en la Tierra. Si el revólver dispara balas de 0.05 lb a 2 700 ft/s y el astronauta ha disparado 10 tiros, ¿cuál es la velocidad final de dicho astronauta? Compare la energía cinética final de las 10 balas con la del astronauta. ¿Por qué es tan considerable la diferencia? Resp. −6.75 ft/s, balas = 56 953 ft lb, astronauta = 142.38 ft lb

53. Al aplicar la conservación de la cantidad de movimiento para hallar la velocidad final de objetos en colisión, ¿se podría usar el peso de los objetos en lugar de la masa de los mismos? ¿Por qué? Compruebe su respuesta aplicándola a alguno de los ejemplos de este texto.

54. Una bala de 20 g que se mueve a 200 m/s golpea un bloque de madera de 10 kg, lo atraviesa por completo y sale del otro lado con una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál era la velocidad del bloque después del impacto? ¿Cuánta energía se perdió? Resp. 0.380 m/s, 399.27 J

55. Una pelota de béisbol de 0.30 kg se mueve horizontalmente a 40 m/s cuando es golpeada por un bate. Si la pelota está en contacto con el bate durante un periodo de 5 ms y se separa de él a una velocidad de 60 m/s, en un ángulo de 30°, ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza media que actúa sobre el bate?

56. Cuando dos masas chocan producen impulsos iguales, pero en direcciones opuestas. Las masas no cambian en el choque, por lo cual el cambio registrado en la cantidad de movimiento de una de ellas debe ser igual al cambio registrado en la otra, pero con signo negativo. ¿Es válida esta afirmación independientemente de que el choque sea elástico o inelástico? Compruebe su respuesta con los datos de los problemas 50 y 51.

57. Dos coches de juguete con masas m y $3m$ se aproximan uno al otro viajando los dos a 5 m/s. Si continúan moviéndose unidos, ¿cuál será su rapidez común después del impacto? ¿Cuáles serán las velocidades de los coches si el choque fue perfectamente elástico?

58. Una bala de 8 g es disparada en dirección horizontal contra dos bloques que descansan sobre una superficie sin fricción. La masa del primer bloque es de 1 kg y la del segundo es de 2 kg. La bala atraviesa por completo el primer bloque y se aloja dentro del segundo. Después de esos choques, el bloque de 1 kg se mueve a una velocidad de 1 m/s y el de 2 kg se mueve a 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad de la bala antes y después de salir del primer bloque? Resp. 627 m/s, 502 m/s

59. Una masa A de 1 kg está unida a un soporte por medio de una cuerda de 80 cm de longitud y está sostenida horizontalmente como indica la figura 5.12. Cuando esta masa se suelta, oscila hacia abajo y golpea la masa B de 2 kg, que está en reposo sobre una mesa sin fricción. Suponiendo que el choque haya sido perfectamente elástico, ¿cuál es la velocidad de cada una de las masas inmediatamente después del impacto?

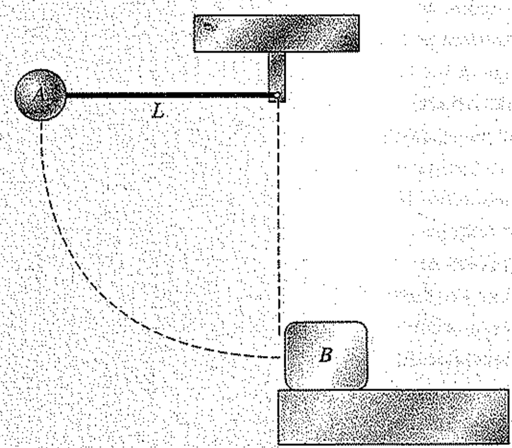
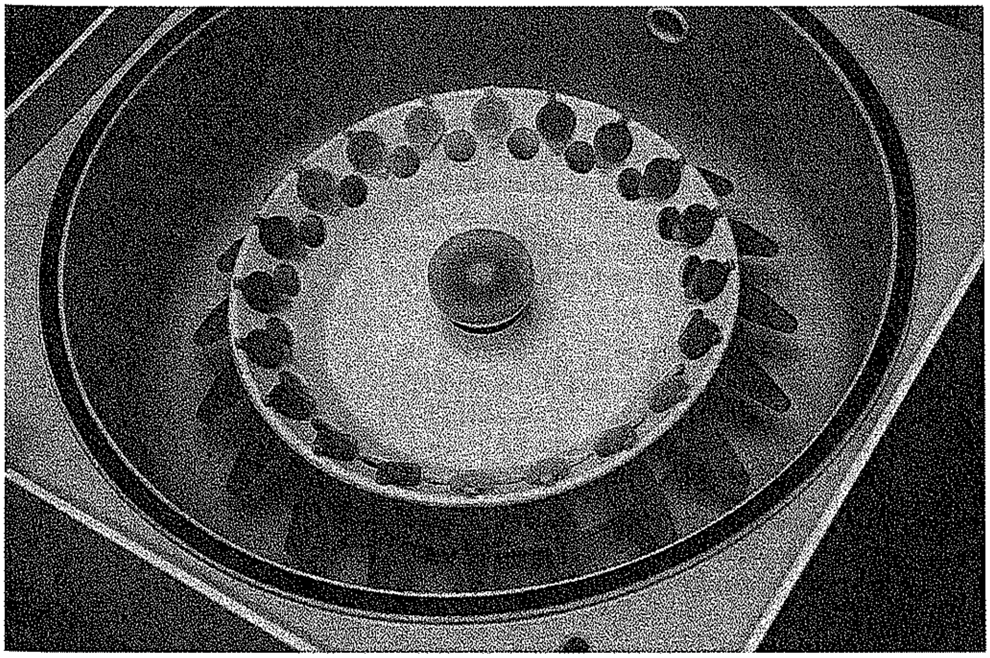


Figura 5.12

UNIDAD 6

Movimiento rotacional y gravitación universal

Los centrifugadores se emplean para eliminar las partículas sólidas de un líquido. Las partículas con más masa tienen mayor inercia y, por tanto, se mueven hacia fuera de los tubos hasta que la fuerza centrípeta necesaria las hace moverse en un círculo. (No hay fuerza hacia fuera sobre esas partículas). En biología y bioquímica, los centrifugadores se usan para aislar y separar biocompuestos a partir de su peso molecular. El mismo principio se aplica en una escala mucho mayor cuando se utilizan centrifugadores gigantescos para probar las reacciones de los pilotos y astronautas frente a fuerzas superiores que las experimentadas en la gravedad de la Tierra. (*Fotografía © vol. 29 PhotoDisc/Getty*).



Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Demostrar algunas ecuaciones del movimiento circular.
- Aplicar las ecuaciones del movimiento circular en la realización de problemas.
- Comprender el concepto de fuerza centrípeta y aplicarlo en la solución de problemas.
- Identificar las variables del movimiento rotacional y compararlas con las del movimiento lineal.
- Aplicar las ecuaciones del movimiento rotacional en la solución de problemas.
- Comprender la ley de la gravitación universal y las leyes de Kepler.
- Resolver problemas sobre la gravitación universal y las leyes de Kepler.

6.1 Movimiento en una trayectoria circular

La primera ley de Newton dice que todos los cuerpos que se mueven en línea recta con rapidez constante mantendrán inalterada su velocidad a menos que actúe sobre ellos una fuerza externa. La velocidad de un cuerpo es una cantidad vectorial definida por su rapidez y su dirección. Igual que se requiere una fuerza resultante para cambiar su rapidez, hay que aplicar una fuerza resultante para cambiar su dirección. Siempre que esa fuerza actúa en una dirección diferente de la dirección original del movimiento, ocasiona un cambio en la trayectoria de la partícula en movimiento.

El movimiento más sencillo en dos dimensiones se produce cuando una fuerza externa constante actúa siempre formando ángulos rectos respecto a la trayectoria de la partícula en movimiento. En este caso, la fuerza resultante producirá una aceleración que sólo cambia la dirección del movimiento y mantiene la rapidez constante. Este tipo de movimiento sencillo se conoce como ***movimiento circular uniforme***.

El movimiento circular uniforme es un movimiento en el que la rapidez no cambia, sólo hay un cambio en la dirección.

Un ejemplo del movimiento circular uniforme consiste en dar vueltas en una trayectoria circular a una piedra atada a un cordel, como se ilustra en la figura 6.1. Mientras la piedra gira con rapidez constante, la fuerza hacia el centro originada por la tensión en el cordel cambia constantemente la dirección de la piedra, haciendo que ésta se mueva en una trayectoria circular. Si el cordel se rompiera, la piedra saldría disparada en una dirección tangencial, es decir, perpendicular al radio de su trayectoria circular.

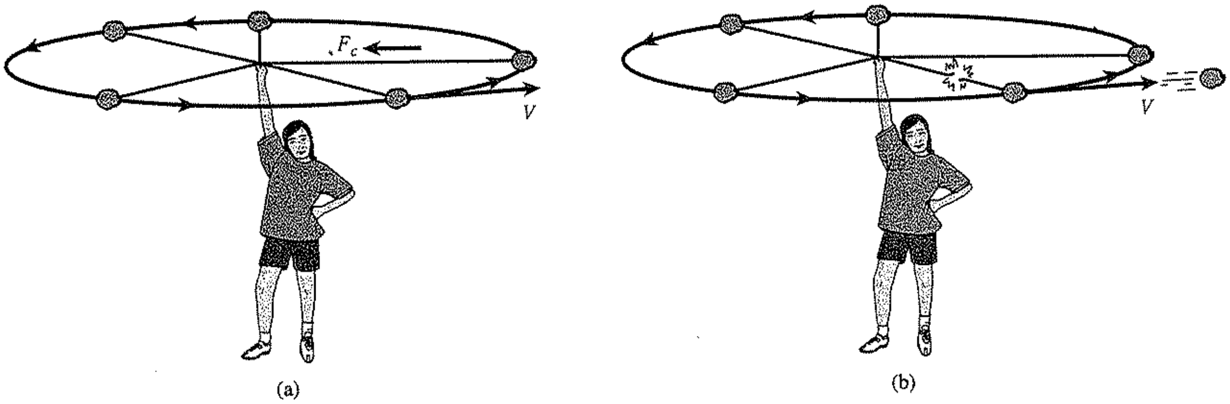


Figura 6.1 (a) La tensión hacia dentro que ejerce el cordel sobre la piedra hace que ésta se mueva en una trayectoria circular. (b) Si el cordel se rompe, la piedra sale volando en dirección tangencial al círculo.

6.2 Aceleración centrípeta

La segunda ley del movimiento de Newton establece que una fuerza resultante debe producir una aceleración en la dirección de la fuerza. En el movimiento circular uniforme, la aceleración cambia la velocidad de una partícula que se mueve alterando su dirección.

La posición y la velocidad de una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio R se presenta en dos instantes en la figura 6.2. Cuando la partícula se halla en el punto A, su velocidad se representa con el vector $\mathbf{v}_1$. Después del intervalo de tiempo Δt, su velocidad se denota por el vector $\mathbf{v}_2$. La aceleración, por definición, es el cambio de velocidad por unidad de tiempo. Por tanto,

FÍSICA HOY

Una piedra incrustada en el neumático (montado en una llanta con diámetro de 14 o 15 in) de un automóvil que se desplaza con una rapidez apropiada para una autopista está sometida a una aceleración centrípeta de 2500 m/s² o 250 *g*, aproximadamente.

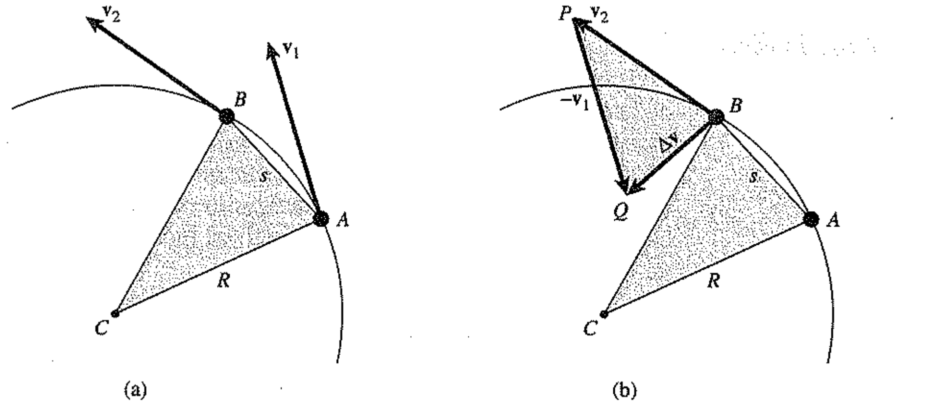


Figura 6.2 (a) *A* y *B* son las posiciones en dos instantes separados por un intervalo de tiempo Δt. (b) El cambio de velocidad *v* se representa gráficamente. El vector apuntará directamente hacia el centro si Δt es lo suficientemente pequeño para que la cuerda *s* sea igual al arco que une los puntos *A* y *B*.

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} \tag{6.1}$$

El cambio en la velocidad $\Delta\mathbf{v}$ se representa gráficamente en la figura 6.2b. La diferencia entre los dos vectores $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_1$ se construye de acuerdo con los métodos expuestos en la unidad 2. Como las velocidades $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_1$ tienen la misma magnitud, forman los lados del triángulo isósceles *BPQ* cuya base es $\Delta\mathbf{v}$. Si construimos un triángulo similar *ABC*, puede observarse que la relación entre la magnitud de $\Delta\mathbf{v}$ y la magnitud de cualquiera de las velocidades es la misma que la relación entre la cuerda *s* y el radio *R*. Esta proporcionalidad se escribe simbólicamente así:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{s}{R} \tag{6.2}$$

donde *v* representa la magnitud absoluta de $\mathbf{v}_1$ o de $\mathbf{v}_2$.

La distancia que recorre realmente la partícula desde el punto *A* hasta el punto *B* no es la distancia *s*, sino la longitud del arco de *A* a *B*. Cuanto más corto es el intervalo de tiempo Δt, más cerca están estos puntos hasta que, en el límite, la longitud de la cuerda se iguala con la longitud del arco. En este caso, la longitud *s* está dada por

$$s = v\Delta t$$

la cual, cuando se sustituye en la ecuación (6.2) resulta en

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{R}$$

Según la ecuación (6.1) la aceleración es $\Delta v/\Delta t$, de modo que podemos reordenar los términos y obtener

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

Por consiguiente, la razón del cambio de velocidad, o ***aceleración centrípeta***, está dada por

$$a_c = \frac{v^2}{R} \tag{6.3}$$

donde *v* es la ***rapidez lineal*** de una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio *R*.

El término ***centrípeta*** significa que la aceleración siempre se dirige hacia el centro. Observe en la figura 6.2b que el vector $\Delta\mathbf{v}$ no apunta hacia el centro. Esto se debe a que hemos considerado un intervalo de tiempo grande entre las mediciones de *A* y *B*. Si restringiéramos la separación de esos puntos a una distancia infinitesimal, el vector $\Delta\mathbf{v}$ apuntaría hacia el centro.

Las unidades de la aceleración centrípeta son las mismas que las de la aceleración lineal. Por ejemplo, en el SI, v^2/R tendría las unidades

$$\frac{(\mathrm{m/s})^2}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}} = \mathrm{m/s}^2$$

Ejemplo 6.1

Un cuerpo de 2 kg se ata al extremo de una cuerda y se hace girar en un círculo horizontal de 1.5 m de radio. Si el cuerpo realiza tres revoluciones completas por segundo, determine su rapidez lineal y su aceleración centrípeta.

Plan: La distancia recorrida por el cuerpo en una revolución es igual al perímetro del círculo ($P = 2\pi R$); como da tres revoluciones por segundo, el tiempo para una de ellas debe ser la tercera parte de un segundo, o 0.333 s. Con esta información puede determinar la rapidez lineal del cuerpo, así como la aceleración a partir de la ecuación (6.3).

Solución: Primero se determina el perímetro de la trayectoria circular

$$P = 2\pi R = 2\pi(1.5 \text{ m}) \qquad \text{o} \qquad P = 9.43 \text{ m}$$

Al dividir la distancia entre los 0.333 s necesarios para dar una revolución se obtiene

$$v = \frac{9.43 \text{ m}}{0.333 \text{ s}} = 28.3 \text{ m/s}$$

Después se calcula la aceleración con base en la ecuación (6.3)

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(28.3 \text{ m/s})^2}{1.5 \text{ m}} \qquad \text{o} \qquad a_c = 534 \text{ m/s}^2$$

El procedimiento utilizado para calcular la rapidez lineal en el ejemplo 6.1 es tan útil que conviene recordarlo. Si definimos como ***periodo*** el tiempo para completar una revolución y lo designamos con la letra T, la rapidez lineal puede calcularse dividiendo el perímetro entre el periodo. Por tanto,

$$v = \frac{2\pi R}{T} \tag{6.4}$$

Otro parámetro útil en problemas de ingeniería es la rapidez rotacional, expresada en *revoluciones por minuto* (rpm) o *revoluciones por segundo* (rev/s). Esta cantidad se llama *frecuencia de rotación* y es la recíproca del periodo

$$f = \frac{1}{T} \tag{6.5}$$

La validez de esta relación se demuestra observando que la recíproca de segundos entre revoluciones (s/rev) es revoluciones por segundo (rev/s). Al sustituir esta definición en la ecuación (6.4) se obtiene otra ecuación para determinar la rapidez lineal.

$$v = 2\pi f R \tag{6.6}$$

Por ejemplo, si la frecuencia es 1 rev/s y el radio 1 m, la rapidez lineal será 2π m/s.

6.3 Fuerza centrípeta

La fuerza dirigida hacia el centro necesaria para mantener el movimiento circular uniforme se conoce como ***fuerza centrípeta***. De acuerdo con la segunda ley de Newton del movimiento, la magnitud de esta fuerza debe ser igual al producto de la masa por la aceleración centrípeta, es decir,

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{R} \qquad \textbf{(6.7)}$$

FÍSICA HOY

Técnico en diseño de parques de juegos mecánicos

¿De qué magnitud es la fuerza que mantiene firmes en sus asientos del "remolino inclinado" a los visitantes de un parque de atracciones? Los técnicos en diseño de parques de juegos mecánicos aprovechan el movimiento circular uniforme para hacer que sus atracciones sean seguras, divertidas y emocionantes.

donde m es la masa de un objeto que se mueve con una velocidad v en una trayectoria circular de radio R. Las unidades elegidas para las cantidades F_c, m, v y R deben ser congruentes con el sistema seleccionado. Por ejemplo, las unidades del SI para mv^2/R son

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N}$$

Analizando la ecuación (6.7) se pone de manifiesto que la fuerza hacia el centro $\mathbf{F}_c$ es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad del objeto en movimiento. Esto significa que, para incrementar la rapidez lineal al doble de su valor original se requiere una fuerza cuatro veces mayor que la original. Razonando de igual forma se demuestra que, si se duplica la masa del objeto o se reduce a la mitad el radio de giro, será necesaria una fuerza centrípeta dos veces mayor que la original.

Para problemas en los que la rapidez rotacional se expresa como la ***frecuencia***, la fuerza centrípeta puede determinarse a partir de

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = 4\pi^2 f^2 mR \qquad \textbf{(6.8)}$$

Esta relación se obtiene al sustituir la ecuación (6.6), que expresa la rapidez lineal en términos de la frecuencia de revolución.

Ejemplo 6.2

Una pelota de 4 kg se hace girar en un círculo horizontal por medio de una cuerda de 2 m de longitud. ¿Cuál es la tensión en la cuerda si el periodo es de 0.5 s?

Plan: La tensión de la cuerda equivale a la fuerza centrípeta necesaria para mantener el movimiento circular. Determine la rapidez lineal dividiendo el perímetro de la trayectoria entre el periodo o tiempo que lleva dar una revolución.

Solución: La velocidad alrededor de la trayectoria es

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(2 \text{ m})}{0.5 \text{ s}} = 25.1 \text{ m/s}$$

por lo que la fuerza centrípeta es

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = \frac{(4 \text{ kg})(25.1 \text{ m/s})^2}{2 \text{ m}}$$

$$F_c = 1\,260 \text{ N}$$

Ejemplo 6.3 Dos masas de 500 g giran alrededor de un eje central a 12 rev/s, como se muestra en la figura 6.3. (a) ¿Cuál es la fuerza constante que actúa sobre cada masa? (b) ¿Cuál es la tensión en la barra de soporte?

Plan: La fuerza total hacia abajo de las pesas y la barra se equilibra con la fuerza hacia arriba que ejerce el soporte central. Por tanto, la fuerza resultante que actúa sobre cada pesa al girar está dirigida hacia el centro y es igual a la fuerza centrípeta. Determine la velocidad a partir del radio y la frecuencia de revolución; luego calcule la fuerza centrípeta de cada masa.

Solución (a): La velocidad de cada masa es

$$v = 2\pi fR = 2\pi(12\text{ rev/s})(0.30\text{ m})$$
$$= 22.6\text{ m/s}$$

Ahora determinaremos la fuerza centrípeta con base en la ecuación (6.7).

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = \frac{(0.500\text{ kg})(22.6\text{ m/s})^2}{0.300\text{ m}}$$
$$F_c = 853\text{ N, } \textit{hacia el centro}$$

El mismo cálculo se realiza para cualquiera de las masas.

Solución (b): La fuerza resultante sobre cada masa es igual a 853 N dirigida *hacia* el centro. Esa fuerza es ejercida *por* la barra *sobre* la masa. Aunque con frecuencia *creemos* que la fuerza hacia *fuera* actúa sobre la masa en realidad es la fuerza de *reacción* ejercida *por* la masa *sobre* la barra. La tensión en ésta última se debe a esta fuerza dirigida hacia fuera y es igual en magnitud a la fuerza centrípeta de 853 N.

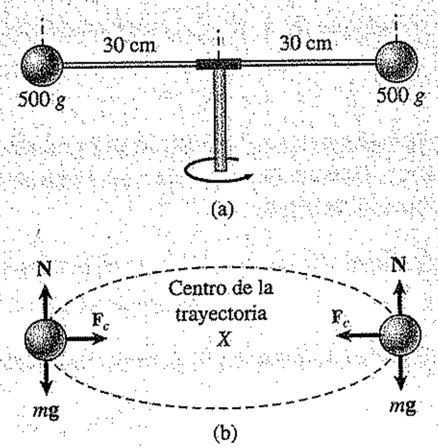


Figura 6.3 Objetos que se mueven en una trayectoria circular. La fuerza resultante que ejerce la barra sobre los objetos suministra la fuerza centrípeta necesaria. De acuerdo con la tercera ley de Newton, los objetos ejercen una fuerza de reacción igual y opuesta llamada *fuerza centrífuga*. Estas fuerzas no se cancelan entre sí porque actúan sobre objetos diferentes.

6.4 Peralte de curvas

Cuando un automóvil toma una curva cerrada en una carretera perfectamente horizontal, la fricción entre los neumáticos y el pavimento genera una fuerza centrípeta (véase la figura 6.4). Si esta fuerza se vuelve demasiado grande, el auto puede derrapar y salirse de la carretera. El máximo valor de la fuerza de fricción estática determina la velocidad máxima con la cual un automóvil puede tomar una curva de un radio dado.

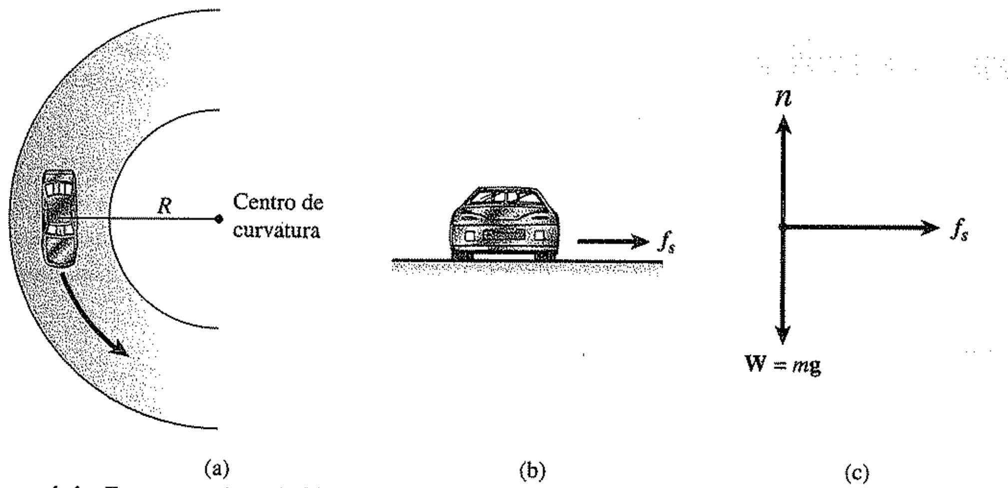


Figura 6.4 Fuerza centrípeta de fricción. Observe que no existe una fuerza hacia fuera sobre el automóvil.

Ejemplo 6.4

¿Cuál es la máxima velocidad a la cual un automóvil puede tomar, sin derrapar, una curva cuyo radio es de 100 m, si el coeficiente de fricción estática es de 0.7?

Plan: En este ejemplo, la fricción estática genera la fuerza centrípeta necesaria para mantener el movimiento circular. A medida que el auto aumenta la velocidad, la fuerza centrípeta (fricción) será demasiado grande para contrarrestar la máxima fuerza de fricción estática y en ese instante la fuerza centrípeta igualará a esta última. Por tanto, hay dos fórmulas que pueden emplearse para calcular la misma fuerza:

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s n \qquad \text{y} \qquad F_c = \frac{mv^2}{R}$$

y puesto que $F_c = f_{s,\text{máx}}$, podemos escribir

$$\frac{mv^2}{R} = \mu_s n \tag{6.9}$$

Luego podemos aplicar la primera condición del equilibrio para determinar la fuerza normal y sustituir los datos que tenemos a fin de calcular la velocidad en el instante en que el auto se derrapa.

Solución: Como las fuerzas verticales están en equilibrio, sabemos que

$$n = W = mg \qquad \text{y} \qquad f_{s,\text{máx}} = \mu_0 mg$$

así que la ecuación (6.9) se transforma en

$$\frac{mv^2}{R} = \mu_s mg \qquad \text{o} \qquad v^2 = \mu_s gR$$

de donde

$$v = \sqrt{\mu_s gR} \tag{6.10}$$

Por último, se sustituyen los valores que tenemos de g, R y μ_s para determinar la máxima rapidez

$$v = \sqrt{(0.7)(9.8\ \text{m/s}^2)(100\ \text{m})} = 26.2\ \text{m/s}$$

o aproximadamente 94.3 km/h (58.6 mi/h).

Quizá parezca sorprendente que el peso del automóvil no participe en el cálculo de la máxima rapidez. Nuestra propia experiencia contradice esta independencia respecto al peso.

Liz Mariana Henao Cardona

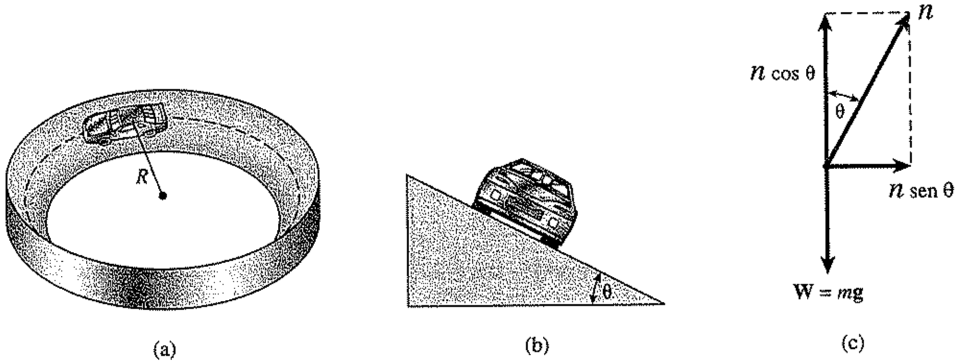


Figura 6.5 Efectos del peralte de una curva. La componente horizontal de la fuerza normal, n sen θ, proporciona la aceleración centrípeta necesaria.

Sin embargo, no debe confundirnos la estabilidad de un automóvil con las condiciones para que se derrape. La fuerza ejercida por la carretera sobre los neumáticos actúa en la parte inferior de éstos, un punto considerablemente por debajo del centro de gravedad del auto. Por tanto, es mucho más probable que se vuelque un autobús que un Corvette. Cabe recordar, asimismo, que los factores que influyen en la fricción son numerosos y que no se controlan cuando se aplica la ecuación (6.10) en cierta situación. Aspectos como el dibujo de los neumáticos, la temperatura y las variaciones del camino también pueden influir en la aplicación estricta de las ecuaciones. No obstante, es posible utilizarlas para obtener cálculos confiables de ingeniería.

Ahora consideremos los efectos del peralte de una carretera para reducir o eliminar la necesidad de la fricción como generadora de la fuerza centrípeta. Considere la trayectoria circular que sigue el automóvil de la figura 6.5a. Cuando el auto está en reposo o marcha con rapidez lenta, la fuerza de fricción se dirige hacia la inclinación; cuando se aumenta la rapidez, la fuerza de fricción estática disminuye hasta invertir su dirección y entonces actúa hacia *abajo* de la inclinación. La rapidez óptima se alcanza cuando la fuerza de fricción equivale a cero y toda la fuerza centrípeta es generada por la componente central de la fuerza normal ejercida por la carretera sobre el auto. Las componentes de la fuerza normal son

$$n_x = n \operatorname{sen}\theta \qquad \text{y} \qquad n_y = n\cos\theta$$

Hay que señalar que el ángulo de inclinación θ de la carretera es igual que el ángulo respecto al eje y en un diagrama de cuerpo libre (véase la figura 6.5c) y representa la componente horizontal, n sen θ, que genera la fuerza centrípeta. Si denotamos con v la velocidad tangencial y el radio de la vuelta con R podemos escribir

$$n \operatorname{sen}\theta = \frac{mv^2}{R}$$

Y puesto que las fuerzas verticales se hallan en equilibrio

$$n\cos\theta = mg$$

Aquí el ángulo θ representa el ángulo en el que la fricción es igual a cero y recibe el nombre de *ángulo de peralte óptimo*. Al dividir la primera de estas ecuaciones entre la segunda y recordando que $\tan\theta = (\operatorname{sen}\theta/\cos\theta)$ se obtiene la expresión siguiente:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gR} \qquad \textit{Ángulo de peralte óptimo} \qquad \textbf{(6.11)}$$

Ejemplo 6.5 El límite de velocidad de cierta carretera es de 80 km/h. Encuentre el ángulo de peralte óptimo para una curva cuyo radio es de 300 m.

Plan: Primero convierta la velocidad de 80 km/h a unidades congruentes del SI y luego aplique la ecuación (6.11) para hallar el ángulo de peralte óptimo.

Solución: Sabemos que 1 km = 1 000 m y que 1 h = 3 600 s, así que

$$v = 80\frac{\text{km}}{\text{h}}\left(\frac{1\,000\text{ m}}{1\text{ km}}\right)\left(\frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}}\right) = 22.2\text{ m/s}$$

Al sustituir en la ecuación (10.11) se obtiene

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gR} = \frac{(22.2\text{ m/s})^2}{(9.8\text{ m/s}^2)(300\text{ m})} = 0.168$$

El ángulo de peralte óptimo será entonces

$$\theta = 95°$$

En realidad, las carreteras no siempre están inclinadas según ángulos de peralte *óptimo*, ya que en las vueltas de radios pequeños los ángulos serían muy grandes. Si el radio de la vuelta de este ejemplo cambiara de 300 a 30 m, el ángulo de peralte óptimo sería colosal: 59°. Sin embargo, sí hay ejemplos en los cuales los ángulos se acercan a los óptimos. Considere al motociclista dentro de una esfera que se presenta en la feria local, o mire ciertas zonas de las pistas de autos de las carreras de Nascar (siglas en inglés de la Asociación Nacional de Carreras de Autos de Serie).

6.5 El péndulo cónico

Un ***péndulo cónico*** consta de una masa m que gira en un círculo horizontal con una rapidez constante v al extremo de una cuerda de longitud L. Si comparamos la figura 6.6 con la 6.5 vemos que la fórmula deducida para el ángulo de inclinación también se aplica al ángulo que forma la cuerda con la vertical en el caso del péndulo cónico. En este último caso, la fuerza centrípeta necesaria la proporciona la componente horizontal de la tensión en la cuerda. La componente vertical es igual al peso de la masa que gira; por tanto,

$$T\text{ sen }\theta = \frac{mv^2}{R} \qquad T\cos\theta = mg$$

de donde

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

se obtiene como en el tema 6.4.

Un estudio cuidadoso de la ecuación (6.11) demostrará que, al incrementarse la rapidez lineal, el ángulo que forma la cuerda con la vertical también aumenta. Por ende, se eleva la posición vertical de la masa (como se indica en la figura 6.6), originando una reducción en la distancia h por debajo del punto de apoyo. Si deseamos expresar la ecuación (6.11) en

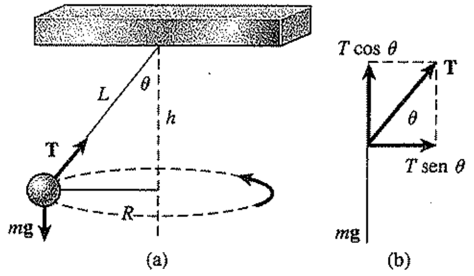


Figura 6.6

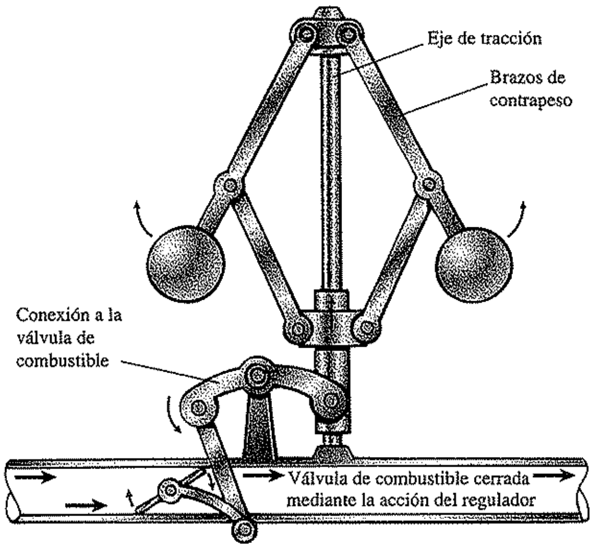


Figura 6.7 En ciertas aplicaciones, reguladores centrífugos se usan para regular la velocidad con la apertura o el cierre de válvulas.

términos de la posición vertical h, debemos observar que

$$\tan\theta = \frac{R}{h}$$

de donde obtenemos

$$\frac{R}{h} = \frac{v^2}{gR}$$

Por tanto, la distancia del peso por debajo del soporte es una función de la rapidez lineal y está dada por

$$h = \frac{gR^2}{v^2}$$

Una forma más útil para esta ecuación se obtiene expresando la rapidez lineal en términos de la frecuencia rotacional. Como $v = 2\pi fR$, podemos escribir

$$h = \frac{gR^2}{4\pi^2 f^2 R^2} = \frac{g}{4\pi^2 f^2}$$

Si se resuelve para f se obtiene

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}} \qquad \textbf{(6.12)}$$

Las primeras aplicaciones de la relación entre la frecuencia de rotación y el peso se ejemplificaron con el regulador centrífugo mostrado en la figura 6.7. La ubicación de las pesas sirve para abrir o cerrar válvulas de combustible. Todavía hoy se usan aparatos semejantes en aplicaciones científicas o de ingeniería, pero se emplean rara vez en los automóviles modernos donde la rapidez se regula con unidades de control electrónico (ECU, *Electronic Control Unit*).

6.6 Movimiento en un círculo vertical

El movimiento en un círculo vertical es diferente del movimiento circular explicado en secciones previas. Puesto que la gravedad siempre actúa hacia abajo, la dirección del peso es la misma en la parte más alta que en la parte más baja de la trayectoria. No obstante, las fuerzas que conservan el movimiento circular siempre deben dirigirse hacia el centro de éste. Cuando actúa sobre un objeto más de una fuerza, es la *fuerza resultante* la que origina la fuerza centrípeta.

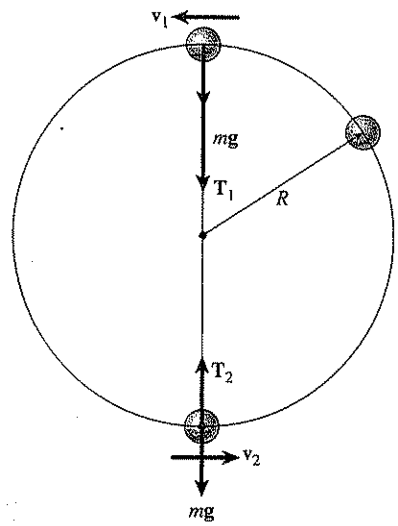


Figura 6.8

Considere una masa m atada al extremo de una cuerda y girando en un círculo de radio R, como se muestra en la figura 6.8. Denotamos con v_1 la velocidad en la parte más alta de la trayectoria circular y con v_2 la velocidad en la parte más baja. Consideremos primero la fuerza resultante sobre el objeto cuando éste pasa por el punto más alto. Tanto el peso mg como la tensión T_1 en la cuerda se dirigen hacia abajo. La resultante de estas fuerzas es la fuerza centrípeta; por tanto,

$$T_1 + mg = \frac{mv_1^2}{R} \tag{6.13}$$

Por otra parte, cuando la masa pasa por el punto más bajo, el peso mg aún se dirige hacia abajo, pero la tensión T_2 tiene dirección hacia arriba. La resultante es todavía la fuerza centrípeta necesaria, así que tenemos

$$T_2 - mg = \frac{mv_2^2}{R} \tag{6.14}$$

A partir de estas ecuaciones queda claro que la tensión en la cuerda en la parte más baja es mayor que en la parte más alta. En un caso, el peso se suma a la tensión, mientras que en el otro, se resta de ella. La fuerza centrípeta (resultante) es una función de la velocidad, de la masa y del radio en cualquier sitio.

Estrategia para resolver problemas

Movimiento circular uniforme

1. Lea el problema y luego trace y marque un diagrama.
2. Elija un eje perpendicular al movimiento circular en el punto donde la fuerza centrípeta actúa sobre una masa determinada.
3. Considere la dirección de la fuerza centrípeta (hacia el centro) como positiva.
4. La fuerza resultante hacia el centro es la fuerza centrípeta necesaria. Si sobre la masa actúa más de una fuerza, la fuerza *neta* dirigida hacia el centro será igual a mv^2/R. Éste es en realidad un enunciado de la segunda ley de Newton para el movimiento circular.

$$\sum F = \frac{mv^2}{R} \qquad a_c = \frac{v^2}{R}$$

5. Al calcular la fuerza central resultante ($\sum F$), considere las fuerzas dirigidas hacia el centro como positivas y las fuerzas que se alejan de él como negativas. El miembro derecho de la ecuación, mv^2/R, siempre es positivo.
6. Sustituya las cantidades conocidas y despeje el factor desconocido. Tenga cuidado de distinguir entre el peso y la masa de un objeto.

6.7 Desplazamiento angular

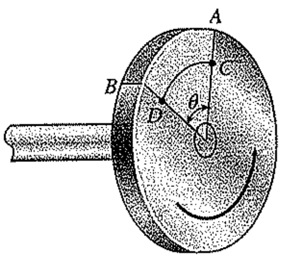


Figura 6.9 El desplazamiento angular θ se indica por la porción sombreada del disco. El desplazamiento angular es el mismo de C a D que de A a B para un cuerpo rígido.

El ***desplazamiento angular*** de un cuerpo describe la cantidad de rotación. Si el punto A en el disco giratorio de la figura 6.9 gira sobre su eje hasta el punto B, el desplazamiento angular se denota por el ángulo θ. Hay varias formas de medir este ángulo. Ya nos hemos familiarizado con las unidades de grados y revoluciones, las cuales están relacionadas de acuerdo con la definición

$$1 \text{ rev} = 360°$$

Ninguna de estas unidades es útil para describir la rotación de cuerpos rígidos. Una medida más fácil de aplicar el desplazamiento angular es el ***radián*** (rad). Un ángulo de 1 rad es un ángulo central cuyo arco s es igual en longitud al radio R (véase la figura 6.10). Es más común que el radián se defina por la siguiente ecuación:

$$\theta = \frac{s}{R} \tag{6.15}$$

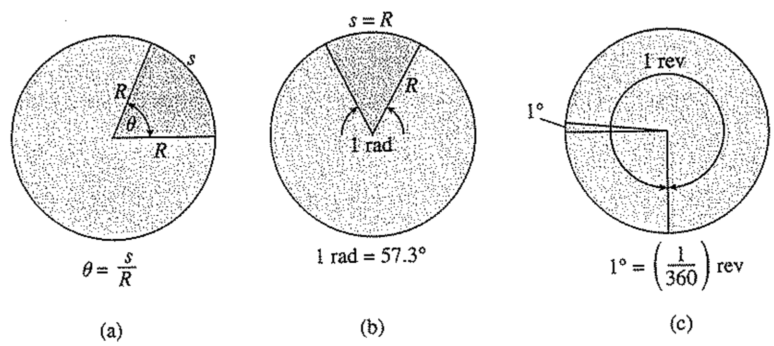


Figura 6.10 Medida del desplazamiento angular y una comparación de unidades.

donde s es la longitud de arco de un círculo descrito por el ángulo θ. Puesto que el cociente s entre R es la razón de dos distancias, el radián es una cantidad sin unidades.

El factor de conversión que permite relacionar radianes con grados se encuentra considerando un arco de longitud s igual al perímetro o circunferencia de un círculo $2\pi R$. Dicho ángulo en radianes se obtiene a partir de la ecuación (6.15)

$$\theta = \frac{2\pi \cancel{R}}{\cancel{R}} = 2\pi \text{ rad}$$

Así, tenemos

$$1 \text{ rev} = 360° = 2\pi \text{ rad}$$

de donde se observa que

$$1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = 57.3°$$

Ejemplo 6.6

Un extremo de una cuerda se ata a una cubeta de agua y el otro extremo se enrolla muchas veces alrededor de un carrete circular de 12 cm de radio. ¿Cuántas revoluciones del carrete se requieren para levantar la cubeta a una distancia vertical de 5 m?

Plan: La distancia vertical de elevación debe ser igual a la longitud de la cuerda envuelta alrededor del carrete de modo que la longitud de arco s = 5 m. Primero calcule la rotación en *radianes* necesarios para una longitud de arco de 5 m. Recuerde establecer el modo de radianes en su calculadora (normalmente está en modo de grados). Más adelante una conversión de este ángulo a revoluciones dará la respuesta buscada.

Solución: A partir de la ecuación (6.15), obtenemos

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{5\text{ m}}{0.12\text{ m}} = 41.7\text{ rad}$$

Como 1 rev = 2π rad, se hace la conversión para hallar el ángulo en revoluciones.

$$\theta = 41.7\text{ rad}\left(\frac{1\text{ rev}}{2\pi\text{ rad}}\right) = 6.63\text{ rev}$$

Por tanto, aproximadamente seis revoluciones dos tercios levantarán la cubeta 5 m.

Ejemplo 6.7 Un asiento en el perímetro de una rueda de la fortuna en la feria experimenta un desplazamiento angular de 37°. Si el radio de la rueda es 20 m, ¿qué longitud de arco describe el asiento?

Plan: Dado que el desplazamiento angular se definió en función de los radianes, debe convertir los grados a radianes. La longitud de arco puede entonces determinarse al resolver la ecuación (6.15) para *s*.

$$\theta = (37°)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{360°}\right) = 0.646\text{ rad}$$

La longitud de arco está dada por

$$s = R\theta = (20\text{ m})(0.646\text{ rad})$$
$$s = 12.9\text{ m}$$

La unidad radián desaparece porque representa una relación de longitud a longitud (m/m = 1).

6.8 Velocidad angular

A la razón de cambio del desplazamiento angular con respecto al tiempo se le llama ***velocidad angular***. Por lo tanto, si un objeto gira a través de un ángulo θ en un tiempo t, su velocidad angular media está dada por

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} \qquad \textit{Velocidad angular} \qquad \textbf{(6.16)}$$

El símbolo ω (letra griega omega) se usa para denotar la velocidad angular. Cuando aparece una barra sobre el símbolo, indica que la velocidad angular es un valor medio. Aun cuando la velocidad angular puede expresarse en *revoluciones por minuto (rpm) o revoluciones por segundo*, en la mayoría de los problemas físicos es necesario utilizar *radianes por segundo* para adaptarse a la opción básica del desplazamiento angular θ en radianes. Tenga en mente que la velocidad angular puede estar en el sentido de las manecillas del reloj o contrasentido; es decir, tiene dirección. Debemos elegir una dirección positiva para la rotación y sustituir los signos que concuerden con esa elección.

Puesto que la velocidad de rotación en gran número de problemas técnicos se expresa en términos de revoluciones por minuto o revoluciones por segundo, es conveniente hallar una expresión para la conversión a radianes por segundo. Si la frecuencia de revoluciones en rev/s se denota por medio del símbolo f, la velocidad angular en rad/s está dada por

$$\omega = 2\pi f \qquad \textbf{(6.17)}$$

Si la frecuencia está en rpm en vez de rev/s, el factor de conversión es $(2\pi/60)$.

Ejemplo 6.8 La rueda de una bicicleta tiene 33 cm de radio y gira 40 revoluciones en 1 min. ¿Qué distancia lineal recorrerá la bicicleta en 30 s?

Plan: Primero convierta la velocidad angular de la rueda a radianes por segundo. Luego use la definición de velocidad media para calcular la longitud de arco s descrita por un punto en el borde de la rueda. Esta distancia será la misma que la recorrida por la bicicleta a lo largo de una trayectoria horizontal.

Solución: Primero se convierte la frecuencia de rpm a rev/s.

$$f = \left(\frac{40 \text{ rev}}{1 \text{ min}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 0.667 \text{ rev/s}$$

Sustituyendo esta frecuencia en la ecuación (6.17) se obtiene la velocidad angular.

$$\omega = 2\pi f = (2\pi \text{ rad})(0.667 \text{ rev/s}) = 4.19 \text{ rad/s}$$

Ahora bien, se vuelven a escribir las ecuaciones (6.15) y (6.16), con lo cual se obtiene

$$s = \theta R \quad \text{y} \quad \theta = \overline{\omega} t$$

Esto significa que la distancia s es

$$s = (\omega t)R = (4.19 \text{ rad/s})(30 \text{ s})(0.33 \text{ m})$$
$$s = 41.5 \text{ m}$$

Es importante observar que la velocidad angular descrita por la ecuación (6.16) representa un valor *medio* (o un valor constante). La misma distinción se debe hacer entre la velocidad angular *instantánea* y la *media* tal como se estudió en la unidad 2 para las velocidades instantáneas y medias.

6.9 Aceleración angular

Al igual que el movimiento rectilíneo, el movimiento rotacional puede ser uniforme o acelerado. La velocidad de la rotación puede aumentar o disminuir bajo la influencia de un momento de torsión resultante. Por ejemplo, si la velocidad angular cambia de un valor inicial ω_0 a un valor final ω_f en un tiempo t, la aceleración angular es

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

La letra griega α (*alfa*) denota la aceleración angular. Una forma más útil de esta ecuación es

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t \qquad \textbf{(6.18)}$$

Al comparar la ecuación (6.18) con la ecuación para la aceleración lineal se verá que sus formas son idénticas si establecemos analogías entre los parámetros angulares y lineales.

Ahora que hemos introducido el concepto de velocidades angulares inicial y final, podemos expresar la velocidad angular media en términos de sus valores inicial y final:

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}$$

Al sustituir esta igualdad para $\overline{\omega}$ en la ecuación (6.16) se obtiene una expresión más útil para el desplazamiento angular:

$$\theta = \overline{\omega} t = \left(\frac{\omega_f + \omega_0}{2}\right) t \qquad \textbf{(6.19)}$$

Esta ecuación es similar a una ecuación deducida para el movimiento rectilíneo. En realidad, las ecuaciones para la aceleración angular tienen la misma forma básica que las que se obtuvieron para la aceleración lineal si establecemos las siguientes analogías:

$$s \text{ (m)} \leftrightarrow \theta \text{ (rad)}$$
$$v \text{ (m/s)} \leftrightarrow \omega \text{ (rad/s)}$$
$$a \text{ (m/s}^2) \leftrightarrow \alpha \text{ (rad/s}^2)$$

El tiempo, desde luego, es el mismo para ambos tipos de movimiento y se mide en segundos. La tabla 6.1 ilustra las similitudes entre el movimiento rotacional y el rectilíneo.

Tabla 6.1

Comparación de las fórmulas de las aceleraciones lineal y angular

Aceleración lineal constante	Aceleración angular constante
(1) $s = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_f + \omega_0}{2}\right)t$
(2) $v_f = v_0 + at$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
(3) $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
(4) $s = v_f t - \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_f t - \frac{1}{2}\alpha t^2$
(5) $2as = v_f^2 - v_0^2$	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$

Al aplicar estas fórmulas, debemos tener cuidado de elegir las unidades apropiadas para cada cantidad. También es importante seleccionar una dirección (en el sentido del avance de las manecillas del reloj o contrario a éste) como positiva y conservarla en forma consistente para asignar a cada cantidad el signo apropiado.

Ejemplo 6.9

Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en 8 s. Determine la aceleración angular en radianes por segundo al cuadrado.

Plan: Cuando se aplican las ecuaciones para la aceleración angular uniforme, las únicas unidades angulares aceptables son los radianes. Primero debemos cambiar las unidades para las velocidades angulares final e inicial. Luego se organizan los datos dados, se elige una ecuación adecuada y se resuelve para la aceleración angular.

Solución: Las velocidades angulares son:

$$\omega_0 = 2\pi f = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right)\left(\frac{6 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 37.7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 2\pi f = \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right)\left(\frac{12 \text{ rev}}{\text{s}}\right) = 75.4 \text{ rad/s}$$

Ahora bien, podemos resolver para α usando la definición de aceleración angular.

Dados: $\omega_0 = 37.7$ rad/s; $\omega_f = 75.4$ rad/s; $t = 8$ s Encuentre: $\alpha = ?$

Seleccionemos la ecuación (2) de la tabla 6.1 como la que contiene α y no θ. Al resolver para α obtenemos

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{75.4 \text{ rad/s} - 37.7 \text{ rad/s}}{8 \text{ s}}$$

$$\alpha = 4.71 \text{ rad/s}^2$$

Ejemplo 6.10 Una rueda de esmeril que gira inicialmente a 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s² durante 3 s. Determine su desplazamiento angular y su velocidad angular final.

Plan: Organice los datos dados, seleccione la ecuación apropiada y resuelva para obtener los valores desconocidos.

Solución:

Dados: $\omega_0 = 6$ rad/s; $\alpha = 2$ rad/s; $t = 3$ s Encuentre: $\theta = ?$

La ecuación (3) contiene α y no ω_f. El desplazamiento angular es

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = (6 \text{ rad/s})(3 \text{ s}) + \frac{1}{2}(2 \text{ rad/s}^2)(3 \text{ s})^2 = 27.0 \text{ rad}$$

La velocidad angular final ω_f se obtiene a partir de la ecuación (2)

$$\begin{aligned} \omega_f &= \omega_0 + \alpha t \\ &= 6 \text{ rad/s} + (2 \text{ rad/s}^2)(3 \text{ s}) \\ &= 12.0 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

6.10 Relación entre los movimientos rotacional y rectilíneo

El ***eje de rotación*** de un cuerpo rígido que gira se puede definir como la línea de partículas que permanecen estacionarias durante la rotación. Se puede tratar de una línea a través del cuerpo, como en el caso de un trompo, de una línea a través del espacio, como un aro en rotación. En cualquier caso, nuestra experiencia nos dice que cuanto más lejos está la partícula del eje de rotación, mayor es su velocidad tangencial.

$$v = 2\pi f R$$

donde f es la frecuencia de rotación. Ahora deduzcamos una relación similar en términos de velocidad angular. La partícula de la figura 6.11 gira a través de un arco s que se describe como

$$s = \theta R$$

a partir de la ecuación (6.15). Si la distancia es recorrida en un tiempo t, la velocidad tangencial de la partícula está dada por

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\theta R}{t}$$

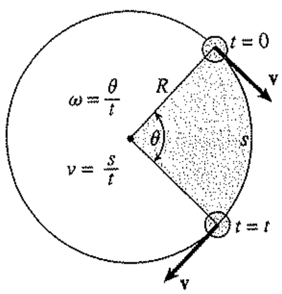


Figura 6.11 Relación entre velocidad angular y velocidad tangencial.

Puesto que $\theta/t = \omega$, la velocidad tangencial se puede expresar como una función de la velocidad angular.

$$v = \omega R \tag{6.20}$$

Este resultado también proviene de la ecuación (6.17), en la cual la velocidad angular se expresa como una función de la frecuencia de revolución.

Ejemplo 6.11 Un eje de tracción tiene una velocidad angular de 60 rad/s. ¿A qué distancia del eje deben colocarse unos contrapesos para que éstos tengan una velocidad tangencial de 12 m/s?

Solución: Al despejar R en la ecuación (6.20), obtenemos

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{12 \text{ m/s}}{60 \text{ rad/s}} = 0.200 \text{ m}$$

Consideremos de nuevo una partícula que se mueve en un círculo de radio R y supongamos que la velocidad tangencial cambia de cierto valor inicial v_0 al valor final v_f en un tiempo t. La *aceleración tangencial* a_T de dicha partícula está dada por

$$a_T = \frac{v_f - v_0}{t}$$

Debido a la estrecha relación entre la velocidad tangencial y la angular, como quedó representado en la ecuación (6.20), podemos expresar también la aceleración tangencial en función de un cambio en la velocidad angular.

$$a_T = \frac{\omega_f R - \omega_0 R}{t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} R$$

o bien

$$a_T = \alpha R \tag{6.21}$$

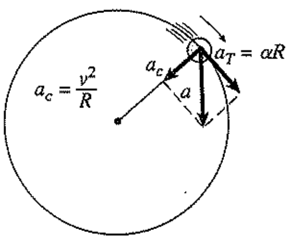


Figura 6.12 Relación entre las aceleraciones tangencial y centrípeta.

donde α representa la ***aceleración angular***.

Debemos ser cuidadosos en distinguir entre la aceleración tangencial, como quedó definida en la ecuación (6.21), y la aceleración centrípeta definida por

$$a_c = \frac{v^2}{R} \tag{6.22}$$

La ***aceleración tangencial*** representa un cambio en la velocidad tangencial, mientras que la aceleración centrípeta representa tan sólo un cambio en la dirección del movimiento. La distinción se muestra gráficamente en la figura 6.12. La aceleración resultante puede determinarse calculando el vector suma de las aceleraciones tangencial y centrípeta.

Ejemplo 6.12 Calcule la aceleración resultante de una partícula que se mueve en un círculo de radio 0.5 m en el instante en que su velocidad angular es 3 rad/s y su aceleración angular es 4 rad/s².

Plan: Trace un esquema similar al de la figura 6.12, y determine la velocidad tangencial v como el producto ωR. Determine luego la aceleración centrípeta a_c a partir de la ecuación (6.22). La aceleración tangencial a_T está dada por la ecuación (6.21). La resultante de estos vectores perpendiculares dará la aceleración angular neta.

Solución: Dado que $R = 0.5$ m y $\omega = 3$ rad/s, obtenemos

$$v = \omega R = (3 \text{ rad/s})(0.5 \text{ m}) = 1.50 \text{ m/s}$$

La aceleración centrípeta a partir de la ecuación (6.22), es, por tanto,

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(1.50 \text{ m/s})^2}{(0.5 \text{ m})} = 4.50 \text{ m/s}^2$$

Ahora bien, de la ecuación (6.21), la aceleración tangencial es

$$a_T = \alpha R = (4 \text{ rad/s}^2)(0.5 \text{ m}); \qquad a_T = 2.00 \text{ m/s}^2$$

Por último, la magnitud de la aceleración resultante se obtiene del teorema de Pitágoras.

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2} = \sqrt{(2.00 \text{ m/s}^2)^2 + (4.50 \text{ m/s}^2)^2}$$
$$a = 4.92 \text{ m/s}^2$$

La dirección de la aceleración, si lo desea, puede obtenerse a partir de sus componentes en la forma usual.

6.11 Energía cinética rotacional: momento de inercia

Hemos visto que una partícula que se mueve en un círculo de radio R tiene una rapidez lineal dada por

$$v = \omega R$$

Si la partícula tiene una masa m, tendrá una energía cinética que se obtiene por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2R^2$$

Un cuerpo rígido como el de la figura 6.13 se puede considerar formado por muchas partículas de diferentes masas localizadas a diversas distancias del eje de rotación O. La energía cinética total de un cuerpo será entonces la suma de las energías cinéticas de cada partícula que forma el cuerpo. Así,

$$K = \sum \frac{1}{2}m\omega^2r^2$$

Puesto que la constante $\frac{1}{2}$ y la velocidad angular ω son las mismas para todas las partículas, se puede reorganizar la ecuación anterior y obtener

$$K = \frac{1}{2}\left(\sum mr^2\right)\omega^2$$

La cantidad entre paréntesis, $\Sigma\, mr^2$, tiene el mismo valor para un cuerpo dado independientemente de su estado de movimiento. Se define esta cantidad como el ***momento de inercia*** y se representa por I:

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \cdots$$

o bien

$$I = \sum mr^2 \tag{6.23}$$

La unidad del SI para I es el *kilogramo-metro al cuadrado* y la unidad del SUEU es el *slug-ft cuadrado*.

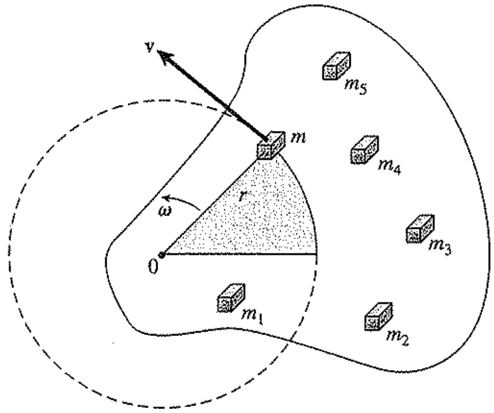


Figura 6.13 Rotación de un cuerpo extenso. El cuerpo puede considerarse como un conjunto de masas individuales que giran con la misma velocidad angular.

Utilizando esta definición, podemos expresar la ***energía cinética rotacional*** de un cuerpo en términos de su momento de inercia y de su velocidad angular:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 \tag{6.24}$$

Note la similitud entre los términos m para el movimiento rectilíneo e I para el movimiento rotacional.

Ejemplo 6.13

Calcule el momento de inercia para el sistema ilustrado en la figura 6.14. El peso de las barras que unen las masas es insignificante y el sistema gira con una velocidad angular de 6 rad/s. ¿Cuál es la energía cinética rotacional? (Considere que las masas están concentradas en un punto).

Plan: El momento de inercia del sistema es igual a la suma de los momentos de inercia de cada masa respecto del centro de rotación. La energía cinética rotacional está dada por la ecuación (6.24) usando el valor calculado para I.

Solución: Partiendo de la ecuación (6.23), se obtiene

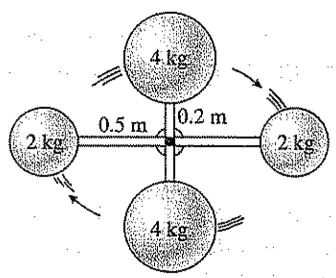


Figura 6.14 Cálculo del momento de inercia.

$$I = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$
$$I = (2\text{ kg})(0.5\text{ m})^2 + (4\text{ kg})(0.2\text{ m})^2 + (2\text{ kg})(0.5\text{ m})^2 + (4\text{ kg})(0.2\text{ m})^2$$
$$I = 1.32\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Usando este resultado y el hecho de que $\omega = 6$ rad/s, la energía cinética rotacional está dada por

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(1.32 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(6 \text{ rad/s})^2 \qquad \text{o} \qquad K = 23.8 \text{ J}$$

Para cuerpos que no están compuestos por masas separadas, sino que son en realidad distribuciones continuas de materia, los cálculos del momento de inercia son más difíciles y generalmente requieren conocimientos de cálculo integral. En la figura 6.15 se muestran algunos casos sencillos y las fórmulas para calcular sus momentos de inercia.

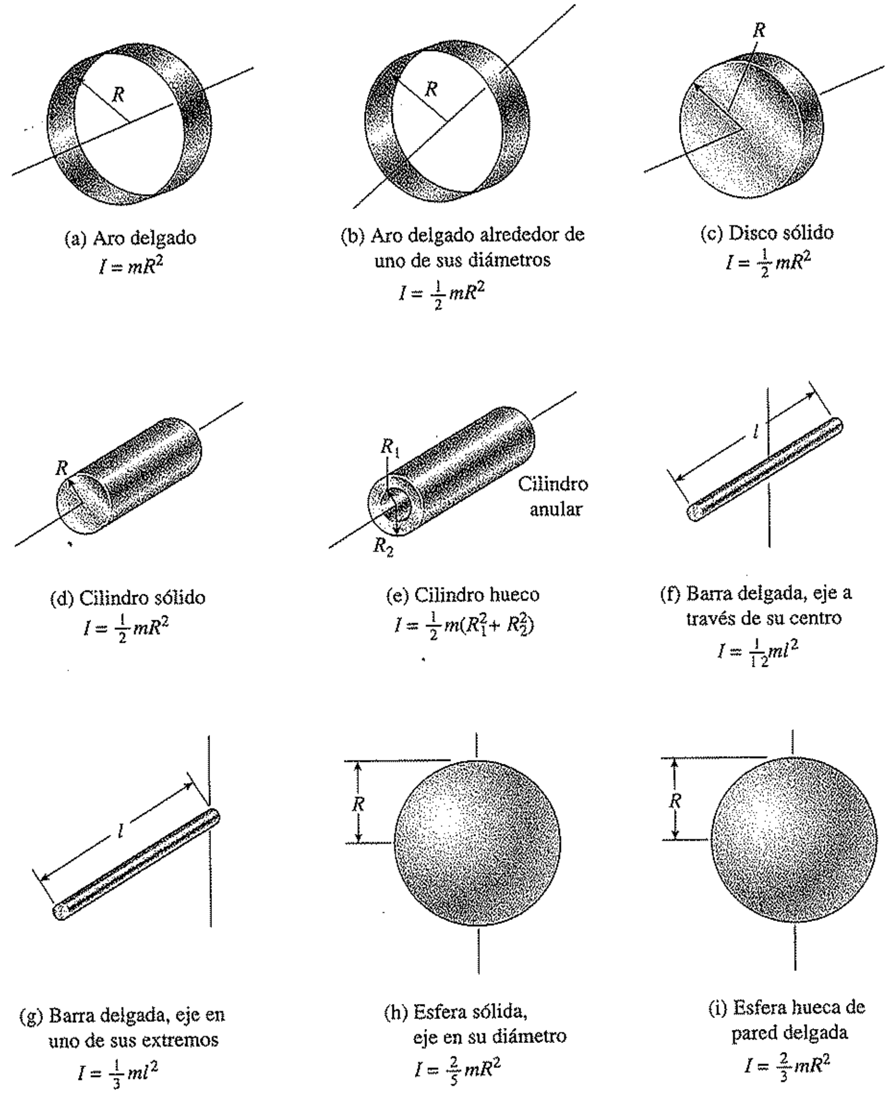


Figura 6.15 Momentos de inercia de algunos cuerpos con respecto a sus ejes indicados.

A veces es conveniente expresar la inercia rotacional de un cuerpo en términos de su ***radio de giro k***. Esta cantidad se define como la distancia radial del centro de rotación a la circunferencia en la cual se puede considerar concentrada la masa total del cuerpo sin cambiar su momento de inercia. De acuerdo con esta definición, el momento de inercia se calcula a partir de la fórmula

$$I = mk^2 \tag{6.25}$$

donde m representa la masa total del cuerpo que gira y k es su radio de giro.

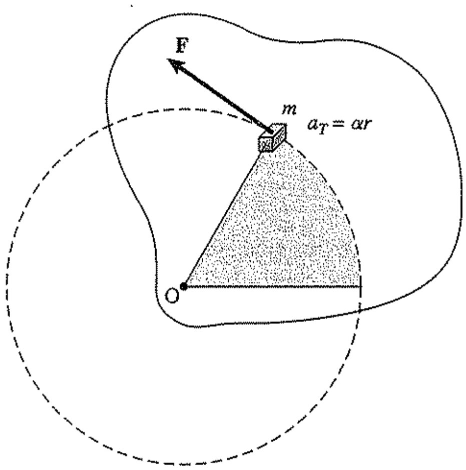


Figura 6.16 La segunda ley de Newton para el movimiento de rotación establece la relación entre el momento de torsión Fr y la aceleración angular α.

6.12 La segunda ley del movimiento en la rotación

Suponga que analizamos el movimiento de rotación de un cuerpo rígido en la figura 6.16. Considere una fuerza **F** que actúa sobre la pequeña masa m, indicada por la porción sombreada del objeto, a una distancia r del eje de rotación.

La fuerza **F** aplicada en forma perpendicular a r hace que el cuerpo gire con una aceleración tangencial:

$$a_T = \alpha r$$

donde α es la aceleración angular. Partiendo de la segunda ley de Newton del movimiento,

$$F = ma_T = m\alpha r$$

Al multiplicar ambos lados de esta relación por r queda

$$Fr = (mr^2)\alpha$$

La cantidad Fr se reconoce como el momento de torsión producido por la fuerza **F** con respecto al eje de rotación. Por lo tanto, para la masa m escribimos

$$\tau = (mr^2)\alpha$$

Se puede deducir una ecuación similar para todas las demás porciones del objeto que gira. Sin embargo, la aceleración angular será constante para cada porción independientemente de su masa o de su distancia al eje. Por consiguiente, el momento de torsión resultante en todo el cuerpo es

$$\tau = \left(\sum mr^2\right)\alpha$$

o bien,

$$\tau = I\alpha \qquad \textbf{(6.26)}$$

Momento de torsión = momento de inercia × aceleración angular

Observe la similitud de la ecuación (6.26) con la segunda ley del movimiento rectilíneo, $F = ma$. La *ley del movimiento rotacional de Newton* se enuncia como sigue:

Un momento de torsión resultante aplicado a un cuerpo rígido siempre genera una aceleración angular que es directamente proporcional al momento de torsión aplicado e inversamente proporcional al momento de inercia del cuerpo.

Al aplicar la ecuación (6.26), es importante recordar que el momento de torsión producido por una fuerza es igual al producto de su distancia al eje por la componente perpendicular de la fuerza. También debe recordarse que la aceleración angular se expresa en radianes por segundo por segundo.

Ejemplo 6.14 Un disco de esmeril de radio 0.6 m y 90 kg de masa gira a 460 rpm. ¿Qué fuerza de fricción, aplicada en forma tangencial al borde, hará que el disco se detenga en 20 s?

Plan: La inercia rotacional I puede determinarse a partir de la fórmula para un disco dada en la figura 6.15. Por tanto, la aceleración angular α puede calcularse del cambio en la velocidad angular por unidad de tiempo. Para hallar la fuerza F en el borde, recuerde que el momento de torsión (FR) debe ser igual al producto $I\alpha$, de acuerdo con la segunda ley de Newton.

Solución: La inercia rotacional de un disco es

$$I = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}(90\text{ kg})(0.60\text{ m})^2 = 16.2\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Al convertir 460 rpm a unidades de rad/s, la velocidad angular inicial se escribe como

$$\omega_0 = \left(460\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right); \qquad \omega_0 = 48.2\text{ rad/s}$$

Observe que $\omega_f = 0$ y $t = 20$ s, es posible hallar la aceleración angular α.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{0 - (48.2\text{ rad/s})}{20\text{ s}} = -2.41\text{ rad/s}^2$$

A partir de la segunda ley de Newton, recordemos que el momento de torsión resultante ($\tau = FR$), debe ser igual al producto de la inercia rotacional y la aceleración angular ($\tau = I\alpha$). Por tanto,

$$FR = I\alpha \qquad \text{o} \qquad F = \frac{I\alpha}{R}$$

$$F = \frac{(16.2\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(-2.41\text{ rad/s}^2)}{0.60\text{ m}} = -65.0\text{ N}$$

El signo negativo aparece debido a que la fuerza debe tener una dirección opuesta a la dirección de rotación del disco.

6.13 Trabajo y potencia rotacionales

En la unidad 4 se definió el trabajo como el producto de un desplazamiento por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Ahora consideremos el trabajo realizado en el desplazamiento rotacional bajo la influencia de un momento de torsión resultante.

Considere la fuerza **F** que actúa al borde de una polea de radio r, como muestra la figura 6.17. El efecto de dicha fuerza es hacer girar la polea a través de un ángulo θ mientras el punto en el que se aplica la fuerza se mueve una distancia s. La longitud de arco s se relaciona con θ mediante

$$s = r\theta$$

Así, el trabajo de la fuerza **F** es por definición

$$\text{Trabajo} = Fs = Fr\theta$$

pero Fr es el momento de torsión debido a la fuerza, por lo que obtenemos

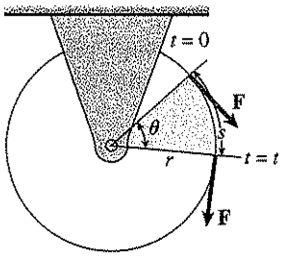


Figura 6.17 Trabajo y potencia en el movimiento de rotación.

$$\text{Trabajo} = \tau\theta \tag{6.27}$$

El ángulo θ debe expresarse en radianes en cualquier sistema de unidades de modo que el trabajo pueda expresarse en libras-pie o joules.

La energía mecánica generalmente se transmite como ***trabajo rotacional***. Cuando hablamos de la potencia de salida que desarrollan las máquinas, lo que nos interesa es la razón de cambio con que se realiza el trabajo rotacional. Por tanto, la potencia rotacional puede determinarse dividiendo ambos lados de la ecuación (6.27) entre el tiempo t requerido para que el momento de torsión τ lleve a cabo un desplazamiento θ:

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo}}{t} = \frac{\tau\theta}{t} \tag{6.28}$$

Puesto que θ/t representa la velocidad angular media $\overline{\omega}$, escribimos

$$\text{Potencia} = \tau\overline{\omega} \tag{6.29}$$

Observe la similitud entre esta relación y su análoga, $P = Fv$, obtenida anteriormente para el movimiento rectilíneo. Ambas medidas son una potencia *media.*

Ejemplo 6.15

Una rueda de 60 cm de radio tiene un momento de inercia de 5 kg · m². Se aplica una fuerza constante de 60 N tangente al borde de la misma. Suponiendo que parte del reposo, ¿qué trabajo se realiza en 4 s y qué potencia se desarrolla?

Plan: El trabajo es el producto del momento de torsión por el desplazamiento angular. Primero calcule el momento de torsión multiplicando la fuerza del borde por el radio de la rueda. Luego halle la aceleración angular a partir de la segunda ley de Newton. Una vez que conozca la aceleración determine el desplazamiento lineal, así como el trabajo y la potencia gastados.

Solución: La información dada se organiza como sigue:

Dados: $R = 0.60$ m, $F = 60$ N, $I = 5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, $t = 4$ s

Encuentre: *trabajo y potencia*

El momento de torsión aplicado al borde de la rueda es

$$\tau = FR = (60\ \text{N})(0.60\ \text{m}) = 36.0\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Enseguida, determinamos α a partir de la segunda ley de Newton ($\tau = I\alpha$).

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{36\ \text{N} \cdot \text{m}}{5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$\alpha = 7.20\ \text{rad/s}^2$$

El desplazamiento angular θ es

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}(7.20\ \text{rad/s}^2)(4\ \text{s})^2 = 57.6\ \text{rad}$$

El trabajo es, por tanto,

$$\text{Trabajo} = \tau\theta = (36\ \text{N} \cdot \text{m})(57.6\ \text{rad}) = 2\,070\ \text{J}$$

Por último, la potencia media es el trabajo por unidad de tiempo, o

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{t} = \frac{2\,070\ \text{J}}{4\ \text{s}}$$

$$P = 518\ \text{W}$$

El mismo resultado podría encontrarse calculando la velocidad angular media ω y usando la ecuación (6.29). Como ejemplo adicional, podríamos decir que el trabajo realizado es igual al cambio en la energía rotacional.

6.14 Rotación y traslación combinadas

Para comprender la relación entre el movimiento rectilíneo y angular de un objeto que rota, primero considere que un disco circular de radio R se desliza a lo largo de una superficie horizontal sin rotación ni fricción. Como se muestra en la figura 6.18a, cualquier pieza de este disco viajará a una velocidad igual a la del centro de la masa.

Ahora bien, suponga que el mismo disco rota libremente sin deslizarse por la misma superficie, como en la figura 6.19b. Se requiere más energía para mantener la misma rapidez horizontal, ya que ahora además de rotación hay traslación. Como no hay deslizamiento, el centro de la masa del disco está rotando con relación al punto de contacto P con la misma velocidad angular que la del disco que está rotando. Así, podemos escribir una relación familiar entre la velocidad tangencial v del centro de la masa del disco y su rapidez rotacional ω.

$$v = \omega R \qquad \text{o} \qquad \omega = \frac{v}{R}$$

Para saber si ha comprendido esta ecuación, considere una rueda de bicicleta de 50 cm de radio que rota a 20 rad/s. Verifique que la rapidez horizontal de la bicicleta sea 10 m/s.

Al trabajar con problemas que involucran tanto la rotación como la traslación, debemos recordar sumar la energía cinética rotacional K_R a la energía cinética traslacional K_T. Por ejemplo, al aplicar el principio de conservación de la energía total, sabemos que el total de todos los tipos de energía antes de un suceso debe ser igual al total después del suceso más cualquier pérdida debida a la fricción o a otras fuerzas disipativas.

$$(U_0 + K_{T0} + K_{R0}) = (U_f + K_{Tf} + K_{Rf}) + |\text{Pérdidas}| \qquad \textbf{(6.30)}$$

Los subíndices 0 y f se refieren a los valores inicial y final de la energía potencial U, la energía cinética rotacional K_R y la energía cinética traslacional K_T. El término "pérdidas" puede establecerse como 0 si suponemos que el movimiento es sin fricción.

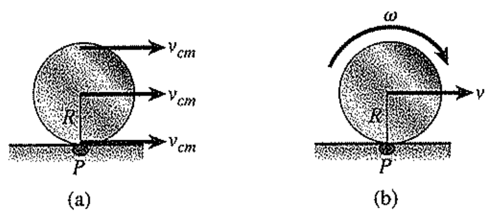


Figura 6.18 (a) Todas las partes de un disco en traslación pura se mueven con la velocidad v_{cm} del centro de masa. (b) Un objeto que rueda es una combinación de traslación y rotación de tal forma que la velocidad lineal horizontal está dada por $v = \omega R$.

Ejemplo 6.16 Un aro y un disco circular tienen cada uno una masa de 2 kg y un radio 10 cm. Se dejan caer rodando desde el reposo a una altura de 20 m a la parte inferior de un plano inclinado, como se muestra en la figura 6.19. Compare sus rapideces finales.

Plan: Para hallar la rapidez v en la parte inferior del plano inclinado, los parámetros rotacionales se convertirán en sus parámetros lineales correspondientes. Por ejemplo, la inercia rotacional I de un aro es mR^2 y la inercia rotacional I de un disco es $\frac{1}{2}mR^2$. Además, la velocidad rotacional ω es la razón v/R. La conservación de energía exige que la suma de energía potencial, cinética y rotacional en la parte superior del plano inclinado sea igual a la suma de estas energías en la parte inferior. De esta manera, aplique primero la ecuación (6.30) para el aro y luego para el disco, suponiendo pérdidas de fricción insignificantes para cada caso.

Solución: En cada caso, $U = mgh$; $K_R = \frac{1}{2}mv^2$, y $K_T = \frac{1}{2}I\omega^2$. La conservación de la energía sin pérdidas de la fricción da

$$(U_0 + K_{T0} + K_{R0}) = (U_f + K_{Tf} + K_{Rf})$$
$$mgh_0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I\omega_f^2$$

Para el aro: $I = mR^2$, así que al sustituir se obtiene

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(mR^2)\left(\frac{v^2}{R^2}\right)$$
$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Al simplificar y resolver para v, obtenemos

$$v = \sqrt{gh_0} = \sqrt{(9.8\text{ m/s}^2)(20\text{ m})} \quad \text{o} \quad v = 14.0\text{ m/s}$$

Para el disco: $I = \frac{1}{2}mR^2$, y

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right)$$

Esto puede resolverse para obtener

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh_0} = \sqrt{\frac{4}{3}(9.8\text{ m/s}^2)(20\text{ m})} \quad \text{o} \quad v = 16.2\text{ m/s}$$

Observe que aun cuando las masas y los radios son los mismos, el disco tiene una inercia rotacional inferior que da como resultado una rapidez final mayor. Llegará primero que el aro a la parte inferior.

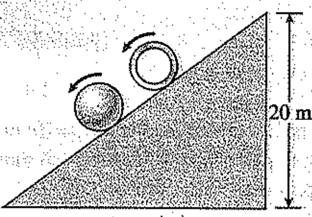


Figura 6.19

6.15 Cantidad de movimiento angular

Considere una partícula de masa m que se mueve en un círculo de radio r, como muestra la figura 6.20a. Si su velocidad tangencial es v, tendrá una cantidad de movimiento rectilíneo $p = mv$. Con respecto al eje de rotación fijado, definimos la cantidad de ***movimiento angular*** L de la partícula como el producto de su cantidad de movimiento rectilíneo por la distancia perpendicular que va del eje a la partícula que gira.

FÍSICA HOY

¿Por qué un *frisbee* que se lanza gira y vuela, mientras que uno que no gira se cae? La respuesta es la cantidad de movimiento angular. El *frisbee* que gira tiene una gran cantidad de movimiento angular, con su material más grueso en los bordes. La cantidad de movimiento angular ayuda al disco que gira a vencer los momentos de torsión provocados por las fuerzas dinámicas.

$$L = mvr \tag{6.31}$$

Ahora consideremos la definición de la cantidad de movimiento angular cuando ésta se aplica a un cuerpo rígido extenso. La figura 6.20b describe este tipo de cuerpo, el cual gira alrededor de su eje O. Cada partícula del cuerpo tiene una cantidad de movimiento angular dado por la ecuación (6.31). Sustituyendo $v = \omega r$, cada partícula tiene una cantidad de movimiento angular dada por

$$mvr = m(\omega r)r = (mr^2)\omega$$

Puesto que el cuerpo es rígido, todas las partículas que lo forman tienen la misma velocidad angular, y la cantidad de movimiento angular del cuerpo es

$$L = \left(\sum mr^2\right)\omega$$

Por tanto, la cantidad de movimiento angular total es igual al producto de la velocidad angular del cuerpo por su momento de inercia:

$$L = I\omega \tag{6.32}$$

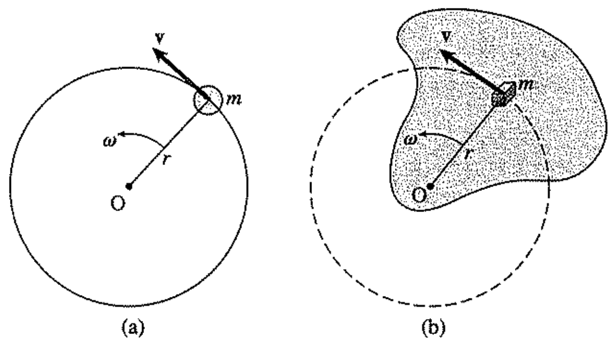


Figura 6.20 Definición de la cantidad de movimiento angular.

Ejemplo 6.17 Una varilla uniforme delgada mide 1 m de longitud y tiene una masa de 6 kg. Si la varilla se hace girar en su centro y se queda en rotación con una velocidad angular de 16 rad/s, calcule su cantidad de movimiento angular.

Solución: El momento de inercia de una varilla delgada es, a partir de la figura 6.15,

$$I = \frac{ml^2}{12} = \frac{(6\text{ kg})(1\text{ m})^2}{12} = 0.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Entonces, su cantidad de movimiento angular es

$$\begin{aligned} L = I\omega &= (0.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(16\text{ rad/s}) \\ &= 8\text{ kg}\cdot\text{m}^2\text{/s} \end{aligned}$$

Observe que la unidad del SI de la cantidad de movimiento angular es kg · m²/s. La unidad del SUEU es slug · ft²/s.

6.16 Conservación de la cantidad de movimiento angular

Podemos entender mejor la definición de movimiento si regresamos a la ecuación básica para el movimiento angular, $\tau = I\alpha$. Recuerde la ecuación que define la aceleración angular

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

podemos escribir la segunda ley de Newton como

$$\tau = I\left(\frac{\omega_f - \omega_0}{t}\right)$$

Al multiplicar por t, obtenemos

$$\tau t = I\omega_f - I\omega_0 \tag{6.33}$$

Impulso angular = cambio en la cantidad de movimiento angular

El producto τt se define como *impulso angular.*

Si no se aplica ningún momento de torsión externo a un cuerpo que gira, podemos establecer $\tau = 0$ en la ecuación (6.33), y obtener

$$0 = I\omega_f - I\omega_0$$

$$I\omega_f = I\omega_0 \tag{6.34}$$

Cantidad de movimiento angular final = cantidad de movimiento angular inicial

De esta manera, llegamos a un enunciado para expresar la ***conservación de la cantidad de movimiento angular***:

> Si la suma de los momentos de torsión externos que actúan sobre un cuerpo o sistema de cuerpos es cero, la cantidad de movimiento angular permanece sin cambios.

Este enunciado resulta verdadero aun en el caso de que el cuerpo que gira no sea rígido, sino que pueda cambiar su forma de tal modo que su momento de inercia cambie. En este caso, la rapidez angular también cambia de tal modo que el producto $I\omega$ siempre es constante. Los patinadores, clavadistas y acróbatas controlan la rapidez con que giran sus cuerpos extendiendo o encogiendo sus extremidades para aumentar o disminuir su rapidez angular.

Un experimento interesante que ilustra la conservación de la cantidad de movimiento angular se muestra en la figura 6.21. Una mujer está parada sobre una plataforma giratoria y sostiene unas pesas grandes en cada mano. Al principio, empieza a girar con los brazos completamente extendidos. Al acercar las manos a su cuerpo, disminuye su momento de inercia. Dado que la cantidad de su movimiento angular no puede cambiar notará un aumento considerable en su rapidez angular. Al extender sus brazos podrá disminuir su rapidez angular.

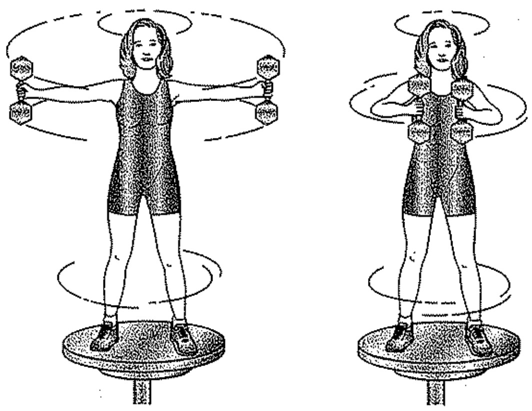


Figura 6.21 Experimento para demostrar la conservación de la cantidad de movimiento angular. La mujer controla su velocidad de rotación moviendo las pesas hacia dentro para aumentar su rapidez rotacional o hacia fuera para disminuirla.

6.17 La transmisión del momento de torsión

Las máquinas simples estudiadas hasta ahora se utilizan para transmitir y aplicar fuerzas que muevan cargas. En la mayoría de las aplicaciones mecánicas, el trabajo se realiza por medio de la transmisión del momento de torsión de un mecanismo a otro. Por ejemplo, la transmisión por banda o correa (véase la figura 6.22) transmite el momento de torsión de una polea motriz a una polea de salida. La ventaja mecánica de este tipo de sistema es la razón de los momentos de torsión entre la polea de salida y la polea motriz:

$$M_I = \frac{\text{momento de torsión de salida}}{\text{momento de torsión de entrada}} = \frac{\tau_o}{\tau_i}$$

Partiendo de la definición de momento de torsión podemos escribir esta expresión en términos de los radios de las poleas:

$$M_I = \frac{\tau_o}{\tau_i} = \frac{F_o r_o}{F_i r_i}$$

Si no hay deslizamientos entre la banda y las poleas, se puede decir con certeza que la fuerza tangencial de entrada $\mathbf{F}_i$ es igual a la fuerza tangencial de salida $\mathbf{F}_o$; por tanto,

$$M_I = \frac{F_o r_o}{F_i r_i} = \frac{r_o}{r_i}$$

En vista de que generalmente se especifican los diámetros de las poleas y no los radios, una expresión más práctica es

$$M_I = \frac{D_o}{D_i} \tag{6.35}$$

donde D_i es el diámetro de la polea motriz y D_o es el diámetro de la polea de salida.

Suponga que aplicamos ahora el principio del trabajo a la ***transmisión por banda***. Recuerde que en el movimiento circular quedó definido el trabajo como el producto del momento de torsión τ y el desplazamiento angular θ. Para la transmisión por banda, suponiendo que las condiciones sean ideales, el trabajo de entrada sería igual al de salida; por ende

$$\tau_i\theta_i = \tau_o\theta_o$$

La potencia de entrada también debe ser igual a la potencia de salida. Si dividimos la ecuación anterior entre el tiempo t requerido para girar entre los ángulos θ_i y θ_o, obtenemos

$$\tau_i\frac{\theta_i}{t} = \tau_o\frac{\theta_o}{t} \qquad \text{o} \qquad \tau_i\omega_i = \tau_o\omega_o$$

donde ω_i y ω_o son las velocidades angulares de las poleas de entrada y salida, respectivamente. Observe que la razón τ_o/τ_i representa la ventaja mecánica ideal. Por tanto, podemos añadir otra expresión a la ecuación (6.35) para obtener

$$M_I = \frac{D_o}{D_i} = \frac{\omega_i}{\omega_o} \tag{6.36}$$

Este importante resultado muestra que la ventaja mecánica se logra a expensas del movimiento de rotación. Dicho de otro modo, si la ventaja mecánica es 2, el eje de rotación de entrada debe girar con una velocidad angular igual al doble de la rapidez angular del eje de rotación de salida. La razón ω_i/ω_o se conoce a veces como *razón de rapidez.*

Si la razón de rapidez es mayor que 1, la máquina produce un momento de torsión de salida mayor que el momento de torsión de entrada. Como ya hemos visto, esta proeza puede realizarse a costa de la rotación. Por otra parte, muchas máquinas se diseñan para incrementar la rapidez rotacional de salida. En estos casos, la razón de rapidez es menor que 1 y el aumento en la rapidez rotacional trae consigo una reducción en el momento de torsión de salida.

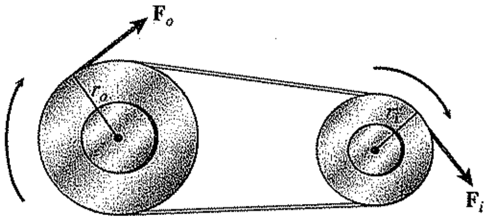


Figura 6.22 Transmisión por banda.

Ejemplo 6.18 Considere la transmisión por banda de la figura 6.22, en la cual el diámetro de la pequeña polea motriz es de 6 in y el de la polea de carga es de 18 in. Un motor de 6 hp acciona la polea de entrada a 600 rpm. Calcule las revoluciones por minuto y el momento de torsión suministrados a la polea de carga si el sistema tiene una eficiencia de 75%.

Plan: Primero calcule la ventaja mecánica ideal (100% de eficiencia) a partir de la razón de los diámetros de las poleas. Al multiplicar este valor por el valor de la eficiencia se obtiene la ventaja mecánica *real*, que es la razón del momento de torsión de salida al de entrada. Con ello será posible despejar el momento de torsión de salida. Por último, la velocidad de rotación de salida puede obtenerse con base en la razón de los diámetros de las poleas.

Solución: La ventaja mecánica ideal se obtiene con la ecuación (6.36)

$$M_I = \frac{D_o}{D_i} = \frac{18 \text{ in}}{6 \text{ in}} = 3$$

Puesto que la eficiencia es de 75%, la ventaja mecánica real está dada por la ecuación

$$M_A = eM_I = (0.75)(3) = 2.25$$

Ahora, la ventaja mecánica real es la simple razón del momento de torsión de salida (τ_o) al momento de torsión de entrada (τ_i). Si recordamos que la potencia en el movimiento rotacional es igual al producto del momento de torsión por la velocidad angular, podemos calcular τ_i como sigue:

$$\tau_i = \frac{P_i}{\omega_i} = \frac{(6\text{hp})[(550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s})/\text{hp}]}{(600 \text{ rpm})(2\pi \text{ rad/rev})(1 \text{ min}/60 \text{ s})}$$

$$= \frac{(6)(550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s})}{20\pi \text{ rad/s}} = 52.5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Puesto que $M_A = \tau_o/\tau_i$, el momento de torsión está dado por

$$\tau_o = M_A\tau_i = (2.25)(52.5 \text{ ft} \cdot \text{lb})$$
$$= 118 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Suponiendo que la banda no se deslice, se moverá con la misma velocidad tangencial v alrededor de cada polea. Puesto que $v = \omega r$, podemos escribir la igualdad

$$\omega_i r_i = \omega_o r_o \quad \text{o} \quad \omega_i D_i = \omega_o D_o$$

de donde

$$\omega_o = \frac{\omega_i D_i}{D_o} = \frac{(600 \text{ rpm})(6 \text{ in})}{18 \text{ in}} = 200 \text{ rpm}$$

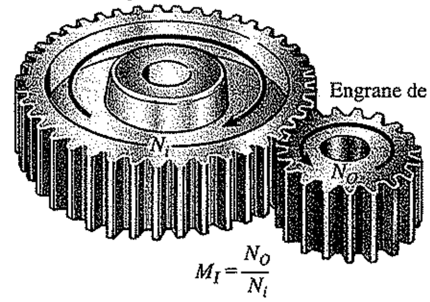


Figura 6.23 Engranes cilíndricos. La ventaja mecánica ideal es la razón del número de dientes del engrane de salida al número de dientes del engrane de entrada.

Observe que la razón de ω_i a ω_o establece la ventaja mecánica ideal, no la real. La diferencia entre M_I y M_A se debe a la fricción, tanto en la banda como en los puntos de apoyo de los ejes. Cuanto mayor sea la tensión en la banda mayores fuerzas de fricción resultarán, así que la eficiencia máxima se obtiene reduciendo la tensión de la banda hasta que casi se evite que ésta resbale sobre las poleas.

Antes de terminar el estudio de la transmisión del momento de torsión debemos considerar la aplicación de los engranes. Un ***engrane*** es simplemente una rueda dentada que puede transmitir momentos de torsión acoplándose con otra rueda dentada, como se ve en la figura 6.23. Un par de engranes acoplados difiere de la transmisión por banda tan sólo en que los engranes giran en dirección opuesta entre sí. Las mismas relaciones deducidas para la transmisión por banda son válidas para los engranes:

$$M_I = \frac{D_o}{D_i} = \frac{\omega_i}{\omega_o} \tag{6.37}$$

Una expresión más útil se basa en el hecho de que el número de dientes (N) del borde del engrane es proporcional a su diámetro (D). Debido a esta dependencia, la razón del número de dientes en el engrane de carga N_o al número de dientes del engrane motriz N_i es la misma que la razón de sus diámetros. En consecuencia, podemos escribir

$$M_I = \frac{N_o}{N_i} = \frac{D_o}{D_i} \tag{6.38}$$

El uso de engranes evita el problema de deslizamientos, común en las transmisiones por banda. También ahorra espacio y permite que se transmita un mayor momento de torsión.

Además de los engranes cilíndricos ilustrados en la figura 6.23, hay otros tipos de engranes. Cuatro tipos comunes son los engranes sinfín, los helicoidales, los cónicos y los planetarios.

6.18 Gravitación

La Tierra y los planetas siguen órbitas casi circulares alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza hacia el centro que mantiene el movimiento planetario es tan sólo un ejemplo de la fuerza universal llamada ***gravitación***, que actúa sobre todas las masas del universo. Él enunció su tesis en la ***ley de gravitación universal***:

> Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

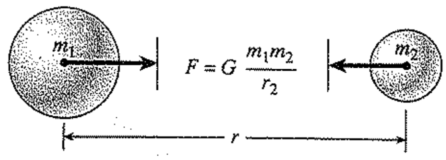


Figura 6.24 La ley de la gravitación universal.

Esta proporcionalidad suele enunciarse en forma de una ecuación:

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2} \tag{6.39}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de cualquier par de partículas separadas por una distancia r, como se muestra en la figura 6.24.

La constante de proporcionalidad G es una constante universal igual a

$$\begin{aligned} G &= 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \\ &= 3.44 \times 10^{-8}\ \mathrm{lb \cdot ft^2/slug^2} \end{aligned}$$

Ejemplo 6.19

Dos pelotas, una de 4 kg y otra de 2 kg, están colocadas de modo que sus centros quedan separados una distancia de 40 cm. ¿Cuál es la fuerza con que se atraen mutuamente?

Solución: La fuerza de atracción se determina a partir de la ecuación (6.39):

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(4\ \mathrm{kg})(2\ \mathrm{kg})}{(0.40\ \mathrm{m})^2}$$

$$F = 3.34 \times 10^{-9}\ \mathrm{N}$$

La fuerza gravitacional es, en realidad, pequeña. Debido a que la masa de la Tierra es relativamente grande en comparación con la de los objetos que se hallan en su superficie, solemos suponer que las fuerzas gravitacionales son muy grandes. Sin embargo, si consideramos dos canicas muy cercanas entre sí que yacen sobre una superficie horizontal, nuestra experiencia nos permite comprobar que la atracción gravitacional es débil.

Ejemplo 6.20

En la superficie de la Tierra, la aceleración debida a la gravedad es de 9.8 m/s². Si el radio de la Tierra es de 6.38×10^6 m, calcule la masa de la Tierra.

Plan: Para calcular la masa de la Tierra se considerará una pequeña masa de prueba m' cercana a la superficie de nuestro planeta y cuyo radio se denotará con R_e. Para nuestros fines, diremos que toda la masa de la tierra m_e se halla en su centro geométrico. La anterior suposición es razonable, ya que representa la distancia media de la masa m' desde cada partícula que forma la Tierra. La fuerza gravitacional sobre nuestra masa de prueba puede calcularse con la ecuación $W = m'g$, así como con la ecuación (6.39). Si se igualan ambas expresiones, la masa de prueba se cancela y la única incógnita que queda será la masa de la Tierra.

Solución: Suponga que la masa de la Tierra está dada por m_e y que su radio es R_e. Para una masa de prueba m' cercana a la superficie terrestre se tiene que

$$W = m'g = \frac{Gm'm_e}{R_e^2}$$

Al cancelar la masa de prueba m' y despejar m_e, queda

$$m_e = \frac{gR_e^2}{G}$$

ecuación con la que es posible determinar la masa de la Tierra tras sustituir los datos conocidos

$$m_e = \frac{(9.8\ \text{m/s}^2)(6.38 \times 10^6\ \text{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}} = 5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

6.19 El campo gravitacional y el peso

En temas anteriores hemos definido el ***peso*** como la atracción que ejerce la Tierra sobre las masas ubicadas cerca de su superficie. Tal vez ahora conviene revisar este concepto a la luz de la ley de la gravitación de Newton. La atracción que cualquier masa esférica grande (como la de la Tierra) ejerce sobre otra masa localizada por fuera de la esfera puede calcularse suponiendo que la masa total de la esfera grande se concentra en su centro. Suponga, como en el ejemplo 6.19, que una masa m se halla en la superficie de la Tierra, cuya masa es m_e. Al igualar el peso mg con la fuerza gravitacional se obtiene

$$mg = \frac{Gmm_e}{R_e^2}$$

El radio de la Tierra se representa con el símbolo R_e. Ahora, tras cancelar la masa m, queda el valor siguiente para la aceleración debida a la gravedad

$$g = \frac{Gm_e}{R_e^2} \tag{6.40}$$

Esta ecuación nos indica que la gravedad y, por tanto, el peso de un objeto dependen de su ubicación sobre la superficie de nuestro planeta.

Ejemplo 6.21 ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra se reducirá el peso de una persona hasta la mitad del valor que tiene cuando está en la superficie?

Plan: El peso mg en la superficie se reducirá a la mitad cuando la aceleración debida a la gravedad g se vuelva $\frac{1}{2}(9.8\ \text{m/s}^2)$, que equivale a $4.9\ \text{m/s}^2$. Se aplica la ecuación (6.40), esta vez para la distancia general $r = R_e + h$, donde h es la altura sobre la superficie terrestre

$$g = \frac{Gm_e}{r^2} = 4.9\ \text{m/s}^2 \qquad r = R_e + h$$

Al despejar r podemos restar el radio de la Tierra para determinar la altura, h.

Solución:

$$r^2 = \frac{Gm_e}{4.9\ \text{m/s}^2} \qquad \text{o}$$

$$r = \sqrt{\frac{Gm_e}{4.9\ \text{m/s}^2}}$$

De ejemplos anteriores sabemos que $m_e = 5.98 \times 10^{24}$ kg, así que

$$r = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2})(5.98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg})}{4.9\ \mathrm{m/s^2}}} = 9.02 \times 10^6\ \mathrm{m}$$

Por último, restamos $R_e = 6.38 \times 10^6$ m para determinar la altura h sobre la superficie de la Tierra

$$h = 9.02 \times 10^6\ \mathrm{m} - 6.38 \times 10^6\ \mathrm{m} = 2.64 \times 10^6\ \mathrm{m}$$

En un punto a una distancia de 2 640 km sobre la Tierra el peso de un objeto será la mitad de lo que vale en la superficie de nuestro planeta.

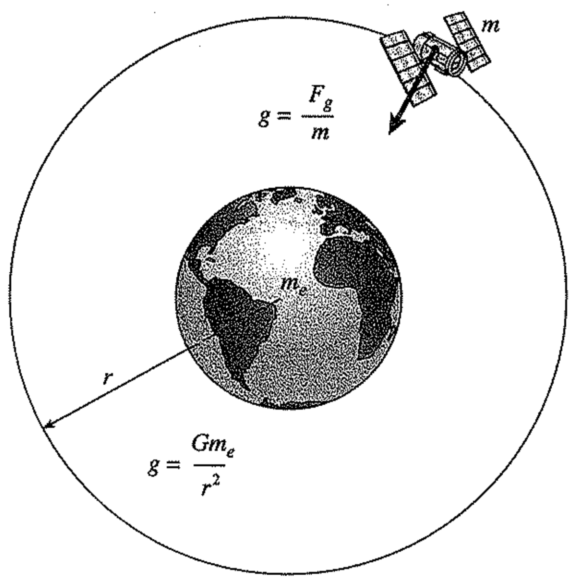


Figura 6.25 El campo gravitacional sobre la Tierra puede representarse por medio de la aceleración g que podría experimentar una pequeña masa m si estuviera colocada en ese punto. La magnitud del campo se determina a partir de la masa m_e de la Tierra y de la distancia R de dicha masa al centro de nuestro planeta.

Si conocemos la aceleración debida a la gravedad en cualquier sitio de la superficie terrestre podemos determinar la fuerza gravitacional (peso) que actúa sobre un objeto. La dirección de esta fuerza será hacia el centro de la Tierra. Observe la figura 6.25. Resulta conveniente definir el ***campo gravitacional*** como la *fuerza por unidad de masa* en un lugar determinado. La magnitud de este campo es simplemente la aceleración debida a la gravedad:

$$g = \frac{F_g}{m} = \frac{Gm_e}{r^2} \qquad \textbf{(6.41)}$$

donde r es la distancia del centro de la Tierra al punto donde se va a determinar la gravedad. Debe observarse que el campo gravitacional es una *propiedad del espacio* y existe hasta cierto punto por arriba de la Tierra, haya o no masa situada en ese punto. Al conocer el campo gravitacional o la aceleración debida a la gravedad en ese punto, inmediatamente podemos determinar el peso de cierta masa colocada allí.

6.20 Satélites en órbitas circulares

Un satélite terrestre no es sino un proyectil que "cae" alrededor de la Tierra. En un experimento ficticio representado en la figura 6.26, imagine que usted está sobre la Tierra y lanza pelotas de béisbol a velocidades cada vez mayores. Cuanta más velocidad imparte a la bola,

Figura 6.26 Una bola de béisbol lanzada horizontalmente con velocidad cada vez más grande tarde o temprano se convertiría en un satélite al "caer" alrededor de la Tierra.

más larga es la trayectoria curva hasta el suelo. Puesto que la superficie de la Tierra es curva, uno no puede sino imaginar que si la velocidad fuera lo suficientemente grande, al caer la pelota simplemente seguiría la superficie curva alrededor de la Tierra. Por supuesto, este ejemplo adolece de dos serios problemas: primero, que la superficie de la Tierra no es uniforme y que definitivamente habría obstrucciones; segundo, que debido a la gran aceleración que habría cerca de la superficie terrestre, la velocidad tendría que ser excepcionalmente grande. Los cálculos muestran que se requerirían velocidades del orden de 29 000 km/h o 18 000 mi/h. La pelota se quemaría y pronto quedaría reducida a cenizas a tal rapidez debido a la fricción atmosférica. Sin embargo, hoy en día hay gran número de satélites colocados en órbita alrededor de la Tierra en altitudes donde la resistencia y la rapidez excesivas no constituyen un problema. Algunos se mueven en órbitas que son casi circulares mientras "caen" alrededor de nuestro planeta. Si se colocara una estación espacial en una órbita circular alrededor de la Tierra, ni el vehículo espacial ni los pasajeros quedarían "ingrávidos"; por el contrario, la fuerza gravitacional (peso) es la que proporciona la fuerza centrípeta necesaria para el movimiento circular.

Considere por un momento el satélite de masa m que se mueve alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio r, como se muestra en la figura 6.27. La fuerza centrípeta mv^2/r se determina a partir de la ley de la gravitación de Newton:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Gmm_e}{r^2}$$

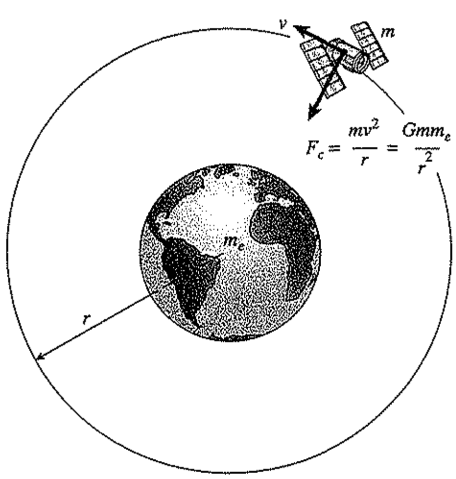


Figura 6.27 La fuerza centrípeta necesaria para el movimiento circular se origina por la fuerza gravitacional de atracción. Por tanto, un satélite sólo puede tener una rapidez v que le permita permanecer en una órbita de radio fijo.

FÍSICA HOY

Comunicaciones en órbita

Los satélites colocados en la órbita geoestacionaria (GEO, *Geostationary Earth Orbit*) permiten brindar servicios de fax, videoconferencias, Internet, servicio telefónico fijo de larga distancia, televisión y multimedia de banda ancha a las áreas en desarrollo en todo el mundo. Los satélites colocados en la órbita terrestre media (MEO, *Medium Earth Orbit*) se usan para teléfonos celulares, teléfonos fijos y otras tecnologías de comunicación personal. Los satélites colocados en la órbita terrestre baja (LEO, *Low Earth Orbit*) se usan en teléfonos móviles manuales, radiolocalizadores personales, faxes, rastreadores de barcos o camiones, teléfonos ordinarios fijos y multimedia de banda ancha.

Simplificando y resolviendo para la velocidad v queda

$$v = \sqrt{\frac{Gm_e}{r}} \qquad \textbf{(6.42)}$$

Observe que sólo hay una rapidez v que un satélite puede tener para permanecer en una órbita de radio fijo r. Si cambia la rapidez, lo hace también el radio de la órbita.

Ejemplo 6.22 Un astronauta con una masa de 100 kg viaja en una estación espacial que se mueve en una órbita circular 900 km sobre la superficie terrestre. (a) ¿Cuál es la rapidez de la estación espacial? (b) ¿Cuál es el peso del astronauta?

Plan: Primero determine el radio r de la órbita, que es igual a la suma de la altura h y el radio de la Tierra (R_e). Luego halle la rapidez con base en la ecuación (6.42) y el peso del astronauta a partir de la ley de la gravitación de Newton. Del ejemplo 6.20 se sabe que la masa de la Tierra es de 5.98×10^{24} kg.

Solución (a): Puesto que $R_e = 6.38 \times 10^6$ m y $h = 900$ km, r se calcula como sigue:

$$r = R_e + h = 6.38 \times 10^6 \text{ m} + 0.900 \times 10^6 \text{ m}; \qquad r = 7.28 \times 10^6 \text{ m}$$

Ahora se encuentra la rapidez sustituyendo este valor en la ecuación (10.19)

$$v = \sqrt{\frac{Gm_e}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^3\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{7.28 \times 10^6 \text{ m}}}$$
$$= 7400 \text{ m/s } (16600 \text{ mi/h})$$

Solución (b): El peso del astronauta de 100 kg en órbita se calcula a partir de la ley de gravitación de Newton

$$W = \frac{Gmm_e}{r^2} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^3\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{7.28 \times 10^6 \text{ m}}}$$
$$= 753 \text{ N}$$

Como ejercicio adicional, compruebe el mismo resultado a partir de mv^2/R. Note que el astronauta no es en lo absoluto "ingrávido", simplemente se encuentra en una situación de caída libre que le da la apariencia de carecer de peso, puesto que no existe una fuerza hacia arriba o normal que actúe para equilibrar el peso.

Para gran número de satélites, el periodo T, o sea el tiempo que le lleva al satélite dar una revolución completa en su órbita, es muy importante. Por ejemplo, los satélites de comunicación deben rodear la Tierra en un periodo igual al que emplea el planeta en dar un giro; en otras palabras, necesitan un día. Se dice que tales órbitas son ***geosincrónicas*** y los satélites se llaman *satélites sincrónicos*. Como se observa en la figura 6.28, esos satélites permanecen en un punto accesible en una latitud necesariamente constante, lo que permite que con facilidad

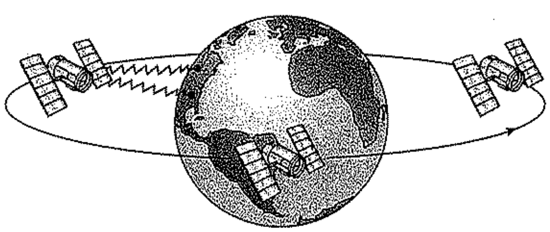


Figura 6.28 Los satélites geosincrónicos están ubicados de modo que puedan moverse alrededor de la Tierra en órbitas ecuatoriales con un periodo igual al de la Tierra (un día).

haya comunicación directa entre dos puntos de la Tierra. Son necesarios tres satélites de éstos para permitir la comunicación por línea directa entre todos los puntos de la Tierra.

La obtención de una relación entre el periodo T de un satélite (o de un planeta) y el radio r de su órbita puede lograrse aplicando los conceptos que ya se han estudiado en este capítulo. Si suponemos una órbita circular, la velocidad del satélite es:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Igualando esta expresión a v, como se indica en la ecuación (6.42), tenemos

$$\sqrt{\frac{Gm_e}{r}} = \frac{2\pi r}{t}$$

Al resolver para T se obtiene la ecuación siguiente:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_e}\right)r^3 \tag{6.43}$$

El cuadrado del periodo de una revolución es proporcional al cubo del radio de la órbita.

Ejemplo 6.23 ¿Cuál debe ser la altitud de todos los satélites sincrónicos que están colocados en órbita alrededor de la Tierra?

Plan: El periodo de uno de tales satélites es igual a un día, o 8.64×10^4 s. Con este dato, use la ecuación (6.43) para determinar la distancia r desde el centro de la Tierra. Luego reste el radio del planeta para obtener la altura h sobre la superficie terrestre.

Solución: La distancia r que va del centro de la Tierra al satélite se calcula con

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_e}\right)r^3 \quad \text{o} \quad r^3 = \left(\frac{Gm_eT^2}{4\pi^2}\right)$$

$$r^3 = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\ \text{kg})(8.64 \times 10^4\ \text{s})^2}{4\pi^2}$$
$$= 7.54 \times 10^{22}\ \text{m}^3$$

después de conocer la raíz cúbica de ambos miembros se obtiene

$$r = 4.23 \times 10^7\ \text{m}$$

Por último, después de restar el radio de la Tierra encontramos que

$$h = 42.3 \times 10^6\ \text{m} - 6.38 \times 10^6\ \text{m} = 35.8 \times 10^6\ \text{m}$$

La órbita geocéntrica debe tener 35 800 km o más de 22 000 millas sobre la superficie terrestre.

6.21 Leyes de Kepler

Durante miles de años se ha estudiado el movimiento de los planetas y las estrellas. Desde el siglo II d. C., el astrónomo griego Claudio Ptolomeo postuló la teoría de que la Tierra era el centro del Universo. Muchos siglos después, Nicolás Copérnico (1473-1543) fue capaz de demostrar que la Tierra y otros planetas en realidad se movían en órbitas circulares alrededor del Sol.

El astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601) realizó gran número de mediciones sobre el movimiento de los planetas durante un periodo de 20 años, proporcionando medidas de notable precisión sobre el movimiento de los planetas y de más de 700 estrellas visibles al ojo humano. Puesto que el telescopio todavía no se inventaba, Brahe hizo sus mediciones utilizando un gran sextante y un compás. A partir de estas primeras observaciones el modelo del sistema solar ha evolucionado hasta llegar al que se acepta actualmente.

El astrónomo alemán Johannes Kepler, discípulo de Brahe, retomó los innumerables datos recopilados por su mentor y trabajó con ellos muchos años intentando desarrollar un modelo matemático que concordara con los datos observados. Al principiar esta investigación parecía obvio a Kepler que las órbitas de los planetas pudieran no ser circulares. Sus estudios demostraron que la órbita del planeta Marte era en realidad una elipse, con el Sol en uno de sus focos. Esta conclusión posteriormente se generalizó para todos los planetas que giran alrededor del Sol, y Kepler fue capaz de establecer varios enunciados matemáticos relacionados con el sistema solar. Hoy en día dichos enunciados se conocen como las ***leyes de Kepler del movimiento planetario.***

Primera ley de Kepler: Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas con el Sol en uno de los focos. Esta ley a veces se llama *ley de órbitas.*

En la figura 6.29 se presenta un planeta de masa *mp* que se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol, cuya masa es m_s. El eje semimayor es a y el eje semimenor es b. El valor más pequeño de la distancia r del planeta al Sol se llama perihelio y el valor más grande se llama *afelio*. La distancia c del Sol al centro de la elipse debe obedecer la ecuación: $a^2 = b^2 + c^2$. La razón c/a se define como la *excentricidad* de la órbita. Salvo Marte, Mercurio y Plutón, la mayoría de las órbitas planetarias son casi circulares y tienen una excentricidad que es aproximadamente igual a 1, ya que c es casi igual a a.

Segunda ley de Kepler: Una línea que conecte un planeta con el Sol abarca áreas iguales en tiempos iguales. A esta ley se le llama también *ley de áreas.*

La segunda ley se ilustra en la figura 6.30. Significa que el planeta debe moverse más lentamente cuando está más alejado del Sol, y más rápidamente cuando está más cercano a él. Newton pudo demostrar más adelante que esta observación, igual que las otras dos leyes, eran consecuencia de su ley de la gravitación universal.

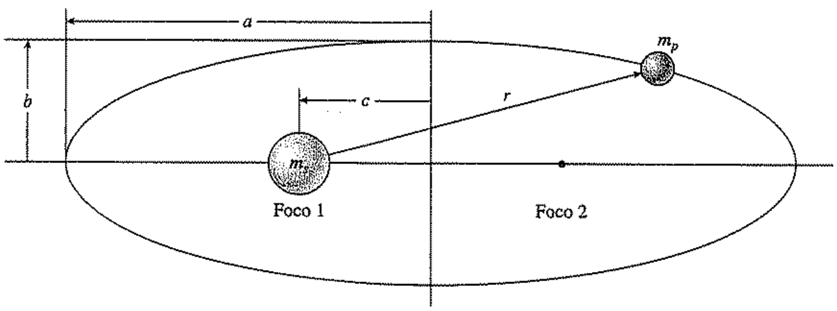


Figura 6.29 La primera ley de Kepler establece que todos los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de sus focos. El eje semimayor a y el eje semimenor b se indican en esta figura.

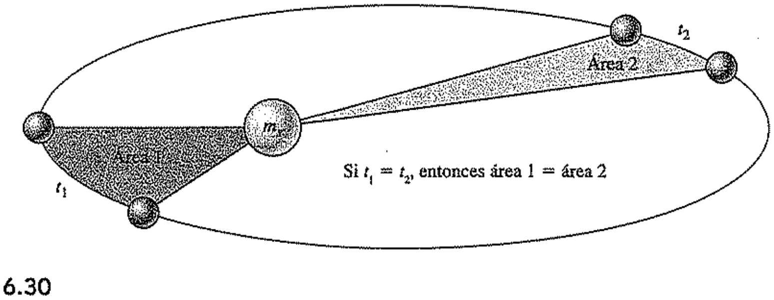


Figura 6.30

Tercera ley de Kepler: El cuadrado del periodo de cualquier planeta es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol. Esta ley también se conoce como la *ley de los periodos.*

La tercera ley de Kepler se representa claramente por medio de la ecuación (6.43), que se obtuvo para un satélite en una órbita circular. También es cierta para elipses si remplazamos R (la distancia media del planeta al Sol) con a, el eje semimayor de la elipse. En consecuencia, una forma más general para la ecuación (6.44) puede escribirse como:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{Gm_s} \tag{6.44}$$

Observe que cuando la trayectoria del planeta es circular, $a = R$, y la ecuación (6.44) es igual a la (6.43).

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está dividida en tres partes. En la primera se hace un análisis del movimiento circular uniforme. En la segunda, se describe el movimiento rotacional de cuerpos rígidos y, por último, se estudia lo referente a la ley de gravitación universal formulada por Newton y se describe el movimiento de los planetas a través de las leyes de Kepler. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad:

- La rapidez lineal v de un objeto con movimiento circular uniforme se calcula a partir del periodo T o la frecuencia f:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad v = 2\pi f R$$

- La aceleración centrípeta a_c se calcula a partir de la rapidez lineal, el periodo o la frecuencia en la forma siguiente:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \qquad a_c = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad a_c = 4\pi^2 f^2 R$$

- La fuerza centrípeta F_c es igual al producto de la masa m por la aceleración centrípeta a_c. Está dada por

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \qquad F_c = 4\pi^2 f^2 mR$$

- Otras fórmulas útiles son las siguientes:

$$v = \sqrt{\mu_s g R} \qquad \textit{Máxima rapidez sin deslizamiento}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gR} \qquad \textit{Ángulo de peralte o péndulo cónico}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}} \qquad \textit{Frecuencia del péndulo cónico}$$

- Semejanzas entre el movimiento rotacional y el movimiento rectilíneo:

Rotacional	θ	ω	α	I	τ	$I\alpha$	$\tau\theta$	$\frac{1}{2}I\omega^2$	$\tau\omega$
Rectilíneo	s	v	a	m	F	ma	Fs	$\frac{1}{2}mv^2$	Fv

- El ángulo en radianes es la razón entre la longitud de arco s y el radio R del arco. Simbólicamente podemos escribir:

$$\theta = \frac{s}{R} \qquad s = \theta R$$

El radián no tiene unidades y es la razón entre dos longitudes.

- La velocidad angular, que es la relación de desplazamiento angular, se puede calcular a partir de θ o de la frecuencia de rotación:

$$\overline{\omega} = \frac{\theta}{t} \qquad \overline{\omega} = 2\pi f \qquad \textit{Velocidad angular media}$$

- La aceleración angular es la tasa de cambio de la rapidez angular en el tiempo:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} \qquad \textit{Aceleración angular}$$

- Al comparar θ con s, ω con v y α con a, podemos usar las siguientes ecuaciones en problemas de aceleración angular:

$$\theta = \left(\frac{\omega_f + \omega_0}{2}\right)t$$
$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$$

Cuando se conocen tres cualesquiera de los cinco parámetros θ, α, t, ω_f y ω_0, los otros dos se pueden hallar a partir de una de estas ecuaciones. Elija la dirección de rotación que va a considerar positiva en todos sus cálculos.

- Las siguientes ecuaciones son útiles cuando se compara el movimiento rectilíneo con el movimiento rotacional:

$$v = \omega R \qquad a_T = \alpha R$$

- Otras relaciones útiles:

$$I = \sum mR^2 \qquad \textit{Momento de inercia}$$

$$I = mk^2 \qquad \textit{Radio de giro}$$

$$\text{Trabajo} = \tau\theta \qquad \textit{Trabajo}$$

$$L = I\omega \qquad \textit{Cantidad de movimiento angular}$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \textit{Energía cinética rotacional}$$

$$\tau = I\alpha \qquad \textit{Ley de Newton}$$

$$P = \tau\omega \qquad \textit{Potencia}$$

- **Ley de la gravitación de Newton:** toda partícula del universo atrae a las demás con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}; \qquad G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

- **Primera ley de Kepler:** todos los planetas se mueven en órbitas de elipse con el Sol en uno de los focos de ésta.
- **Segunda ley de Kepler:** una línea que conecta un planeta con el Sol recorre áreas iguales en tiempos iguales.
- **Tercera ley de Kepler:** el cuadrado del periodo T de cualquier planeta es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{Gm_s}$$

Conceptos clave

aceleración angular 216
aceleración centrípeta 202
aceleración tangencial 216
campo gravitacional 232
centrípeta 202
conservación de la cantidad de movimiento angular L 226
desplazamiento angular 211
eje de rotación 215
energía cinética rotacional 218
engrane 229
frecuencia 204
fuerza centrípeta 204
geosincrónico 234
gravitación 229
ley de gravitación universal 229
leyes de Kepler del movimiento planetario 236
momento de inercia 217
movimiento angular 224
movimiento circular uniforme 201
péndulo cónico 208
periodo 203
peso 231
radián 211
radio de giro k 219
rapidez lineal 202
trabajo rotacional 222
transmisión por banda 227
velocidad angular 212

Problemas

Tema 6.2 Aceleración centrípeta

1. Una pelota está unida al extremo de una cuerda de 1.5 m y gira en círculos con rapidez constante de 8 m/s. ¿Cuál es la aceleración centrípeta? Resp. 42.7 m/s^2
2. ¿Cuáles son el periodo y la frecuencia de rotación de la pelota descrita en el problema 1?
3. Una polea motriz que tiene 6 cm de diámetro se hace girar a 9 rev/s. ¿Cuál es la aceleración centrípeta en un punto localizado en el borde de la polea? ¿Cuál sería la rapidez lineal de una banda accionada por la polea? Resp. 95.9 m/s^2, 1.70 m/s
4. Un objeto gira describiendo un círculo de 3 m de diámetro con una frecuencia de 6 rev/s. Determine el periodo de revolución, la rapidez lineal y la aceleración centrípeta.
5. Un automóvil transita por una curva de 50 m de radio y recibe una aceleración centrípeta de 2 m/s^2. ¿Cuál es su rapidez constante? Resp. 10.0 m/s
6. Un automóvil de 1 500 kg recorre una pista circular con una rapidez constante de 22 m/s. Si la aceleración centrípeta es de 6 m/s^2, ¿cuál es el radio de la pista?
7. Un avión desciende siguiendo una trayectoria curva de radio R a la velocidad v. La aceleración centrípeta es de 20 m/s^2. Si tanto la velocidad como el radio se duplican, ¿qué valor tendrá la nueva aceleración? Resp. 40 m/s^2

Tema 6.3 Fuerza centrípeta

8. Un niño de 20 kg se desplaza en círculos a 16 m/s sobre una pista de 16 m de radio, en uno de los juegos mecánicos de una feria. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre el niño?
9. Una piedra de 3 kg, atada a una cuerda de 2 m, oscila describiendo un círculo horizontal, de manera que completa una revolución en 0.3 s. ¿Cuál es la fuerza centrípeta sobre la piedra? ¿Se ejerce sobre ella alguna fuerza que la impulse hacia fuera? Resp. 2630 N, no
10. Un objeto de 5 kg oscila describiendo un círculo horizontal con una rapidez de 30 m/s. ¿Cuál es el radio de su trayectoria si la fuerza centrípeta es de 2 000 N?
11. Dos masas de 8 kg están unidas en el extremo de una varilla de aluminio de 400 mm de longitud. La varilla está sostenida en su parte media, gira en círculos y sólo puede soportar una tensión máxima de 800 N. ¿Cuál es la frecuencia máxima de revolución? Resp. 3.56 rev/s
12. Una camisa mojada de 500 g gira contra la pared interna de una máquina lavadora a 300 rpm. El diámetro del tambor

giratorio es de 70 cm. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza resultante sobre la camisa?

13. Un corredor de 70 kg recorre una pista de 25 m de radio con una rapidez de 8.8 m/s. ¿Cuál es la fuerza central que hace que el corredor describa la curva y a qué se debe esa fuerza? Resp. 217 N, a la fricción

14. En una carrera de trineos durante la olimpiada de invierno, un equipo toma una curva de 24 ft de radio con una rapidez de 60 mi/h. ¿Cuál es la aceleración? ¿A cuántas g están sometidos los tripulantes?

Tema 6.4 Cálculo del peralte de curvas

15. En un día lluvioso, el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera es de sólo 0.4. ¿Cuál es la rapidez máxima a la que puede transitar un automóvil en una curva de 80 m de radio? Resp. 63.8 km/h

16. Un autobús toma una curva de 120 m de radio con una rapidez de 96 km/h. Si ésta es la rapidez a la que comienza a derrapar, ¿cuál es el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera?

17. Halle el coeficiente de fricción estática necesario para mantener un movimiento a 20 m/s en una curva cuyo radio es de 84 m. Resp. 0.486

18. Un niño de 20 kg se sienta a 3 m del centro de una plataforma giratoria. Si $\mu_s = 0.4$, ¿cuál es el máximo número de revoluciones por minuto que puede alcanzar la plataforma antes que el niño resbale?

19. Una plataforma gira libremente a 100 rpm. Si el coeficiente de fricción estática es 0.5, ¿a qué distancia del centro de la plataforma se puede colocar un perno sin que resbale? Resp. 4.45 cm

20. Calcule el ángulo del peralte óptimo para que el automóvil transite por la curva descrita en el problema 15 sin derrapar.

21. Halle el ángulo del peralte óptimo para evitar que el autobús del problema 16 derrape. Resp. 31.2°

22. Se ha encontrado que el ángulo de peralte óptimo para una curva de 20 m de radio es de 28°. ¿Para qué rapidez fue proyectado este ángulo?

23. En un camino de 9 m de ancho hay una curva de 96 m de radio. ¿Cuánto más alto debe estar el borde externo respecto al interno para que un automóvil pueda transitar por la curva a la rapidez óptima de 40 km/h? Resp. 1.17 m

Tema 6.5 El péndulo cónico

24. Un péndulo cónico oscila describiendo un círculo horizontal de 30 cm de radio. ¿Qué ángulo forma el cordón del péndulo respecto a la vertical cuando la rapidez lineal de la masa es de 12 m/s?

25. ¿Cuál es la rapidez lineal de los contrapesos ilustrados en la figura 6.31 si $L = 20$ cm y $\theta = 60°$? ¿Cuál es la frecuencia de revolución? Resp. 1.71 m/s, 1.58 rev/s

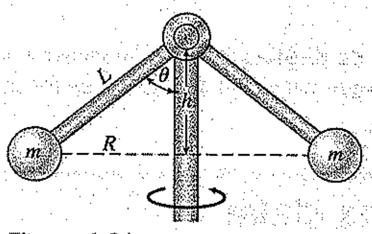


Figura 6.31

26. Si la longitud de L en la figura 6.31 es de 60 cm, ¿qué velocidad se requiere para que los contrapesos se muevan formando un ángulo de 30° con la vertical?

27. Cada contrapeso de la figura 6.31 tiene una masa de 2 kg. La longitud L es de 40 cm y el eje gira a 80 rpm. ¿Cuál es la tensión en cada brazo? ¿Cuál es el ángulo θ? ¿Cuál es la altura h? Resp. 56.1 N, 69.6°, 14 cm

28. En la figura 6.31, suponga que $L = 6$ in, que el peso de cada contrapeso es 1.5 lb y que el eje gira a 100 rpm. ¿Cuál es la tensión en cada brazo? ¿Cuál es el ángulo θ? ¿Cuál es la distancia h?

29. Considere las "sillas voladoras" de la figura 6.32. Si la longitud L es de 10 m y la distancia a es 3 m, ¿cuál tendrá que ser la velocidad tangencial de la silla para que la cuerda forme un ángulo de 30° con la vertical? Resp. 6.73 m/s

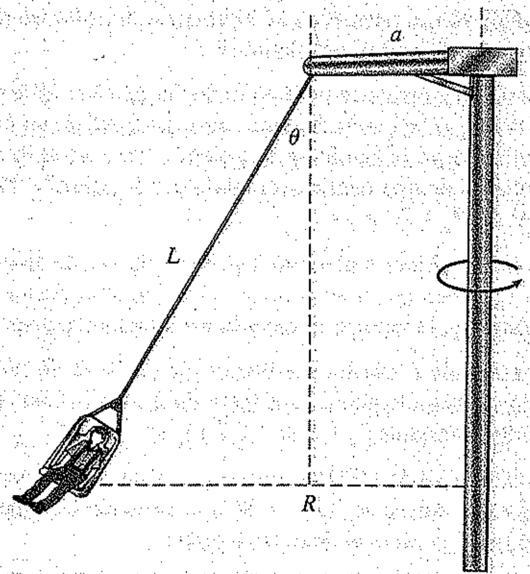


Figura 6.32

30. ¿Cuál será la frecuencia de revolución del columpio de la figura 6.32 si el ángulo θ es igual a 25°?

Tema 6.6 Movimiento en un círculo vertical

31. Una piedra yace en el fondo de un cubo que se mueve describiendo un círculo vertical de 70 cm de radio. ¿Cuál es la menor rapidez a la que debe moverse el cubo en la parte superior del círculo para que la piedra no se salga de él? Resp. 2.62 m/s

32. Una piedra de 1.2 kg está atada al extremo de una cuerda de 90 cm de longitud. A continuación, la piedra se hace girar con una rapidez constante describiendo un círculo vertical. ¿Cuál es la velocidad crítica que la cuerda debe alcanzar en la parte superior de la trayectoria para no perder su tensión?

33. Suponga que la piedra del problema 32 se mueve con una rapidez constante de 8 m/s describiendo un círculo vertical. ¿Cuáles son las tensiones de la cuerda cuando está en la parte superior y en la inferior del círculo? Resp. 73.6 N, 97.1 N

34. El piloto de pruebas de la figura 6.33 se lanza en picada a 620 ft/s y describe una curva de 2 800 ft de radio. Si el piloto pesa 160 lb, ¿qué aceleración experimentará en el punto más bajo del círculo? ¿Cuál es la fuerza que ejerce el asiento sobre el piloto?

35. Si el piloto del problema 34 no está sujeto a una aceleración mayor que siete veces la gravedad (7 g), ¿cuál es la velocidad máxima para salir del descenso en un rizo de 1 km de radio? Resp. 943 km/h

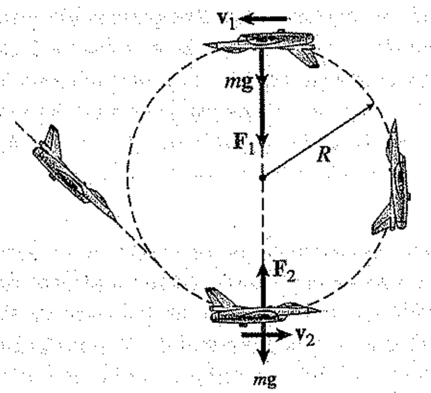


Figura 6.33 Fuerzas que soporta un avión en los límites superior e inferior de un rizo vertical.

36. Una pelota de 3 kg oscila describiendo un círculo vertical en el extremo de un cordón de 8 m. Cuando llega a la parte más alta de su trayectoria, su velocidad es de 16 m/s. ¿Cuál es la tensión en el cordón? ¿Cuál es la velocidad crítica en el punto más alto?

37. Una niña de 36 kg ocupa el asiento de un columpio que está sujeto por dos cadenas de 20 m de longitud cada una. Si una persona suelta a la niña desde una posición 8 m por debajo del punto más alto del columpio, ¿qué fuerza ejercerá éste sobre la niña cuando ella pase por el punto más bajo? Resp. 776 N

Problemas adicionales

38. ¿A qué frecuencia ha de girar una bola de 6 lb en un radio de 3 ft para producir una aceleración centrípeta de 12 ft/s²? ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

39. ¿Qué aceleración centrípeta se necesita para mover una masa de 2.6 kg en un círculo horizontal de 300 mm de radio si su rapidez lineal es de 15 m/s? ¿Cuál es la fuerza centrípeta? Resp. 750 m/s², 1950 N

40. Una pelota de 2 kg oscila describiendo un círculo vertical en el extremo de un cordón de 2 m de largo. ¿Cuál deberá ser la velocidad crítica en la parte más alta de la órbita para que ésta conserve su forma circular? Resp. 4.43 m/s

41. Una piedra de 4 kg oscila a la rapidez constante de 10 m/s en un círculo vertical en el extremo de un cordón de 1.4 m. ¿Cuáles son las tensiones en el cordón en la parte más alta y en la más baja de esa trayectoria circular?

42. ¿Qué frecuencia de revolución se necesita para que los contrapesos de la figura 6.3 se levanten hasta una distancia vertical de 25 mm por encima de su posición más baja? Suponga que $L = 150$ mm. Resp. 84.6 rev/min

43. La masa combinada de una motocicleta y su conductor es de 210 kg. Si el motociclista va a tomar un círculo vertical completo de 6 m de radio, ¿cuál tendrá que ser la rapidez crítica en el punto más alto?

44. Si la rapidez en la parte más alta del círculo descrito en el problema 43 es de 12 m/s, ¿cuál es la fuerza normal en el punto más alto del círculo? Resp. 2980 N

45. El límite de rapidez en cierta curva de 200 ft de radio es 45 mi/h. ¿Cuál es el ángulo de peralte óptimo para esa curva? ¿Las carreteras están construidas en realidad de acuerdo con sus ángulos óptimos?

46. En el péndulo cónico mostrado en la figura 6.32, suponga que $a = 2$ m y $L = 4$ m. ¿Qué rapidez lineal se requiere para que en su oscilación se desplace hasta un ángulo de 20°? Resp. 3.47 m/s

47. Una moneda se encuentra en una plataforma giratoria a una distancia de 12 cm del centro de rotación. Si el coeficiente de fricción estática es de 0.6, ¿cuál es la máxima frecuencia de rotación para que la moneda no resbale? Supongamos que la frecuencia se reduce a la mitad. ¿A qué distancia del centro se puede colocar ahora la moneda? Resp. 1.11 rev/s, 48 cm

48. El aparato de laboratorio que se ilustra en la figura 6.34 permite que una masa giratoria estire un resorte, de modo que el cordón de soporte quede en posición vertical con una frecuencia de rotación específica. Supongamos que la masa del peso oscilante es 400 g y el radio de revolución es de 14 cm. Por medio de un cronómetro se ha observado que el tiempo que corresponde a 50 revoluciones es 35 s. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza que actúa sobre el peso oscilante?

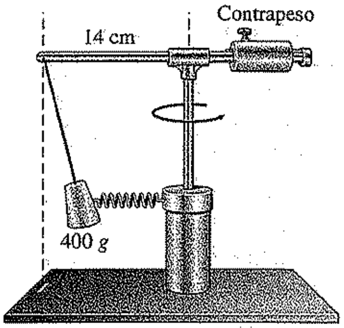


Figura 6.34

49. En el problema 48, suponga que se agrega una masa de 100 g a la masa de 400 g del peso oscilante. La fuerza necesaria para estirar el resorte sería la misma que antes, pero la masa de rotación se incrementaría. ¿Qué cambia cuando se realiza de nuevo el experimento, de modo que la fuerza centrípeta sea la misma que en el caso anterior? ¿Sobre qué actúa la fuerza centrípeta en este experimento?

50. Una plataforma de 10 in de diámetro gira a 78 rpm. Un insecto se posa sobre ella a 1 in del borde exterior. Si el insecto pesa 0.02 lb, ¿qué fuerza actúa sobre él? ¿De dónde proviene esa fuerza? ¿Hacia dónde deberá desplazarse el insecto para reducir dicha fuerza a la mitad?

51. Suponga que $L = 50$ cm y $m = 2$ kg en la figura 6.31. ¿Cuántas revoluciones por segundo se necesitan para que se forme un ángulo $\theta = 30°$? ¿Cuál es la tensión en la varilla de soporte en ese punto? Resp. 0.757 rev/s, 22.6 N

52. Un bloque de 9 kg ha sido colocado en la plataforma de un camión que transita por una curva de 86 m de radio. Suponga que $\mu_k = 0.3$ y que $\mu_s = 0.4$. ¿La fuerza de fricción sobre el bloque actúa acercándose al centro de la curva o alejándose de él? ¿Cuál es la máxima rapidez a la que puede tomar la curva el camión sin derrapar? Si el camión toma la curva a una rapidez mucho mayor, ¿cuál será la fuerza resultante sobre el bloque?

Tema 6.9 Aceleración angular y Tema 6.10 Relación entre los movimientos rotacional y rectilíneo

53. Un cable está enrollado en torno de un carrete de 80 cm de diámetro. ¿Cuántas revoluciones de este carrete se requieren para que un objeto atado al cable recorra una distancia rectilínea de 2 m? ¿Cuál es el desplazamiento angular? Resp. 0.796 rev, 5 rad

54. La rueda de una bicicleta tiene 26 in de diámetro. Si esa rueda describe 60 revoluciones, ¿qué distancia rectilínea recorrerá?

55. Un punto localizado en el borde de una gran rueda cuyo radio es 3 m se mueve en un ángulo de 37°. Halle la longitud del arco descrito por ese punto. Resp. 1.94 m

56. Una persona sentada en el borde de una plataforma de 6 ft de diámetro recorre una distancia de 2 ft. Exprese el desplazamiento angular de esa persona en radianes, grados y revoluciones.

57. Un motor eléctrico gira a 600 rpm. ¿Cuál es su velocidad angular? ¿Cuál es el desplazamiento angular después de 6 s? Resp. 62.8 rad/s, 377 rad

58. Una polea giratoria completa 12 revoluciones en 4 s. Calcule la velocidad angular media en revoluciones por segundo, revoluciones por minuto y radianes por segundo.

59. Un cubo cuelga de una cuerda enrollada con varias vueltas en un carrete circular cuyo radio es de 60 cm. El cubo parte del reposo y asciende hasta una altura de 20 m en 5 s. (a) ¿Cuántas revoluciones giró el carrete? (b) ¿Cuál fue la rapidez angular media del carrete al girar? Resp. (a) 5.31 rev; (b) 6.67 rad/s

60. Una rueda de 15.0 cm de radio parte del reposo y completa 2.00 revoluciones en 3.00 s. (a) ¿Cuál es la velocidad angular *media* en radianes por segundo? (b) ¿Cuál es la velocidad *tangencial* final de un punto situado en el borde de la rueda?

61. Un trozo cilíndrico de material de 6 in de diámetro gira en un torno a 800 rpm. ¿Cuál es la velocidad tangencial en la superficie del cilindro? Resp. 20.9 ft/s

62. La velocidad tangencial adecuada para fabricar material de acero es de 70 cm/s aproximadamente. ¿A cuántas revoluciones por minuto deberá girar en un torno un cilindro de acero cuyo diámetro es de 8 cm?

63. ¿Cuál es la aceleración angular de la rueda descrita en el problema 60? ¿Cuál es la aceleración tangencial de un punto localizado en el borde de esa rueda? Resp. 2.79 rad/s², 0.419 m/s²

64. Un carrete circular de 40 cm de radio gira inicialmente a 400 rpm. Luego se detiene por completo después de 50 revoluciones. ¿Cuáles fueron la aceleración angular y el tiempo de detención?

65. Una correa pasa por la ranura de una polea cuyo diámetro es de 40 cm. La polea gira con una aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2. La rapidez rotacional es de 2 rad/s en el $t = 0$. ¿Cuáles son el desplazamiento angular y la velocidad angular de la polea 2 s más tarde? Resp. 11.0 rad, 9.00 rad/s

66. En el problema 65, ¿cuáles son la rapidez lineal y la aceleración tangencial final de la correa cuando se mueve sobre la ranura de la polea?

67. Una rueda gira inicialmente a 6 rev/s y después se somete a una aceleración angular constante de 4 rad/s^2. ¿Cuál es su velocidad angular después de 5 s? ¿Cuántas revoluciones completará la rueda? Resp. 57.7 rad/s, 38.0 rev

68. Un disco rectificador detiene su movimiento en 40 revoluciones. Si la aceleración de frenado fue de -6 rad/s^2, ¿cuál fue la frecuencia inicial de giro en revoluciones por segundo?

69. Una polea que tiene 320 mm de diámetro gira inicialmente a 4 rev/s y luego recibe una aceleración angular constante de 2 rad/s^2. ¿Cuál es la velocidad tangencial de una correa montada en dicha polea, al cabo de 8 s? ¿Cuál es la aceleración tangencial de la correa? Resp. 6.58 m/s, 0.320 m/s^2

70. Una persona que inicialmente se encontraba en reposo, a 4 m del centro de una plataforma giratoria, recorre una distancia de 100 m en 20 s. ¿Cuál es la aceleración angular de la plataforma? ¿Cuál es la velocidad angular al cabo de 4 s?

Tema 6.11 Energía cinética rotacional: momento de inercia

71. Una masa de 2 kg y una de 6 kg están unidas por una barra ligera de 30 cm. Se hace girar el sistema horizontalmente a 300 rpm en torno a un eje localizado a 10 cm de la masa de 6 kg. ¿Cuál es el momento de inercia en torno de este eje? ¿Cuál es la energía cinética rotacional? Resp. 0.140 kg · m^2, 69.1 J

72. La rueda de una bicicleta pesa 1.2 kg y tiene 70 cm de radio; además, tiene rayos cuyo peso es insignificante. Si parte del estado de reposo y recibe una aceleración angular de 3 rad/s^2, ¿cuál será su energía cinética rotacional después de 4 s?

73. Un disco esmeril de 16 lb gira a 400 rpm. ¿Cuál es el radio del disco si su energía cinética es de 54.8 ft · lb? ¿Cuál es el momento de inercia? Resp. 6.00 in, 0.0625 slug · ft^2

74. ¿Cuál deberá ser el radio de un disco circular de 4 kg si se requiere que su momento de inercia sea igual al de una varilla de 1 kg de peso y 1 m de longitud que oscila apoyada en su punto medio?

75. La rueda de una carreta mide 60 cm de diámetro y está montada en un eje central sobre el cual gira a 200 rpm. Se puede considerar que la rueda es un aro circular de 2 kg de masa y cada uno de sus 12 rayos de madera de 500 g puede considerarse como una varilla delgada que gira sobre sus extremos. Calcule el momento de inercia de toda la rueda. ¿Cuál es su energía cinética rotacional? Resp. 0.360 kg · m^2, 78.9 J

76. Compare la energía cinética rotacional de tres objetos que tienen radios y masas iguales: un aro circular, un disco circular y una esfera sólida.

Tema 6.12 Segunda ley del movimiento en la rotación

77. Una cuerda que está enrollada en un carrete circular de 5 kg permite arrastrar objetos con una tensión de 400 N. Si el radio del carrete es de 20 cm y puede girar libremente sobre su eje central, ¿cuál es la aceleración angular? Resp. 800 rad/s^2

78. El volante de un motor tiene un momento de inercia de 24 slug · ft^2. ¿Qué momento de torsión se requiere para acelerar el volante desde el reposo hasta una velocidad angular de 400 rpm en 10 s?

79. Una varilla delgada de 3 kg tiene 40 cm de longitud y oscila sobre su punto medio. ¿Qué momento de torsión se requiere para que la varilla describa 20 revoluciones al tiempo que su rapidez de rotación se incrementa de 200 a 600 rpm? Resp. 0.558 N · m

80. Una rueda grande de turbina pesa 120 kg y tiene un radio de giro de 1 m. Un momento de torsión friccional de 80 N · m se opone a la rotación del eje. ¿Qué momento de torsión se deberá aplicar para acelerar la rueda desde el reposo hasta 300 rpm en 10 s?

81. Una masa de 2 kg se balancea en el extremo de una varilla ligera, describiendo un círculo de 50 cm de radio. ¿Qué momento de torsión resultante se requiere para impartir a esa masa una aceleración angular de 2.5 rad/s^2? Resp. 1.25 N · m

82. Una cuerda está enrollada con varias vueltas en un cilindro de 0.2 m de radio y 30 kg de masa. ¿Cuál es la aceleración angular del cilindro si la cuerda tiene una tensión de 40 N y gira sin fricción alguna?

83. Un disco rectificador de 8 kg tiene 60 cm de diámetro y gira a 600 rpm. ¿Qué fuerza de frenado se deberá aplicar tangencialmente al disco para detener su movimiento de rotación en 5 s? Resp. 15.1 N

84. Un momento de torsión no balanceado de 150 N · m le imparte una aceleración angular de 12 rad/s² al rotor de un generador. ¿Cuál es el momento de inercia?

Tema 6.13 Trabajo y potencia rotacionales

85. Una cuerda enrollada en un disco de 3 kg y 20 cm de diámetro recibe una fuerza de tracción de 40 N que la desplaza una distancia lineal de 5 m. ¿Cuál es el trabajo lineal realizado por la fuerza de 40 N? ¿Cuál es el trabajo rotacional realizado sobre el disco? Resp. 200 J, 200 J

86. Aplique el teorema del trabajo y la energía para calcular la velocidad angular final del disco, si éste parte del estado de reposo en el problema 85.

87. Un motor de 1.2 kW impulsa durante 8 s una rueda cuyo momento de inercia es 2 kg · m². Suponiendo que la rueda estaba inicialmente en reposo, ¿cuál es su rapidez angular final? Resp. 98.0 rad/s

88. Un cordón está enrollado en el borde de un cilindro que tiene 10 kg de masa y 30 cm de radio. Si se tira del cordón con una fuerza de 60 N, ¿cuál es la aceleración angular del cilindro? ¿Cuál es la aceleración lineal del cordón?

89. Un motor de 600 W impulsa una polea con una velocidad angular media de 20 rad/s. ¿Cuál es el momento de torsión así obtenido? Resp. 30 N · m

90. El cigüeñal de un automóvil desarrolla un momento de torsión de 350 lb · ft a 1 800 rpm. ¿Cuál es la potencia resultante en caballos de fuerza?

Tema 6.14 Rotación y traslación combinadas

91. Un cilindro de 2 kg tiene un radio de 20 cm. Rueda sin deslizarse a lo largo de una superficie horizontal a una velocidad de 112 m/s. (a) ¿Cuál es su energía cinética traslacional? (b) ¿Cuál es su energía cinética rotacional? (c) ¿Cuál es la energía cinética total? Resp. (a) 144 J; (b) 72 J; (c) 216 J

92. Un aro circular tiene la misma masa y radio que el cilindro del problema 91. ¿Cuál es la energía cinética total si rueda con la misma velocidad horizontal?

93. Considere un plano inclinado de 16 m de altura. Cuatro objetos de diferentes materiales tienen la misma masa de 3 kg: Un aro circular, un disco, una esfera y una caja. Suponga que la fricción es insignificante para la caja, pero hay suficiente fricción para que los objetos rodantes rueden sin deslizarse. Al calcular las velocidades finales en cada caso, determine el orden en el cual llegan al punto más bajo del plano. Resp. v_c = 17.7 m/s; v_e = 14.97~15.0 m/s; v_d = 14.46 m/s; v_a = 12.5 m/s

94. ¿Qué altura debe tener un plano inclinado para que un disco circular ruede desde una posición en reposo hasta el punto más bajo del plano con una velocidad final de 20 m/s?

Tema 6.15 Cantidad de movimiento angular y Tema 6.16 Conservación de la cantidad de movimiento angular

95. Una varilla de acero de 500 g y 30 cm de longitud oscila sobre su centro y gira a 300 rpm. ¿Cuál es su cantidad de movimiento angular? Resp. 0.118 kg m/s²

96. En el problema 91, ¿qué momento de torsión promedio deberá aplicarse para detener totalmente la rotación en 2 s?

97. Un momento de torsión de 400 N · m se aplica repentinamente en el borde de un disco inicialmente en reposo. Si la inercia rotacional del disco es de 4 kg · m² y el momento de torsión actúa durante 0.02 s, ¿cuál será el cambio en la cantidad de movimiento angular? ¿Cuál será la rapidez angular final? Resp. 8.00 kg · m²/s, 2.00 rad/s

98. En la figura 6.35, un disco *A* de 6 kg, que gira en el sentido de las manecillas del reloj a 400 rpm, se acopla a un disco *B* de 3 kg que inicialmente estaba en reposo. El radio del disco *A* es de 0.4 m, y el radio del disco *B* es de 0.2 m. ¿Cuál es la rapidez angular combinada después de que los dos discos se acoplan?

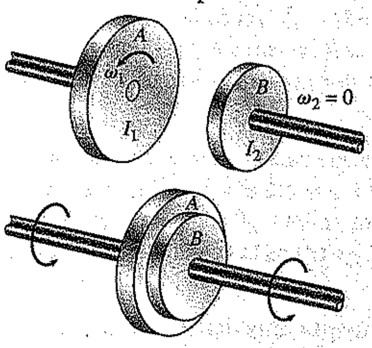


Figura 6.35

99. Un disco rectificador circular de 6 kg gira inicialmente a 500 rpm. El radio del disco es de 40 cm. ¿Cuál es la aceleración angular del disco si el eje ejerce una fuerza tangencial de 120 N en el borde? ¿Cuántas revoluciones describirá el disco antes de detenerse? ¿Qué trabajo se realiza y cuánta potencia se pierde en el proceso?

100. Una rueda de 3 kg, con rayos de masa insignificante, gira libremente sobre su centro sin fricción alguna. El borde de la rueda, de 40 cm de radio, es golpeado repentinamente con una fuerza tangencial media de 600 N durante 0.002 s. (a) ¿Qué impulso angular se le imparte a la rueda? (b) Si la rueda estaba inicialmente en reposo, ¿cuál era su rapidez angular al final del intervalo de 0.002 s? Resp. (a) 0.48 N · m · s; (b) 1 rad/s

101. El disco A tiene el triple de la inercia rotacional del disco B. El disco A gira inicialmente en el sentido de las manecillas del reloj a 200 rpm y el disco B gira en la dirección opuesta a 800 rpm. Si los dos discos se acoplan, ¿cuál será la velocidad común de rotación de los discos combinados?

102. Si los discos del problema 101 giran inicialmente en la misma dirección, ¿cuál será su rapidez angular común después del acoplamiento? Resp. 350 rpm en el sentido de las manecillas del reloj

103. El radio de giro de una rueda de 8 kg es de 50 cm. Halle su momento de inercia y su energía cinética cuando está girando a 400 rpm.

104. ¿Cuánto trabajo se requiere para reducir la rotación de la rueda del problema 99 a 100 rpm? Resp. 1645.9 J

105. Una rueda de 2 ft de radio tiene un momento de inercia de 8.2 slug ft². Una fuerza constante de 12 lb actúa tangencialmente en el borde de la rueda, la cual está inicialmente en reposo. ¿Cuál es la aceleración angular?

106. En el problema 105 la rueda se detuvo por completo en 5 s. ¿Cuánto trabajo se realizó? ¿Qué potencia se desarrolló en caballos de fuerza? Resp. 879 ft · lb, 0.319 hp

107. Una máquina funciona a 1800 rpm y desarrolla 200 hp. ¿Qué momento de torsión desarrolla?

108. Un aro circular con 2 kg de masa y 60 cm de radio gira libremente sobre su centro, al cual está conectado por medio de rayos centrales ligeros. Una fuerza de 50 N actúa tangencialmente sobre el borde de la rueda durante un lapso de 0.02 s. (a) ¿Cuál es el impulso angular? (b) ¿Qué cambio se registra en la cantidad de movimiento angular? (c) Si el aro estaba inicialmente en reposo, ¿cuál fue la rapidez angular final? (d) Aplique el teorema del trabajo y la energía para calcular el desplazamiento angular. Resp. (a) 0.60 N · ms; (b) 0.60 kg · m²/s, (c) 0.833 rad/s, (d) 0.00693 rad

109. El ciclo de exprimido de una máquina lavadora disminuye de 900 a 300 rpm en 4 s. Calcule la aceleración angular. ¿Actúa una fuerza para extraer el agua de la ropa o la ausencia de dicha fuerza produce este efecto? Cuando el ciclo opera a 900 rpm, la potencia resultante es de 4 kW. ¿Qué momento de torsión se desarrolla? Si el radio de la tina es de 30 cm, ¿cuál es la rapidez lineal de la ropa que se encuentra cerca del borde inferior?

110. Un bloque está unido a un cordón que pasa por la ranura de una polea a través de un orificio en la cubierta horizontal de una mesa como muestra la figura 6.36. Inicialmente, el bloque gira a 4 rad/s a una distancia r del centro del orificio. Si se tira del cordón desde abajo hasta que su radio es $r/4$, ¿cuál es la nueva velocidad angular? Resp. 64 rad/s

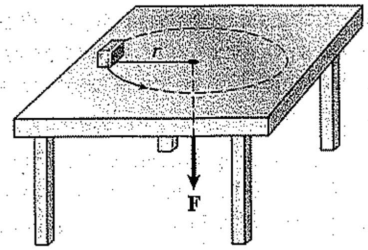


Figura 6.36

111. Suponga que el bloque de la figura 6.36 tiene una masa de 2 kg y gira a 3 rad/s cuando $r = 1$ m. ¿A qué distancia r la tensión del cordón será de 25 N?

112. Un motor de 1500 rpm tiene una polea de tracción de 3 in de diámetro y la polea de arrastre tiene un diámetro de 9 in. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal y cuál es el número de revoluciones por minuto de la polea de salida?

113. Una polea de entrada de 30 cm de diámetro gira a 200 rpm sobre una correa de transmisión conectada a una polea de salida cuyo diámetro es de 60 cm. ¿Cuál es la razón entre el momento de torsión de salida y el momento de torsión de entrada? ¿Cuántas revoluciones por minuto hay en la salida? Resp. 100 rpm

114. Un sistema de poleas con correa en V tiene poleas de tracción de salida y entrada cuyos diámetros son 6 y 4 in, respectivamente. Se aplica un momento de torsión de 200 lb · in a la tracción de entrada. ¿Cuál es el momento de torsión de la salida?

115. La razón entre la rapidez de salida y la de entrada de un sistema de impulsión por engranes es de dos a uno (2:1). ¿Cuál es la ventaja mecánica en este caso? Resp. $\frac{1}{2}$

116. Un conjunto de dos engranes cilíndricos tiene 40 y 10 dientes, respectivamente. ¿Cuáles son sus posibles ventajas mecánicas ideales?

117. Para los engranes cilíndricos del problema 116, ¿cuál es la rapidez rotacional del engrane más pequeño si la del más grande es de 200 rpm? Resp. 800 rpm

Tema 6.18 Gravitación

118. ¿Qué distancia debe haber entre un peso de 2 tons y un peso de 3 tons si su fuerza de atracción mutua es igual a 0.0004 lb?

119. Una masa de 4 kg se encuentra a una distancia de 8 cm de una masa de 2 kg. Calcule la fuerza de atracción gravitacional entre las dos masas. Resp. 8.34×10^{-8} N

120. Una masa de 3 kg está colocada a 10 cm de una masa de 6 kg. ¿Cuál es la fuerza gravitacional resultante sobre una masa de 2 kg colocada en el punto medio de una recta que une las dos primeras masas?

121. La aceleración debida a la gravedad en un planeta distante es de 5.00 m/s^2 y el radio del planeta es de 4 560 km aproximadamente. Use la ley de la gravitación para estimar la masa de ese planeta. Resp. 1.56×10^{24} kg

122. La masa de la Tierra es aproximadamente 81 veces mayor que la de la Luna. Si el radio de la Tierra es cuatro veces mayor que el de la Luna, ¿cuál es la aceleración debida a la gravedad en la Luna?

123. Dos masas, una de 60 kg y otra de 20 kg, están a una distancia de 10 m. ¿En qué punto de la recta que une a estas dos cargas se puede colocar otra masa de manera que la fuerza resultante sobre ella sea cero? Resp. A 6.34 m de la masa de 60 kg

Tema 6.21 Leyes de Kepler

124. ¿Qué rapidez debe tener un satélite para que describa una órbita circular de 800 km sobre la superficie de la Tierra?

125. La masa de Júpiter es de 1.90×10^{27} kg y su radio mide 7.15×10^7 m. ¿Qué rapidez debe alcanzar una nave espacial para volar en círculos a una altura de 6.00×10^7 m sobre la superficie de Júpiter? Resp. 31 000 m/s (aproximadamente 69 800 mi/h,)

126. ¿Cuál es la rapidez orbital de un satélite cuya órbita se encuentra 1 200 km sobre la superficie de la Tierra?

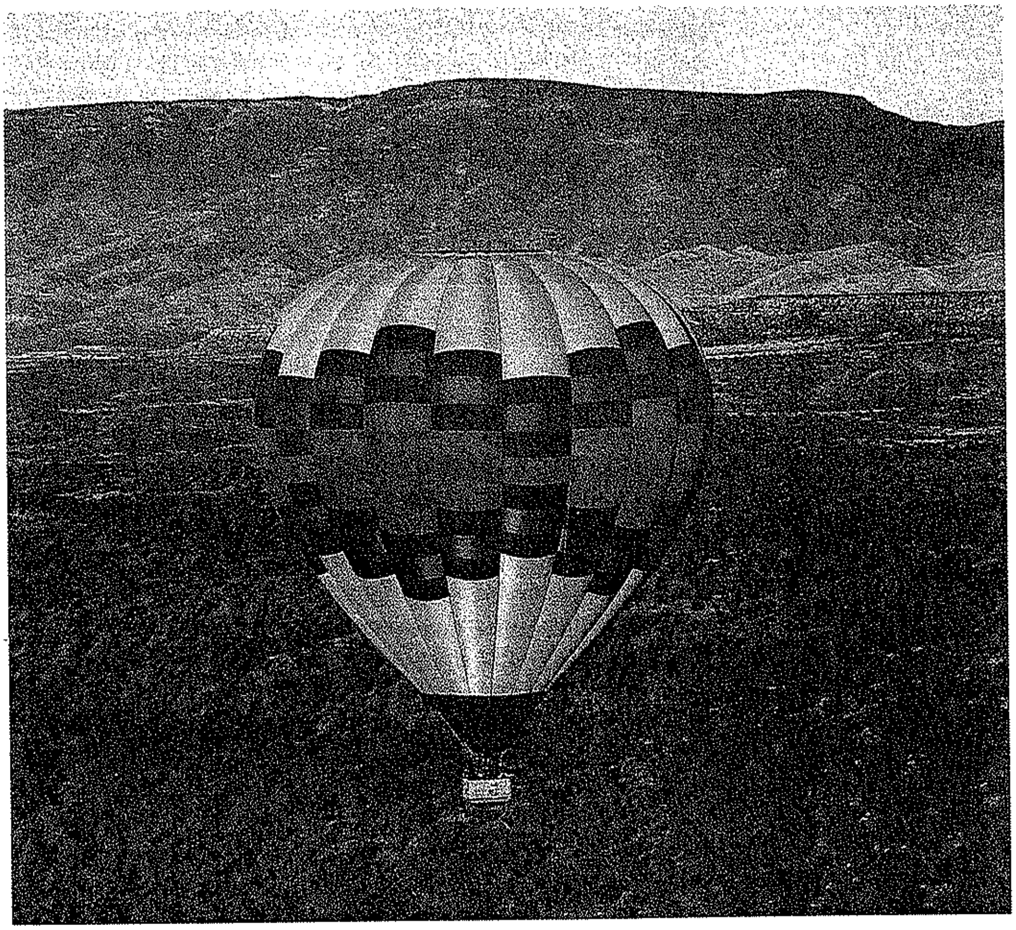
127. El radio de la Luna es de 1.74×10^6 m y la aceleración debida a la gravedad es de 1.63 m/s^2. Aplique la ley de la gravitación universal para hallar la masa de la Luna. Resp. 7.40×10^{22} kg

128. Un satélite se halla a una distancia de 900 km sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál es el periodo del movimiento del satélite?

129. ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra debe estar un satélite para que complete una vuelta alrededor de nuestro planeta en un lapso de 28 h? Resp. 4.04×10^7 m

UNIDAD 7

Sólidos y fluidos



Los globos aerostáticos usan aire caliente, que es menos denso que el aire que lo rodea, para crear una fuerza de flotación. De acuerdo con el principio de Arquímedes, la fuerza de flotación es igual al peso del aire desplazado por el globo. (*Foto por Paul E. Tippens*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Analizar los conceptos de elasticidad, límite elástico, esfuerzo, deformación y límite de ruptura.
- Solucionar problemas en los que se apliquen el módulo de Young, el módulo de corte y el módulo volumétrico.
- Aplicar los conceptos de densidad, presión hidrostática y empuje en la solución de problemas.
- Comprender y aplicar los principios de Pascal y Arquímedes en diversas situaciones.
- Aplicar la ecuación de Bernoulli para solucionar problemas de fluidos en movimiento.

7.1 Propiedades elásticas de la materia

Definimos como ***cuerpo elástico*** aquel que recobra su tamaño y su forma originales cuando deja de actuar sobre él una fuerza deformante. Las bandas de hule, las pelotas de golf, los trampolines, las camas elásticas, las pelotas de fútbol y los resortes son ejemplos comunes de cuerpos elásticos. La masilla, la pasta y la arcilla son ejemplos de cuerpos inelásticos. Para todos los cuerpos elásticos, conviene establecer relaciones de causa y efecto entre la deformación y las fuerzas deformantes.

Considere el resorte de longitud l en la figura 7.1. Podemos estudiar su ***elasticidad*** añadiendo pesas sucesivamente y observando el incremento en su longitud. Una pesa de 20 N alarga el resorte 1 cm, una pesa de 40 N lo alarga 2 cm, y una de 60 N lo alarga 3 cm. Es evidente que existe una relación directa entre el estiramiento del resorte y la fuerza aplicada.

Robert Hooke fue el primero en establecer esta relación por medio de la invención de un volante de resorte para reloj. En términos generales, Hooke descubrió que cuando una fuerza **F** actúa sobre un resorte (figura 7.2) produce en él un alargamiento s que es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza. La ***ley de Hooke*** se representa como

$$F = ks \tag{7.1}$$

La constante de proporcionalidad k varía mucho de acuerdo con el tipo de material y recibe el nombre de ***constante elástica***. Para el ejemplo ilustrado en la figura 7.1, la constante elástica es

$$k = \frac{F}{s} = 20 \text{ N/cm}$$

La ley de Hooke no se limita al caso de los resortes en espiral; de hecho, se aplica a la deformación de todos los cuerpos elásticos. Para que la ley se pueda aplicar de un modo más general, es conveniente definir los términos *esfuerzo* y *deformación*. El ***esfuerzo*** se refiere a la causa de una deformación elástica, mientras que la ***deformación*** se refiere a su *efecto*, en otras palabras, a la alteración de la forma en sí misma.

En la figura 7.3 se muestran tres tipos comunes de esfuerzos y sus correspondientes deformaciones. Cuando fuerzas iguales y opuestas se apartan entre sí se presenta un ***esfuerzo de tensión***. En un ***esfuerzo de compresión*** las fuerzas son iguales y opuestas y se acercan entre sí. Ocurre un ***esfuerzo cortante*** cuando fuerzas iguales y opuestas no tienen la misma línea de acción.

La eficacia de cualquier fuerza que produce un esfuerzo depende en gran medida del área sobre la que se distribuye la fuerza. Por esta razón, una definición más completa de esfuerzo se puede enunciar en la siguiente forma:

> Esfuerzo es la razón de una fuerza aplicada entre el área sobre la que actúa, por ejemplo, newtons por metro cuadrado o libras por pie cuadrado.

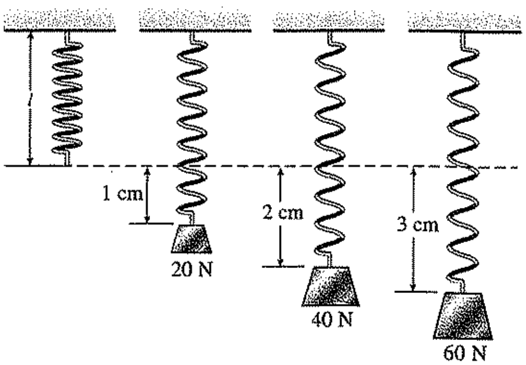


Figura 7.1 Alargamiento uniforme de un resorte.

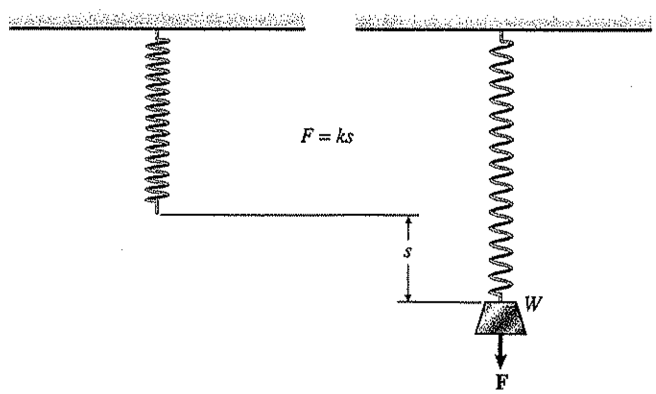
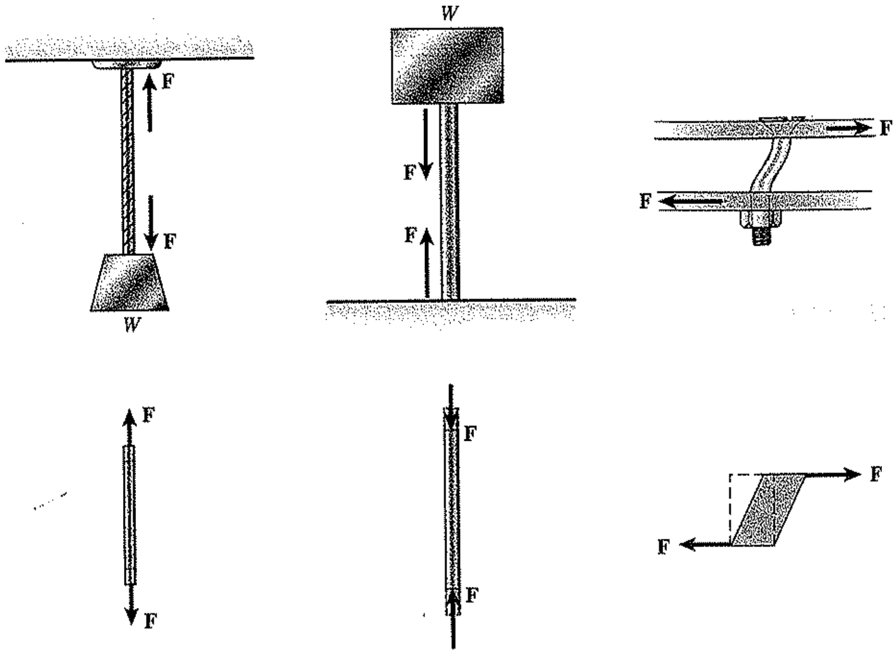


Figura 7.2 Relación entre la fuerza **F** aplicada y la elongación que produce.



(a) Tensión (b) Compresión (c) Cortante

Figura 7.3 Tres tipos comunes de esfuerzos y sus correspondientes deformaciones: (a) tensión, (b) compresión, (c) cortante.

Como se mencionó antes, el término *deformación* representa el efecto de un esfuerzo dado. La definición general de deformación es la siguiente:

Deformación es el cambio relativo en las dimensiones o en la forma de un cuerpo como resultado de la aplicación de un esfuerzo.

En el caso de un esfuerzo de tensión o de compresión, la deformación puede considerarse como un cambio en la longitud por unidad de longitud. Un esfuerzo cortante, por otra parte, sólo altera la forma de un cuerpo sin cambiar sus dimensiones. Generalmente el esfuerzo cortante se mide en función de un desplazamiento angular.

El ***límite elástico*** es el esfuerzo máximo que puede sufrir un cuerpo sin que la deformación sea permanente. Por ejemplo, una varilla de aluminio cuya área en sección transversal es de 1 in^2 se deforma permanentemente si se le aplica un esfuerzo de tensión mayor de 19 000 lb. Esto no significa que la varilla de aluminio se romperá en ese punto, sino únicamente que el cable no recuperará su tamaño original. En realidad, se puede incrementar la tensión hasta casi 21 000 lb antes de que la varilla se rompa. Esta propiedad de los metales permite convertirlos en alambres de secciones transversales más pequeñas. El mayor esfuerzo al que se puede someter un alambre sin que se rompa recibe el nombre de ***resistencia límite***.

Si no se excede el límite elástico de un material, podemos aplicar la ley de Hooke a cualquier deformación elástica. Dentro de los límites para un material dado, se ha comprobado experimentalmente que la relación de un esfuerzo determinado entre la deformación que produce es una constante. En otras palabras, el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación. La *ley de Hooke* establece:

Siempre que no se exceda el límite elástico, una deformación elástica es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada por unidad de área (esfuerzo).

Si llamamos a la constante de proporcionalidad el ***módulo de elasticidad***, podemos escribir la ley de Hooke en su forma más general:

$$\textit{Módulo de elasticidad} = \frac{\textit{esfuerzo}}{\textit{deformación}} \tag{7.2}$$

En las siguientes secciones analizaremos las aplicaciones específicas de esta relación fundamental.

7.2 Módulo de Young

En esta sección vamos a considerar que los esfuerzos y deformaciones son longitudinales cuando se aplican a alambres, varillas o barras. Por ejemplo, en la figura 7.4 una fuerza **F** se aplica al extremo de un alambre con un área en sección transversal A. El esfuerzo longitudinal está dado por

$$\text{Esfuerzo longitudinal} = \frac{F}{A}$$

La unidad métrica para el esfuerzo es el *newton por metro cuadrado*, que es igual al *pascal* (Pa).

$$1\ \text{Pa} = 1\ \text{N/m}^2$$

La unidad del SUEU para el *esfuerzo es la libra por pulgada cuadrada* (lb/in^2). Puesto que la libra por pulgada cuadrada se sigue usando, resulta útil compararla con la unidad del SI:

$$1\ \text{lb/in}^2 = 6\,895\ \text{Pa} = 6.895\ \text{kPa}$$

El efecto de tal esfuerzo es el alargamiento del alambre, o sea, un incremento en su longitud. Por tanto, la deformación longitudinal puede representarse mediante el cambio de longitud por unidad de longitud. Podemos escribir

$$\text{Deformación longitudinal} = \frac{\Delta l}{l}$$

donde l es la longitud original y Δl es la elongación (alargamiento total). Se ha demostrado experimentalmente que hay una disminución similar en la longitud como resultado de un esfuerzo de compresión. Las mismas ecuaciones se aplican ya sea que se trate de un objeto sujeto a tensión o de un objeto sujeto a compresión.

Si definimos el módulo de elasticidad longitudinal como ***módulo de Young*** Y, podemos escribir la ecuación (7.2) como:

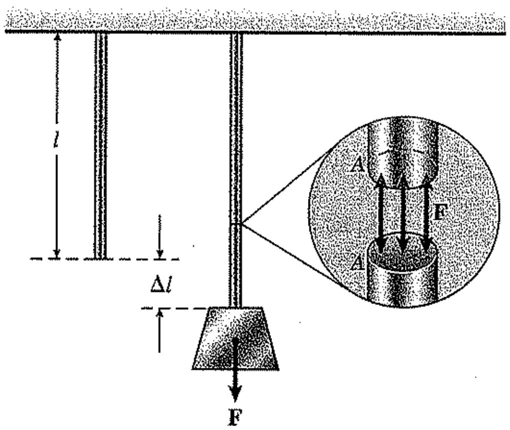


Figura 7.4 Cálculo del módulo de Young para un alambre con un área en sección transversal A. La elongación Δl se ha amplificado para mostrarla con mayor claridad.

$$\text{Módulo de Young} = \frac{\text{esfuerzo longitudinal}}{\text{deformación longitudinal}}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta l/l} = \frac{Fl}{A\,\Delta l} \tag{7.3}$$

Las unidades del módulo de Young son las mismas que las unidades de esfuerzo: libras por pulgada cuadrada o pascales. Esto es lógico, ya que la deformación longitudinal es una cantidad que carece de unidades (adimensional). Los valores representativos correspondientes de algunos de los materiales más comunes se muestran en las tablas 7.1 y 7.2.

Tabla 7.1

Constantes elásticas de varios materiales, en unidades del SI

Material	Módulo de Young Y, MPa*	Módulo de corte S, MPa	Módulo volumétrico B, MPa	Límite elástico MPa	Resistencia límite MPa
Acero	207 000	82 700	159 000	248	489
Aluminio	68 900	23 700	68 900	131	145
Cobre	117 000	42 300	117 000	159	338
Hierro	89 600	68 900	96 500	165	324
Latón	89 600	35 300	58 600	379	455

*(1 MPa = 10^6 Pa)

Tabla 7.2

Constantes elásticas de varios materiales en unidades del SUEU

Material	Módulo de Young Y, lb/in²	Módulo de corte S, lb/in²	Módulo volumétrico B, lb/in²	Límite elástico lb/in²	Resistencia límite lb/in²
Acero	13×10^6	10×10^6	14×10^6	24 000	47 000
Aluminio	10×10^6	3.44×10^6	10×10^6	19 000	21 000
Cobre	17×10^6	6.14×10^6	17×10^6	23 000	49 000
Hierro	13×10^6	10×10^6	14×10^6	24 000	47 000
Latón	13×10^6	5.12×10^6	8.5×10^6	55 000	66 000

Ejemplo 7.1

Un cable telefónico de 120 m de largo y de 2.2 mm de diámetro se estira debido a una fuerza de 380 N a lo largo del cable. ¿Cuál es el esfuerzo longitudinal? Si la longitud después de ser estirado es de 120.10 m, ¿cuál es la deformación longitudinal? Determine el módulo de Young para el cable.

Plan: Calcule el área de la sección transversal del cable y determine el esfuerzo como la fuerza por unidad de área. Luego, la deformación se reconoce como el cambio en la longitud por unidad de longitud inicial. Por último, el módulo de Young es la relación del esfuerzo a la deformación.

Solución: La sección transversal de un cable de 2.2×10^{-3} in de diámetro es

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(2.2 \times 10^{-3}\text{ m})^2}{4}; \qquad A = 3.80 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} = \frac{380\text{ N}}{3.80 \times 10^{-6}\text{ m}^2}$$

$$\text{Esfuerzo} = 100 \times 10^6\text{ N/m}^2 = 100\text{ MPa}$$

El cambio en la longitud es (120.10 m − 120.00 m) o 0.100 m. Por consiguiente,

$$\text{Deformación} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.10\text{ m}}{120\text{ m}}$$

$$\text{Deformación} = 8.3 \times 10^{-4}$$

Por último, el módulo de Young es la razón del esfuerzo a la deformación.

$$Y = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}} = \frac{100\text{ MPa}}{8.3 \times 10^{-4}}; \qquad Y = 120\,000\text{ MPa}$$

Ejemplo 7.2 ¿Cuál es la carga máxima que se puede colgar de un alambre de acero de 6 mm de diámetro y 2 m de longitud, sin exceder su límite elástico? Determine el incremento en la longitud bajo el efecto de esta carga.

Plan: De nuevo, necesita hallar el área de la sección transversal del alambre. Luego, a partir de la tabla 7.2, observe que el límite elástico para el acero es 248 000 MPa. El peso W de la carga suspendida no debe producir un esfuerzo mayor que este límite, por tanto, puede resolver para la carga en la ecuación del esfuerzo. El aumento en la longitud puede calcularse directamente a partir de la ecuación (7.3).

Solución: El área del cable es

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(6 \times 10^{-3}\text{ m})^2}{4}$$

$$A = 2.83 \times 10^{-5}\text{ m}^2$$

El esfuerzo limitante en este caso es el peso por unidad de área, o

$$\textit{Límite elástico} = \frac{W}{A} \qquad \text{o} \qquad W = \textit{límite elástico} \times A$$

$$W = (2.48 \times 10^8\text{ Pa})(2.83 \times 10^{-5}\text{ m}^2) = 7.01 \times 10^3\text{ N}$$

La mayor carga que puede soportarse se calcula a partir de este peso:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{7.01 \times 10^3\text{ N}}{9.8\text{ m/s}^2} = 716\text{ kg}$$

El incremento de longitud bajo dicha carga se determina a partir de la ecuación (7.3), en la siguiente forma:

$$\Delta L = \frac{l}{Y}\left(\frac{F}{A}\right) = \frac{2.00\text{ m}}{2.07 \times 10^{11}\text{ Pa}}(2.48 \times 10^8\text{ Pa})$$

$$\Delta L = 2.40 \times 10^{-3}\text{ m}$$

La longitud aumenta 2.40 mm y la nueva longitud es 2.0024 m.

7.3 Módulo de corte

Los esfuerzos de compresión y de tensión producen un ligero cambio en las dimensiones lineales. Como se mencionó antes, un esfuerzo cortante altera únicamente la forma del cuerpo, sin que cambie su volumen. Por ejemplo, considere las fuerzas paralelas no concurrentes que actúan sobre el cubo que se ilustra en la figura 7.5. La fuerza aplicada provoca que cada capa sucesiva de átomos se deslice sobre la siguiente, en forma parecida a lo que les ocurre a las páginas de un libro bajo un esfuerzo similar. Las fuerzas interatómicas restituyen al cubo su forma original cuando cesa dicho esfuerzo.

El esfuerzo cortante se define como la relación de la fuerza tangencial **F** entre el área A sobre la que se aplica. La ***deformación cortante*** se define como el ángulo ϕ (en radianes), que se conoce como *ángulo de corte* (consulte la figura 7.5b). Si se aplica la ley de Hooke, podemos ahora definir el ***módulo de corte*** S en la siguiente forma:

$$S = \frac{\text{Esfuerzo cortante}}{\text{Deformación cortante}} = \frac{F/A}{\phi} \tag{7.4}$$

El ángulo ϕ por lo general es tan pequeño que es aproximadamente igual a tan ϕ. Aprovechando este hecho, podemos volver a escribir la ecuación (7.4) en la siguiente forma:

$$S = \frac{F/A}{\tan\phi} = \frac{F/A}{d/l} \tag{7.5}$$

Debido a que el valor de S nos da información sobre la rigidez de un cuerpo, a veces se le conoce como ***módulo de rigidez***.

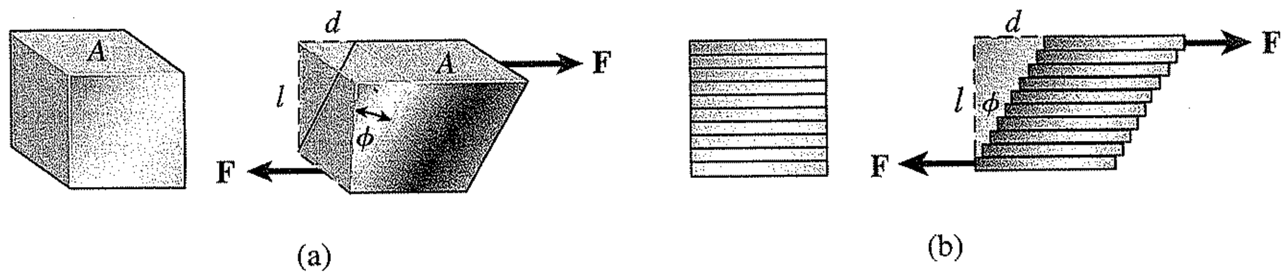


Figura 7.5 Esfuerzo cortante y deformación cortante.

Ejemplo 7.3

Un perno de acero (figura 7.6) tiene una sección transversal de 1.8×10^{-4} m² y sobresale 3.8 cm de la pared. Si el extremo del perno está sometido a una fuerza cortante de 35 kN, ¿cuál será la flexión hacia abajo del perno?

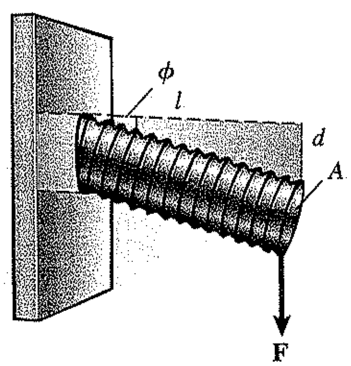


Figura 7.6

Plan: El esfuerzo cortante es la fuerza cortante **F** por unidad de área A, y la deformación cortante es la desviación d por unidad de longitud l del perno. Determine el módulo de corte para el acero a partir de la tabla 7.1 y calcule la desviación con la ecuación (7.5). Procure usar las unidades básicas del SI para todas las cantidades sustituidas.

Solución: Resolvemos para la desviación d como sigue:

$$S = \frac{F/A}{d/l} = \frac{Fl}{Ad}$$

$$d = \frac{Fl}{AS} = \frac{(35\,000 \text{ N})(0.038 \text{ m})}{(1.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(8.27 \times 10^{10} \text{ Pa})}$$

$$d = 8.94 \times 10^{-5} \text{ m}$$

El extremo del perno cuyo diámetro mide aproximadamente 1.5 cm se desvía alrededor de 0.09 mm. Las deformaciones de corte por lo general son muy pequeñas.

7.4 Elasticidad de volumen; módulo volumétrico

Hasta ahora hemos considerado los esfuerzos que causan un cambio en la forma de un objeto o que dan por resultado principalmente deformaciones en una sola dimensión. En esta sección nos ocuparemos de los cambios en el volumen. Por ejemplo, considere el cubo de la figura 7.7 en el cual las fuerzas se aplican uniformemente sobre la superficie. El volumen inicial del cubo se indica como V y el área de cada cara se representa por A. La fuerza resultante **F** que se aplica normalmente a cada una de las caras provoca un cambio en el volumen $-\Delta V$. El signo menos indica que el cambio representa una reducción de volumen. El *esfuerzo de volumen* F/A es la fuerza normal por unidad de área, mientras que la *deformación de volumen* $-\Delta V/V$ es el cambio de volumen por unidad de volumen. Al aplicar la ley de Hooke, definimos el módulo de elasticidad de volumen, o ***módulo volumétrico***, de la manera siguiente:

$$B = \frac{\text{esfuerzo de volumen}}{\text{deformación de volumen}} = -\frac{F/A}{\Delta V/V} \tag{7.6}$$

Este tipo de deformación se aplica tanto a líquidos como a sólidos. La tabla 7.3 muestra los módulos de volumen para algunos de los líquidos más comunes. Cuando se trabaja con líquidos a veces es más conveniente representar el esfuerzo como la presión P, que se define como la fuerza por unidad de área F/A. Con esta definición podemos escribir la ecuación (7.6) como

$$B = \frac{-P}{\Delta V/V} \tag{7.7}$$

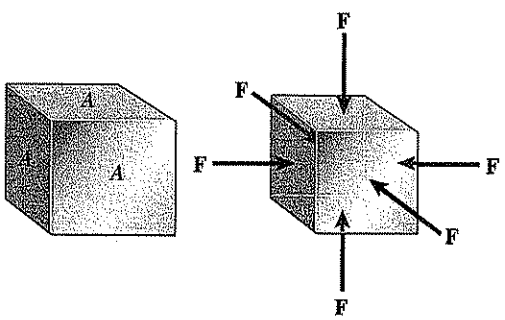


Figura 7.7 Módulo volumétrico. El volumen original se reduce por la acción de una fuerza de compresión uniforme sobre cada una de las caras.

Tabla 7.3

Módulos de volumen para líquidos

	Módulo volumétrico B	
Líquido	**MPa**	**lb/in²**
Aceite	1700	2.5×10^5
Agua	2100	3.1×10^5
Alcohol etílico	1100	1.6×10^5
Benceno	1050	1.5×10^5
Mercurio	27000	40×10^5

Al valor recíproco del módulo volumétrico se le llama *compresibilidad k*. Con frecuencia conviene estudiar la elasticidad de los materiales midiendo sus respectivas compresibilidades. Por definición,

$$k = \frac{1}{B} = -\left(\frac{1}{P}\right)\frac{\Delta V}{V_0} \tag{7.8}$$

La ecuación (7.8) indica que la compresibilidad es el cambio fraccional en volumen por unidad de incremento en la presión.

Ejemplo 7.4 Una prensa hidráulica contiene cinco litros de agua. Determine el decremento en volumen de agua cuando se ve sometida a una presión de 2000 kPa.

Solución: El decremento de volumen se obtiene al despejar ΔV de la ecuación (7.7):

$$\Delta V = -\frac{PV}{B} = \frac{(2 \times 10^6 \text{ Pa})(5 \text{ L})}{2.1 \times 10^9 \text{ Pa}}$$
$$= -0.00476 \text{ L} = -4.76 \text{ mL}$$

7.5 Otras propiedades físicas de los metales

Además de la elasticidad, el esfuerzo de tensión y el esfuerzo cortante, los materiales presentan otras propiedades importantes. Un sólido consiste en un conjunto de moléculas tan cercanas unas a otras que se atraen fuertemente entre sí. Esta atracción, llamada ***cohesión***, le imparte a un sólido una forma y un tamaño definidos. También afecta su utilidad para la industria como material de trabajo. Es preciso comprender propiedades como la dureza, la ductilidad, la maleabilidad y la conductividad antes de elegir metales para aplicaciones específicas. Tres de estas propiedades se ilustran en la figura 7.8.

Dureza es un término industrial utilizado para describir la capacidad de los metales para resistir a fuerzas que tienden a penetrarlos. Los materiales duros resisten rayaduras, desgastes, penetración o cualquier otro daño físico. Algunos metales, como el sodio y el potasio, son blandos, mientras que el hierro y el acero son dos de los materiales más duros. La dureza de los metales se prueba con máquinas que presionan una punta de diamante cónica contra los materiales que se van a probar. La penetración se mide y la dureza se lee directamente en una carátula graduada.

Las otras dos propiedades especiales de los materiales son la ***ductilidad*** y la ***maleabilidad***. El significado de cada uno de estos términos se puede apreciar en la figura 7.8. La ductilidad se define como la capacidad de un metal de ser convertido en alambre. El tungsteno y

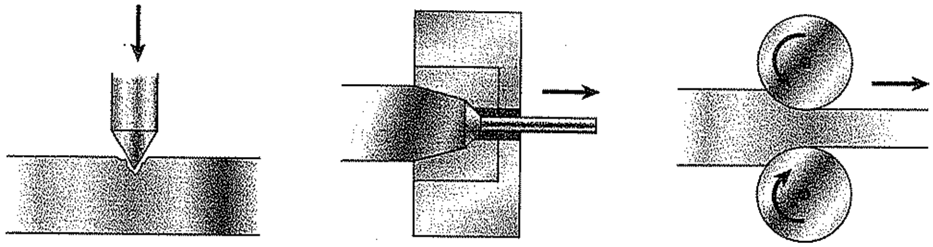


Figura 7.8 Ejemplos de las propiedades de trabajo de los metales: (a) un metal duro resiste la penetración, (b) un metal dúctil puede estirarse en forma de alambre, y (c) un metal maleable puede laminarse en hojas.

el cobre son sumamente dúctiles. La maleabilidad es la propiedad que nos permite martillar o doblar los metales para darles la forma deseada o para laminarlos en forma de hojas. La mayoría de los metales posee esta propiedad; el más maleable de todos es el oro.

La ***conductividad*** se refiere a la capacidad de los metales para permitir que fluya la electricidad a través de ellos. Los mejores conductores son la plata, el cobre, el oro y el aluminio, en ese orden. Más adelante se examinará con mayor detalle esta propiedad.

7.6 Densidad

Antes de estudiar la estática y la dinámica de fluidos, es importante entender la relación entre la masa de un cuerpo y su volumen. Podría decirse que un bloque de plomo es *más pesado* que un bloque de madera. Lo que en realidad queremos expresar es que un bloque de plomo es más pesado que un bloque de madera de *tamaño similar*. Los términos *ligero* y *pesado* son de carácter comparativo. Como se ilustra en la figura 7.9, un bloque de plomo de 1 cm^3 tiene una masa de 11.3 g, mientras que un bloque de roble de 1 cm^3 tiene una masa de sólo 0.81 g. El volumen de la madera debe ser 14 veces el volumen del plomo si éstos tienen la misma masa.

La ***densidad*** o masa específica ρ de un cuerpo se define como la relación de su masa m con respecto a su volumen V.

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad m = \rho V \tag{7.9}$$

La unidad del SI para la densidad es *kilogramos por metro cúbico* (kg/m^3). Por tanto, si un objeto tiene una masa de 4 kg y un volumen de 0.002 m^3, tiene una densidad de 2000 kg/m^3. Cuando trabajamos con volúmenes pequeños la densidad se expresa en gramos por centímetro cúbico (g/cm^3).

Aun cuando no se recomienda el uso de unidades del SUEU, las unidades más viejas se siguen usando en Estados Unidos, por lo que es conveniente mencionar cuando menos el concepto de ***peso específico D***. El peso específico se usa con frecuencia para las unidades más viejas de peso (lb) y longitud (ft).

El **peso específico *D*** de un cuerpo se define como la relación entre su peso W y su volumen V. La *unidad común* es la libra por pie cúbico (lb/ft^3).

$$D = \frac{W}{V} \qquad W = DV \tag{7.10}$$

Por ejemplo, el peso específico del agua es 62.4 lb/ft^3.

La relación entre peso específico y densidad se determina recordando que $W = mg$. Por consiguiente,

$$D = \frac{mg}{V} = \rho g \tag{7.11}$$

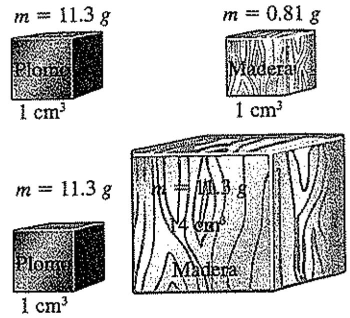


Figura 7.9 Comparación de la masa y el volumen para bloques de plomo y madera. El volumen de la madera debe ser 14 veces el del plomo si tienen la misma masa.

Las densidades para los sólidos, líquidos y gases comunes se proporcionan en la tabla 7.4.

Tabla 7.4

Densidad y peso específico

	ρ		
Sustancia	**kg/m³**	**g/cm³**	***D*, lb/ft³**
Sólidos			
Acero	7 800	7.8	487
Aluminio	2 700	2.7	169
Cobre	8 890	8.89	555
Hielo	920	0.92	57
Hierro	7 850	7.85	490
Latón	8 700	8.7	540
Oro	19 300	19.3	1 204
Plata	10 500	10.5	654
Plomo	11 300	11.3	705
Roble	810	0.81	51
Vidrio	2 600	2.6	162
Líquidos			
Agua	1 000	1.0	62.4
Alcohol	790	0.79	49
Benceno	880	0.88	54.7
Gasolina	680	0.68	42
Mercurio	13 600	13.6	850
Gases (0 °C)			
Aire	1.29	0.00129	0.0807
Helio	0.178	0.000178	0.0110
Hidrógeno	0.090	0.000090	0.0058
Nitrógeno	1.25	0.00126	0.0782
Oxígeno	1.43	0.00143	0.00892

Ejemplo 7.5

Un tanque cilíndrico de gasolina tiene 3 m de altura y 1.2 m de diámetro. ¿Cuántos kilogramos de gasolina puede almacenar el tanque?

Plan: Para calcular la masa, primero determine el volumen del cilindro circular derecho ($V = \pi r^2 h$), donde $r = \frac{1}{2}D = 0.60$ m. Por tanto, halle la masa a partir de la ecuación (7.9).

Solución: El volumen es

$$V = \pi r^2 h = \pi(0.6 \text{ m})^2(3 \text{ m}); \qquad V = 3.39 \text{ m}^3$$

Al resolver la ecuación de la densidad para m tenemos

$$m = \rho V = (680 \text{ kg/m}^3)(3.39 \text{ m}^3); \qquad m = 2\,306 \text{ kg}$$

Otro método para indicar las densidades de las sustancias es comparar su densidad con la del agua. La relación de la densidad de la sustancia con respecto a la del agua se vuelve entonces la ***gravedad específica***, que es una cantidad sin dimensiones. Si un objeto tiene el doble de densidad que el agua, su gravedad específica es 2; un objeto que tiene una tercera parte de la densidad del agua tiene una densidad relativa de 1/3.

La **gravedad específica** de una sustancia se define como la razón de su densidad con respecto a la densidad del agua a 4 °C (1 000 kg/m³).

Un mejor nombre para esta cantidad es *densidad relativa*, pero el término *gravedad específica* se usa más ampliamente.

7.7 Presión

La eficiencia de una cierta fuerza a menudo depende del área sobre la que actúa. Por ejemplo, una mujer que usa tacones puntiagudos daña más los pisos que si usara tacones anchos. Aun cuando la dama ejerce la misma fuerza hacia abajo en ambos casos, con los tacones agudos su peso se reparte sobre un área mucho menor. A la *fuerza normal por unidad de área* se le llama ***presión.*** Simbólicamente, la presión P está dada por

$$P = \frac{F}{A} \tag{7.12}$$

donde A es el área sobre la cual se aplica la fuerza perpendicular F. La unidad de presión resulta de la relación entre cualquier unidad de fuerza y la unidad de área. Por ejemplo, *newtons por metro cuadrado* y *libras por pulgada cuadrada.* En el sistema SI de unidades, al N/m² se le llama pascal (Pa).

$$1 \text{ pascal (Pa)} = 1 \text{ newton por metro cuadrado (N/m}^2)$$

Cuando se informa la presión, el *kilopascal* (kPa) es la unidad de medida más apropiada para la mayoría de las aplicaciones. Sin embargo, sólo el Pa debe sustituirse en las fórmulas.

$$1 \text{ kPa} = 1\,000 \text{ N/m}^2 = 0.145 \text{ lb/in}^2$$

Ejemplo 7.6

Un zapato de golf tiene 10 tacos, cada uno con un área de 6.5×10^{-6} m² en contacto con el piso. Suponga que, al caminar, hay un instante en que los 10 tacos soportan el peso completo de una persona de 80 kg. ¿Cuál es la presión ejercida por los tacos sobre el suelo?

Plan: Calcule la fuerza total sobre el suelo determinando el peso de una masa de 80 kg. Luego, divida esa fuerza entre el área de 10 tacos para obtener la presión total.

Solución: El área total es $10\,(6.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$ o 65×10^{-6} m². Por tanto, la presión es

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$

$$= \frac{(80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{65.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1.21 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

Recuerde que un N/m^2 es un pascal (Pa), podemos escribir la presión total como

$$P = 1.21 \times 10^7 \text{ Pa} = 12.1 \text{ MPa}$$

Cuando el área de un zapato en contacto con el suelo disminuye (como sucede con algunos zapatos de tacón), la presión aumenta. Es fácil ver por qué deben considerarse estos factores en la construcción de suelos.

7.8 Presión de fluidos

Es importante la diferencia entre cómo actúa la fuerza sobre un fluido y cómo lo hace sobre un sólido. Puésto que el sólido es un cuerpo rígido, puede soportar que se le aplique una fuerza sin que cambie apreciablemente su forma. Por otra parte, un líquido puede soportar una fuerza sólo en una superficie o frontera cerrada. Si el fluido no está restringido en su movimiento, empezará a fluir bajo el efecto del esfuerzo cortante, en lugar de deformarse elásticamente.

La fuerza que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene siempre actúa en forma perpendicular a esas paredes.

Ésta es una característica propia de los fluidos que hace que el concepto de presión sea muy útil. Si se perforan agujeros a los lados y al fondo de un barril con agua (véase la figura 7.10), se demuestra que la fuerza ejercida por el agua es perpendicular en cualquier parte a la superficie del barril.

Al reflexionar un momento se deduce que el líquido también ejerce una presión hacia arriba. Cualquier persona que haya tratado de mantener una balsa por debajo de la superficie del agua se convence de inmediato de la existencia de una presión hacia arriba. En realidad nos damos cuenta de que

Los fluidos ejercen presión en todas direcciones.

La figura 7.11 muestra un líquido bajo presión. Las fuerzas actúan sobre la cara del émbolo, sobre las paredes del recipiente y sobre las superficies del objeto suspendido, como se aprecia en la figura.

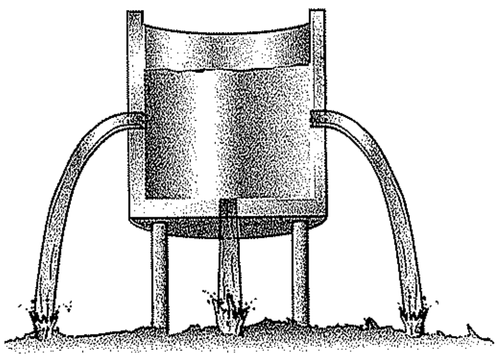


Figura 7.10 Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene son perpendiculares en todos los puntos.

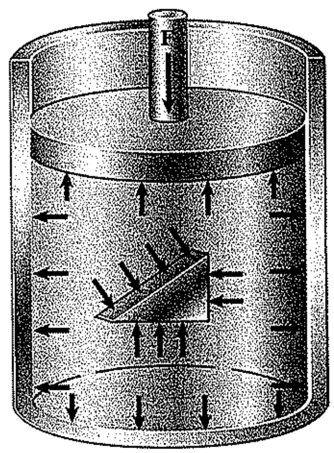


Figura 7.11 Los fluidos ejercen presión en todas direcciones.

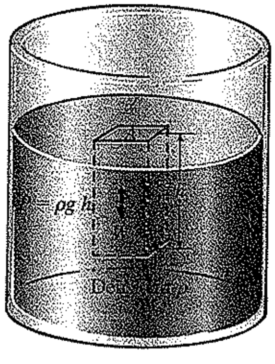


Figura 7.12 Relación entre presión, densidad y profundidad.

De igual manera que los volúmenes más grandes de objetos sólidos ejercen fuerzas mayores contra el lugar que los soporta, los fluidos ejercen mayor presión al aumentar la profundidad. El fluido en el fondo de un recipiente siempre está sometido a una presión mayor que la que experimenta cerca de la superficie. Esto se debe al peso del líquido que se encuentra arriba. Sin embargo, es preciso señalar una diferencia entre la presión ejercida por los sólidos y la que se produce en el caso de los líquidos. Un objeto sólido puede ejercer únicamente una fuerza *hacia abajo* debido a su peso. A cualquier profundidad en un fluido la presión es la misma en todas direcciones. Si esto no fuera cierto, éste podría fluir bajo la influencia de una presión resultante hasta que se alcanzara una nueva condición de equilibrio.

Puesto que el peso del fluido que está por arriba de un punto en cuestión es proporcional a su densidad, la presión a cualquier profundidad es también proporcional a la densidad del fluido. Esto puede visualizarse considerando una columna rectangular de agua cuyas dimensiones van desde la superficie hasta la profundidad h, como se muestra en la figura 7.12. El peso de la columna completa actúa sobre el área A en el fondo de la columna.

Partiendo de la ecuación (7.9), podemos escribir el peso de la columna como

$$W = DV = DAh$$

FÍSICA HOY

La pasta de dientes que sale cuando se aprieta el tubo, la maniobra de Heimlich (en la cual se ejerce una presión hacia arriba sobre el abdomen de una persona para extraer un cuerpo extraño atorado en la tráquea) y un elevador hidráulico son todos ejemplos de la ley de Pascal.

donde D es el peso específico del fluido. La presión (peso por unidad de área) a la profundidad h está dada por

$$P = \frac{W}{A} = Dh$$

o bien, en términos de densidad,

$$P = Dh = \rho gh \tag{7.13}$$

La presión del fluido en cualquier punto es directamente proporcional a la densidad del fluido y a su profundidad bajo la superficie.

Ejemplo 7.7

La presión del agua en una casa es de 160 lb/in^2. ¿A qué altura debe estar el nivel del agua del recipiente de almacenamiento por encima de la toma de agua de la casa?

Plan: A partir de las tablas se calcula que el peso específico D del agua es 62.4 lb/ft^3. La presión dada en la casa es 160 lb/in^2, por tanto debe convertir a lb/ft^2 para obtener las unidades correspondientes. Luego aplique la ecuación (7.13) para resolver la altura h.

Solución: Al convertir las unidades tenemos

$$P = \left(160\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}\right)\left(\frac{144\ \text{in}^2}{1\ \text{ft}^2}\right) = 23\,040\ \text{lb/ft}^2$$

Ahora al resolver para h en la ecuación (7.13) obtenemos

$$h = \frac{P}{D} = \frac{23\,040\ \text{lb/ft}^2}{62.4\ \text{lb/ft}^3}; \qquad h = 369\ \text{ft}$$

En el ejemplo anterior no se mencionó la forma o el tamaño del tanque de almacenamiento del agua. Tampoco se dio información acerca de la trayectoria que sigue el agua o el tamaño de las tuberías que conectan el tanque con la toma de la casa. ¿Debemos suponer que nuestra respuesta es correcta cuando se fundamenta tan sólo en la diferencia de niveles del agua? ¿No tienen algún efecto la forma o el área del depósito sobre la presión del líquido? Para responder estas preguntas, debemos recordar algunas de las características de los fluidos.

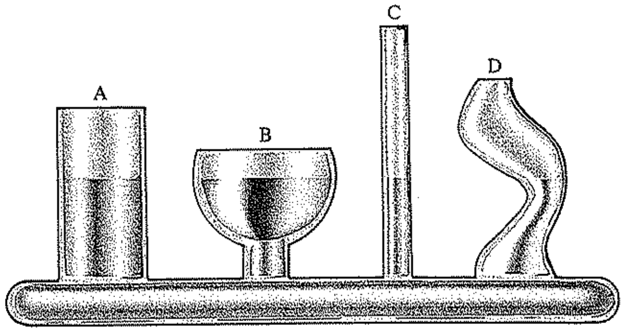


Figura 7.13 El agua siempre busca su propio nivel, lo cual indica que la presión es independiente del área o de la forma del recipiente.

Considere una serie de recipientes que se comunican entre sí y que tienen diferentes áreas y formas interconectadas, como muestra la figura 7.13. Parecería a primera vista que el mayor volumen contenido en el recipiente *A* ejercería mayor presión en el fondo que el recipiente *D*. El efecto de tal diferencia de presión forzaría al líquido a elevarse más en el recipiente *D*. Sin embargo, si se llenan los recipientes con líquido se demuestra que los niveles son iguales en todos ellos.

Parte del problema de entender esta paradoja proviene de la confusión de los términos *presión* y *fuerza total*. Como la presión se mide en términos de la unidad de área, no consideramos el área total cuando se resuelven problemas que incluyen a la presión. Por ejemplo, en el recipiente *A* el área del líquido en el fondo del recipiente es mucho mayor que el área del fondo del recipiente *D*. Esto significa que el líquido en el recipiente *A* ejercerá una ***fuerza total*** mayor en el fondo que el líquido del recipiente *D*. Pero la fuerza más grande se aplica sobre un área mayor, por lo que la presión es la misma en ambos recipientes.

Si el fondo de los recipientes *B*, *C* y *D* tuviera la misma área podríamos decir que las fuerzas totales también son iguales en el fondo de estos recipientes (por supuesto, las presiones son iguales a cualquier profundidad). Quizás se pregunte por qué las fuerzas totales pueden ser iguales cuando los recipientes *B* y *C* contienen un mayor volumen de agua. El agua adicional en cada caso se apoya mediante componentes verticales de las fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente sobre el fluido (véase la figura 7.14). Cuando las paredes del recipiente son verticales, las fuerzas que actúan sobre los lados no tienen componentes hacia arriba. Por tanto, la fuerza total al fondo de un recipiente es igual al peso de una columna recta de agua sobre el área de la base.

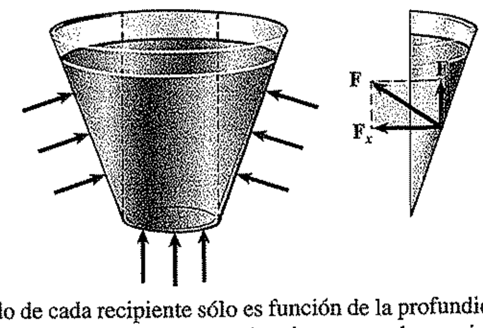


Figura 7.14 La presión en el fondo de cada recipiente sólo es función de la profundidad del líquido y es la misma en todas direcciones. Puesto que el área en el fondo es la misma en ambos recipientes, la fuerza total ejercida sobre el fondo de cada uno de ellos también es igual.

Ejemplo 7.8 Suponga que los recipientes de la figura 7.13 se llenan con gasolina hasta que el nivel del fluido es de 20 cm por arriba de la base de cada uno. Las áreas de las bases de los recipientes *A* y *B* son de 20 cm^2 y de 10 cm^2, respectivamente. Compare la presión y la fuerza total sobre la base de cada recipiente.

Plan: La densidad de la gasolina se proporciona en la tabla 7.4. La presión es la misma en la base para cualquier contenedor y está dada por ρgh. No obstante, la fuerza total no es la misma ya que el peso del agua por encima de la base es diferente. La fuerza total se define como el producto de la presión por el área.

Solución: La presión de la base de cualquier contenedor es

$$P = \rho gh = (680\ \text{kg/m}^3)(9.8\ \text{m/s}^2)(0.20\ \text{m}); \qquad P = 1\,330\ \text{Pa}$$

Necesitamos convertir las áreas de cm^2 a m^2. Recuerde que $1\ cm^2 = 1 \times 10^{-4}\ m^2$. Por tanto, la presión de determina resolviendo para la fuerza en la ecuación (7.4)

$$F = PA = (1\,330\ \text{Pa})(20 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 2.67\ \text{N}$$
$$F = PA = (1\,330\ \text{Pa})(10 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 1.33\ \text{N}$$

Estrategia para resolver problemas

Antes de considerar otras aplicaciones de la presión del fluido, vamos a resumir los principios estudiados en esta sección para los fluidos en reposo.

1. Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene son siempre perpendiculares a dichas paredes.
2. La presión del fluido es directamente proporcional a la profundidad del fluido y a su densidad.
3. A cualquier profundidad, la presión del fluido es la misma en todas direcciones.
4. La presión del fluido es independiente de la forma o del área del recipiente que lo contiene.

7.9 Medición de la presión

La presión que se estudió en el tema anterior se debe únicamente al propio fluido y puede calcularse a partir de la ecuación (7.13). Por desgracia, este caso no es el más frecuente. Cualquier líquido en un recipiente abierto, por ejemplo, está sujeto a la presión atmosférica además de la presión debida a su propio peso. Puesto que el líquido es relativamente incompresible, la presión externa de la atmósfera se transmite por igual a todo el volumen del líquido. El primero en enunciar este hecho fue el matemático francés Blas Pascal (1623-1662), y se conoce como ***ley de Pascal***. En general, se enuncia como sigue:

> Una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del líquido.

La mayoría de los dispositivos que permiten medir la presión directamente miden en realidad la diferencia entre la ***presión absoluta*** y la ***presión atmosférica***. El resultado obtenido se conoce como la ***presión manométrica***.

Presión absoluta = presión manométrica + presión atmosférica

La presión atmosférica al nivel del mar es 101.3 kPa, o 14.7 lb/in^2. Debido a que la presión atmosférica participa en gran número de cálculos, con frecuencia se usa una unidad de presión de 1 ***atmósfera*** (atm), definida como la presión media que la atmósfera ejerce al nivel del mar, es decir, 101.3 kPa.

Un aparato muy común para medir la presión manométrica es el ***manómetro*** de tubo abierto, mostrado en la figura 7.15. Éste consiste en un tubo en forma de U que contiene un líquido, que generalmente es mercurio. Cuando ambos extremos del tubo están abiertos, el mercurio busca su propio nivel ya que se ejerce 1 atm de presión en cada uno de los extremos abiertos. Cuando uno de los extremos se conecta a una cámara presurizada, el mercurio se

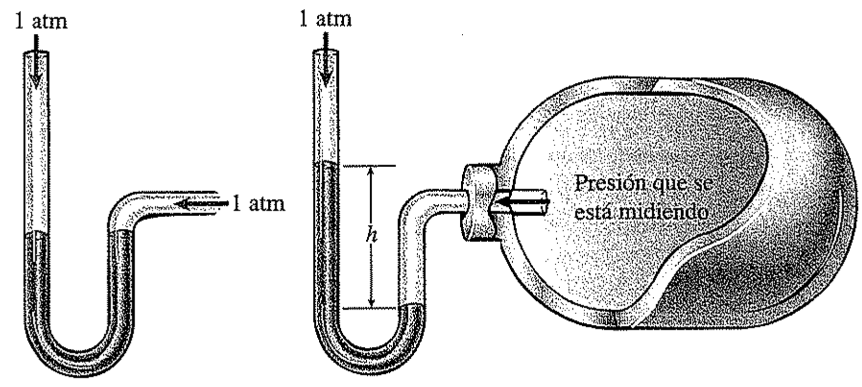


Figura 7.15 Manómetro de tubo abierto. La presión se mide por la altura h de la columna de mercurio.

eleva en el tubo abierto hasta que las presiones se igualan. La diferencia entre los dos niveles de mercurio es una medida de la presión manométrica: la diferencia entre la presión absoluta en la cámara y la presión atmosférica en el extremo abierto. El manómetro se usa con tanta frecuencia en situaciones de laboratorio que la presión atmosférica y otras presiones se expresan a menudo en *centímetros de mercurio* o *pulgadas de mercurio.*

Por lo general, la presión atmosférica se mide en el laboratorio con un barómetro de mercurio. El principio de su operación se muestra en la figura 7.16. Un tubo de vidrio, cerrado en un extremo, se llena de mercurio. El extremo abierto se tapa y el tubo se invierte en una cubeta de mercurio. Si no se tapa el extremo abierto, el mercurio fluye hacia fuera del tubo hasta que la presión ejercida por la columna de mercurio equilibra exactamente la presión atmosférica que actúa sobre el mercurio de la cubeta. Puesto que la presión en el tubo sobre la columna de mercurio es cero, la altura de la columna por arriba del nivel del mercurio en la cubeta indica la presión atmosférica. Al nivel del mar, una presión atmosférica de 14.7 lb/in^2 hará que el nivel del mercurio en el tubo se estabilice a una altura de 76 cm, o 30 in.

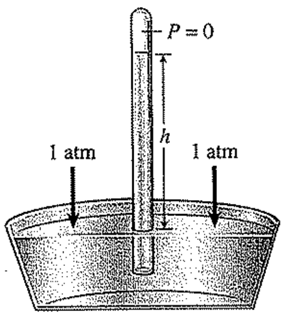


Figura 7.16 Barómetro.

En resumen, podemos escribir las siguientes medidas equivalentes de la presión atmosférica:

$$1 \text{ atm} = 101.3 \text{ kPa} = 14.7 \text{ lb/in}^2 = 76 \text{ cm de mercurio}$$
$$= 30 \text{ in de mercurio} = 2116 \text{ lb/ft}^2$$

Ejemplo 7.9

El manómetro de mercurio se usa para medir la presión de un gas dentro de un tanque (consulte la figura 7.15). Si la diferencia entre los dos niveles de mercurio es de 36 cm, ¿cuál es la presión absoluta dentro del tanque?

Plan: Recuerde que la presión absoluta es la suma de la presión manométrica y la presión atmosférica. El manómetro lee 36 cm, lo cual registra la *diferencia* entre la presión fuera del tanque (1 atm) y la presión dentro del mismo. Una atmósfera de presión es equivalente a una columna de 76 cm de mercurio. La presión *absoluta* en el tanque es, por tanto, la suma de 36 cm más 76 cm, o 112 cm de mercurio. La presión absoluta en el tanque es la presión debida a una columna de mercurio de 112 cm de altura.

Solución: La densidad del mercurio es 1.36×10^4 kg/m^3 y 112 cm es 1.12 m, así que la presión absoluta dentro del tanque se determina a partir de la ecuación (7.13)

$$P = \rho g h = (1.36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.12 \text{ m})$$
$$P = 1.49 \times 10^5 \text{ Pa} \quad \text{o} \quad P = 149 \text{ kPa}$$

Verifique que esta presión absoluta también se puede expresar como 1.47 atm.

7.10 La prensa hidráulica

La aplicación más frecuente de la ley de Pascal es la prensa hidráulica, que se ilustra en la figura 7.17. De acuerdo con el principio de Pascal, una presión aplicada al líquido en la columna izquierda se transmitirá íntegramente al líquido de la columna de la derecha. Por lo tanto, si una fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ actúa sobre un émbolo de área A_i, causará una fuerza de salida $\mathbf{F}_o$ que actúa sobre un émbolo de área A_o de modo que

$$\textit{Presión de entrada} = \textit{presión de salida}$$

$$\frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o} \tag{7.14}$$

La ventaja mecánica ideal de tal dispositivo es igual a la relación de la fuerza de salida con respecto a la fuerza de entrada. Simbólicamente escribimos

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{A_o}{A_i} \tag{7.15}$$

Una pequeña fuerza de entrada puede ser multiplicada para producir una fuerza de salida mucho mayor utilizando simplemente un émbolo de salida con un área mucho mayor que la del émbolo de entrada. La fuerza de salida está dada por

$$F_o = F_i\frac{A_o}{A_i} \tag{7.16}$$

De acuerdo con los métodos desarrollados en la unidad 4 para las máquinas simples, el trabajo de entrada debe ser igual al trabajo de salida si despreciamos la fricción. Si la fuerza de entrada $\mathbf{F}_i$ recorre una distancia s_i mientras la fuerza de salida $\mathbf{F}_o$ viaja una distancia s_o, podemos escribir

$$\textit{Trabajo de entrada} = \textit{trabajo de salida}$$

$$F_i s_i = F_o s_o$$

Esta relación conduce a otra expresión útil para la ventaja mecánica ideal de una prensa hidráulica:

$$M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{s_i}{s_o} \tag{7.17}$$

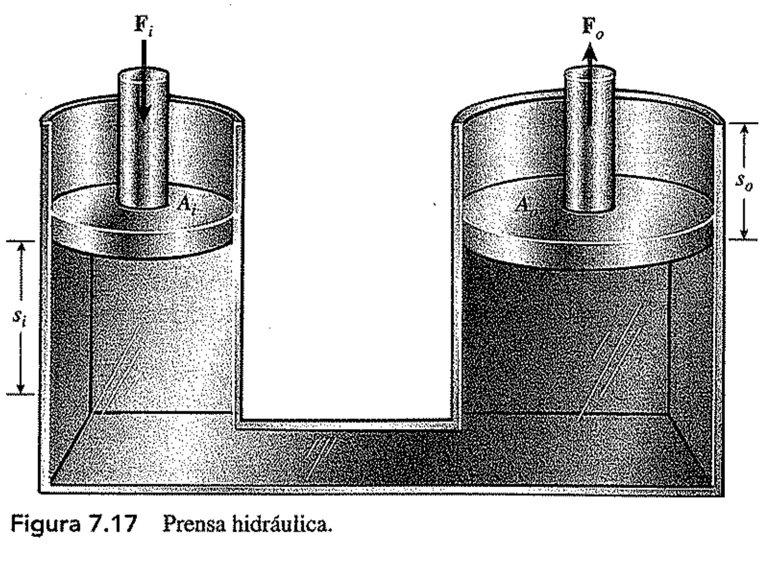


Figura 7.17 Prensa hidráulica.

Observe que la ventaja mecánica se gana a expensas de la distancia de entrada. Por esta razón, la mayoría de las aplicaciones utilizan un sistema de válvulas para permitir que el pistón de salida se eleve por una serie de impulsos cortos del pistón de entrada.

Ejemplo 7.10 Una prensa hidráulica tiene un émbolo de entrada de 5 cm de diámetro y un émbolo de salida de 60 cm de diámetro. ¿Qué fuerza de entrada se requiere para proporcionar una fuerza total de salida capaz de levantar un automóvil de 950 kg?

Plan: Para calcular la fuerza de entrada, primero use los diámetros de los émbolos con el fin de determinar la ventaja mecánica ideal de la ecuación (7.15). Suponga que la fricción es insignificante y recuerde que el área de cada émbolo es $\pi d^2/4$. La fuerza de entrada necesaria puede determinarse a partir del valor calculado de M_I.

Solución: La ventaja mecánica ideal es

$$M_I = \frac{A_o}{A_i} = \frac{\pi d_o^2/4}{\pi d_i^2/4} = \frac{d_o^2}{d_i^2}; \qquad M_I = \left(\frac{d_o}{d_i}\right)^2$$

$$M_I = \left(\frac{60\text{ cm}}{5\text{ cm}}\right)^2 = 144$$

La fuerza de salida necesaria es $F_o = W = mg$, por tanto al resolver la ecuación (7.15) para F_i obtenemos

$$M_i = \frac{F_o}{F_i} = \frac{mg}{F_i} \qquad \text{o} \qquad F_i = \frac{mg}{M_I}$$

$$F_i = \frac{(950\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(1\text{ m})}{144} = 64.7\text{ N}$$

El principio de la prensa hidráulica se aprovecha en múltiples dispositivos mecánicos y de ingeniería. Entre los ejemplos más comunes están: la dirección hidráulica de vehículos (servodirección), el gato hidráulico, los amortiguadores y el sistema de frenos de los automóviles.

7.11 Principio de Arquímedes

Cualquier persona familiarizada con la natación y otros deportes acuáticos ha observado que los objetos parecen perder peso cuando se sumergen en el agua. En realidad, el objeto puede incluso flotar en la superficie debido a la presión hacia arriba ejercida por el agua. Un antiguo matemático griego, Arquímedes (287-212 a. C.), fue el primero que estudió el empuje vertical hacia arriba ejercido por los fluidos. El ***principio de Arquímedes*** se enuncia en la siguiente forma:

> Un objeto que se encuentra parcial o totalmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascendente (empuje) igual al peso del fluido desalojado.

El principio de Arquímedes se puede demostrar estudiando las fuerzas que ejerce el fluido sobre un cuerpo que se encuentra suspendido en él. Considere un disco de área A y de altura H que está totalmente sumergido en un fluido, como se muestra en la figura 7.18. Recuerde que la presión a cualquier profundidad h en el fluido está dada por

$$P = \rho g h$$

FÍSICA HOY

Puede probar el principio de Arquímedes al sumergir un objeto en un fluido como el agua. Si el objeto no es tan denso como el fluido, se sumergirá sólo hasta el punto en el cual se ha desplazado suficiente agua para igualar el peso del objeto. El volumen del agua desplazada y el peso del objeto serán iguales.

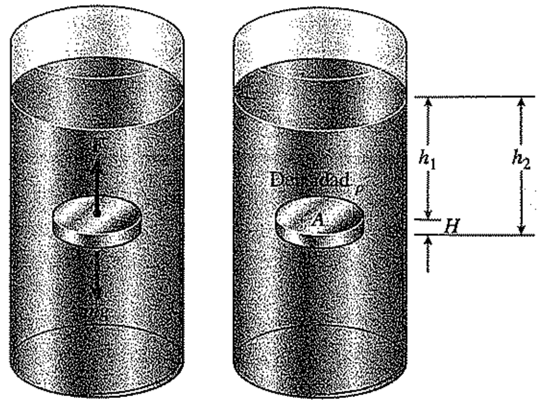


Figura 7.18 El empuje que se ejerce sobre el disco es igual al peso del fluido que se desplaza.

donde ρ es la densidad de masa del fluido y g es la aceleración debida a la gravedad. Por supuesto, si deseamos representar la presión absoluta dentro del fluido, tenemos que sumar también la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total hacia abajo P_1 ejercida sobre la parte superior del disco, según la figura 7.18, es, por lo tanto:

$$P_1 = P_a + \rho g h_1 \qquad \text{(hacia abajo)}$$

donde P_a es la presión atmosférica y h_1 es la profundidad en la parte superior del disco. En forma similar, la presión hacia arriba P_2 en la parte inferior del disco es

$$P_2 = P_a + \rho g h_2 \qquad \text{(hacia arriba)}$$

donde h_2 es la profundidad medida en la parte inferior del disco. Puesto que h_2 es mayor que h_1, la presión registrada en la parte inferior del disco es mayor que la presión en su parte superior, lo cual da por resultado una fuerza neta hacia arriba. Si representamos la fuerza hacia abajo como F_1 y la fuerza hacia arriba como F_2, podemos escribir

$$F_1 = P_1 A \qquad F_2 = P_2 A$$

La fuerza neta hacia arriba ejercida *por* el fluido *sobre* el disco se llama ***empuje*** y está dada por:

$$\begin{aligned} F_B &= F_2 - F_1 = A(P_2 - P_1) \\ &= A(P_a + \rho g h_2 - P_a - \rho g h_1) \\ &= A\rho g(h_2 - h_1) = A\rho g H \end{aligned}$$

donde $H = h_2 - h_1$ es la altura del disco. Finalmente, si recordamos que el volumen del disco es $V = AH$, obtenemos este importante resultado:

$$F_B = \rho g V = mg \tag{7.18}$$

empuje = peso del fluido desalojado

que es el principio de Arquímedes.

Al aplicar este resultado debemos recordar que la ecuación (7.18) nos permite calcular únicamente el *empuje ocasionado* por la diferencia de presiones. No representa en realidad la fuerza resultante. Un cuerpo se sumergirá si el peso del fluido que desaloja (el empuje) es menor que el peso de dicho cuerpo. Si el peso del fluido desalojado es exactamente igual al peso del cuerpo sumergido, éste ni se hunde ni se va hasta arriba. En este caso, el cuerpo estará en equilibrio. Si el peso del fluido desalojado excede el peso del cuerpo sumergido, éste último se elevará hasta la superficie y flotará. Cuando el cuerpo flota y alcanza el equilibrio en la superficie, desplazará su propio peso de líquido. La figura 7.19 demuestra esto mediante el uso de un recipiente cilíndrico con vertedero y un vaso para recibir el fluido desalojado por un bloque de madera.

FÍSICA HOY

El tornillo de Arquímedes

Una invención de Arquímedes puede ponerse en práctica a gran escala en los parques acuáticos futuros. El tornillo de Arquímedes es un tornillo helicoidal que gira y lleva agua cuesta arriba. El Aquavator, un tubo de tornillo helicoidal de 40 ft de altura, se sumerge en un depósito de agua en el cual las personas esperan a que el agua llegue a la cima de una resbaladilla de agua. Las personas flotan en el tubo en el fondo. El tubo gira y las personas suben lentamente en el agua capturada flotando hasta la parte superior donde se les suelta directamente en la resbaladilla de agua.

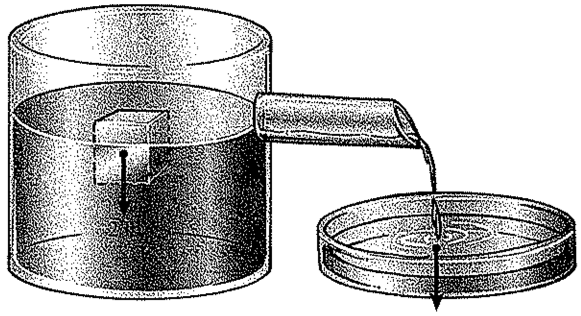


Figura 7.19 Un cuerpo que flota desaloja su propio peso de fluido.

Ejemplo 7.11

Un corcho tiene un volumen de 4 cm³ y una densidad de 207 kg/m³. (a) ¿Qué volumen del corcho se encuentra bajo la superficie cuando éste flota en agua? (b) ¿Qué fuerza hacia abajo es necesaria para sumergirlo por completo?

Plan: El corcho desplaza un volumen de agua igual a su propio peso. Use la densidad y el volumen del corcho para calcular su peso. Luego aplique el principio de Arquímedes para hallar el volumen de agua requerido para proporcionar un volumen igual al peso del corcho. Ese volumen de agua también es igual al volumen del corcho bajo la superficie. En la parte (a), el empuje debe ser igual a la suma del peso del bloque y la fuerza descendente que sumerge el bloque en la superficie. Por tanto, necesita determinar el empuje sobre el corcho completamente sumergido y luego restar el peso del corcho para calcular la fuerza adicional necesaria para mantenerlo sumergido.

Solución (a): La densidad del corcho es 207 kg/m³, y su volumen es 4 cm³. Recuerde que 1 cm³ = 1×10^{-6} m³. Calcularemos el peso de 4×10^{-6} m³ del corcho.

$$\rho = \frac{m}{V}; \qquad m = \frac{W}{g}$$

por tanto

$$\rho = \frac{W}{gV} \qquad \begin{aligned} W &= \rho g V = (207\ \text{kg/m}^3)(9.8\ \text{m/s}^2)(4 \times 10^{-6}\ \text{m}^3) \\ &= 8.11 \times 10^{-3}\ \text{N} \end{aligned}$$

Ahora bien, como el mismo peso de agua se desplaza, $W = \rho_w g V$, vemos que

$$\begin{aligned} V_w &= \frac{W}{\rho g} = \frac{8.11 \times 10^{-3}\ \text{N}}{(1\,000\ \text{kg/m}^3)(9.8\ \text{m/s}^2)} \\ &= 8.28 \times 10^{-7}\ \text{m}^3 \quad \text{o} \quad 0.828\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Por tanto, el volumen del corcho bajo el agua es también 0.828 cm³.

Si el área de la superficie flotante fuera conocida, se podría calcular a qué profundidad se sumergiría el corcho en el agua. Observe que aproximadamente el 21 por ciento del corcho se encuentra bajo el agua. Como ejercicio, demuestre que la fracción de volumen sumergida es igual a la gravedad específica de un objeto.

Solución (b): Cuando el corcho se sumerge, el equilibrio exige que las fuerzas estén balanceadas.

La suma de estas fuerzas descendentes es igual al empuje F_B. Por tanto

$$F + W = F_B$$

La fuerza descendente necesaria F es por lo tanto igual a la diferencia entre el empuje y el peso del corcho.

$$F = F_B - W$$

Por el principio de Arquímedes tenemos que el empuje es el peso de 4 cm^3 de agua.

$$F_B = \rho g V = (1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(4 \times 10^{-6} \text{ m}^3)$$
$$= 39.2 \times 10^{-3} \text{ N}$$

La fuerza requerida F para sumergir el corcho es

$$F = 39.2 \times 10^{-3} \text{ N} - 8.11 \times 10^{-3} \text{ N}$$
$$= 31.1 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Ejemplo 7.12

Un globo meteorológico requiere operar a una altitud donde la densidad del aire es 0.9 kg/m^3. A esa altitud, el globo tiene un volumen de 20 m^3 y está lleno de helio (ρHe = 0.178 kg/m^3). Si la bolsa del globo pesa 118 N, ¿qué carga es capaz de soportar a este nivel?

Plan: El globo entrará en equilibrio y se volverá estable cuando la fuerza ascendente ejercida él sea igual a las fuerzas descendentes debidas a los pesos de la carga, la bolsa del globo y el helio dentro de él. Primero calcule el empuje debido al desalojo de aire, luego halle el peso del helio dentro del globo.

La carga que puede soportarse se determina según el peso requerido para producir el equilibrio.

Solución: El empuje es igual al peso del aire desalojado. Por lo tanto,

$$F_B = \rho_{\text{aire}} g V = (0.9 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}^3)$$
$$= 176 \text{ N}$$

El peso del helio contenido es

$$W_{\text{He}} = \rho_{\text{He}} g V_{\text{He}} = (0.178 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}^3)$$
$$= 34.9 \text{ N}$$

Las fuerzas verticales se equilibran, por lo que

$$F_B = W_L + W_{\text{He}} + W_{\text{globo}}$$

Al resolver para W_L tenemos

$$W_L = F_B - W_{\text{He}} - W_{\text{globo}}$$
$$= 176 \text{ N} - 34.9 \text{ N} - 88 \text{ N}$$
$$= 53.1 \text{ N}$$

Los globos grandes pueden conservar una condición de equilibrio a cualquier altitud mediante el ajuste de su peso o del empuje. El peso puede aligerarse soltando lastre que sirve para ese propósito. El empuje puede disminuir, dejando salir gas del globo, o aumentar insuflando gas al globo flexible. Los globos de aire caliente usan la baja densidad del aire caliente para poder flotar.

Estrategia para resolver problemas

Fluidos en reposo

1. Dibuje una figura y márquela con las cantidades proporcionadas y las que deben calcularse. Use unidades congruentes para el área, el volumen, la densidad y la presión.
2. No confunda presión *absoluta* con presión *manométrica* o densidad con *peso* específico. Debe usar la presión absoluta a menos que el problema incluya una *diferencia* de presión. Tenga cuidado con las unidades si intenta usar peso específico, que es *fuerza* por unidad de volumen.
3. La diferencia de presión entre dos puntos es proporcional a la densidad del fluido y a la profundidad en el fluido:

$$P_2 - P_1 = \rho g h \qquad \rho = \frac{m}{V} \qquad P = \frac{F}{A}$$

4. El principio de Arquímedes establece que un objeto total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza hacia arriba (empuje), igual al peso del fluido desalojado:

$$F_B = mg = \rho g V \qquad (\textit{empuje})$$

5. Recuerde que el empuje depende tanto de la densidad del *fluido desalojado* como del volumen del mismo. No tiene ninguna relación con la masa o la densidad del objeto sumergido en el fluido. Si el objeto se encuentra *totalmente* sumergido, el volumen del objeto y el fluido desplazados son iguales. Este hecho puede aprovecharse para determinar el empuje en esos casos.
6. Para un objeto que está *flotando* en el fluido, el empuje debe ser igual al peso del objeto. Esto significa que el peso del objeto debe ser igual al peso del *fluido desalojado*. Por consiguiente, podemos escribir:

$$m_x g = m_f g \qquad \text{o} \qquad \rho_x V_x = \rho_f V_f$$

El subíndice x se refiere al objeto que flota y el subíndice f se refiere al fluido desalojado. Por ejemplo, si un objeto con un volumen de 3 m^3 flota con dos tercios de su volumen sumergido, entonces $V_x = 3\ m^3$ y $V_f = 2\ m^3$.

7.12 Flujo de fluidos

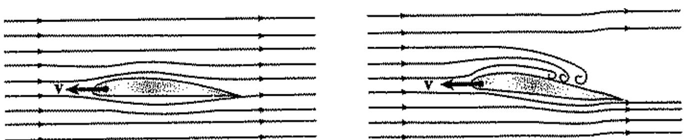
Hasta ahora, nuestro estudio de los fluidos se ha restringido a condiciones de reposo, que son considerablemente más sencillas que el estudio de fluidos en movimiento. Las dificultades matemáticas a las que hay que enfrentarse cuando se intenta describir el movimiento de un fluido son formidables. La tarea se facilitará si establecemos ciertas suposiciones. Ante todo, consideraremos que todos los fluidos en movimiento muestran una corriente laminar o ***flujo aerodinámico***.

> El flujo aerodinámico es el movimiento de un fluido en el cual cada partícula en el fluido sigue la misma trayectoria (pasa por un punto particular) que siguió la partícula anterior.

La figura 7.20 muestra las *líneas de corriente* de flujo de aire que pasan por dos obstáculos estacionarios. Observe que las líneas de corriente se rompen cuando el aire pasa sobre el segundo obstáculo, generando corriente turbulenta y remolinos. Estos pequeños remolinos representan el ***flujo turbulento*** y absorben gran parte de la energía del fluido, incrementando el arrastre por fricción a través del fluido.

Vamos a considerar, además, que los fluidos son incompresibles y que no presentan una fricción interna apreciable. En estas condiciones, se pueden hacer algunas predicciones acerca de la *razón de flujo del fluido* (gasto) a lo largo de una tubería o de otro recipiente.

> El flujo del fluido (gasto) se define como el volumen de fluido que pasa a través de cierta sección transversal en una unidad de tiempo.



(a) (b)

Figura 7.20 Flujos laminar y turbulento en la trayectoria de un fluido.

FÍSICA HOY

¿Bates de béisbol con hoyuelos?
Tal vez haya visto o incluso probado un nuevo tipo de bate de béisbol que tiene hoyuelos a lo largo del mismo, parecidos a los de una pelota de golf. Estos hoyuelos en realidad ayudan al bate a balancearse más rápido por el aire debido a la dinámica de fluidos. Los hoyuelos provocan una turbulencia microscópica que a su vez genera un flujo aerodinámico más global.

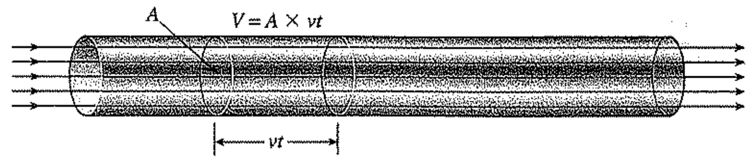


Figura 7.21 Cálculo de la velocidad de un fluido que circula por un tubo.

Para expresar esta razón en forma cuantitativa, consideraremos el caso de un líquido que fluye a lo largo de una tubería como la que se ilustra en la figura 7.21, con una velocidad media v. En un espacio de tiempo t, cada partícula en la corriente se mueve a través de una distancia vt. El volumen V que fluye a través de la sección transversal A está dado por

$$V = Avt$$

Por lo tanto, el ***gasto*** (volumen por unidad de tiempo) se puede calcular partiendo de

$$R = \frac{Avt}{t} = vA \tag{7.19}$$

Gasto = velocidad × sección transversal

Las unidades de R expresan la relación de una unidad de volumen entre una unidad de tiempo. Ejemplos frecuentes de esto son: pies cúbicos por segundo, metros cúbicos por segundo, litros por segundo y galones por minuto.

Si el fluido es incompresible y no tomamos en cuenta los efectos de la fricción interna, el gasto R permanecerá constante. Esto significa que una variación en la sección transversal en la tubería, como se muestra en la figura 7.22, da por resultado un cambio en la rapidez del líquido, de tal modo que el producto vA permanece constante. Simbólicamente escribimos

$$R = v_1A_1 = v_2A_2 \tag{7.20}$$

Un líquido fluye con más rapidez a través de una sección estrecha de tubería y más lentamente a través de secciones más amplias. Este principio es la causa de que el agua fluya más rápido en las partes de un arroyo donde sus orillas están más cercanas entre sí.

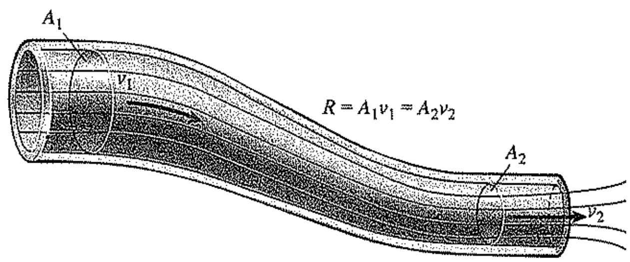


Figura 7.22 En el flujo laminar, el producto de la velocidad del fluido por el área de la sección transversal del tubo es constante en cualquier punto.

Ejemplo 7.13

El agua fluye a través de una manguera de hule de 2 cm de diámetro a una velocidad de 4 m/s. (a) ¿Qué diámetro debe tener el chorro si el agua sale a 20 m/s? (b) ¿Cuál es el gasto en metros cúbicos por minuto?

Plan: El gasto debe ser el mismo tanto en la manguera como a través del chorro, así que $A_1v_1 = A_2v_2$. A partir de esto, determine la velocidad a través del chorro. Después de calcular el área de cualquier abertura, multiplique por la velocidad para hallar el gasto.

Solución (a): Como el área A es proporcional al cuadrado del diámetro, podemos escribir

$$d_1^2v_1 = d_2^2v_2 \qquad \text{o} \qquad d_2^2 = \frac{v_1d_1^2}{v_2}$$

A partir de lo cual

$$d_2 = \sqrt{\frac{v_1 d_1^2}{v_2}} = \sqrt{\frac{(4 \text{ m/s})(2 \text{ cm})^2}{(20 \text{ m/s})}}$$

$$= \sqrt{0.80 \text{ cm}^2} = 0.894 \text{ cm}$$

Solución (b): Para calcular el gasto, primero debemos determinar el área de la manguera de 2 cm de diámetro.

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi(2 \text{ cm})^2}{4} = 3.14 \text{ cm}^2$$

$$= 3.14 \text{ cm}^2 \left(\frac{1 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{1 \text{ cm}^2}\right) = 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

El gasto es $R = A_1 v_1$, así que

$$R = (3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(4 \text{ m/s}) = 1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= (1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})(60 \text{ s/min}) = 0.0754 \text{ m}^3/\text{min}$$

El mismo valor debe obtenerse considerando el producto $A_2 v_2$.

Estrategia para resolver problemas

Problemas sobre gasto

1. Lea el problema cuidadosamente, y, después de dibujar un esquema, elabore una lista con la información proporcionada.
2. Recuerde que el gasto R representa el volumen del fluido que pasa por una determinada sección transversal por unidad de tiempo.
3. Cuando un volumen de fluido pasa de una sección transversal A_1 a otra A_2, el gasto no cambia.

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Asegúrese de utilizar unidades congruentes para el volumen y el área.

4. Puesto que el área A de una tubería es proporcional al cuadrado de su diámetro d, una forma más útil de expresar la ecuación anterior puede ser:

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

5. Las unidades elegidas para la velocidad o el diámetro en una sección de la tubería deben ser las mismas que se usen en la segunda sección de ésta.

7.13 Presión y velocidad

Hemos observado que la velocidad de un fluido aumenta cuando fluye a través de un angostamiento. Un incremento en la velocidad únicamente se puede deber a la presencia de una fuerza de aceleración. Para acelerar un líquido que entra al angostamiento, la fuerza de empuje proveniente de la sección transversal amplia debe ser mayor que la fuerza de resistencia del angostamiento. En otras palabras, la presión en los puntos A y C en la figura 7.23 debe ser mayor que la presión en B. Los tubos insertados en la tubería sobre dichos puntos indican claramente la diferencia de presión. El nivel del fluido en el tubo situado sobre la parte angosta es más bajo que el nivel en las áreas adyacentes. Si h es la diferencia de altura, la diferencia de presión está dada por

$$P_A - P_B = \rho g h \tag{7.21}$$

Esto es cierto si se supone que la tubería está en posición horizontal y que no se producen cambios de presión debido al cambio de energía potencial.

El ejemplo anterior, como se muestra en la figura 7.23, muestra el principio del *medidor venturi*. Partiendo de la determinación de la diferencia de la presión, este dispositivo hace posible el cálculo de la velocidad del agua en una tubería horizontal.

FÍSICA HOY

Las válvulas de corazón son una de las maravillosas proezas de la ingeniería. En la actualidad, las válvulas dañadas o mal formadas pueden ser remplazadas por una válvula de corazón artificial. Los distintos diseños reflejan los problemas que enfrenta el flujo de fluidos en el cuerpo. La válvula de pivote abierto utiliza dos ejes de medio círculo hechos de carbón pirolítico dentro de un recubrimiento de teflón con un disco endurecedor de titanio. El objetivo es reducir la turbulencia al abrir más la válvula que si se tuviera una sola puerta circular. La turbulencia en el flujo sanguíneo significa energía desperdiciada y también provoca la ruptura de las células sanguíneas y puede debilitar a la válvula en forma prematura al mover partículas como resultado de los latidos. Otro diseño es el disco individual, que el cirujano puede rotar para reducir la turbulencia al mínimo. Con solo un punto de pivote y una parte en movimiento (caso contrario al pivote abierto), esta válvula de corazón podría ser más duradera. Una cosa es cierta: ¡nadie quiere una válvula que falle bajo la carga de presión de un corazón que palpita!

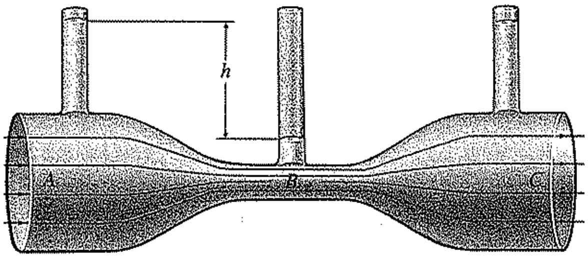


Figura 7.23 El incremento de la velocidad de un fluido que se desplaza a través de una sección más estrecha de un tubo provoca una caída en la presión.

El ***efecto venturi*** tiene muchas otras aplicaciones tanto para líquidos como para gases. El carburador de un automóvil utiliza el principio venturi para mezclar vapor de gasolina y aire. El aire que pasa a través de un angostamiento en su camino hacia los cilindros origina un área de baja presión a medida que aumenta su velocidad. La disminución en la presión se usa para enviar combustible a la columna de aire, donde se vaporiza rápidamente.

La figura 7.24 muestra dos métodos que se pueden usar para demostrar la disminución de la presión debida al aumento de velocidad. Un ejemplo más sencillo consiste en soplar aire por encima de la superficie de una hoja de papel, como se puede ver en la figura 7.24a. La presión en la corriente de aire por encima del papel se reducirá. Esto permite que el exceso de presión en la parte inferior empuje el papel hacia arriba.

Una segunda demostración requiere de un carrete, un disco de cartulina y un alfiler (figura 7.24b). El alfiler se clava a través del disco de cartulina y se coloca en uno de los extremos del carrete, como muestra la figura. Si se sopla a través del extremo abierto, descubrirá que el disco se adhiere más al otro extremo. Uno esperaría que el disco de cartulina se despegara de inmediato. La explicación es que el aire que fue soplado en el carrete debe escapar a través del estrecho espacio entre el disco y el extremo del carrete. Esta acción crea un área de baja presión, lo que permite que la presión atmosférica externa empuje el disco contra el carrete.

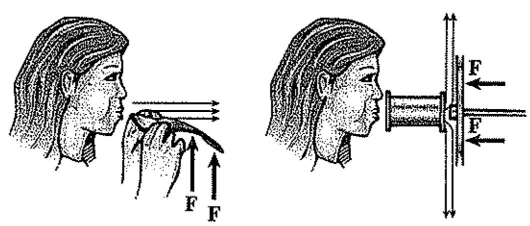


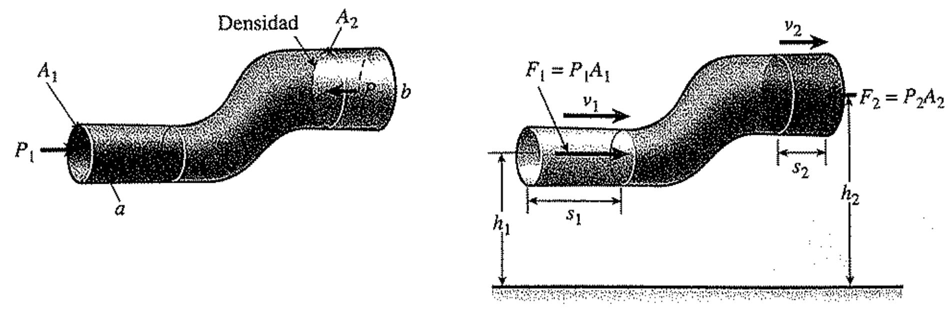
Figura 7.24 Demostraciones de la disminución de presión que resulta de un incremento en la rapidez del aire.

7.14 Ecuación de Bernoulli

En nuestro estudio sobre fluidos, hemos destacado cuatro parámetros: la presión P, la densidad ρ, la velocidad v y la altura h sobre algún nivel de referencia. El primero en establecer la relación entre estas cantidades y su capacidad para describir fluidos en movimiento fue el matemático suizo Daniel Bernoulli (1700-1782). Los pasos que condujeron al desarrollo de esta relación fundamental se pueden comprender considerando la figura 7.25.

Puesto que un fluido tiene masa, debe obedecer a las mismas leyes de la conservación establecidas para los sólidos. En consecuencia, el trabajo necesario para mover cierto volumen de fluido a lo largo de la tubería debe ser igual al cambio total en energía potencial y cinética. Consideremos el trabajo requerido para mover el fluido del punto a al punto b en la figura 7.25a. El trabajo neto debe ser la suma del trabajo realizado por la fuerza de entrada $\mathbf{F}_1$ y el trabajo negativo efectuado por la fuerza de resistencia $\mathbf{F}_2$.

$$\text{Trabajo neto} = F_1 s_1 - F_2 s_2$$



(a) (b)

Figura 7.25 Deducción de la ecuación de Bernoulli.

Pero $F_1 = P_1A_1$ y $F_2 = P_2A_2$, de modo que

$$\text{Trabajo neto} = P_1A_1s_1 - P_2A_2s_2$$

El producto del área y la distancia representa el volumen V del fluido que se mueve a través de la tubería. Como este volumen es el mismo en la parte inferior que en la parte superior de la tubería, podemos sustituir

$$V = A_1s_1 = A_2s_2$$

y obtener

$$\text{Trabajo neto} = P_1V - P_2V = (P_1 - P_2)V$$

La energía cinética E_k de un fluido se define como $\frac{1}{2}mv^2$, donde m es la masa del fluido y v es su velocidad. Como la masa permanece constante, únicamente hay un cambio en la energía cinética ΔE_k debido a la diferencia de velocidad del fluido. En nuestro ejemplo, el cambio en la energía cinética es

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

La energía potencial de un fluido a una altura h sobre algún punto de referencia se define como mgh, donde mg representa el peso del fluido. El volumen del fluido que se mueve a lo largo de la tubería es constante. Por consiguiente, el cambio en la energía potencial ΔE_p es el resultado del incremento de altura del fluido de h_1 a h_2:

$$\Delta E_p = mgh_2 - mgh_1$$

Ahora estamos preparados para aplicar el principio de la conservación de la energía. El trabajo neto realizado sobre el sistema debe ser igual a la suma de los incrementos en energía cinética y energía potencial. Por tanto,

$$\text{Trabajo neto} = \Delta K + \Delta U$$

$$(P_1 - P_2)V = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right) + (mgh_2 - mgh_1)$$

Si la densidad del fluido es ρ, podemos sustituir $V = m/\rho$, lo que nos da

$$(P_1 - P_2)\frac{m}{\rho} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_2 - mgh_1$$

Si se multiplica por ρ/m y se reordenan los términos se obtiene la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad \textbf{(7.22)}$$

En vista de que los subíndices 1 y 2 se refieren a dos puntos cualesquiera, la ***ecuación de Bernoulli*** se puede enunciar en una forma más simple como

$$P + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \qquad \textit{Ecuación de Bernoulli} \quad \textbf{(7.23)}$$

FÍSICA HOY

Un búmeran vuela en círculo debido a la forma y curvatura de sus brazos. El borde exterior del brazo superior y el borde interior del brazo inferior crean un plano aerodinámico. Cuando se lanza el búmeran, la presión del aire empuja hacia la izquierda, formando un momento de torsión. Como la presión del aire está dirigida hasta un lado, la aceleración centrípeta impulsa al búmeran en su trayectoria circular.

La ecuación de Bernoulli se aplica en casi todos los aspectos del flujo de fluidos. La presión P debe reconocerse como la presión *absoluta* y no la presión *manométrica*. Recuerde que ρ es la densidad y no el peso específico del fluido. Observe que las unidades de cada término de la ecuación de Bernoulli son unidades de presión.

7.15 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

En gran número de situaciones físicas, la velocidad, la altura o la presión de un fluido son constantes. En tales casos, la ecuación de Bernoulli adquiere una forma más simple. Por ejemplo, cuando un líquido es estacionario, tanto v_1 como v_2 valen cero. La ecuación de Bernoulli nos mostrará que la diferencia de presiones es

$$P_2 - P_1 = \rho g(h_1 - h_2) \tag{7.24}$$

Esta ecuación es idéntica a la relación estudiada para fluidos en reposo.

Otro resultado importante se presenta cuando no hay cambio en la presión ($P_1 = P_2$). En la figura 7.26 un líquido sale de un orificio situado cerca del fondo de un tanque abierto. Su velocidad cuando sale del orificio puede determinarse a partir de la ecuación de Bernoulli. Debemos suponer que el nivel del líquido en el tanque desciende lentamente en comparación con la velocidad de salida, de tal modo que la velocidad v_2 en la parte superior puede considerarse cero. Además, debe tomarse en cuenta que la presión del líquido tanto en la parte superior como en el orificio es igual a la presión atmosférica. Entonces, $P_1 = P_2$ y $v_2 = 0$, lo que reduce la ecuación de Bernoulli a

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g h_2$$

o bien

$$v_1^2 = 2g(h_2 - h_1) = 2gh$$

Esta relación se conoce como ***teorema de Torricelli***:

$$v = \sqrt{2gh} \tag{7.25}$$

Note que la velocidad de salida de un líquido a la profundidad h es la misma que la de un objeto que se dejara caer del reposo desde una altura h.

El gasto al cual un líquido fluye desde un orificio está dada por vA según la ecuación (7.19). La relación de Torricelli nos permite expresar el gasto en términos de la altura del líquido sobre el orificio. Por tanto,

$$R = vA = A\sqrt{2gh} \tag{7.26}$$

FÍSICA HOY

Delfines eléctricos
Los delfines logran una eficiencia de propulsión sorprendente mientras nadan. Los científicos estudiosos de la dinámica de fluidos han creído durante mucho tiempo que los delfines controlan la turbulencia al mover su piel. Al aplicar esta teoría a los aviones, la fuerza aérea de Estados Unidos usa micromáquinas para circuitos integrados y microsensores que convierten las alas de los aviones en una sensible piel electrónica que podría reducir el arrastre de la turbulencia.

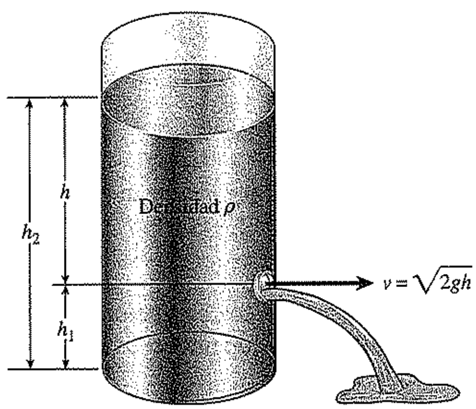


Figura 7.26 Teorema de Torricelli.

Ejemplo 7.14 Una fisura en un tanque de agua tiene un área de sección transversal de 1 cm^2. ¿A qué rapidez sale el agua del tanque si el nivel del agua en éste es de 4 m sobre la abertura?

Solución: El área $A = 1\ cm^2 = 10^{-4}\ m^2$ y la altura $h = 4$ m. Sustituyendo estos valores directamente en la ecuación (15.18) se tiene

$$R = A\sqrt{2gh} = (10^{-4}\ m^2)\sqrt{(2)(9.8\ m/s^2)(4\ m)}$$
$$= (10^{-4}\ m^2)(8.85\ m/s) = 8.85 \times 10^{-4}\ m^3/s$$

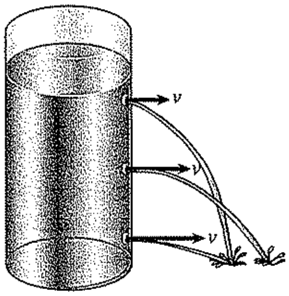


Figura 7.27 La velocidad de descarga aumenta con la profundidad por debajo de la superficie, pero el alcance es máximo en el punto medio.

Un ejemplo interesante para demostrar el principio de Torricelli se muestra en la figura 7.27. La velocidad de descarga aumenta con la profundidad. Observe que el alcance máximo se logra cuando la abertura se encuentra a la mitad de la columna de agua. Aunque la velocidad de descarga aumenta por debajo del punto medio, el agua golpea el piso más cerca. Esto ocurre porque llega al piso más pronto. Las perforaciones equidistantes por encima y por debajo del punto medio tendrán el mismo alcance horizontal.

Como una aplicación final, considere el efecto venturi que describe el movimiento de un fluido a lo largo de un angostamiento. Si la tubería de la figura 7.28 es horizontal, podemos establecer que $h_1 = h_2$ en la ecuación de Bernoulli, lo que nos da

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (7.27)$$

Puesto que v_1 es mayor que v_2, se deduce que la presión P_1 debe ser menor que la presión P_2 para que se satisfaga la ecuación (7.27). Esta relación entre la velocidad y la presión ya se ha estudiado.

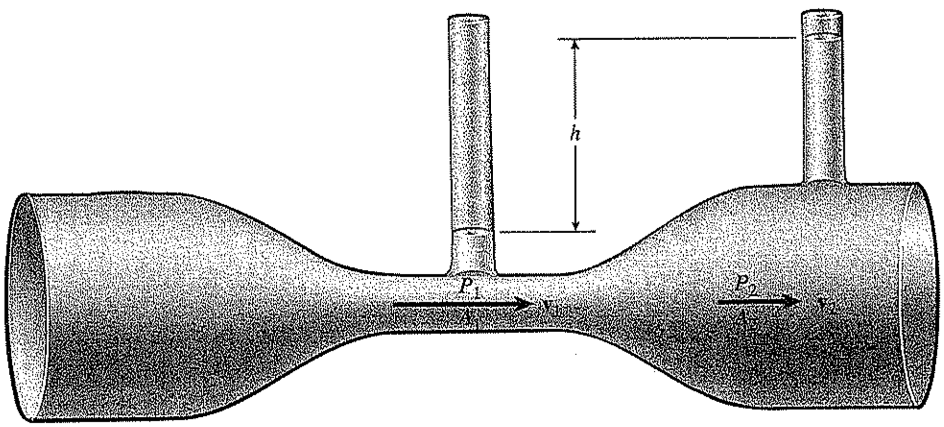


Figura 7.28 Flujo de un fluido a lo largo de un estrechamiento en una tubería horizontal.

Estrategia para resolver problemas

Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

1. Lea el problema detalladamente y dibuje un esquema indicando en él la información proporcionada como datos. Asegúrese de que las unidades sean congruentes en el caso de la presión, la altura y la densidad.
2. La altura h de un fluido se mide partiendo de un punto de referencia común al centro de masa del fluido. Por ejemplo, un angostamiento en una tubería horizontal como en la figura (7.28) *no* representa un cambio en altura ($h_1 = h_2$).
3. En la ecuación de Bernoulli, la densidad ρ es densidad de masa y las unidades apropiadas son kg/m^3 y $slug/ft^3$.

Estrategia para resolver problemas

4. Escriba la ecuación de Bernoulli para el problema y simplifique eliminando aquellos factores que no cambian:

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

5. Para un fluido estacionario $v_1 = v_2$ y el tercer término de cada lado se elimina; los términos de en medio desaparecen para una tubería horizontal ($h_1 = h_2$), y, si no hay cambio en la presión ($P_1 = P_2$), los primeros términos no aparecen y el resultado es el teorema de Torricelli (ecuación 7.25). Consulte las ecuaciones que aparecen en el resumen.
6. Sustituya las cantidades proporcionadas como datos y despeje la que no se conoce.

Ejemplo 7.15

Por un tubo venturi como el de la figura 7.28 fluye agua a una velocidad de $v_1 = 4$ m/s. Si $h = 8$ cm, ¿cuál será la velocidad de salida v_2 cuando fluye hacia el tubo más grande?

Plan: Primero calcule la diferencia de presión entre la región más estrecha y más amplia con base en la diferencia de alturas h del líquido. Luego, aplique la ecuación de Bernoulli para el flujo de fluido horizontal con el fin de hallar otra expresión para la diferencia en la presión. Usando las otras ecuaciones, puede evitar la necesidad de conocer la presión y resolver para la velocidad de salida.

Solución: La diferencia de presión, a partir de la ecuación (7.21), es

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

Usando la ecuación de Bernoulli donde el centro del flujo de fluido no cambia, tenemos

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Al combinar estas dos ecuaciones, obtenemos

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Multiplicando por 2 y dividiendo entre la densidad ρ, se puede simplificar esta expresión:

$$2gh = v_1^2 - v_2^2$$

Note que esta relación es similar a la de la caída libre de un cuerpo. Ahora se puede resolver esta ecuación para la velocidad de salida v_2.

$$v_2^2 = v_1^2 - 2gh \qquad \text{o} \qquad v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh}$$

$$v_2 = \sqrt{(4\text{ m/s})^2 - 2(9.8\text{ m/s}^2)(0.08\text{ m})} = \sqrt{14.4\text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v_2 = 3.80\text{ m/s}$$

La velocidad es menor en la tubería que tiene una sección transversal más grande.

En el ejemplo anterior, la densidad ρ del fluido no participó en nuestros cálculos debido a que la densidad del fluido en el angostamiento fue la misma que en la sección transversal más grande. En este tipo de aplicaciones se debe recordar que la densidad ρ en la ecuación de Bernoulli es la *densidad de masa* y no el peso específico.

Resumen y repaso

Resumen

La presente unidad está dividida en tres partes. En la primera, se exponen las propiedades elásticas de la materia y los efectos del esfuerzo sobre los sólidos. En la segunda parte se presentan los conceptos y las leyes que explican fenómenos relacionados con los fluidos en reposo. En la tercera parte, se estudian los fluidos en movimiento y se ven algunas aplicaciones del principio de Bernoulli. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad:

- Según la *ley de Hooke*, un cuerpo elástico se deforma o se alarga en una cantidad s cuando se le aplica una fuerza **F**. La constante de proporcionalidad k es la *constante de elasticidad:*

$$\boxed{F = ks \qquad k = \frac{F}{s} \qquad \textit{Ley de Hooke}}$$

- El esfuerzo es la relación entre una fuerza aplicada y el área sobre la cual actúa. La *deformación* es el cambio relativo de dimensiones resultante del esfuerzo.

  Por ejemplo,

$$\text{Esfuerzo longitudinal} = \frac{F}{A}$$

$$\text{Deformación longitudinal} = \frac{\Delta l}{l}$$

- El *módulo de elasticidad* es la relación constante entre el esfuerzo y la deformación:

$$\textit{Módulo de elasticidad} = \frac{\textit{esfuerzo}}{\textit{deformación}}$$

- El *módulo de Young* Y permite calcular deformaciones longitudinales:

$$\boxed{Y = \frac{F/A}{\Delta l/l}}$$

o

$$\boxed{Y = \frac{Fl}{A \cdot \Delta l} \qquad \textit{Módulo de Young}}$$

- El esfuerzo cortante se presenta cuando se produce una deformación angular ϕ:

$$\boxed{S = \frac{F/A}{\tan \phi}}$$

o

$$\boxed{S = \frac{F/A}{d/l} \qquad \textit{Módulo de corte}}$$

- Siempre que la aplicación de un esfuerzo provoca un cambio de volumen ΔV, es necesario aplicar el *módulo volumétrico B*, que se calcula con la expresión

$$\boxed{B = -\frac{F/A}{\Delta V/V} \qquad \textit{Módulo volumétrico}}$$

  El recíproco del módulo volumétrico se conoce como compresibilidad.

- Una propiedad física importante de la materia es la *densidad*. El peso específico D y la densidad ρ se definen en la siguiente forma:

$$\textit{Peso específico} = \frac{\textit{peso}}{\textit{volumen}} \qquad \boxed{D = \frac{w}{V}}$$

  N/m^3 o bien lb/ft^3

$$\textit{Densidad} = \frac{\textit{masa}}{\textit{volumen}} \qquad \boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

  kg/m^3 o bien $slug/ft^3$

- Dado que $W = mg$, la relación entre D y ρ es:

$$\boxed{D = \rho g}$$

$$\textit{Peso específico} = \textit{densidad} \times \textit{gravedad}$$

- Puntos importantes que conviene recordar acerca de la presión de fluidos:
  - Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene siempre son perpendiculares a dichas paredes.
  - La presión de un fluido es directamente proporcional a su profundidad y a su densidad.

$$\boxed{P = \frac{F}{A} \qquad P = Dh \qquad P = \rho gh}$$

  - A cualquier profundidad particular, la presión del fluido es la misma en todas las direcciones.
  - La presión de un fluido es independiente de la forma o el área del recipiente que lo contiene.

- La ley de Pascal establece que *una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del líquido.*
- Cuando mida presiones de fluidos, asegúrese de distinguir entre la presión *absoluta* y la presión *manométrica:*

Presión absoluta
$= \textit{presión manométrica} + \textit{presión atmosférica}$

Presión atmosférica
$= 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 14.7 \text{ lb/in}^2$
$= 76 \text{ cm de mercurio}$

- Al aplicar la ley de Pascal a la prensa hidráulica se obtiene la siguiente expresión para la ventaja mecánica ideal:

$$\boxed{M_I = \frac{F_o}{F_i} = \frac{s_i}{s_o} \quad \textit{Ventaja mecánica ideal de la prensa hidráulica}}$$

- Principio de Arquímedes: *Un objeto que está sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta una fuerza ascendente (empuje) igual al peso del fluido desalojado.*

$$\boxed{F_B = mg} \quad \text{o} \quad \boxed{F_B = V\rho g \quad \textit{Empuje}}$$

- El *gasto* se define como el volumen de fluido que pasa a través de cierta sección transversal A por unidad de tiempo t. En función de la velocidad del fluido v, escribimos

$$\boxed{R = \frac{V}{t} = vA \quad \textit{Gasto = velocidad} \times \textit{área de la sección transversal}}$$

- Para un fluido incompresible que fluye a través de tubos cuyas secciones transversales varían, el gasto es constante:

$$\boxed{v_1A_1 = v_2A_2} \qquad \boxed{d_1^2v_1 = d_2^2v_2}$$

donde v es la velocidad del fluido, A es el área de la sección transversal del tubo y d es el diámetro del tubo.

- El trabajo neto realizado sobre un fluido es igual a los cambios de la energía cinética y potencial de dicho fluido. La ecuación de Bernoulli expresa este hecho en términos de la presión P, la densidad ρ, la altura del fluido h y su velocidad v.

$$\boxed{P + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \quad \textit{Ecuación de Bernoulli}}$$

Si un volumen de fluido cambia de un estado 1 a un estado 2, como muestra la figura 7.25, podemos escribir:

$$\boxed{P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

- Las aplicaciones especiales de la ecuación de Bernoulli se presentan cuando uno de los parámetros no cambia:
Para un líquido estacionario,
$(v_1 = v_2)$

$$\boxed{P_2 - P_1 = \rho g(h_1 - h_2)}$$

Si la presión es constante,
$(P_1 = P_2)$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

Para un tubo horizontal,
$(h_1 = h_2)$

$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

Conceptos clave

Problemas

Tema 7.1 Propiedades elásticas de la materia

1. Cuando una masa de 500 g cuelga de un resorte, éste se alarga 3 cm. ¿Cuál es la constante elástica? Resp. 163 N/m
2. ¿Cuál es el incremento del alargamiento en el resorte del problema 1 si se cuelga una masa adicional de 500 g debajo de la primera?
3. La constante elástica de un resorte resultó ser de 3 000 N/m. ¿Qué fuerza se requiere para comprimir el resorte hasta una distancia de 5 cm? Resp. 150 N
4. En un extremo de un resorte de 6 in se ha colgado un peso de 4 lb, por lo cual la nueva longitud del resorte es de 6.5 in. ¿Cuál es la constante elástica? ¿Cuál es la deformación?
5. Un resorte en espiral de 12 cm de largo se usa para sostener una masa de 1.8 kg que produce una deformación de 0.10. ¿Cuánto se alargó el resorte? ¿Cuál es la constante elástica? Resp. 1.2 cm, 1 470 N/m
6. En el caso del resorte del problema 5, ¿qué masa total se deberá colgar de él si se desea provocar un alargamiento de 4 cm?

Tema 7.2 Módulo de Young

7. Un peso de 60 kg está suspendido de un cable cuyo diámetro es de 9 mm. ¿Cuál es el esfuerzo en este caso? Resp. 9.24 Mpa
8. Un trozo de alambre de 50 cm de longitud se estira hasta alcanzar la longitud de 50.01 cm. ¿Cuál es la deformación?
9. Una varilla de 12 m está sometida a un esfuerzo de compresión de −0.0004. ¿Cuál es la nueva longitud de la varilla? Resp. 11.995 m
10. El módulo de Young de una varilla es de 4×10^{11} Pa. ¿Qué deformación resultará con un esfuerzo de tensión de 420 Mpa?
11. Una masa de 500 kg se ha colgado del extremo de un alambre de metal cuya longitud es de 2 m, y tiene 1 mm de diámetro. Si el alambre se estira 1.40 cm, ¿cuáles han sido el esfuerzo y la deformación? ¿Cuál es el módulo de Young en el caso de este metal? Resp. 6.24 × 109 Pa, 7.00×10^{-3}, 8.91×10^{11} Pa
12. Una viga maestra de acero de 16 ft con área de sección transversal de 10 in^2 sostiene una carga de compresión de 20 tons. ¿Cuál es la disminución resultante en la longitud de la viga?
13. ¿En qué medida se alarga un trozo de alambre de bronce, de 60 cm de longitud y 1.2 mm de diámetro, cuando se cuelga una masa de 3 kg de uno de sus extremos? Resp. 0.174 mm
14. Un alambre cuya sección transversal es de 4 mm^2 se alarga 0.1 mm cuando está sometido a un peso determinado. ¿En qué medida se alargará un trozo de alambre del mismo material y longitud si su área de sección transversal es de 8 mm^2 y se le somete al mismo peso?
15. El esfuerzo de compresión del hueso de un muslo humano de la figura 7.29 se parece al ejercido en la sección transversal de un cilindro hueco. Si el esfuerzo máximo que puede sostenerse es 172 MPa, ¿cuál es la fuerza requerida para romper el hueso en su parte más estrecha? Use las dimensiones que se proporcionan en la figura. Resp. 63.66 kN

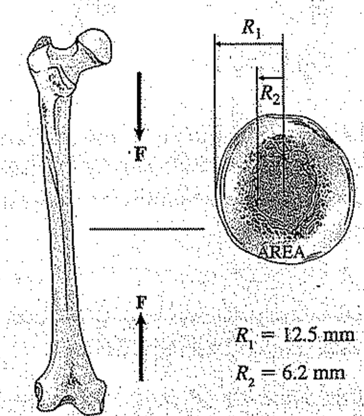


Figura 7.29 Esfuerzo de compresión en el hueso del muslo (fémur) (*figura por Hemera, Inc.*).

Tema 7.3 Módulo de corte

16. Una fuerza de corte de 40 000 N se aplica a la parte superior de un cubo cuyo lado mide 30 cm. ¿Cuál es el esfuerzo cortante en este caso?
17. Si el cubo del problema 16 es de cobre, ¿cuál será el desplazamiento lateral de la superficie superior del cubo? Resp. 3.15 μm
18. Una fuerza de corte de 26 000 N se distribuye de manera uniforme sobre la sección transversal de un alfiler de 1.3 cm de diámetro. ¿Cuál es el esfuerzo cortante?
19. Una varilla de aluminio cuyo diámetro es 20 mm sobresale 4.0 cm de la pared. El extremo de la varilla está sujeto a una fuerza de corte de 48 000 N. Calcule la flexión hacia abajo. Resp. 0.258 mm
20. Una varilla de acero sobresale 1.0 in por encima del piso y tiene 0.5 in de diámetro. La fuerza de corte **F** aplicada es de 6000 lb y el módulo de corte es 11.6 × 106 lb/in^2. ¿Cuáles son los valores del esfuerzo cortante y la flexión horizontal?

21. Una carga de 1 500 kg está sostenida por un extremo de una viga de aluminio de 5 m, como se aprecia en la figura 7.30. El área de la sección transversal de la viga es de 26 cm^2 y el módulo de corte es 23 700 MPa. ¿Cuáles son el esfuerzo cortante y la flexión hacia abajo de la viga? Resp. 5.65×10^6 Pa, 1.19 mm

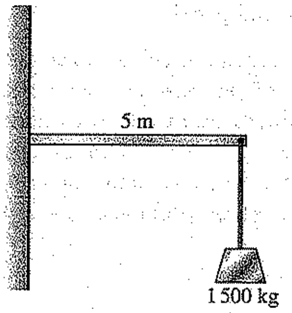


Figura 7.30

22. Una placa de acero de 0.5 in de espesor tiene una resistencia límite de corte de 50 000 lb/in^2. ¿Qué fuerza se tendrá que aplicar para hacer un orificio de 1/4 in que atraviese toda la placa?

Tema 7.4 Elasticidad de volumen; módulo volumétrico

23. Una presión de 3×10^8 Pa se aplica a un bloque cuyo volumen es 0.500 m^3. Si el volumen disminuye en 0.004 m^3, ¿cuál es el módulo volumétrico? ¿Cuál es la compresibilidad? Resp. 37 500 MPa, 2.67×10^{-11} m^3/Pa^{-1}

24. El módulo volumétrico para un determinado tipo de aceite es de 2.8×10^{10} Pa. ¿Cuánta presión se requiere para que su volumen disminuya de acuerdo con un factor de 1.2 por ciento?

25. Una esfera de latón macizo (B = 35 000 MPa) cuyo volumen es 0.8 m^3 se deja caer en el océano hasta una profundidad en la cual la presión hidrostática es 20 Mpa mayor que en la superficie. ¿Qué cambio se registrará en el volumen de la esfera? Resp. -4.57×10^{-4} m^3

26. Un fluido en particular se comprime 0.40 por ciento bajo una presión de 6 MPa. ¿Cuál es la compresibilidad de ese fluido?

27. ¿Cuál es el decremento fraccional del volumen del agua cuando está sometida a una presión de 15 MPa? Resp. −0.00714

Problemas adicionales

28. Un alambre de acero de 10 m y 2.5 mm de diámetro se estira una distancia de 0.56 mm cuando se coloca cierta carga en su extremo. ¿Cuál es la masa de esa carga?

29. Una fuerza de corte de 3 000 N se aplica en la superficie superior de un cubo de cobre cuyo lado mide 40 mm. Suponga que $S = 4.2 \times 10^{10}$ Pa. ¿Cuál es el ángulo de corte? Resp. 4.46×10^{-5} rad

30. Una columna sólida cilíndrica de acero mide 6 m de longitud y 8 cm de diámetro. ¿Cuál es la disminución de la longitud cuando la columna soporta una carga de 90 000 kg?

31. Un pistón de 8 cm de diámetro ejerce una fuerza de 2 000 N sobre 1 litro de benceno. ¿Cuánto disminuye el volumen del benceno? Resp. -3.79×10^{-7} m^3

32. ¿Cuánto se estira un trozo de alambre de cobre de 600 mm de longitud y 1.2 mm de diámetro cuando se cuelga una masa de 4 kg de uno de sus extremos?

33. Una columna cilíndrica sólida de acero mide 12 ft de altura y 6 in de diámetro. ¿Qué carga debe soportar para que su longitud disminuya −0.0255 in? Resp. 1.50×10^5 lb

34. Calcule la contracción del volumen de mercurio si un volumen original de 1 600 cm^3 de este elemento se somete a una presión de 400 000 Pa.

35. ¿Cuál es el diámetro mínimo de una varilla de bronce si tiene que soportar una tensión de 400 N sin que se exceda el límite elástico? Resp. 1.16 mm

36. Un bloque cúbico de metal con lados de 40 cm soporta una fuerza de corte de 400 000 N en su borde superior. ¿Cuál es el módulo de corte para este metal si el borde superior se flexiona hasta una distancia de 0.0143 mm?

37. Una cuerda de acero para piano tiene una resistencia límite de 35 000 lb/in^2 aproximadamente. ¿Cuál es la mayor carga que puede soportar una cuerda de acero de 0.5 in de diámetro sin romperse? Resp. 6 868.75 lb

38. Un alambre de metal se alarga 2 mm cuando está sometido a una fuerza de tensión. ¿Qué alargamiento se puede esperar con esa misma fuerza si el diámetro del alambre se reduce a la mitad de su valor inicial? Suponga que el alambre de metal conserva su mismo diámetro, pero que su longitud se duplica. ¿Qué alargamiento se podría esperar entonces con la misma carga? Resp. 0.500 mm, 4 mm

39. Un cilindro de 4 cm de diámetro está lleno de aceite. ¿Qué fuerza habrá que ejercer en total sobre el aceite para obtener una disminución de 0.8 por ciento en el volumen? Compare las fuerzas necesarias si el aceite se sustituye por agua y si se sustituye por mercurio.

40. Una bola de 15 kg está unida al extremo de un alambre de acero de 6 m de largo y 1.0 mm de diámetro. El otro extremo del alambre está sujeto a un techo elevado y el conjunto constituye un péndulo. Si pasamos por alto el pequeño cambio de longitud, ¿cuál es la rapidez máxima con la cual puede pasar la bola por su punto más bajo sin que se exceda el límite elástico? ¿Cuál será el incremento de longitud del alambre bajo el esfuerzo limitador? ¿Qué efecto tendrá este cambio sobre la velocidad máxima? Resp. 4.38 m/s, 7.19 mm, un ligero aumento en la velocidad máxima

41. En un cilindro de 10 in de diámetro se vierte glicerina hasta una altura de 6 in. Un pistón del mismo diámetro empuja hacia abajo el líquido con una fuerza de 800 lb. La compresibilidad de la glicerina es 1.50×10^{-6} in²/lb. ¿Cuál es el esfuerzo sobre la glicerina? ¿Hasta qué distancia desciende el pistón?

42. La torsión de un eje cilíndrico (figura 7.31) hasta un ángulo θ es un ejemplo de deformación por esfuerzo cortante. Un análisis de la situación muestra que el ángulo de torsión en radianes se calcula mediante

$$\theta = \frac{2\tau l}{\pi S R^4}$$

donde τ = momento de torsión aplicado
l = longitud del cilindro
R = radio del cilindro
S = módulo de corte

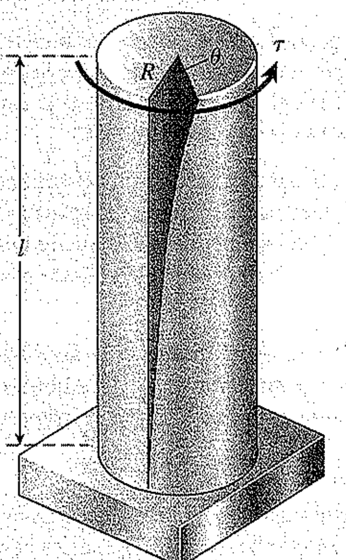


Figura 7.31 Un momento de torsión τ aplicado en un extremo de un cilindro sólido hace que éste se tuerza hasta un ángulo θ.

Si un momento de torsión de 100 lb · ft se aplica al extremo de un eje cilíndrico de acero de 10 ft de longitud y 2 in de diámetro, ¿cuál será el ángulo de torsión en radianes? Resp. 0.00764 rad

43. Un eje de aluminio de 1 cm de diámetro y 16 cm de alto está sometido a un esfuerzo cortante de torsión como se explicó en el problema anterior. ¿Qué momento de torsión ocasionará un retorcimiento de 1° según se describe en la figura 7.31?

44. Dos láminas de aluminio que forman parte del ala de un avión están unidas entre sí con remaches de aluminio cuya sección transversal tiene un área de 0.25 in². El esfuerzo cortante sobre cada remache no debe ser mayor de la décima parte del límite elástico del aluminio. ¿Cuántos remaches se necesitan si cada uno de ellos soporta la misma fracción de una fuerza de corte total de 25 000 lb? Resp. 53 remaches

Tema 7.6 Densidad

45. ¿Qué volumen ocupan 0.4 kg de alcohol? ¿Cuál es el peso de este volumen? Resp. 5.06×10^{-4} m³, 3.92 N

46. Una sustancia desconocida tiene un volumen de 20 ft³ y pesa 3 370 lb. ¿Cuáles son el peso específico y la densidad?

47. ¿Qué volumen de agua tiene la misma masa que 100 cm³ de plomo? ¿Cuál es el peso específico del plomo? Resp. 1 130 cm³, 1.11×10^5 N/m³

48. Un matraz de 200 mL (1 L = 1 000 cm³) está lleno de un líquido desconocido. Una balanza electrónica indica que el líquido en cuestión tiene una masa de 176 g. ¿Cuál es la gravedad específica del líquido? ¿Puede usted adivinar qué es ese líquido?

Tema 7.8 Presión de fluidos

49. Halle la presión en kilopascales producida por una columna de mercurio de 60 cm de alto. ¿Cuál es esa presión en lb/in² y en atmósferas? Resp. 80.0 kPa, 11.6 lb/in², 0.79 atm

50. Un tubo contiene agua bajo una presión manométrica de 400 kPa. Si se cubre un orificio de 4 mm de diámetro en el tubo, con un trozo de cinta adhesiva, ¿qué fuerza tendrá que ser capaz de resistir la cinta?

51. Un submarino se sumerge a una profundidad de 120 ft y se nivela. El interior del submarino se mantiene a la presión atmosférica. ¿Cuáles son la presión y la fuerza total aplicadas a una escotilla de 2 ft de ancho y 3 ft de largo? El peso específico del agua del mar es de 64 lb/ft³ aproximadamente. Resp. 53.3 lb/in², 46 080 lb

52. Si usted construye un barómetro usando agua en lugar de mercurio, ¿qué altura del agua indicará una presión de una atmósfera?

53. Un pistón de 20 kg descansa sobre una muestra de gas en un cilindro de 8 cm de diámetro. ¿Cuál es la presión manométrica sobre el gas? ¿Cuál es la presión absoluta? Resp. 39.0 kPa, 140.3 kPa

54. Un tubo abierto en forma de U como el que muestra la figura 7.32 tiene 1 cm^2 de sección transversal. ¿Qué volumen de agua deberá verterse en el tubo de la derecha para que el mercurio del tubo de la izquierda se eleve 1 cm por encima de su posición original?

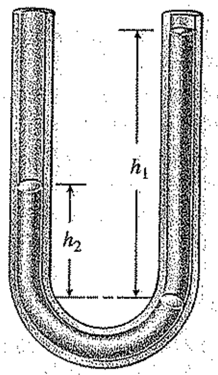


Figura 7.32

55. La presión manométrica en un neumático de automóvil es de 28 lb/in^2. Si la rueda soporta 1 000 lb, ¿cuál es el área del neumático que está en contacto con el suelo? Resp. 35.7 in^2

56. Dos líquidos que no reaccionen químicamente se encuentran en un tubo doblado como el que aparece en la figura 7.32. Demuestre que las alturas de los líquidos por encima de su superficie de separación son inversamente proporcionales a sus densidades:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

57. Suponga que los dos líquidos contenidos en el tubo en forma de U de la figura 7.32 son agua y aceite. Calcule la densidad del aceite si el agua se mantiene 19 cm por encima de la interfaz y el aceite permanece a 24 cm por encima de la interfaz. Use como referencia el problema 56 Resp. 792 kg/m^3

58. Un manómetro de presión de agua indica una presión de 50 lb/in^2 al pie de un edificio. ¿Cuál es la máxima altura a la cual subirá el agua en el edificio?

Tema 7.10 La prensa hidráulica

59. Las áreas de los pistones grande y pequeño de una prensa hidráulica son 0.5 y 25 in^2 respectivamente. ¿Cuál es la ventaja mecánica ideal de la prensa? ¿Qué fuerza se tendrá que ejercer para levantar una carga de 1 tonelada (2000 lb)? ¿A través de qué distancia deberá actuar la fuerza de entrada para levantar esta carga hasta una distancia de 1 in? Resp. 50, 40 lb, 50 in

60. Una fuerza de 400 N se aplica al pistón pequeño de una prensa hidráulica cuyo diámetro es 4 cm. ¿Cuál deberá ser el diámetro del pistón grande para que pueda levantar una carga de 200 kg?

61. El tubo de entrada que suministra presión de aire para operar un gato hidráulico tiene 2 cm de diámetro. El pistón de salida es de 32 cm de diámetro. ¿Qué presión de aire (presión manométrica) se tendrá que usar para levantar un automóvil de 1 800 kg? Resp. 219 kPa

62. El área de un pistón en una bomba de fuerza es de 10 in^2. ¿Qué fuerza se requiere para elevar el agua con el pistón hasta una altura de 100 ft?

Tema 7.11 Principio de Arquímedes

63. Un cubo de 100 g que mide 2 cm por lado se ata al extremo de una cuerda y se sumerge totalmente en agua. ¿Cuál es el empuje y cuál es la tensión en la cuerda? Resp. 0.0784 N, 0.902 N

64. Un objeto sólido pesa 8 N en el aire. Cuando este objeto se cuelga de una balanza de resorte y se sumerge en agua, su peso aparente es de sólo 6.5 N. ¿Cuál es la densidad del objeto?

65. Un cubo de madera cuyas aristas miden 5.0 cm cada una, flota en agua con tres cuartas partes de su volumen sumergidas. (a) ¿Cuál es el peso del cubo? (b) ¿Cuál es la masa del cubo? (c) ¿Cuál es la gravedad específica del cubo? Resp. (a) 0.919 N, (b) 93.8 g, c) 0.75

66. Un trozo de metal de 20 g tiene una densidad de 4000 kg/m^3. Está atado a un hilo delgado y se introduce en un recipiente de aceite (1 500 kg/m^3) hasta que se sumerge por completo. ¿Cuál es la tensión en el hilo?

67. Se ha observado que la masa de un fragmento de cierta roca es de 9.17 g en el aire. Cuando el trozo se sumerge en un fluido de 873 kg/m^3 de densidad, su masa aparente es de sólo 7.26 g. ¿Cuál es la densidad de esa roca? Resp. 4 187 kg/m^3

68. Un globo de 40 m de diámetro está lleno de helio. La masa del globo y la canastilla que lleva adjunta es de 18 kg. ¿Qué masa adicional puede levantar consigo este globo?

Tema 7.12 Flujo de fluidos

69. A través de una manguera de 1 in de diámetro fluye gasolina con una velocidad media de 5 ft/s. ¿Cuál es el gasto en galones por minuto (1 ft^3 = 7.48 gal)? ¿Cuánto tiempo tardaría en llenar un tanque de 20 gal? Resp. 12.2 gal/min, 1.63 min

70. A partir de un depósito terminal de 3 cm de diámetro fluye agua con una velocidad promedio de 2 m/s. ¿Cuál es el gasto en litros por minuto (1 L = 0.001 m^3)? ¿Cuánto tardará en llenarse un recipiente de 40 L?

71. ¿Cuál tendrá que ser el diámetro de una manguera para que pueda conducir 8 L de petróleo en 1 min con una velocidad de salida de 3 m/s? Resp. 7.52 mm

72. El agua que fluye de un tubo de 2 in sale horizontalmente a razón de 8 gal/min. ¿Cuál es la velocidad de salida? ¿Cuál es el alcance horizontal del chorro de agua si el tubo está a 4 ft del suelo?

73. El agua que fluye a 6 m/s por un tubo de 6 cm pasa a otro tubo de 3 cm conectado al primero. ¿Cuál es su velocidad en el tubo pequeño? ¿Es mayor el gasto en el tubo más pequeño? Resp. 24 m/s, no

Tema 7.15 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

74. Considere la situación descrita en el problema 73. Si los centros de ambos tubos están sobre la misma recta horizontal, ¿cuál es la diferencia de presión entre los dos tubos conectados?

75. ¿Cuál es la velocidad de salida del agua a través de una grieta del recipiente localizada 6 m por debajo de la superficie del agua? Si el área de la grieta es 1.3 cm^2, ¿con qué gasto sale el agua del recipiente? Resp. 10.8 m/s, 1.41×10^{-3} m^3/s

76. En el costado de un depósito de agua hay un orificio de 2 cm de diámetro, localizado 5 m por debajo del nivel del agua que contiene el depósito. ¿Cuál es la velocidad de salida del agua por el orificio? ¿Qué volumen de agua escapará por ese orificio en 1 min?

77. Por un tubo horizontal fluye agua a razón de 82 ft^3/min. Un manómetro de presión, colocado en una sección transversal de 6 in de diámetro de este tubo, presenta la lectura 16 lb/in^2. ¿Cuál es la presión manométrica en una sección del tubo donde el diámetro es de 3 in? Resp. 11.1 lb/in^2

78. El agua fluye a razón de 6 gal/min a través de una abertura que se localiza en el fondo de un depósito cilíndrico. El agua del depósito tiene 16 ft de profundidad. ¿Cuál sería el gasto de salida si se aplicara una presión adicional de 9 lb/in^2 a la fuente de suministro del agua?

79. El agua circula a través de un tubo a 4 m/s bajo una presión absoluta de 200 kPa. El tubo se estrecha después hasta la mitad de su diámetro original. ¿Cuál es la presión absoluta en la parte angosta del tubo? Resp. 80.0 kPa

80. El agua fluye continuamente por un tubo horizontal. En un punto donde la presión absoluta es de 300 kPa, la velocidad es de 2 m/s. Más adelante, el tubo se estrecha bruscamente, haciendo que la presión absoluta descienda a 100 kPa. ¿Cuál será la velocidad del agua en esta zona angosta?

Problemas adicionales

81. A una persona se le administra sangre con una densidad de 1 050 kg/m^3, desde un recipiente colocado a una distancia de 60 cm por encima de su brazo. ¿Cuánto más alta es la presión en esta posición que si el recipiente se mantuviera al mismo nivel del brazo? Resp. 6.17 kPa

82. Un depósito cilíndrico de 50 ft de altura y 20 ft de diámetro está lleno de agua. (a) ¿Cuál es la presión del agua en el fondo del depósito? (b) ¿Cuál es la fuerza total en el fondo? (c) ¿Cuál es la presión en un tubo para agua colocado 90 ft por debajo del nivel del agua del depósito?

83. Un bloque de madera pesa 16 lb en el aire. Un lastre de plomo, que tiene un peso aparente de 28 lb en el agua, se ata a la madera y ambos se sumergen en agua. Si su peso aparente combinado en el agua es de 18 lb, calcule la densidad del bloque de madera. Resp. 38.4 lb/ft^3

84. El volumen de un bloque de madera de 100 g es 120 cm^3. ¿Podrá flotar en el agua? ¿Y en gasolina?

85. Un tubo de ensayo vertical contiene 3 cm de aceite (0.8 g/cm^3) que flotan sobre 9 cm de agua. ¿Cuál es la presión en el fondo del tubo? Resp. 1.12 kPa

86. ¿Qué porcentaje de un iceberg suele permanecer por debajo de la superficie del agua del mar (1 030 kg/m^3)?

87. ¿Cuál es el área más pequeña de una capa de hielo de 30 cm de espesor que es capaz de sostener a un hombre de 90 kg? El hielo está flotando en agua dulce. Resp. 3.75 m^2

88. Una balanza de resorte marca un peso de 40 N cuando un objeto se cuelga de ella en el aire. Cuando el mismo objeto se sumerge en el agua, el peso registrado se reduce a sólo 30 N. ¿Cuál es la densidad del objeto?

89. Una taza de metal con paredes delgadas tiene una masa de 100 g y un volumen total de 250 cm^3. ¿Cuál es el número máximo de monedas de un centavo que se puede colocar dentro de la taza sin que ésta se hunda en agua? La masa de cada moneda es de 3.11 g. Resp. 48

90. ¿Cuál es la presión absoluta en el fondo de un lago de 30 m de profundidad?

91. Un fluido se extrae a presión de un tubo de 6 mm de diámetro, de manera que 200 mL brotan de él en 32 s. ¿Cuál es la velocidad promedio del fluido dentro del tubo? Resp. 0.221 m/s

92. Una bomba cuya potencia de salida es de 2 kW extrae agua de un sótano hasta la calle situada 6 m más arriba. ¿Cuánto es mayor la presión en esta posición de lo que sería si el brazo estuviera al mismo nivel? ¿A razón de cuántos litros por segundo se vaciará el sótano?

93. Un tubo horizontal de 120 mm de diámetro tiene un angostamiento de 40 mm de diámetro. La velocidad del agua en el tubo es de 60 cm/s y la presión es de 150 kPa. (a) ¿Cuál es la velocidad en la zona más angosta? (b) ¿Cuál es la presión en dicha zona? Resp. (a) 540 cm/s, (b) 135.45 kPa

94. La columna de agua dentro del recipiente que ilustra la figura 7.28 se sostiene a una altura H por encima de la base del recipiente. Demuestre que la profundidad h necesaria para lograr un alcance horizontal de x está dada por

$$h = \frac{H}{2} \pm \frac{\sqrt{H^2 - x^2}}{2}$$

¿En qué forma muestra esta ecuación que los orificios equidistantes arriba y abajo del punto medio tendrán el mismo alcance horizontal?

95. Una columna de agua se eleva 16 ft por encima de la base de su recipiente. ¿Cuáles son las dos profundidades a las cuales el agua saldrá por un orificio con un alcance horizontal de 8 ft? Resp. 1.07 ft, 14.9 ft

96. Tome como referencia la figura 7.28 y el problema 94. Demuestre que el alcance horizontal está dado por

$$x = 2\sqrt{h(H - h)}$$

Use esta relación para mostrar que el alcance máximo es igual a la altura H de la columna de agua.

97. El agua fluye por un tubo horizontal con una rapidez de 60 gal/min (1 ft^3 = 7.48 gal). ¿Cuál es la velocidad en una sección estrecha del tubo, donde el diámetro de éste se reduce de 6 a 1 in? Resp. 24.5 ft/s

98. ¿Cuál tendrá que ser la presión manométrica en una manguera contra incendios si la boquilla expulsa el agua hasta una altura de 20 m?

99. El agua fluye a través del tubo que muestra la figura 7.33 a razón de 30 libras por segundo. La presión absoluta en el punto A es de 200 kPa y el punto B está 8 m más arriba que el punto A. La sección inferior del tubo tiene un diámetro de 16 cm y la sección superior se estrecha hasta un diámetro de 10 cm. (a) Calcule las velocidades de la corriente en los puntos A y B. (b) ¿Cuál es la presión absoluta en el punto B? Resp. (a) 1.49 m/s, 3.82 m/s; (b) 115 kPa

100. Una sala tiene las siguientes dimensiones: el piso 4.50 m × 3.20 m, y su altura es de 2.40 m. La densidad

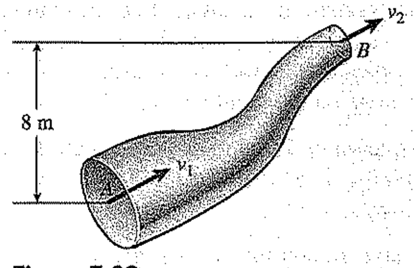


Figura 7.33

del aire es de 1.29 kg/m^3. ¿Cuánto pesa el aire contenido en el salón? ¿Qué fuerza ejerce la atmósfera sobre el piso del salón? Resp. 437 N, 1.46 × 10^6 N

101. Una lata de estaño para café que está flotando en agua (1.00 g/cm^3) tiene un volumen interno de 180 cm^3 y una masa de 112 g. ¿Cuántos gramos de metal se pueden agregar a la lata sin que ésta se hunda en el agua?

102. Un bloque de madera flota en agua con dos tercios de su volumen sumergidos. El mismo bloque flota en aceite con nueve décimos de su volumen sumergidos. ¿Cuál es la razón de la densidad del aceite a la densidad del agua (la gravedad específica)? Resp. 0.741

103. El ala de un avión mide 25 ft de largo y 5 ft de ancho y experimenta una fuerza de sustentación de 800 lb. ¿Cuál es la diferencia entre las presiones en las superficies superior e inferior del ala?

104. Suponga que el aire (ρ = 1.29 kg/m^3) fluye hacia atrás por la superficie superior del ala de un avión a 36 m/s. El aire en movimiento que pasa por la superficie inferior del ala tiene una velocidad de 27 m/s. Si el ala tiene un peso de 2700 N y un área de 3.5 m^2, ¿cuál es la fuerza de empuje sobre el ala? Resp. 1280 N

105. El agua de mar tiene un peso específico de 64 lb/ft^3. Dicha agua se bombea a través de un sistema de tubos (véase la figura 7.34) a razón de 4 ft^3/min. Los diámetros de los tubos en los extremos superior e inferior son de 4 in y 2 in, respectivamente. El agua se descarga en la atmósfera en el extremo superior a una distancia de 6 in por arriba de la sección inferior. ¿Cuáles son las velocidades de flujo en los tubos superior e inferior? ¿Cuáles son las presiones en las secciones superior e inferior?

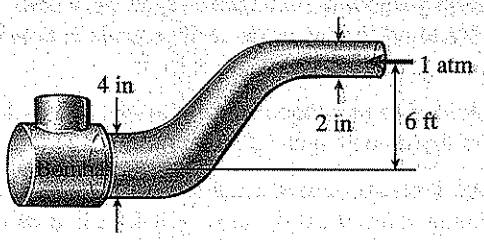
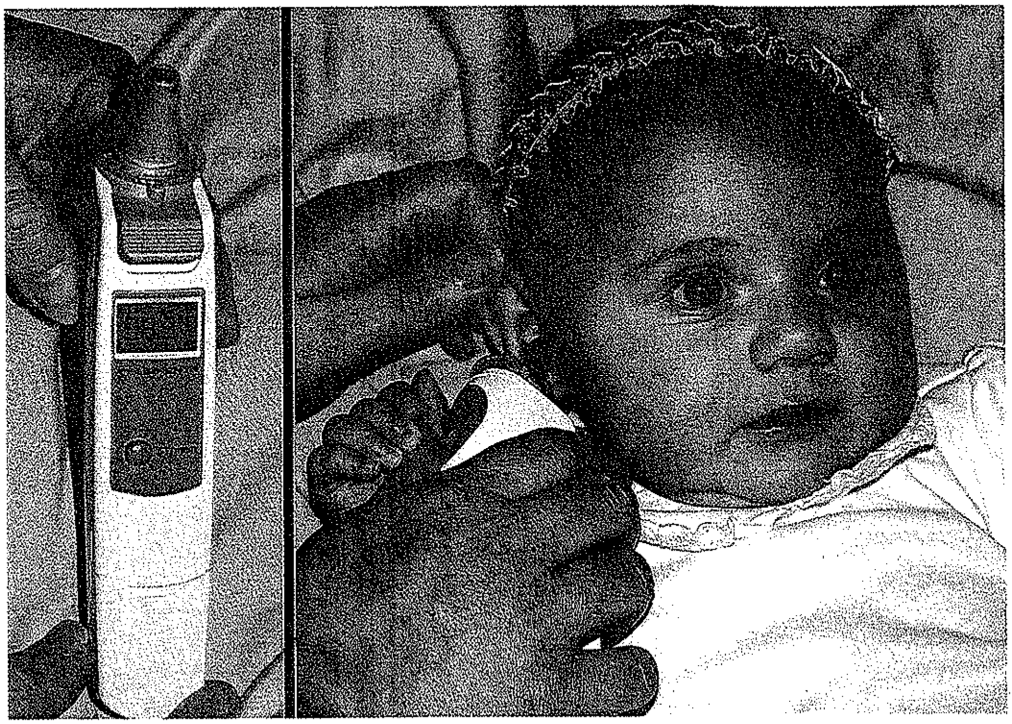


Figura 7.34

UNIDAD

8 Temperatura y dilatación



La temperatura es la medida de la energía cinética media por molécula. Un termómetro infrarrojo capta la energía infrarroja invisible que emiten naturalmente todos los objetos. La radiación infrarroja que proviene del canal de aire del oído pasa por el sistema óptico del termómetro y es convertida en una señal eléctrica proporcional a la energía radiada por esa área. Al calibrar esa señal con temperaturas conocidas puede mostrarse en una pantalla una cantidad digital. (*Fotografía de Blake Tippens*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Realizar conversiones de un sistema de una escala termométrica a otro.
- Comprender el funcionamiento de los diversos tipos de termómetros.
- Aplicar el concepto de dilatación lineal, superficial y volumétrica en la solución de problemas.

8.1 Temperatura y energía térmica

FÍSICA HOY

Los dispositivos electrónicos de su computador generan grandes cantidades de energía térmica. Esa energía térmica –calor– puede dañar las partes electrónicas. Los disipadores de calor son piezas de metal con aletas que pueden ayudar a extraer la energía térmica residual antes que ésta dañe las partes electrónicas. Sin embargo, los disipadores térmicos están hechos de metal, el cual –por supuesto– conduce tanto la electricidad como la energía térmica. Por lo general, las aletas disipadoras térmicas no están unidas directamente a las partes electrónicas que producen calor, porque estas partes son muy sensibles a las corrientes y a las descargas eléctricas. Ahora empiezan a estar disponibles nuevos productos que son eléctricamente aislantes, pero que conducen muy bien el calor. Uno de esos productos se conoce como Gap Pad y se usa para rellenar las ranuras de aire entre las tarjetas de circuitos de los computadores personales (PC) y los disipadores térmicos o la caja metálica. El Gap Pad está fabricado a base de un polímero de silicio impregnado internamente con alúmina y es lo bastante flexible para ser instalado en el fondo de superficies irregulares, razón por la cual es tan prometedor para el enfriamiento de tarjetas de circuitos de computador. Otro producto, el Thermal Clad Bond Ply, es una capa dieléctrica laminada directamente en la tarjeta madre del PC para lograr una mejor disipación térmica.

Hasta ahora nos han interesado únicamente las causas y los efectos del movimiento *externo*. Un bloque en reposo sobre una mesa se encuentra en equilibrio traslacional y rotacional respecto a sus alrededores. Un estudio más a fondo del bloque revela, sin embargo, que tiene actividad interna. En la figura 8.1 se muestra un modelo sencillo de un sólido. Las moléculas individuales se encuentran unidas por medio de fuerzas elásticas análogas a los resortes de la figura. Estas moléculas oscilan respecto a sus posiciones de equilibrio, con una frecuencia específica y una amplitud A. Por ende, tanto la energía potencial como la cinética están asociadas con el movimiento molecular. Puesto que esta energía interna se relaciona con lo caliente o lo frío que está un cuerpo recibe el nombre de ***energía térmica.***

La energía térmica representa la energía interna total de un objeto: la suma de sus energías moleculares potencial y cinética.

Cuando dos objetos con diferentes temperaturas se ponen en contacto, se transfiere energía de uno a otro. Suponga que se dejan caer carbones calientes en un recipiente con agua, como se indica en la figura 8.2. La energía térmica se transferirá de los carbones al agua hasta que el sistema alcance una condición estable llamada ***equilibrio térmico***. Si los tocamos, tanto el carbón como el agua nos producen sensaciones similares y ya no hay más transferencia de energía térmica.

Tales cambios en los estados de energía térmica no pueden explicarse satisfactoriamente en simples términos de la mecánica clásica. Por tanto, todos los objetos deben tener una nueva propiedad fundamental que determina si estarán en equilibrio térmico con otros objetos. Esa propiedad se llama ***temperatura***. En nuestro ejemplo, se dice que los carbones y el agua tienen la misma temperatura cuando la transferencia de energía entre ellos es igual a cero.

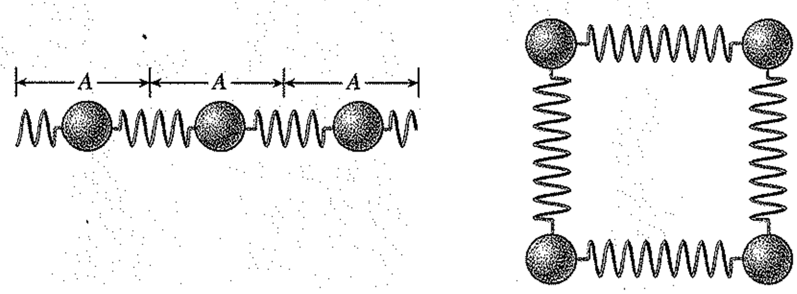


Figura 8.1 Modelo simplificado de un sólido en el que las moléculas se mantienen unidas entre sí mediante fuerzas elásticas.

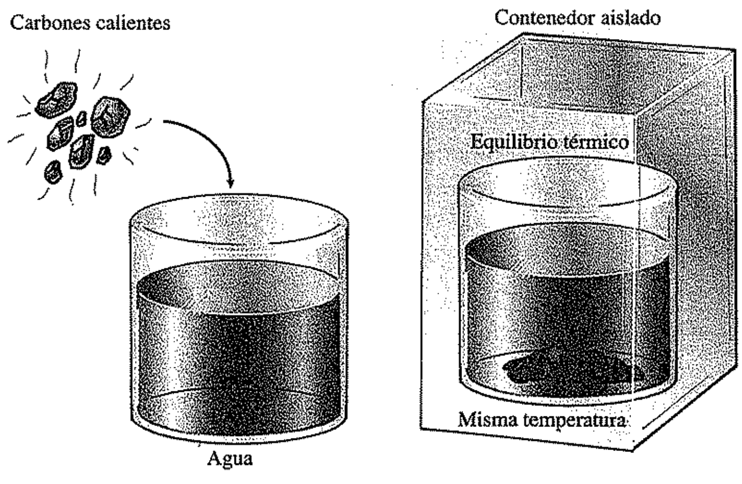


Figura 8.2 Equilibrio térmico.

Se dice que dos objetos se encuentran en equilibrio térmico si y sólo si tienen la misma temperatura.

Una vez que se establece un medio para medir la temperatura, tenemos una condición necesaria y suficiente para el equilibrio térmico. La transferencia de energía térmica que se debe tan sólo a una diferencia de temperatura se define como ***calor***.

El calor se define como la transferencia de energía térmica debida a una diferencia de temperatura.

Antes de estudiar cómo se mide la temperatura debemos distinguir claramente temperatura de energía térmica. Es posible que dos objetos se hallen en equilibrio térmico (igual temperatura) y que tengan diferente energía térmica. Considere una jarra de agua y una pequeña taza de agua, cada una a 90 °C de temperatura. Si se mezclan, no habrá transferencia de energía, pero la energía térmica es mucho mayor en la jarra debido a que contiene mucho mayor número de moléculas. Recuerde que la energía térmica representa la *suma* de las energías potencial y cinética de todas las moléculas. Si vaciamos el agua de cada recipiente sobre dos bloques de hielo por separado, como se muestra en la figura 8.3, se fundirá más hielo donde se vació el volumen más grande, lo que indica que tenía más energía térmica.

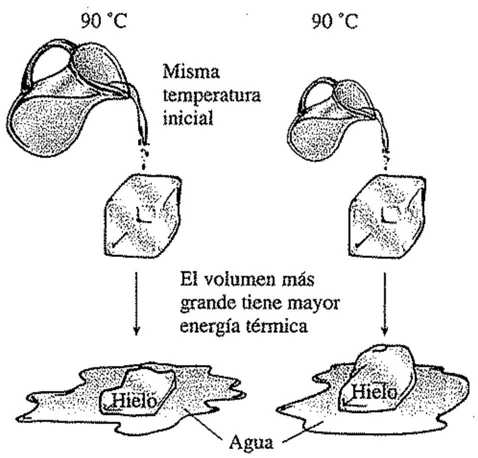


Figura 8.3 Distinción entre energía térmica y temperatura.

8.2 La medición de la temperatura

En general, la temperatura se determina midiendo cierta cantidad mecánica, óptica o eléctrica que varía con la temperatura. Por ejemplo, la mayor parte de las sustancias se dilatan cuando aumenta su temperatura. Si hay un cambio en cualquier dimensión que demuestre tener correspondencia unívoca con los cambios de temperatura, la variación puede emplearse como calibración para medir la temperatura. Un dispositivo calibrado de esta forma se llama ***termómetro***. La temperatura de otro objeto puede entonces medirse colocando el termómetro en estrecho contacto con el objeto y permitiendo que los dos alcancen el equilibrio térmico. La temperatura indicada por un número en el termómetro graduado corresponde también a la temperatura de los objetos circundantes.

Un termómetro es un dispositivo que, mediante una escala graduada, indica su propia temperatura.

Son necesarios dos requisitos para construir un termómetro. El primero es que debe haber una certeza de que alguna propiedad termométrica X varía con la temperatura t. Si la variación es lineal, podemos escribir

$$t = kX$$

donde k es la constante de proporcionalidad. La propiedad termométrica debe ser tal que se pueda medir fácilmente, por ejemplo, la dilatación de un líquido, la presión de un gas o la resistencia de un circuito eléctrico. Otras cantidades que varían con la temperatura son la energía de radiación, el color de la luz emitida, la presión de vapor y la susceptibilidad magnética. Se han construido termómetros para cada una de estas propiedades termométricas. La selección depende de los límites de temperatura en los que el termómetro es lineal y además de la mecánica de su uso.

El segundo requisito para construir un termómetro es establecer una escala de temperaturas. Las primeras escalas de temperatura se basaron en la selección de *puntos fijos* superiores e inferiores correspondientes a temperaturas adecuadas para medidas de laboratorio. Dos temperaturas convenientes y fácilmente reproducibles se eligen como el ***punto fijo inferior*** y el ***superior***.

El punto fijo inferior (punto de congelación) es la temperatura a la cual el agua y el hielo coexisten en equilibrio térmico bajo una presión de 1 atm.

El punto fijo superior (punto de ebullición) es la temperatura a la cual el agua y el vapor coexisten en equilibrio bajo una presión de 1 atm.

Una forma de medir la temperatura, que se usa muy a menudo en el trabajo científico, se originó a partir de una escala desarrollada por el astrónomo sueco Anders Celsius (1701-1744). En la ***escala Celsius*** se asignó de forma arbitraria el número 0 al punto de congelación y el número 100 al de ebullición. Así, a la presión atmosférica, hay 100 divisiones entre el punto de congelación y el punto de ebullición del agua. Cada división o unidad de la escala recibe el nombre de ***grado*** (°); por ejemplo, con frecuencia se considera que la temperatura ambiente es de 20 °C, lo cual se lee como *veinte grados Celsius.*

Otra escala para medir la temperatura fue creada en 1714 por Gabriel Daniel Fahrenheit. El desarrollo de esta escala se basó en la elección de otros puntos fijos: Fahrenheit escogió la temperatura de congelación de una solución de agua salada como su punto fijo inferior y le asignó el número y unidad de 0 °F. Para el punto fijo superior eligió la temperatura del cuerpo humano. Por alguna razón inexplicable, él designó el número y la unidad 96 °F para la temperatura del cuerpo. El hecho de que la temperatura del cuerpo humano sea en realidad de 98.6 °F indica que se cometió un error experimental al establecer la escala. Si relacionamos la ***escala Fahrenheit*** con los puntos fijos que fueron aceptados universalmente para la escala Celsius, observamos que 0 °C y 100 °C corresponden a 32 °C y 212 °F respectivamente.

Es posible comparar las dos escalas calibrando termómetros comunes de mercurio contenido en vidrio. En este tipo de termómetro se aprovecha el hecho de que el mercurio líquido se dilata al aumentar la temperatura. El instrumento consta de un tubo capilar de vidrio al vacío, con un depósito de mercurio en su base y cerrado en su extremo superior. Puesto que el mercurio se dilata más que el tubo de vidrio, la columna de mercurio se eleva en el tubo hasta que el mercurio, el vidrio y sus alrededores están en equilibrio.

Suponga que fabricamos dos termómetros sin graduar y los colocamos en una mezcla de hielo y agua, como se indica en la figura 8.4. Después de permitir que las columnas de mercurio se estabilicen, marcamos 0 °C en uno de los termómetros y 32 °F en el otro. A continuación, colocamos los dos termómetros directamente sobre agua hirviendo, permitiendo que las columnas de mercurio se estabilicen en el punto de vapor. De nuevo marcamos los dos termómetros, escribiendo 100 °C y 212 °F junto al nivel del mercurio por arriba de las marcas correspondientes al punto de congelación. El nivel del mercurio es igual en ambos termómetros. Por tanto, la única diferencia entre los dos termómetros es la forma en que están graduados. Hay 100 divisiones, o grados Celsius (C°), entre el punto de congelación y el punto de vapor en el termómetro Celsius, y hay 180 divisiones, o grados Fahrenheit (F°), en el termómetro Fahrenheit. Por consiguiente, 100 grados Celsius representan el mismo intervalo de temperatura que 180 grados Fahrenheit. Simbólicamente,

$$100\ \text{C}° = 180\ \text{F}° \qquad \text{o} \qquad 5\ \text{C}° = 9\ \text{F}° \tag{8.1}$$

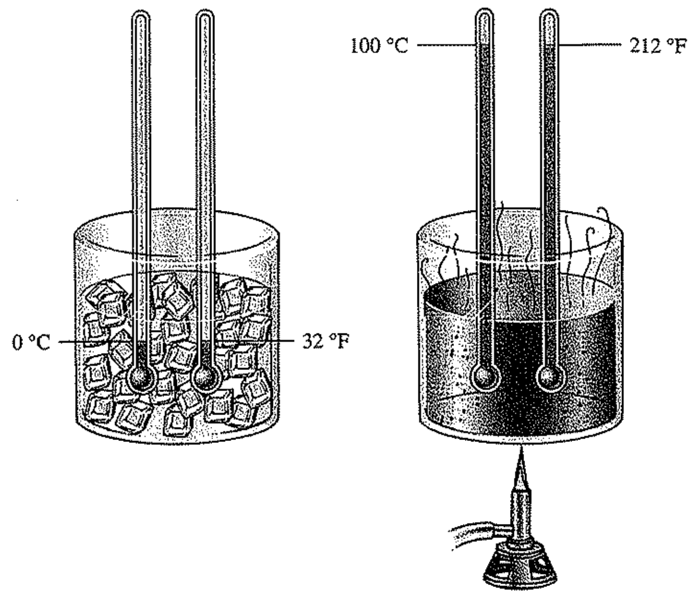


Figura 8.4 Calibración de dos termómetros, uno Celsius y otro Fahrenheit.

El símbolo de grado (°) se coloca después de la C o la F para hacer énfasis en que los números corresponden a intervalos de temperatura y no a temperaturas específicas. En otras palabras, 20 F° se lee "veinte grados Fahrenheit" y corresponde a una *diferencia* entre dos temperaturas en la escala Fahrenheit. El símbolo 20 °F, por otra parte, se refiere a una marca específica del termómetro Fahrenheit. Suponga que una sartén con comida caliente se enfría de 98 a 76 °F. Estos números corresponden a temperaturas específicas, como lo indica la altura de una columna de mercurio. Sin embargo, representan un intervalo de temperatura de

$$\Delta t = 98\text{ °F} - 76\text{ °F} = 22\text{ F°}$$

Δt se usa para denotar un cambio en la temperatura.

La física que se ocupa de la transferencia de energía térmica casi siempre se interesa en los cambios de temperatura. Por consiguiente, con frecuencia es necesario convertir un intervalo de temperatura de una escala en un intervalo correspondiente en otra escala, lo que se logra más eficazmente recordando, a partir de la ecuación (8.1), que un intervalo de 5 C° equivale a un intervalo de 9 F°. Los factores de conversión apropiados pueden escribirse como

$$\frac{5\text{ C°}}{9\text{ F°}} = 1 = \frac{9\text{ F°}}{5\text{ C°}} \qquad \textbf{(8.2)}$$

Cuando se convierten F° en C° hay que usar el factor de la izquierda; y cuando se convierten C° en F°, hay que usar el de la derecha.

Cabe recordar que la ecuación (8.2) se emplea para intervalos de temperatura, así que sólo puede usarse cuando se trabaja con *diferencias* en ella. Es, por tanto, una cuestión muy diferente hallar la temperatura en la escala Fahrenheit que corresponda a la misma temperatura en la escala Celsius. A partir de razones y proporciones es posible llegar a una ecuación para convertir temperaturas específicas. Suponga que colocamos dos termómetros en un vaso de precipitado como se muestra en la figura 8.5. Uno de los termómetros está graduado en grados Fahrenheit y el otro en grados Celsius. Los símbolos t_C y t_F denotan la misma temperatura (la del agua), pero están en escalas distintas. Con base en la figura es patente que la diferencia entre t_C y 0 °C corresponde al mismo intervalo que la diferencia entre t_F y 32 °F. La razón de la primera a las 100 divisiones debe ser la misma que la razón de la segunda a las 180 divisiones; por consiguiente

$$\frac{t_C - 0}{100} = \frac{t_F - 32}{180}$$

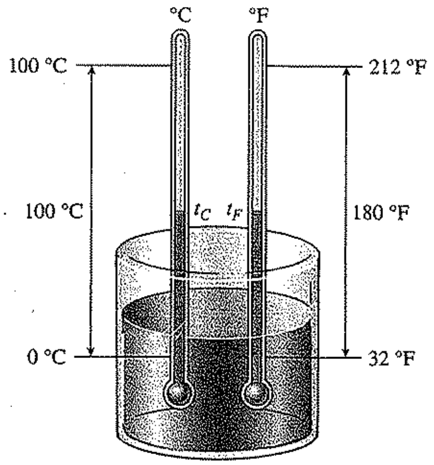


Figura 8.5 Comparación de las escalas Fahrenheit y Celsius.

Al simplificar y resolver para t_C se obtiene

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32) \tag{8.3}$$

o bien, al despejar t_F,

$$t_F = \frac{9}{5}t_C + 32 \tag{8.4}$$

Las dos ecuaciones anteriores no son verdaderas igualdades, ya que resultan en un cambio de unidades. En vez de decir que 20 °C es igual a 68 °F debemos decir que una temperatura de 20 °C *corresponde* a una de 68 °F.

Ejemplo 8.1

Durante un periodo de 24 h, un riel de acero cambia de temperatura de 20 °F por la noche a 70 °F al mediodía. Exprese estos límites de temperatura en grados Celsius.

Plan: Primero reconozca que tales límites constituyen un *intervalo* de temperatura, no una *temperatura específica*. Luego determine esos límites en F° y luego convierta en C° tras reconocer que un *intervalo* de 5 C° es el mismo *intervalo* que 9 F°.

Solución: El intervalo de temperatura en F° es

$$\Delta t = 70\ °\text{F} - 20\ °\text{F} = 50\ \text{F}°$$

Para convertir el intervalo a grados Celsius, elegimos el factor de conversión que permite cancelar las unidades Fahrenheit. O sea,

$$\Delta t = 50\ \text{F}°\left(\frac{5\ \text{C}°}{9\ \text{F}°}\right); \qquad \Delta t = 27.8\ \text{C}°$$

Ejemplo 16.2

El punto de fusión del plomo es de 330 °C. ¿Cuál es la temperatura correspondiente en grados Fahrenheit?

Plan: En este caso se tiene una *temperatura específica* en la escala Celsius, y debe convertirla en la temperatura *correspondiente* en la escala Fahrenheit. Primero halle la diferencia de intervalos y luego sume 32 °F para compensar la diferencia entre los puntos cero.

Solución: Al sustituir los valores en la ecuación (8.4) se obtiene

$$t_F = \frac{9}{5}t_C + 32 = \frac{9}{5}(330) + 32$$
$$= 594 + 32 = 626\ °\mathrm{F}$$

Es importante reconocer que t_F y t_C en las ecuaciones (8.3) y (8.4) representan las temperaturas correspondientes. Los números son diferentes ya que el origen de cada escala era un punto diferente y los grados eran de diferente tamaño. Lo que estas ecuaciones nos dicen es la relación entre los *números* que están asignados a temperaturas específicas en dos escalas *diferentes*.

8.3 El termómetro de gas

Aunque el termómetro de mercurio en vidrio es el más conocido y usado, no es tan preciso como otros. Además, el mercurio se congela a aproximadamente −40 °C, lo que restringe el intervalo en que puede ser usado. Un termómetro muy exacto con un extenso rango de medición se puede construir utilizando las propiedades de un gas. Todos los gases sujetos a calentamiento se dilatan casi de la misma forma. Si la dilatación se evita manteniendo constante el volumen, la presión aumentará proporcionalmente con la temperatura.

En general, hay dos tipos de termómetros de gas. Uno de ellos mantiene la presión constante y utiliza el incremento de volumen como indicador. Este tipo se denomina ***termómetro a presión constante***. El otro tipo, llamado ***termómetro a volumen constante***, mide el incremento de presión en función de la temperatura. El termómetro a volumen constante se ilustra en la figura 8.6. El bulbo *B* contiene gas, y la presión que éste ejerce se mide por medio de un manómetro de mercurio. A medida que aumenta la temperatura del gas, éste se dilata, forzando al mercurio a desplazarse hacia abajo en el extremo cerrado del tubo y a subir en el extremo abierto. Para mantener constante el volumen de gas, el mercurio en el extremo abierto del tubo debe elevarse hasta que el nivel de mercurio en la parte cerrada del tubo coincida con la marca de referencia *R*. La diferencia entre los dos niveles de mercurio es entonces una indicación de la presión del gas a volumen constante. El instrumento puede calibrarse para realizar mediciones de temperatura con puntos fijos, como ya se explicó en la sección anterior.

El mismo aparato puede usarse como un termómetro a presión constante (véase figura 8.7). En este caso, se permite que el volumen del gas en el bulbo *B* aumente a presión constante. La

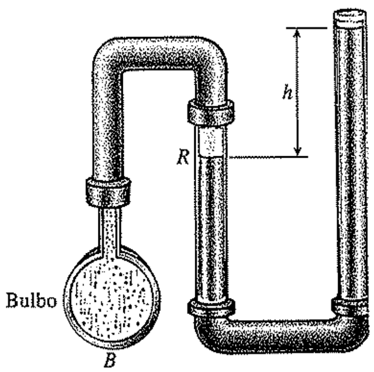


Figura 8.6 Termómetro a volumen constante.

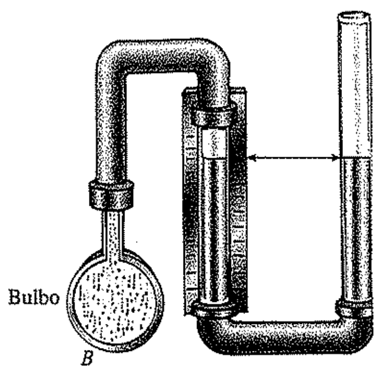


Figura 8.7 Termómetro a presión constante.

presión ejercida sobre el gas se mantiene constante a 1 atm, ya sea bajando o subiendo el mercurio del tubo abierto hasta que los niveles del metal coincidan en ambos tubos. El cambio de volumen a causa de la temperatura puede indicarse por medio del nivel de mercurio en el tubo cerrado. La calibración consiste en marcar el nivel del mercurio en el punto de congelación y hacer otra marca de su nivel en el punto de vapor.

Los termómetros de gas son útiles gracias a que sus límites prácticamente no existen. Por ello, aunado a su precisión, se usan de manera generalizada en laboratorios y en oficinas de normas. Sin embargo, son grandes y estorbosos, lo que los hace inadecuados para gran número de mediciones técnicas delicadas.

8.4 La escala de temperatura absoluta

Tal vez se le ha ocurrido que las escalas Celsius y Fahrenheit tienen una seria limitación. Ni 0 °C ni 0 °F representan realmente una temperatura de 0. En consecuencia, para temperaturas mucho más bajas que el punto de congelación resulta una temperatura negativa. Más grave aún es el hecho de que una fórmula que incluya la temperatura como variable no funcione con las escalas existentes. Por ejemplo, ya hemos estudiado la dilatación de un gas al aumentar su temperatura. Podemos establecer esta proporcionalidad como

$$V = kt$$

donde k es la constante de proporcionalidad y t es la temperatura. Ciertamente, el volumen de un gas no es cero a 0 °C o negativo a temperaturas negativas, conclusiones que pueden deducirse de las relaciones anteriores.

Este ejemplo proporciona una clave para establecer una *escala absoluta*. Si podemos determinar la temperatura a la que el volumen de un gas bajo presión constante se vuelve cero, podemos determinar el verdadero cero de temperatura. Suponga que usamos un termómetro de gas a presión constante, como el de la figura 8.7. El volumen del gas en el bulbo se puede medir cuidadosamente, primero en el punto de congelación y luego en el de ebullición. Estos dos puntos pueden marcarse en una gráfica, como en la figura 8.8, con el volumen en la ordenada y la temperatura en la abscisa. Los puntos A y B corresponden al volumen del gas a las temperaturas de 0 °C y 100 °C, respectivamente. Una línea recta que una estos dos puntos y se extienda a izquierda y derecha proporciona una descripción matemática del cambio de volumen en función de la temperatura. Observe que la recta puede prolongarse indefinidamente a la derecha, lo que indica que no hay límite superior para la temperatura. Sin embargo, no podemos extender la recta de manera indefinida a la izquierda, porque finalmente intersecará el eje de la temperatura. En este punto teórico, el gas tendría un volumen de cero. Extender la recta aún más indicaría un volumen negativo, lo cual no tiene sentido. Por tanto, el punto en el que la recta corta el eje de la temperatura se llama el ***cero absoluto*** de temperatura (en realidad, cualquier gas real se licua antes de alcanzar ese punto).

Si el experimento anterior se realiza con diferentes gases, la pendiente de las curvas variará ligeramente, pero la intersección en el eje de la temperatura siempre será el mismo, próximo a −273 °C. Por medio de procedimientos teóricos y experimentales muy ingeniosos se ha establecido que el cero absoluto de temperatura es −273.15 °C. En este texto supondremos que es −273 °C sin temer algún error significativo. La conversión en grados Fahrenheit demuestra que el cero absoluto es igual a −460 °F en esa escala.

Una escala de temperatura absoluta tiene el cero absoluto de temperatura como su punto cero. Una escala de ese tipo fue propuesta por lord Kelvin (1824-1907). El intervalo en esta escala, el *kelvin*, ha sido adoptado por el sistema métrico internacional (SI) como la unidad básica para medir la temperatura. El intervalo sobre la ***escala Kelvin*** representa el mismo cambio de temperatura que el grado Celsius. Por tanto, un intervalo de 5 K (se lee "cinco kelvins") es exactamente igual que 5 C°.

La escala Kelvin se relaciona con la escala Celsius mediante la fórmula

$$T_K = t_C + 273 \tag{8.5}$$

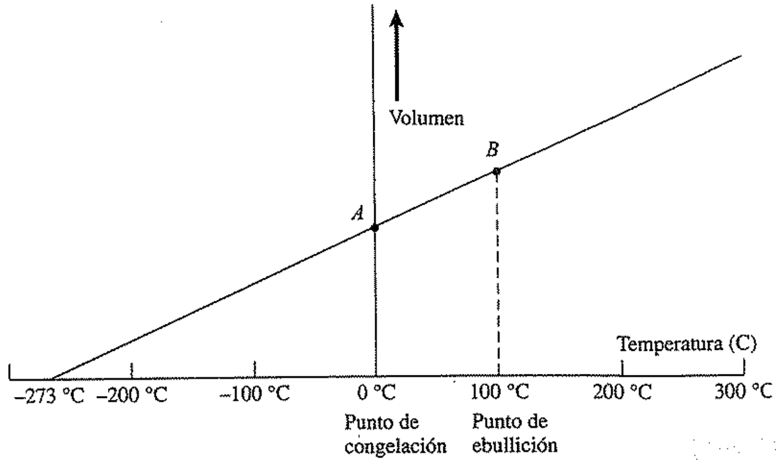


Figura 8.8 Variación del volumen de un gas en función de la temperatura. El cero absoluto se define con una extrapolación del volumen igual a cero.

Por ejemplo 0 °C corresponderán a 273 K, y 100 °C corresponderán a 373 K (véase en la figura 8.9). De ahora en adelante, se reservará el símbolo T para la temperatura absoluta y el símbolo t para otras temperaturas.

Debido a problemas de reproducibilidad para medir exactamente los puntos de congelación y de ebullición del agua, la Oficina Internacional de Pesos y Medidas estableció una nueva norma en 1954, la cual se basa en el ***punto triple del agua***, que es la única temperatura y presión en la que el agua, el vapor de agua y el hielo coexisten en equilibrio térmico. Este hecho tan útil ocurre a una temperatura de aproximadamente 0.01 °C y a una presión de 4.58 mm de mercurio. Para conservar la congruencia con las medidas anteriores, la temperatura del punto triple del agua quedó establecida exactamente en 273.16 K. Por tanto, el ***kelvin*** se define actualmente como la fracción 1/273.16 de la temperatura del punto triple del agua. La temperatura en el SI ahora se fija por esta definición, y todas las demás escalas deben redefinirse tomando como base únicamente esta temperatura como patrón.

Una segunda escala absoluta, denominada la *escala Rankine*, sigue empleándose muy limitadamente pese a los esfuerzos de varias organizaciones para eliminarla por completo.

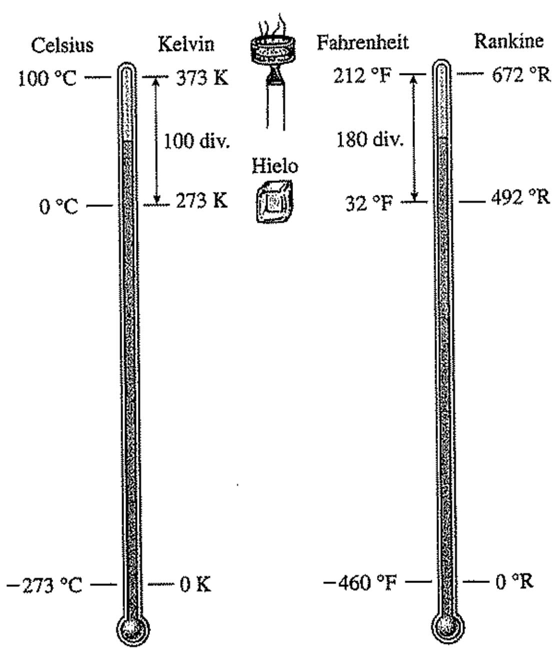


Figura 8.9 Comparación de las cuatro escalas de temperatura más comunes.

El grado Rankine se incluye en este texto sólo para tener el panorama de este tema. Tiene su punto de cero absoluto a −460 °F, y los intervalos de grado son idénticos al intervalo de grado Fahrenheit. La relación entre la temperatura en grados Rankine (°R) y la temperatura correspondiente en grados Fahrenheit es

$$T_R = t_F + 460 \tag{8.6}$$

Recuerde que las ecuaciones (8.5) y (8.6) se aplican para temperaturas específicas. Si nos interesa un cambio de temperatura o una diferencia en temperatura, el cambio absoluto o la diferencia es la misma en kelvins que en grados Celsius. Es útil recordar que

$$1\ \text{K} = 1\ \text{C}° \qquad 1\ \text{R}° = 1\ \text{F}° \tag{8.7}$$

Ejemplo 8.3

Un termómetro de mercurio y vidrio no puede usarse a temperaturas por debajo de −40 °C, ya que ese metal se congela a tal temperatura. (a) ¿Cuál es el punto de congelación del mercurio en la escala Kelvin? (b) ¿Cuál es la diferencia entre esta temperatura y el punto de congelación del agua? Exprese su respuesta en kelvins.

Solución (a): Sustituyendo directamente −40 °C en la ecuación (8.5) nos queda

$$T_K = -40\ °\text{C} + 273 = 233\ \text{K}$$

Solución (b): La diferencia en los puntos de congelación es

$$\text{Dt} = 0\ °\text{C} - (-40\ °\text{C}) = 40\ °\text{C}$$

Puesto que la magnitud del kelvin es idéntica a la del grado Celsius, la diferencia es también de 40 kelvins.

En este punto se preguntará por qué se siguen conservando las escalas Celsius y Fahrenheit. Cuando se trabaja con calor, casi siempre lo que interesa son diferencias de temperatura. En realidad, una diferencia en temperatura es necesaria para que haya transferencia de calor. Si no fuera así, el sistema estaría en equilibrio térmico. Puesto que las escalas Kelvin y Rankine se basan en los mismos intervalos que las escalas Celsius y Fahrenheit, no hay diferencia en la escala que se use para intervalos de temperatura. Por otra parte, si una fórmula requiere una temperatura específica más que una diferencia de temperatura, se debe usar la escala absoluta.

8.5 Dilatación lineal

El efecto más frecuente producido por cambios de temperatura es una variación en el tamaño. Con pocas excepciones, las sustancias incrementan su tamaño cuando se eleva la temperatura. Los átomos en un sólido se mantienen juntos en un arreglo regular debido a la acción de fuerzas eléctricas. A cualquier temperatura los átomos vibran con cierta frecuencia y amplitud. A medida que la temperatura aumenta, se incrementa la amplitud (desplazamiento máximo) de las vibraciones atómicas, lo que da por resultado un cambio total en las dimensiones del sólido.

Un cambio de un sólido en *una* dimensión se llama ***dilatación lineal***. Experimentalmente se ha encontrado que un incremento en una sola dimensión, por ejemplo, la longitud de una barra, depende de la dimensión original y del cambio de temperatura. Por ejemplo, considere la barra de la figura 8.10. La longitud original es L_0 y la temperatura inicial es t_0. Cuando se calienta a una temperatura t, la nueva longitud de la barra se indica como L. Por tanto, un cambio en la temperatura, $\Delta t = t - t_0$, produce un cambio de longitud, $\Delta L = L - L_0$. El cambio de longitud proporcional está dado por

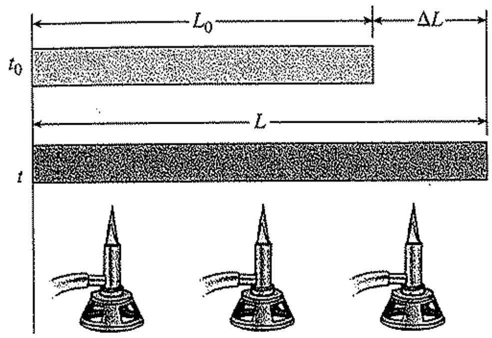


Figura 8.10 Dilatación lineal.

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t \tag{8.8}$$

donde α es la constante de proporcionalidad llamada el ***coeficiente de dilatación lineal***. Como un incremento en la temperatura no produce el mismo aumento en la longitud en todos los materiales, el coeficiente α es una propiedad del material. Tras despejar α de la ecuación (8.8) se obtiene

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \, \Delta t} \tag{8.9}$$

El coeficiente de dilatación lineal de una sustancia puede definirse como el cambio de longitud por unidad de longitud por cada grado que cambia la temperatura. Como la razón $\Delta L/L_0$ no tiene dimensiones, las unidades de α se dan como el inverso de grados o sea, 1/C° o 1/F°. En la tabla 8.1 se presentan los coeficientes de dilatación de muchos materiales.

Tabla 8.1

Coeficientes de dilatación lineal

	α	
Sustancia	**10^{-5}/C°**	**10^{-5}/F°**
Acero	1.2	0.66
Aluminio	2.4	1.3
Cobre	1.7	0.94
Concreto	0.7–1.2	0.4–0.7
Hierro	1.2	0.66
Latón	1.8	1.0
Plata	2.0	1.1
Plomo	3.0	1.7
Vidrio, Pyrex	0.3	0.17
Zinc	2.6	1.44

Ejemplo 8.4

Una tubería de hierro tiene 60 m de longitud a temperatura ambiente (20 °C). Si se va a utilizar para conducir vapor, ¿cuál será la tolerancia a la dilatación y qué nueva longitud tendrá la tubería luego de que el vapor haya fluido por ella cierto tiempo?

Plan: La temperatura del vapor es de 100 °C, de modo que la temperatura de la tubería cambiará de 20 °C a 100 °C, un intervalo de 80 C°. El aumento de longitud se determina con la ecuación (8.7). Al sumar la cantidad obtenida a la longitud inicial determine la nueva longitud de la tubería después de que el vapor haya pasado por ella.

Solución: A partir de la tabla 8.1, sustituimos $\alpha_{\text{hierro}} = 1.2 \times 10^{-5}/\text{C}°$ para determinar el incremento en longitud

$$\Delta L = \alpha_{\text{hierro}} L_0 \Delta t = (1.2 \times 10^{-5}/\text{C}°)(60\text{ m})(80\text{ C}°); \qquad \Delta L = 0.0576\text{ m}$$

La nueva longitud de la tubería será $L_0 + \Delta L$, o bien

$$L = 120\text{ m} + 0.0576\text{ m} = 120.0576\text{ m}$$

Se necesita una tolerancia de 5.76 cm para dar cabida a la dilatación.

Por el ejemplo 8.4 se advierte que la nueva longitud puede calcularse mediante la relación siguiente:

$$L = L_0 + \alpha L_0 \Delta t \tag{8.10}$$

Recuerde, cuando calcula ΔL, que las unidades de α deben ser congruentes con las de Δt.

La dilatación lineal tiene propiedades tanto útiles como destructivas cuando se aplica a situaciones físicas. Los efectos destructivos hacen que los ingenieros empleen juntas de dilatación o rodamientos para brindar tolerancia a la dilatación y a la contracción. Por otra parte, la dilatación predecible de algunos materiales se utiliza para abrir o cerrar interruptores a ciertas temperaturas. Tales dispositivos se llaman *termostatos*.

Quizá la aplicación más frecuente del principio de dilatación lineal es la banda bimetálica. Este dispositivo, mostrado en la figura 8.11, consiste en dos tiras planas de metales diferentes soldadas o remachadas entre sí. Las tiras se funden juntas de tal modo que tengan la misma longitud a una temperatura elegida t_0. Si calentamos la banda se origina una elevación en la temperatura, y el material con mayor coeficiente de dilatación se alargará más. Por ejemplo, una tira de latón-hierro formará un arco hacia el lado del hierro. Cuando se retira la fuente de calor, la banda gradualmente retornará a su posición original. Si se enfría la tira por debajo de su temperatura inicial se provocará que ésta forme un arco en la otra dirección. El material con el más alto coeficiente de dilatación también *disminuye* su longitud más rápido. La tira bimetálica tiene muchas aplicaciones útiles, desde sistemas de control termostático hasta luces intermitentes. Puesto que la dilatación está en proporción directa al aumento de temperatura, la banda bimetálica se puede usar también como termómetro.

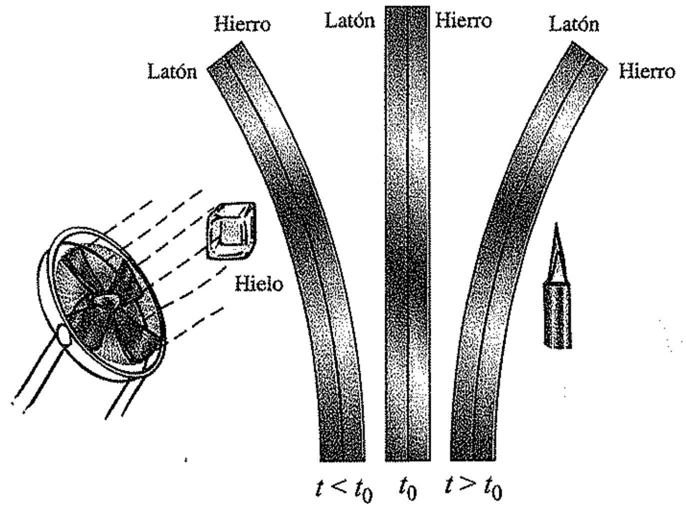


Figura 8.11 La banda bimetálica.

8.6 Dilatación superficial

La dilatación lineal no se restringe a la longitud de un sólido. Cualquier recta trazada a través de éste aumenta su longitud por unidad de longitud con una razón dada por su coeficiente de dilatación α. Por ejemplo, en un cilindro sólido, la longitud, el diámetro y la diagonal trazada a través del sólido aumentarán sus dimensiones en la misma proporción. En realidad, la dilatación de una superficie es exactamente análoga a una ampliación fotográfica, como se ilustra en la figura 8.12. Observe también que si el material tiene un agujero, el área de éste se dilata en la misma razón que si estuviera relleno de material.

Consideremos el área de dilatación de la superficie rectangular de la figura 8.13. Tanto la longitud como el ancho del material se dilatarán en una proporción dada por la ecuación (8.10). Por tanto, la nueva longitud y el ancho están dados, en forma de factores, por

$$L = L_0(1 + \alpha\,\Delta t)$$
$$W = W_0(1 + \alpha\,\Delta t)$$

Ahora podemos deducir una expresión para la dilatación del área determinando el producto de esas dos ecuaciones.

$$\begin{aligned} LW &= L_0W_0(1 + \alpha\,\Delta t)^2 \\ &= L_0W_0(1 + 2\alpha\,\Delta t + \alpha^2\,\Delta t^2) \end{aligned}$$

Puesto que la magnitud de α es del orden de 10^{-5}, con toda certeza podemos despreciar el término que contiene a α^2. Luego, podemos escribir

$$LW = L_0W_0(1 + 2\alpha\,\Delta t)$$

o bien

$$A = A_0(1 + 2\alpha\,\Delta t)$$

donde $A = LW$ representa la nueva área y $A_0 = L_0W_0$ el área original. Al reordenar los términos se obtiene

$$A - A_0 = 2\alpha A_0\,\Delta t$$

o bien

$$\Delta A = 2\alpha A_0\,\Delta t \qquad \textbf{(8.11)}$$

El ***coeficiente de dilatación superficial*** γ (gama) es aproximadamente el doble del coeficiente de dilatación lineal. Simbólicamente,

$$\gamma = 2\alpha \qquad \textbf{(8.12)}$$

donde γ es el cambio en área por unidad inicial de área por cada grado que cambia la temperatura. Con esta definición podemos escribir las fórmulas siguientes para la dilatación superficial:

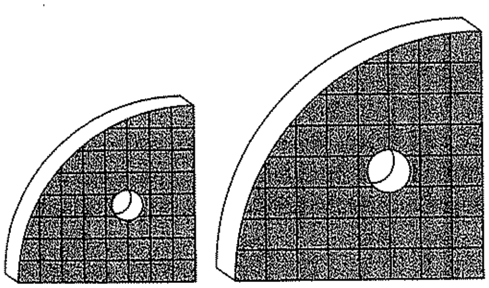


Figura 8.12 La dilatación térmica es análoga a una ampliación fotográfica. Observe que el agujero se agranda en la misma proporción que el material.

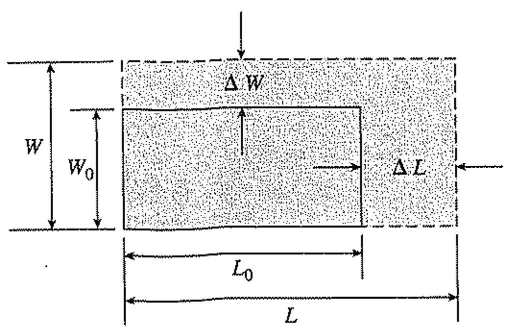


Figura 8.13 Dilatación superficial.

$$\Delta A = \gamma A_0 \, \Delta t \tag{8.13}$$

$$A = A_0 + \gamma A_0 \, \Delta t \tag{8.14}$$

Ejemplo 8.5 Un disco de latón tiene un agujero de 80 mm de diámetro en su centro. Luego, el disco, que tiene 23 °C, se coloca en agua hirviendo durante algunos minutos. ¿Cuál será el área nueva del agujero?

Plan: Primero se calcula el área del agujero a 23 °C. Luego determine el aumento del área debido al cambio de temperatura. Recuerde que el coeficiente de dilatación superficial es el doble del valor lineal dado en la tabla 8.1. Expresaremos el área nueva también en mm^2, así que será necesario cambiar las unidades del área.

Solución: El área a 23 °C está dada por

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(80\text{ mm})^2}{4}; \qquad A_0 = 5027\text{ mm}^2$$

El coeficiente de dilatación del latón es

$$\gamma = 2\alpha = 2(1.8 \times 10^{-5}/\text{C°}) = 3.6 \times 10^{-5}\text{ C°}$$

El aumento del área se determina con la ecuación (8.13)

$$\Delta A = \gamma A_0 \, \Delta t = (3.6 \times 10^{-5}/\text{C°})(5027\text{ mm}^2)(100\text{ °C} - 23\text{ °C})$$

$$\Delta A = 13.9\text{ mm}^2$$

El área nueva se establece sumando el cambio al área original

$$A = A_0 + \Delta A = 5027\text{ mm}^2 + 13.9\text{ mm}^2; \qquad A = 5040.9\text{ mm}^2$$

Otro método para resolver el ejemplo 8.5 sería emplear la fórmula de la dilatación lineal para determinar el aumento del diámetro y luego calcular el área nueva a partir del diámetro nuevo. Este método, en realidad, será más exacto, ya que $\gamma = 2\alpha$ es una *aproximación* en la fórmula de la dilatación superficial.

8.7 Dilatación volumétrica

La dilatación del material calentado es la misma en todas direcciones; por tanto, el volumen de un líquido, gas o sólido tendrá un incremento en volumen predecible al aumentar la temperatura. Razonando de forma semejante a como se hizo en las secciones previas, obtendremos las fórmulas siguientes para la dilatación volumétrica:

$$\Delta V = \beta V_0 \, \Delta t \tag{8.15}$$

$$V = V_0 + \beta V_0 \, \Delta t \tag{8.16}$$

El símbolo β (beta) es el ***coeficiente de dilatación volumétrica***. Representa el cambio en volumen por unidad de volumen por cada grado que cambia la temperatura. Para materiales sólidos es aproximadamente el triple del coeficiente de dilatación lineal.

$$\beta = 3\alpha \tag{8.17}$$

Cuando se trabaja con sólidos, podemos obtener β a partir de la tabla de coeficientes de dilatación lineal (tabla 8.1). Los coeficientes de dilatación correspondientes a diferentes líquidos aparecen en la tabla 8.2. La separación molecular en el caso de los gases es tan grande

Tabla 8.2

Coeficientes de dilatación volumétrica

	β	
Líquido	**10^{-4}/C°**	**10^{-4}/F°**
Agua	2.1	1.2
Alcohol etílico	11	6.1
Benceno	12.4	6.9
Glicerina	5.1	2.8
Mercurio	1.8	1.0

que todos ellos se dilatan más o menos en la misma proporción. La expansión volumétrica de los gases se estudiará en la unidad 10.

Ejemplo 8.6 Un matraz de vidrio Pyrex se llena con 50 cm³ de mercurio a 20 °C. ¿Qué volumen se derramará si el sistema se calienta de forma uniforme a una temperatura de 60 °C? Consulte la figura 8.14.

Plan: El volumen interior del matraz es el mismo que el volumen del fluido que contiene (50 cm³). El mercurio tiene un coeficiente de dilatación volumétrica más grande, lo que significa que el derrame equivaldrá a la diferencia entre la dilatación del mercurio ΔV_m y la del vidrio ΔV_v. Recuerde que $\beta_v = 3\alpha_v$.

Solución: Primero se calcula el cambio de volumen del mercurio

$$\Delta V_m = \beta_m V_{0m}\,\Delta t = (1.8 \times 10^{-4}/\text{C°})(50\ \text{cm}^3)(60\ \text{°C} - 20\ \text{°C})$$
$$\Delta V_m = 0.360\ \text{cm}^3 \qquad \text{(Aumento del volumen del mercurio)}$$

Ahora, el cambio de volumen del interior del matraz de vidrio

$$\Delta V_v = 3\alpha_v V_{0v}\,\Delta t = 3(0.3 \times 10^{-5}/\text{C°})(50\ \text{cm}^3)(40\ \text{C°})$$
$$\Delta V_v = 0.0180\ \text{cm}^3 \qquad \text{(Aumento del volumen del vidrio)}$$

El volumen que se derrama resulta de la diferencia entre las dos dilataciones

$$V_{\text{derramado}} = \Delta V_m - \Delta V_v = 0.360\ \text{cm}^3 - 0.018\ \text{cm}^3$$
$$V_{\text{derramado}} = 0.342\ \text{cm}^3$$

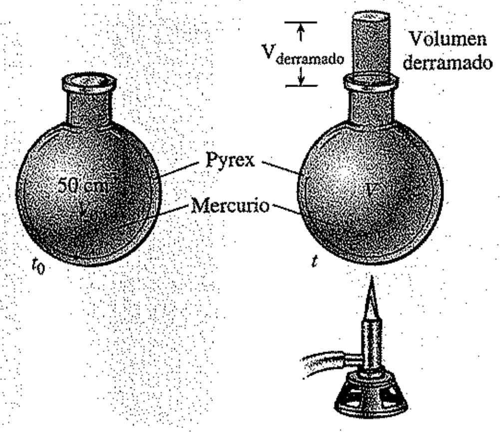


Figura 8.14 El volumen que se derrama se determina restando el cambio de volumen del vidrio del cambio de volumen del mercurio.

Estrategia para resolver problemas

Temperatura y dilatación

1. Lea el problema detenidamente y después trace un bosquejo, marcando la información proporcionada. Use subíndices cero para distinguir entre los valores iniciales y finales de longitud, área, volumen y temperatura.
2. No confunda temperaturas *específicas* t con *intervalos* de temperatura Δt. La práctica de usar la marca de grado antes y después del símbolo es útil, por ejemplo, 55 °C − 22 °C = 33 C°.
3. Para problemas de dilatación asegúrese de incluir la unidad de temperatura con la constante para evitar multiplicar por el intervalo de temperatura incorrecto. Si el coeficiente es 1/C°, entonces el intervalo Δt debe estar en grados Celsius.
4. Los coeficientes de dilatación de área y volumen para sólidos pueden determinarse multiplicando por dos o por tres, respectivamente, los valores lineales dados en la tabla 8.1.
5. Cuando se le pida determinar un valor *inicial* o *final* de longitud, área, volumen o temperatura, generalmente es más fácil calcular primero el *cambio* en ese parámetro y luego resolver el valor inicial o final. Por ejemplo, puede determinar la temperatura final t_f calculando primero Δt y luego sumando o restando para encontrar t_f.
6. La dilatación simultánea de diferentes materiales debe ajustarse teniendo en cuenta los diferentes grados de dilatación de cada uno de ellos. Para un líquido que se encuentra dentro de un recipiente sólido, el incremento o decremento neto en volumen es igual a la diferencia en los cambios experimentados por cada material. Véase el ejemplo 8.6.

8.8 La dilatación anómala del agua

Suponga que se llena el bulbo del tubo de la figura 8.15 con agua a 0 °C de modo que el estrecho cuello se llene parcialmente. La dilatación o contracción del agua se puede medir fácilmente observando el nivel del agua en el tubo. A medida que se incrementa la temperatura del agua, el agua contenida en el tubo baja en forma gradual indicando una contracción. La contracción continúa hasta que la temperatura del bulbo y la del agua son de 4 °C. Cuando la temperatura aumenta por arriba de 4 °C, el agua cambia de dirección y se eleva en forma continua, indicando la dilatación normal con un incremento de temperatura. Esto significa que el agua tiene su volumen mínimo y su densidad máxima a 4 °C.

La variación en la densidad del agua con la temperatura se muestra gráficamente en la figura 8.16. Si estudiamos la gráfica en la zona de las altas temperaturas, notamos que la densidad aumenta gradualmente hasta un máximo de 1.0 g/cm^3 a 4 °C. Luego, la densidad decrece de forma gradual hasta que el agua alcanza el punto de congelación. El hielo ocupa un volumen mayor que el agua y a veces, cuando se forma, puede causar que se rompan las tuberías de agua si no se toman las debidas precauciones.

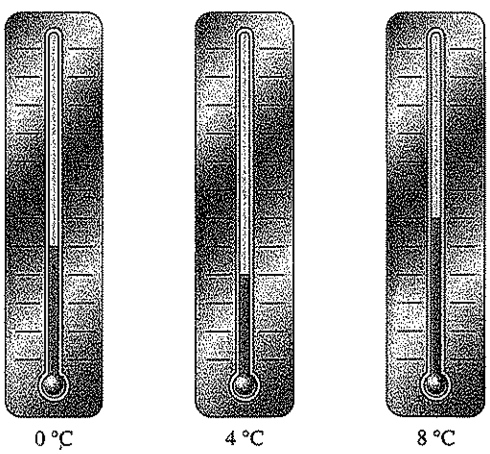


Figura 8.15 Dilatación irregular del agua. A medida que se aumenta la temperatura del vital líquido de 0 a 8 °C, primero se contrae y después se dilata.

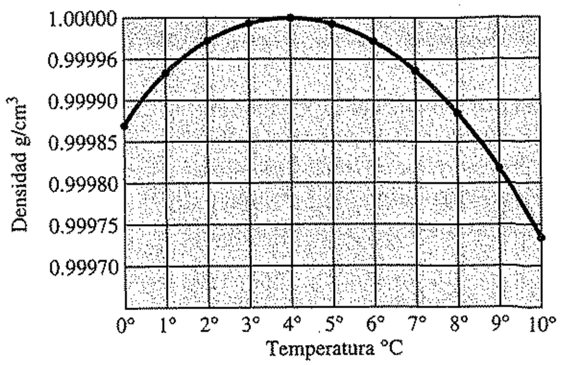


Figura 8.16 Variación de la densidad del agua cerca de los 4 °C.

El mayor volumen del hielo se debe a la forma en que se unen los grupos de moléculas en una estructura cristalina. A medida que se funde el hielo, el agua formada aún contiene grupos de moléculas enlazadas en esa estructura cristalina abierta. Cuando estas estructuras empiezan a romperse, las moléculas se mueven muy juntas, aumentando la densidad. Éste es el proceso dominante hasta que el agua alcanza una temperatura de 4 °C. Desde ese punto hasta altas temperaturas, se produce un aumento en la amplitud de las vibraciones moleculares y el agua se dilata.

Una vez más, el alumno principiante puede maravillarse ante el hecho de que la ciencia pueda ser tan exacta. El hecho de que la densidad del agua a 4 °C "resulte ser exactamente de 1.00 g/cm^3" debe ser en verdad una coincidencia sorprendente. Sin embargo, al igual que las temperaturas del punto de congelación y del punto de ebullición, este resultado es también la consecuencia de una definición. Los científicos que establecieron el sistema métrico definieron el ***kilogramo*** como la masa de 1 000 cm^3 de agua a 4 °C. Posteriormente el kilogramo fue redefinido en términos de un cilindro de platino iridiado, que sirve como patrón.

Resumen y repaso

En esta unidad se estudiará la conversión de cuatro escalar termométricas. También se trata el efecto de la temperatura sobre los sólidos, los líquidos y los gases, lo que permite el manejo apropiado del concepto de dilatación. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad.

- Existen cuatro escalas de temperatura con las que usted debe estar muy familiarizado. Una comparación de ellas aparece en la figura 8.9, donde se presentan sus valores para el punto de ebullición, el punto de congelación y el cero absoluto en cada escala. Es importante que distinga entre un intervalo de temperatura Δt y una temperatura específica t. Ésta es una guía para intervalos de temperatura:

$$\frac{5\text{ C}^\circ}{9\text{ F}^\circ} = 1 = \frac{9\text{ F}^\circ}{5\text{ C}^\circ} \qquad 1\text{ K} = 1\text{ C}^\circ \qquad 1\text{ R}^\circ = 1\text{ F}^\circ$$

Intervalos de temperatura

- Para temperaturas específicas, es necesario corregir la diferencia del intervalo, pero también hay que hacer una corrección por el hecho de que se asignan números distintos a las mismas temperaturas:

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32) \qquad t_F = \frac{9}{5}t_C + 32$$

Temperaturas específicas

$$T_K = t_C + 273 \qquad T_R = t_F + 460$$

Temperaturas absolutas

- Las relaciones siguientes se aplican a la dilatación térmica de sólidos:

$$\Delta L = \alpha L_0\,\Delta t \qquad L = L_0 + \alpha L_0\,\Delta t$$

Dilatación lineal

$$\Delta A = \gamma A_0\,\Delta t \qquad A = A_0 + \gamma A_0\,\Delta t \qquad \gamma = 2\alpha$$

Dilatación superficial

$$\Delta V = \beta V_0\,\Delta t \qquad V = V_0 + \beta V_0\,\Delta t \qquad \beta = 3\alpha$$

Dilatación volumétrica

- En la dilatación volumétrica de un líquido se usa la misma relación que para un sólido salvo, desde luego, que para el líquido no hay coeficiente de dilatación lineal α. Sólo se necesita β.

Conceptos clave

Problemas

Tema 8.2 La medición de la temperatura

1. La temperatura normal del cuerpo humano es de 98.6 °F ¿Cuál es la temperatura correspondiente en la escala Celsius? Resp. 37.0 °C

2. El punto de ebullición del azufre es de 444.5 °C. ¿Cuál es la temperatura correspondiente en la escala Fahrenheit? ,

3. Un riel de acero se enfría de 70 a 30 °C en 1 h. ¿Cuál es la variación de temperatura en grados Fahrenheit en ese mismo lapso? Resp. 72 F°

4. ¿A qué temperatura la escala Celsius y la escala Fahrenheit coinciden en una misma lectura numérica?

5. Un trozo de carbón vegetal que estaba inicialmente a 180 °F experimenta una disminución de temperatura de 120 F°. Exprese este cambio en grados Celsius. ¿Cuál es la temperatura final en la escala Celsius? Resp. 66.7 C°, 15.6 °C

6. La acetona hierve a 56.5 °C y el nitrógeno líquido hierve a −196 °C. Exprese estas temperaturas específicas en la escala Kelvin. ¿Cuál es la diferencia entre esas temperaturas en la escala Celsius?

7. El punto de ebullición del oxígeno es −297.35 °F. Exprese esta temperatura en kelvins y en grados Celsius. Resp. 90.0 K, −183 °C

8. Si el oxígeno se enfría de 120 a 70 °F, ¿cuál es la variación de temperatura en kelvins?

9. Una pared de ladrillo refractario tiene una temperatura interna de 313 °F y una temperatura exterior de 73 °F. Exprese la diferencia de temperaturas en kelvins. Resp. 133 K

10. El oro se funde a 1 336 K. ¿Cuál es la temperatura correspondiente en grados Celsius y en grados Fahrenheit?

11. Una muestra de gas se enfría de −120 a −180 °C. Exprese la variación de temperatura en kelvins y en grados Fahrenheit. Resp. −60 K, −108 F°

Tema 8.5 Dilatación lineal, Tema 8.6 Dilatación superficial y Tema 8.7 Dilatación volumétrica

12. Una losa de concreto tiene 20 m de largo. ¿Cuál será el incremento en su longitud si la temperatura cambia de 12 a 30 °C? Suponga que $\alpha = 9 \times 10^{-6}$/C°.

13. Un trozo de tubo de cobre tiene 6 m de longitud a 20 °C. ¿Qué incremento de longitud tendrá cuando se caliente a 80 °C? Resp. 6.12 mm

14. Una barra de plata tiene 1 ft de longitud a 70 °F. ¿Cuánto se incrementará su longitud cuando se introduzca en agua hirviendo (212 °F)?

15. El diámetro de un orificio en una placa de acero es de 9 cm cuando la temperatura es de 20 °C. ¿Cuál será el diámetro del orificio a 200 °C? Resp. 9.02 cm

16. Una varilla de bronce tiene 2.00 m de longitud a 15 °C. ¿A qué temperatura se tendrá que calentar la varilla para que su nueva longitud sea de 2.01 m?

17. Una placa cuadrada de cobre que mide 4 cm por lado a 20 °C se calienta hasta 120 °C. ¿Cuál es el incremento del área de la placa de cobre? Resp. 0.0544 cm²

18. Un orificio circular en una placa de acero tiene un diámetro de 20.0 cm a 27 °C. ¿A qué temperatura se tendrá que calentar la placa para que el área del orificio sea de 314 cm²?

19. ¿Cuál es el incremento de volumen en 16.0 litros de alcohol etílico cuando la temperatura se incrementa en 30 C°? Resp. 0.528 L

20. Un matraz Pyrex tiene un volumen interior de 600 ml a 20 °C. ¿A qué temperatura el volumen interior será de 603 ml?

21. Si 200 cm³ de benceno llenan exactamente una taza de aluminio a 40 °C y el sistema se enfría a 18 °C, ¿cuánto benceno (a 18 °C) puede agregarse a la taza sin que se derrame? Resp. 5.14 cm³

22. Un vaso de laboratorio Pyrex se llena hasta el borde con 200 cm³ de mercurio a 20 °C. ¿Cuánto mercurio se derramará si la temperatura del sistema se eleva a 68 °C?

Problemas adicionales

23. El diámetro de un orificio en una placa de cobre a 20 °C es de 3.00 mm. ¿A qué temperatura se deberá enfriar el cobre para que ese diámetro sea de 2.99 mm? Resp. −176 °C

24. Una hoja rectangular de aluminio mide 6 × 9 cm a 28 °C. ¿Cuál es su área a 0 °C?

25. La longitud de una varilla de aluminio, medida con una cinta de acero, fue de 60 cm cuando ambas estaban a 8 °C. ¿Cuál será la lectura de la longitud de la varilla en la cinta si ambas están a 38 °C? Resp. 60.022 cm

26. Un cubo de cobre mide 40 cm por lado a 20 °C. ¿Cuál es su volumen cuando la temperatura llega a 150 °C?

27. Un matraz Pyrex ($\alpha = 0.3 \times 10^{-5}$/C°) está lleno hasta el borde con 200 ml de glicerina ($\beta = 5.1 \times 10^{-4}$/C°). ¿Cuánta glicerina se derramará por el borde si el sistema se calienta de 20 a 100 °C? Resp. 8.02 ml

28. Un horno se ajusta a 450 °F. Si la temperatura desciende 50 kelvins, ¿cuál es la nueva temperatura en grados Celsius?

29. Una cinta de acero de 100 ft mide correctamente la distancia cuando la temperatura es de 20 °C. ¿Cuál es la medición verdadera si esta cinta indica una distancia de 94.62 ft un día en el que la temperatura es de 36 °C? Resp. 94.64 ft

30. El diámetro de una varilla de acero es de 3.000 mm cuando la temperatura es de 20 °C. El diámetro de una argolla de bronce es 2.995 mm, también a 20 °C. ¿A qué temperatura en común la argolla de bronce se ensartará deslizándose suavemente sobre la varilla de acero?

31. El volumen de un cubo de metal se incrementa en 0.50% cuando la temperatura del cubo se eleva en 100 C°. ¿Cuál es el coeficiente de dilatación lineal de este metal? Resp. 1.67×10^{-5}/C°

32. ¿En qué porcentaje se incrementa el volumen de un cubo de bronce cuando se calienta de 20 a 100 °C?

33. Un tapón redondo de bronce mide 8.001 cm de diámetro a 28 °C. ¿A qué temperatura deberá enfriarse para que ajuste correctamente en un orificio de 8.000 cm? Resp. 21.1 °C

34. Un matraz Pyrex se llena por completo con 500 cm^3 de alcohol etílico. Si la temperatura del sistema se eleva 70 C°, ¿qué volumen de alcohol se derramará?

35. Un aparato de laboratorio que permite medir el coeficiente de dilatación lineal se ilustra en la figura 8.17. La temperatura de una varilla de metal se eleva haciendo pasar vapor a través de una cubierta metálica cerrada. El incremento de longitud resultante se mide con un tornillo micrométrico en uno de sus extremos. En virtud de que la longitud original y la temperatura son conocidas, el coeficiente de dilatación se puede calcular a partir de la ecuación (8.8). Los datos siguientes fueron obtenidos en el curso de un experimento realizado con una varilla de metal desconocido:

$L_0 = 600$ mm $t_0 = 23$ °C
$\Delta L = 1.04$ mm $t_f = 98$ °C

¿Cuál es el coeficiente de dilatación lineal de este metal? ¿De qué metal se trata? Resp. 2.3×10^{-5}/C°, Al

36. Suponga que los extremos de una varilla están firmemente sujetos entre dos paredes para impedir la dilatación cuando la temperatura se eleva. A partir de las definiciones del módulo de Young y sus conocimientos de la dilatación lineal, demuestre que la fuerza de compresión F que ejercen las paredes está dada por

$$F = \alpha A Y \, \Delta t$$

donde A = área de la sección transversal de la varilla
Y = módulo de Young
Δt = aumento de la temperatura de la varilla

37. Demuestre que la densidad de un material cambia junto con la temperatura, de manera que la nueva densidad se calcula mediante

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t}$$

donde ρ_0 = densidad original
β = coeficiente de dilatación del volumen
Δt = cambio de temperatura

38. La densidad del mercurio a 0 °C es 13.6 g/cm^3. Aplique la relación del ejemplo anterior para hallar la densidad del mercurio a 60 °C.

39. Un anillo de acero tiene un diámetro interior de 4.000 cm a 20 °C. El anillo tiene que encajar en un eje de cobre cuyo diámetro es de 4.003 cm a 20 °C. ¿A qué temperatura deberá ser calentado el anillo? Si éste y el eje se enfrían uniformemente, ¿a qué temperatura se empezará a deslizar el anillo sobre el eje? Resp. 82.5 °C, −150 °C

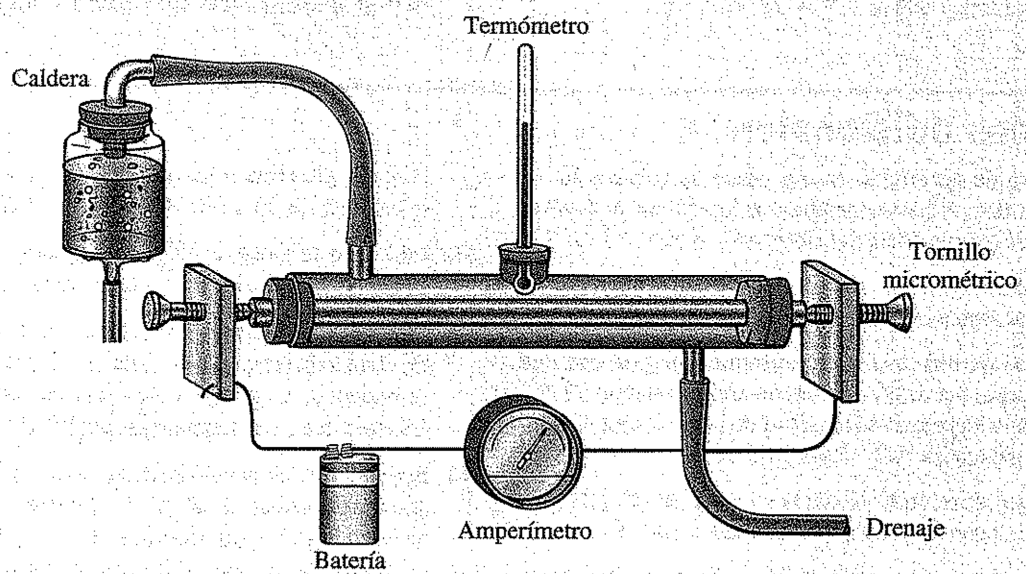
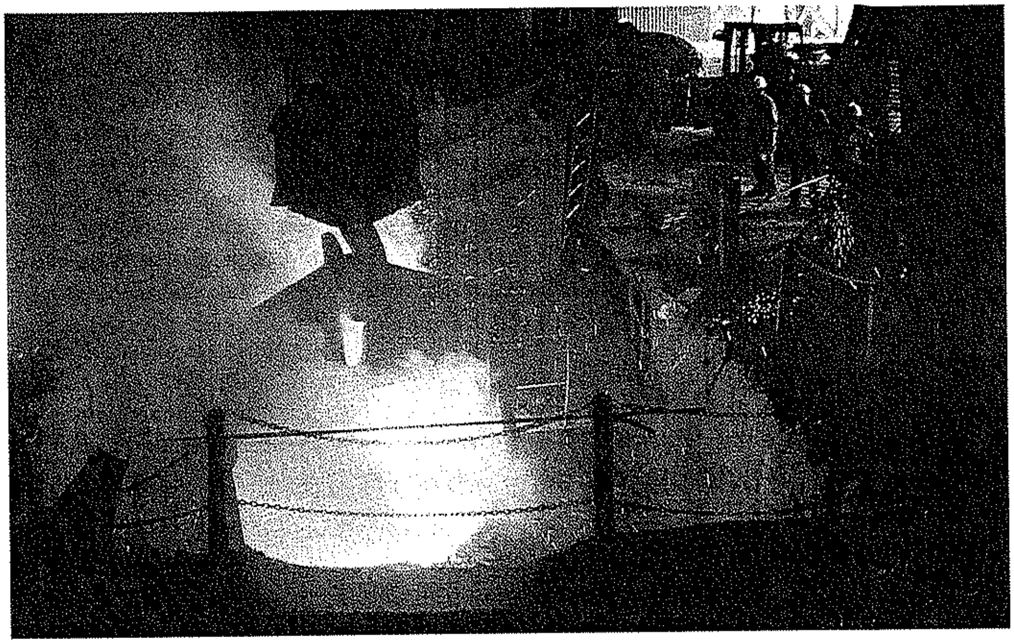


Figura 8.17 Aparato para medir el coeficiente de dilatación lineal.

UNIDAD

9

Calor



Fundición: Los trabajadores observan el procesamiento del acero fundido en una fundición. Se requiere alrededor de 286 joules de calor para fundir 1 gramo de acero. En este capítulo definiremos la cantidad de calor para aumentar la temperatura de una sustancia y cambiar la fase de sólido a líquido o líquido a gas. (*Foto © vol. 5 PhotoDisc/Getty*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Analizar los conceptos de calor, temperatura y energía térmica.
- Solucionar problemas en los que se aplique el concepto de calorimetría.
- Describir los diversos métodos para transferir el calor.
- Solucionar problemas sobre transmisión del calor por conducción, convección y radiación.

9.1 El significado del calor

En el pasado se creía que dos sistemas alcanzaban su equilibrio térmico por medio de la transferencia de una sustancia llamada *calórico*. Se había postulado que todos los cuerpos contenían una cantidad de calórico proporcional a su temperatura. De este modo, cuando dos objetos estaban en contacto, el objeto de mayor temperatura transfería calórico al objeto de menor temperatura hasta que sus temperaturas se igualaban. La idea de que una sustancia se transfiere implica que hay un límite para la cantidad de energía calorífica que es posible obtener de un cuerpo. Esta última idea fue la que, a la postre, condujo a la caída de la teoría del calórico.

El conde Rumford de Baviera fue el primero que puso en duda la teoría del calórico. Él realizó su descubrimiento en 1798 cuando supervisaba la perforación de un cañón. Toda la superficie de éste se mantenía llena de agua, durante la operación, para evitar el sobrecalentamiento. A medida que el agua hervía y se evaporaba, los operarios la reponían. De acuerdo con la teoría existente, se tenía que suministrar calórico para que el agua hirviera. La aparente producción de calórico se explicaba con la suposición de que cuando la materia se dividía extremadamente, perdía parte de su capacidad para retener el calórico. Rumford diseñó un experimento con el fin de demostrar que aun cuando una herramienta para taladrar no cortaba totalmente el metal del cañón, se producía el suficiente calórico para que el agua hirviera. En realidad, parecía que mientras se suministrara trabajo mecánico, la herramienta era una inagotable fuente de calórico. Rumford acabó con la teoría del calórico basándose en sus experimentos y sugirió que la explicación tenía que estar relacionada con el movimiento. Por consiguiente, surgió la idea de que el trabajo mecánico era responsable de la generación de calor. Posteriormente, sir James Prescott Joule estableció la equivalencia de calor y trabajo como dos formas de energía.

9.2 Cantidad de calor

La idea del calor como una sustancia se debe descartar. No se trata de algo que el objeto *posea*, sino de algo que él mismo *cede* o *absorbe*. El ***calor*** es simplemente otra forma de energía que puede medirse sólo en términos del efecto que produce. La unidad de energía del SI, el *joule*, es también la unidad preferida para medir el calor, puesto que éste es una forma de energía. Sin embargo, hay tres antiguas unidades que aún se conservan, y de ellas se hablará también en este texto. Estas primeras unidades se basaron en la energía térmica requerida para producir un cambio patrón. Son la ***caloría***, la ***kilocaloría*** y la ***unidad térmica británica*** (*British thermal unit*) o Btu.

Una caloría (cal) es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua en un grado Celsius.

Una kilocaloría (kcal) es la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de un kilogramo de agua en un grado Celsius (1 kcal = 1 000 cal).

Una unidad térmica británica (Btu) es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de una libra patrón (lb) de agua en un grado Fahrenheit.

Además del hecho de que estas viejas unidades implican que la energía térmica no se puede relacionar con otras formas de energía, existen otros problemas con su uso. El calor requerido para cambiar la temperatura del agua de 92 a 93 °C no es exactamente el mismo que el que se necesita para elevar la temperatura de ese líquido de 8 a 9° C. Por tanto, es necesario especificar el intervalo de temperatura para la caloría y para la unidad térmica británica en aplicaciones de precisión. Los intervalos elegidos fueron 14.5 a 15.5 °C y 63 a 64 °F. Además, la unidad libra que aparece en la definición del Btu debe ser reconocida como la *masa de la libra patrón*. Esto representa el abandono de las unidades del SUEU, ya que en ese sistema la libra quedó reservada para expresar el peso. Por tanto, en este capítulo, cuando

FÍSICA HOY

El calor produce electricidad

La técnica llamada *generación termoeléctrica* utiliza la misma tecnología que las naves espaciales que no pueden generar electricidad a partir del Sol. El sistema funciona usando un arreglo de pares termoeléctricos semiconductores de una aleación de telurio de bismuto. Una tira bimetálica se dobla cuando se expone al calor, esta flexión completa un circuito que contiene un transistor tipo *n* y un transistor tipo *p*, que generan electricidad. Este proceso no es muy eficiente: sólo 5 por ciento de la energía calorífica se convierte en electricidad. Pero si el calor es un calor que se va a desperdiciar, ese 5 por ciento está dispuesto a obtener energía libre. Una compañía que estudia esta tecnología espera usarla para producir toda la electricidad necesaria para manejar las porciones eléctricas de un sistema de calefacción para el hogar, el cual manejaría, por tanto, sólo gas.

se mencione 1 lb de agua, nos estaremos refiriendo a la *masa* de agua equivalente a 1/32 slug. Esta distinción es necesaria debido a que la libra de agua debe representar una cantidad constante de materia, independientemente del lugar geográfico. Por definición, la libra masa se relaciona con el gramo y el kilogramo en la siguiente forma:

$$1 \text{ lb} = 454 \text{ g} = 0.454 \text{ kg}$$

La diferencia entre estas antiguas unidades para el calor resulta de la diferencia que existe entre las masas y de la diferencia entre las escalas de temperatura. Como ejercicio demuestre que:

$$1 \text{ Btu} = 252 \text{ cal} = 0.252 \text{ kcal} \tag{9.1}$$

La primera relación cuantitativa entre estas unidades antiguas y las unidades tradicionales para la energía mecánica fue establecida por Joule en 1843. Aunque Joule diseñó gran número de experimentos para demostrar la equivalencia de las unidades del calor y las unidades de energía, el aparato que se recuerda con más frecuencia es el que aparece en la figura 9.1. La energía mecánica se obtenía al hacer descender pesas, las cuales hacían girar un juego de aspas dentro de un recipiente con agua. La cantidad de calor absorbido por el agua se medía partiendo de la masa conocida y de la medición del incremento de temperatura del agua.

En la actualidad, el ***equivalente mecánico del calor*** ya se ha establecido con un alto grado de precisión mediante varias técnicas. Los resultados aceptados son

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$
$$1 \text{ kcal} = 4\,186 \text{ J}$$
$$1 \text{ Btu} = 778 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

Por tanto, son necesarios 4.186 J de calor para elevar la temperatura de un gramo de agua de 14.5 a 15.5 °C. Por el hecho de que cada una de las unidades anteriores se sigue usando, con frecuencia es necesario comparar unidades o hacer conversiones de una unidad a otra.

Ahora que se han definido las unidades para la medición cuantitativa del calor, la diferencia entre cantidad de calor y temperatura debe ser muy clara. Por ejemplo, suponga que vaciamos 200 g de agua en un vaso de precipitado y 800 g de agua en otro vaso, como muestra la figura 9.2. La temperatura inicial del agua en cada vaso es de 20 °C. Se coloca una flama

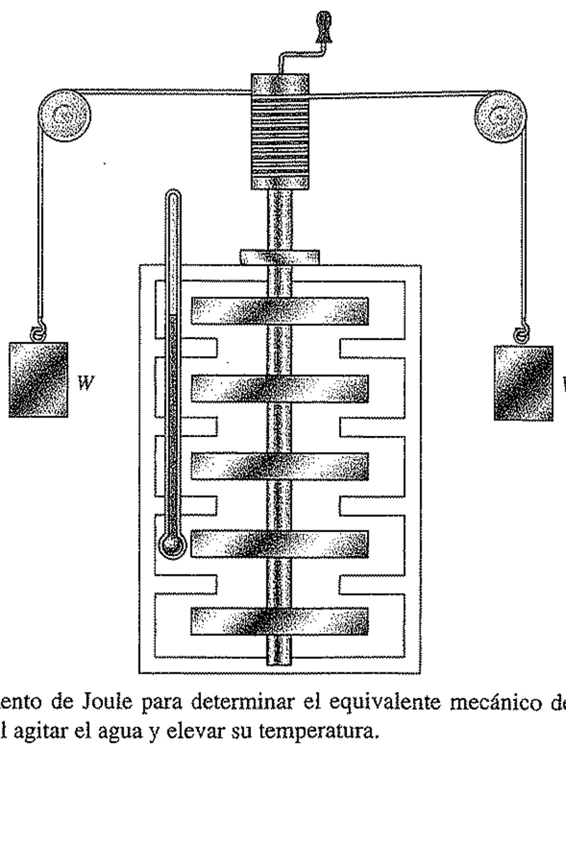


Figura 9.1 Experimento de Joule para determinar el equivalente mecánico del calor. Al descender las pesas realizan trabajo al agitar el agua y elevar su temperatura.

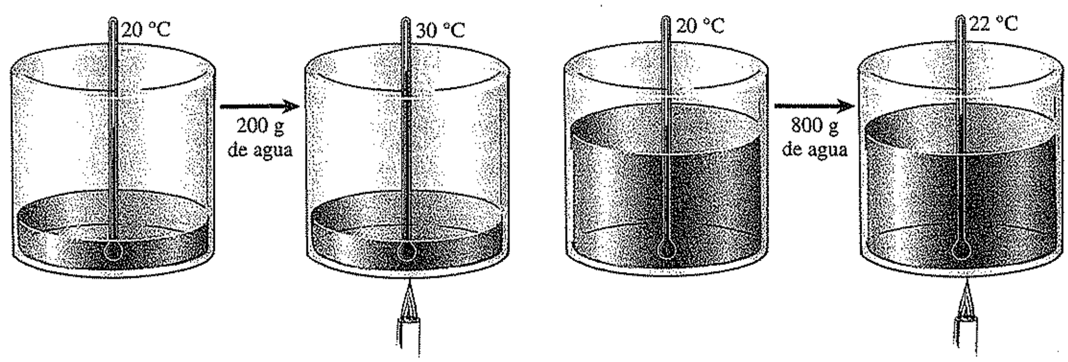


Figura 9.2 La misma cantidad de calor se aplica a diferentes masas de agua. La masa mayor experimenta una menor elevación de temperatura.

bajo cada vaso durante el mismo periodo, suministrando 8000 J de energía calorífica al agua de cada vaso. La temperatura de los 800 g de agua se incrementa un poco más de 2 C°, pero la temperatura de los 200 g aumenta casi 10 C°. Sin embargo, se suministró la misma cantidad de calor en cada vaso.

9.3 Capacidad de calor específico

Hemos definido la cantidad de calor como la energía térmica necesaria para elevar la temperatura de una masa dada. Sin embargo, la cantidad de energía térmica requerida para elevar la temperatura de una sustancia varía para diferentes materiales. Por ejemplo, suponga que aplicamos calor a cinco esferas, todas del mismo tamaño pero de material diferente, como muestra la figura 9.3a. Si deseamos elevar la temperatura de cada esfera a 100 °C, descubriremos que algunas de las esferas deben calentarse más tiempo que otras. Para ilustrar esto, supongamos que cada esfera tiene un volumen de 1 cm^3 y una temperatura inicial de 0 °C. Cada una se calienta con un mechero capaz de suministrar energía térmica a razón de 1 cal/s. El tiempo necesario para que cada esfera alcance los 100 °C aparece en la figura 9.3. Observe que la esfera de plomo alcanza la temperatura final en sólo 37 s, mientras que la esfera de hierro requiere 90 s de calentamiento continuo. Las esferas de vidrio, aluminio y cobre necesitan tiempos intermedios entre esos valores.

Puesto que las esferas de hierro y de cobre absorben más calor, se esperaría que liberaran más calor al enfriarse. Esto puede demostrarse colocando las cinco esferas (a 100 °C) simultáneamente sobre una barra delgada de parafina, como se ve en la figura 9.3b. Las esferas de hierro y de cobre llegarán a fundir la parafina y a caer en el recipiente. Las esferas de plomo y de vidrio jamás la atravesarán. Es obvio que cada material debe tener alguna propiedad que

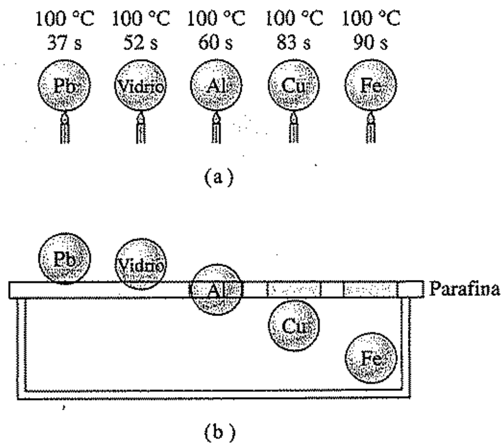


Figura 9.3 Comparación entre las capacidades caloríficas de cinco esferas de materiales diferentes.

se relacione con la cantidad de calor absorbido o liberado durante un cambio en la temperatura. Como un paso para establecer esta propiedad, vamos a definir primero la ***capacidad calorífica***.

La capacidad calorífica de un cuerpo es la relación del calor suministrado respecto al correspondiente incremento de temperatura del cuerpo.

$$\text{Capacidad calorífica} = \frac{Q}{\Delta t} \tag{9.2}$$

Las unidades del SI para la capacidad calorífica son *joules por kelvin* (J/K), pero puesto que el intervalo Celsius es el mismo que el kelvin y se usa con más frecuencia, en este texto se usará el *joule por grado Celsius* (J/C°). Otras unidades son las *calorías por grado Celsius* (cal/C°), *kilocalorías por grado Celsius* (kcal/C°), y los *Btu por grado Fahrenheit* (Btu/F°). En los ejemplos anteriores se requirieron 89.4 cal de calor para elevar la temperatura de la esfera de hierro en 100 °C. Por consiguiente, la capacidad calorífica de esta esfera de hierro específica es de 0.894 cal/C°.

La masa de un objeto no se incluye en la definición de capacidad calorífica. Por tanto, la capacidad calorífica es una propiedad del objeto. Para que sea una propiedad del material, se define la *capacidad calorífica por unidad de masa*. A esta propiedad se le llama ***calor específico*** (o ***capacidad calorífica específica***) y se simboliza por c.

El calor específico de un material es la cantidad de calor necesario para elevar un grado la temperatura de una unidad de masa.

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta t} \qquad Q = mc\,\Delta t \tag{9.3}$$

La unidad del SI para el calor específico designa al *joule* para el calor, al *kilogramo* para la masa, y al *kelvin* para la temperatura. Si nuevamente remplazamos el kelvin con el grado Celsius, las unidades de c son J/kg · C°. En la industria, la mayor parte de las mediciones de temperatura se hacen en C° o F°, y la caloría y el Btu se siguen usando aún con más frecuencia que las unidades del SI. Por tanto, continuaremos mencionando el calor específico en unidades cal/g · C° y Btu/lb · F°, pero también usaremos las unidades del SI en algunos casos. En el ejemplo de la esfera de hierro, se determinó que su masa era de 7.85 g. El calor específico del hierro es, por tanto,

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta t} = \frac{89.4\text{ cal}}{(7.85\text{ g})(100\text{ C}°)} = 0.114\text{ cal/g}\cdot\text{C}°$$

Observe que nos referimos a capacidad calorífica de la *esfera* y al calor *específico* del *hierro*. La primera se refiere al objeto en sí mismo, mientras que el último se refiere al material del que está hecho el objeto. En nuestro experimento de las esferas, observamos tan sólo la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura 100 C°. No se tomó en cuenta la densidad de los materiales. Si el tamaño de las esferas se ajustara de tal manera que todas tuvieran la misma masa, observaríamos diferentes resultados. En vista de que el calor específico del aluminio es el mayor, se requerirá más calor para la esfera de aluminio que para las demás. En forma similar, la esfera de aluminio podrá liberar más calor al enfriarse.

Para la mayoría de las aplicaciones prácticas, el calor específico del agua puede considerarse como

$$4\,186\text{ J/kg}\cdot\text{C}° \qquad 4.186\text{ J/g}\cdot\text{C}°$$
$$1\text{ cal/g}\cdot\text{C}° \qquad \text{o} \qquad 1\text{ Btu/lb}\cdot\text{F}°$$

Observe que los valores numéricos son los mismos para el calor específico expresado en cal/g · C° y en Btu/lb · F°. Ésta es una consecuencia de sus definiciones y puede demostrarse mediante la conversión de unidades:

$$1\frac{\text{Btu}}{\text{lb}\cdot\text{F}°} \times \frac{9\text{ F}°}{5\text{ C}°} \times \frac{1\text{ lb}}{454\text{ g}} \times \frac{252\text{ cal}}{1\text{ Btu}} = 1\text{ cal/g}\cdot\text{C}°$$

Tabla 9.1

Calores específicos

Sustancia	J/kg · C°	cal/g · C° o Btu/lb · F°
Acero	480	0.114
Agua	4 186	1.00
Alcohol etílico	2 500	0.60
Aluminio	920	0.22
Cobre	390	0.093
Hielo	2 090	0.5
Hierro	470	0.113
Latón	390	0.094
Mercurio	140	0.033
Oro	130	0.03
Plata	230	0.056
Plomo	130	0.031
Trementina	1 800	0.42
Vapor	2 000	0.48
Vidrio	840	0.20
Zinc	390	0.092

Los calores específicos para la mayoría de las sustancias de uso común aparecen en la tabla 9.1.

Una vez que se han establecido los calores específicos de gran número de materiales, la energía térmica liberada o absorbida se puede determinar debido a múltiples experimentos. Por ejemplo, la cantidad de calor Q necesaria para elevar la temperatura de una masa m en un intervalo t, partiendo de la ecuación (9.3), es

$$Q = mc\,\Delta t \tag{9.4}$$

donde c es el calor específico de la masa.

Ejemplo 9.1 ¿Cuánto calor se necesita para elevar la temperatura de 200 g de mercurio de 20 a 100 °C?

Solución: La sustitución en la ecuación (9.4) da

$$\begin{aligned} Q = mc\,\Delta t &= (0.2\text{ kg})(140\text{ J/kg}\cdot\text{C°})(80\text{ C°}) \\ &= 2200\text{ J} \end{aligned}$$

9.4 La medición del calor

Con frecuencia hemos destacado la importancia de distinguir entre energía térmica y temperatura. El término *calor* se ha presentado como la energía térmica *absorbida* o *liberada* durante un cambio de temperatura. La relación cuantitativa entre calor y temperatura se describe mejor por medio del concepto de calor específico tal como aparece en la ecuación (9.4). Las relaciones físicas entre todos estos términos ahora están tomando su lugar.

El principio del equilibrio térmico nos dice que siempre que los objetos se coloquen juntos en un ambiente aislado, finalmente alcanzarán la misma temperatura. Esto es el resultado de una transferencia de energía térmica de los cuerpos más calientes a los cuerpos más fríos.

Si la energía debe conservarse, decimos que *el calor perdido por los cuerpos calientes debe ser igual al calor ganado por los cuerpos fríos*. O sea,

$$\textit{Calor perdido} = \textit{calor ganado} \tag{9.5}$$

Esta ecuación expresa el resultado neto de la transferencia de calor dentro de un sistema.

El calor perdido o ganado por un objeto no se relaciona de manera sencilla con las energías moleculares de los objetos. Siempre que se suministra energía térmica a un objeto, éste puede absorber la energía de muy diversas maneras. El concepto de calor específico es necesario para medir las capacidades de diferentes materiales y utilizar la energía térmica para aumentar sus temperaturas. La misma cantidad de energía térmica suministrada no produce el mismo aumento de temperatura en todos los materiales. Por esta razón, decimos que la temperatura es una cantidad *fundamental*. Su medición es necesaria para determinar la cantidad de calor perdido o ganado durante un proceso específico.

Al aplicar la ecuación general para la conservación de la energía térmica, ecuación (9.5), la cantidad de calor *ganado* o *perdido* por cada objeto se calcula a partir de la ecuación

$$Q = mc\,\Delta t$$

El término Δt representa el cambio *absoluto* en la temperatura cuando se aplica a las *ganancias* y *pérdidas*. Esto significa que debemos pensar en *temperatura alta* menos *temperatura baja* en vez de *temperatura final* menos *temperatura inicial*. Por ejemplo, suponga que un perno calentado, inicialmente a 80 °C se deja caer en un recipiente de agua cuya temperatura inicial es 20°. Suponga que la temperatura de equilibrio final es 30°. Para determinar la *pérdida* de calor que sufrió el perno, Δt es $+50°$ y para el cálculo del calor *ganado* por el agua, Δt es $+10°$.

Ejemplo 9.2

Se calientan balas de cobre a 90 °C y luego se dejan caer en 160 g de agua a 20 °C. La temperatura final de la mezcla es 25 °C. ¿Cuál era la masa de las balas?

Plan: Para calcular la masa de las balas de cobre, considere que la pérdida de calor de las balas debe ser igual al calor ganado por el agua. Como no se menciona el contenedor suponga que no hay un intercambio de calor considerable en ninguna otra parte. Establezca la pérdida del calor igual al calor obtenido y resuelva para hallar la masa desconocida.

Solución: Recuerde que $Q = mc\,\Delta t$ para las balas y para el agua, escribimos

$$\begin{aligned} \textit{Calor perdido} &= \textit{calor ganado} \\ m_s c_s\,\Delta t_s &= m_w c_w\,\Delta t_w \\ m_s c_s(t_s - t_e) &= m_w c_w(t_e - t_w) \end{aligned}$$

A partir de la tabla 9.1 determinamos que, para el cobre, $c = 0.093$ cal/g · C°, y para el agua, $c = 1$ cal/g · C°. Al sustituir las otras cantidades conocidas tenemos

$$\begin{aligned} m_s(0.093\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(98° - 25\text{ °C}) &= (160\text{ g})(1\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(25\text{ °C} - 20\text{ °C}) \\ m_s(6.79\text{ cal/g}) &= 800\text{ cal} \\ m_s &= 118\text{ g} \end{aligned}$$

En este sencillo ejemplo no hemos tomado en cuenta dos hechos importantes: (1) el agua se encuentra en un recipiente, el cual también absorbe calor del cobre; (2) el sistema completo debe aislarse de las temperaturas externas. De otro modo, el equilibrio de temperatura siempre se alcanzaría a temperatura ambiente. Un dispositivo de laboratorio llamado ***calorímetro*** (véase la figura 9.4) se usa para tener bajo control este tipo de dificultades. El calorímetro consiste en un recipiente metálico delgado K, generalmente de aluminio, sostenido en su parte central y colocado dentro de una camisa externa A por medio de un soporte de hule no conduc-

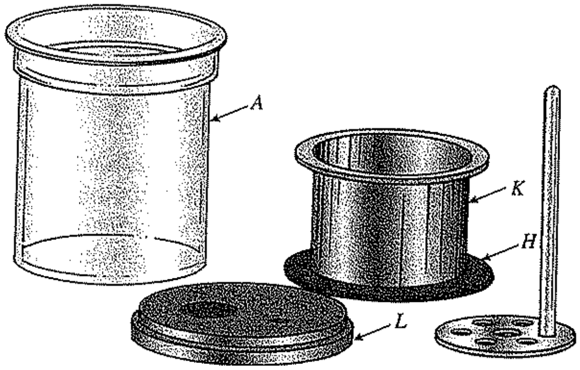


Figura 9.4 El calorímetro de laboratorio. (Central Scientific Co.).

tor H. La pérdida de calor se minimiza de tres maneras: (1) el empaque de hule evita pérdidas por conducción, (2) el espacio cerrado entre las paredes del recipiente impide la pérdida de calor por corrientes de aire, y (3) un recipiente de metal muy bien pulido reduce la pérdida de calor por radiación. Estos tres métodos de transferencia de calor se estudiarán más adelante. La tapa de madera L tiene orificios en su parte superior para poder introducir un termómetro y un agitador de aluminio.

Ejemplo 9.3

En un experimento de laboratorio, se utiliza un calorímetro para determinar el calor específico del hierro. Se colocan 80 g de balines de hierro seco en la taza y se calienta a 95 °C. La masa de la taza interior de aluminio con un agitador del mismo material es de 60 g. El calorímetro se llena parcialmente con 150 g de agua a 18 °C. Los balines calientes se vacían rápidamente en la taza y se sella el calorímetro, como muestra la figura 9.5. Después que el sistema ha alcanzado el equilibrio térmico, la temperatura final es 22 °C. Calcule el calor específico del hierro.

Plan: La pérdida de calor del hierro debe ser igual al calor ganado por el agua más el calor ganado por la taza y el agitador de aluminio. Suponga que la temperatura inicial de la taza es la misma que la del agua y del agitador (18 °C). Cuando escriba la ecuación de la conservación, el calor específico del hierro queda como el único valor desconocido.

Solución: Al organizar los datos conocidos tenemos

Dados: $m_s = 80$ g, $m_{Al} = 60$ g, $m_w = 150$ g, $t_w = t_{Al} = 18$ °C, $t_s = 95$ °C, $t_e = 22$ °C

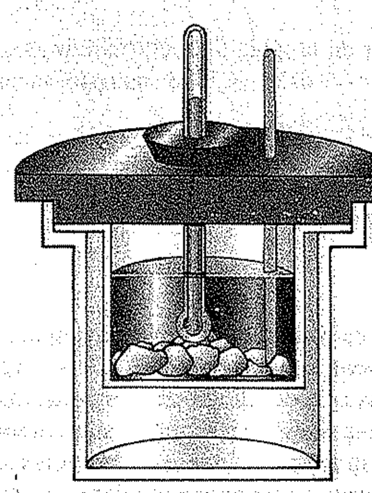


Figura 9.5 El calorímetro puede utilizarse para determinar el calor específico de una sustancia.

Calcularemos el calor ganado por el agua y el aluminio por separado.

$$Q_{\text{agua}} = mc\,\Delta t = (150\text{ g})(1\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(22\text{ °C} - 18\text{ °C})$$
$$= (150\text{ g})(1\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(4\text{ C°}) = 600\text{ cal}$$
$$Q_{\text{Al}} = mc\,\Delta t = (60\text{ g})(0.22\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(22\text{ °C} - 18\text{ °C})$$
$$= (60\text{ g})(0.22\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(4\text{ C°}) = 52.8\text{ cal}$$

Ahora, el calor total ganado es la suma de estos valores.

$$\text{Calor ganado} = 600\text{ cal} + 52.8\text{ cal} = 652.8\text{ cal}$$

Esta cantidad debe ser igual que el calor perdido por el hierro:

$$\text{Calor perdido} = Q_s = mc_s\,\Delta t = (80\text{ g})c_s(95\text{ °C} - 22\text{ °C})$$

Al establecer que el calor perdido es igual que el calor ganado nos queda

$$(80\text{ g})c_s(73\text{ C°}) = 652.8\text{ cal}$$

Despejando c_s, obtenemos

$$c_s = \frac{652.8\text{ cal}}{(80\text{ g})(73\text{ C°})} = 0.11\text{ cal/g}\cdot\text{C°}$$

En este experimento el calor ganado por el termómetro no se considera por ser insignificante. En un experimento real, la porción del termómetro que queda dentro del calorímetro absorbería aproximadamente la misma cantidad de calor que 0.5 g de agua. Esta cantidad, llamada el ***equivalente del agua*** del termómetro, debe sumarse a la masa de agua en un experimento de precisión.

9.5 Cambio de fase

Cuando una sustancia absorbe una determinada cantidad de calor, la rapidez de sus moléculas aumenta y su temperatura se eleva. Dependiendo del calor específico de la sustancia, la elevación de temperatura es directamente proporcional a la cantidad de calor suministrado e inversamente proporcional a la masa de la sustancia. Sin embargo, cuando un sólido se funde o cuando un líquido hierve ocurre algo curioso. En estos casos, la temperatura permanece constante hasta que todo el sólido se funde o hasta que todo el líquido hierve.

Para comprender lo que le sucede a la energía aplicada, consideremos un modelo simple, como el que se ilustra en la figura 9.6. En las condiciones apropiadas de temperatura y presión, todas las sustancias pueden existir en tres *fases*: sólida, líquida o gaseosa. En la fase sólida, las moléculas se mantienen unidas en una estructura cristalina rígida, de tal modo que la sustancia tiene una forma y volumen definidos. A medida que se suministra calor, las ener-

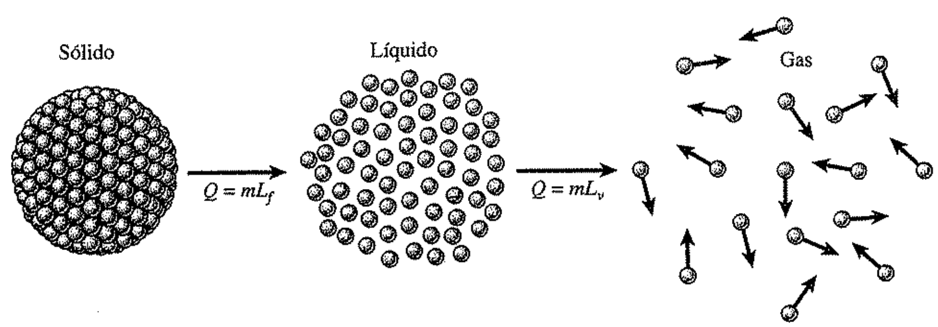


Figura 9.6 Un modelo simplificado muestra las separaciones moleculares relativas en las fases sólida, líquida y gaseosa. Durante un cambio de fase, la temperatura permanece constante.

gías de las partículas del sólido aumentan gradualmente y su temperatura se eleva. Al cabo del tiempo, la energía cinética se vuelve tan grande que algunas de las partículas rebasan las fuerzas elásticas que las mantenían en posiciones fijas. La mayor separación entre ellas les da la libertad de movimiento que asociamos con la fase líquida. En este punto, la energía absorbida por la sustancia se usa para separar más las moléculas que en la fase sólida. La temperatura no aumenta durante tal cambio de fase. El cambio de fase de sólido a líquido se llama ***fusión***, y la temperatura a la cual se produce ese cambio se conoce como el ***punto de fusión***.

La cantidad de calor requerido para fundir una unidad de masa de una sustancia en su punto de fusión se llama el ***calor latente de fusión*** de esa sustancia.

El calor latente de fusión L_f de una sustancia es el calor por unidad de masa necesario para cambiar la sustancia de la fase sólida a la líquida a su temperatura de fusión.

$$L_f = \frac{Q}{m} \qquad Q = mL_f \tag{9.6}$$

El calor latente de fusión L_f se expresa en *joules por kilogramo* (J/kg), *calorías por gramo* (cal/g), o *Btu por libra* (Btu/lb). A 0 °C, 1 kg de hielo absorberá aproximadamente 334 000 J de calor en la formación de 1 kg de agua a 0 °C. Por tanto, el calor latente de fusión para el agua es de 334 000 J/kg. El término *latente* surge del hecho de que la temperatura permanece constante durante el proceso de fusión. El calor de fusión en el caso del agua es cualquiera de los siguientes:

$$3.34 \times 10^5 \text{ J/kg} \qquad 334 \text{ J/g}$$
$$80 \text{ cal/g} \qquad \text{o} \qquad 144 \text{ Btu/lb}$$

Después de que todo el sólido se funde, la energía cinética de las partículas del líquido resultante aumenta de acuerdo con su calor específico, y la temperatura se incrementa de nuevo. Finalmente, la temperatura llegará a un nivel en el que la energía térmica se usa para cambiar la estructura molecular, formándose un gas o vapor. El cambio de fase de un líquido a vapor se llama ***vaporización***, y la temperatura asociada con este cambio se llama el ***punto de ebullición*** de la sustancia.

La cantidad de calor necesaria para evaporar una unidad de masa se llama ***calor latente de vaporización***.

El calor latente de vaporización L_v de una sustancia es el calor por unidad de masa necesario para cambiar la sustancia de líquido a vapor a su temperatura de ebullición.

$$L_v = \frac{Q}{m} \qquad Q = mL_v \tag{9.7}$$

El calor latente de vaporización L_v se expresa en unidades de *joule por kilogramo, calorías por gramo* o *Btu por libra*. Se ha encontrado que 1 kg de agua a 100 °C absorbe 2 260 000 J de calor en la formación de 1 kg de vapor a la misma temperatura. El calor de vaporización para el agua es

$$2.26 \times 10^6 \text{ J/kg} \qquad 2\,260 \text{ J/g}$$
$$540 \text{ cal/g} \quad \text{o bien} \quad 970 \text{ Btu/lb}$$

Los valores correspondientes al calor de fusión y al calor de vaporización de algunas sustancias se muestran en la tabla 9.2. Están dados en unidades del SI y en calorías por gramo. Debe observarse que los equivalentes de Btu por libra (Btu/lb) se pueden obtener multiplicando el valor en cal/g por (9/5). Estos valores difieren únicamente debido a la diferencia en las escalas de temperatura. Se ha dado un gran apoyo al uso industrial de las unidades del SI de J/kg tanto para el L_f como para el L_v; sin embargo, pocas empresas de los Estados Unidos han hecho estas conversiones.

Tabla 9.2

Calores de fusión y calores de vaporización de diversas sustancias

Sustancia	Punto de fusión °C	Calor de fusión J/kg	Calor de fusión cal/g	Punto de ebullición °C	Calor de vaporización J/kg	Calor de vaporización cal/g
Agua	0	334×10^3	80	100	$2\,256 \times 10^3$	540
Alcohol etílico	−117.3	104×10^3	24.9	78.5	854×10^3	204
Amoniaco	−75	452×10^3	108.1	−33.3	$1\,370 \times 10^3$	327
Cobre	1080	134×10^3	32	2 870	4730×10^3	1130
Helio	−269.6	5.23×10^3	1.25	−268.9	20.9×10^3	5
Mercurio	−39	11.5×10^3	2.8	358	296×10^3	71
Oxígeno	−218.8	13.9×10^3	3.3	−183	213×10^3	51
Plata	960.8	88.3×10^3	21	2193	$2\,340 \times 10^3$	558
Plomo	327.3	24.5×10^3	5.86	1620	871×10^3	208
Zinc	420	100×10^3	24	918	$1\,990 \times 10^3$	475

Cuando se estudian los cambios de fase de una sustancia, con frecuencia es útil trazar un gráfico que muestre cómo varía la temperatura de la sustancia a medida que se le aplica energía térmica. Tal tipo de gráfica se muestra en la figura 9.7 para el caso del agua. Si se toma del congelador a −20 °C una cierta cantidad de hielo y se calienta, su temperatura se incrementará gradualmente hasta que el hielo empiece a fundirse a 0 °C. Por cada grado que se eleva la temperatura, cada gramo de hielo absorberá 0.5 cal de energía calorífica. Durante el proceso de fusión, la temperatura permanecerá constante, y cada gramo de hielo absorberá 80 cal de energía calorífica en la formación de 1 g de agua.

Una vez que se ha fundido todo el hielo, la temperatura empieza a elevarse de nuevo con una rapidez uniforme hasta que el agua empieza a hervir a 100 °C. Por cada grado de incremento en la temperatura, cada gramo absorberá 1 cal de energía térmica. Durante el proceso de vaporización, la temperatura permanece constante. Cada gramo de agua absorbe 540 cal de energía térmica en la formación de 1 g de vapor de agua a 100 °C. Si el vapor de agua que resulta se almacena y continúa el calentamiento hasta que toda el agua se evapore, la temperatura de nuevo comenzará a elevarse. El calor específico del vapor es 0.48 cal/g · C°.

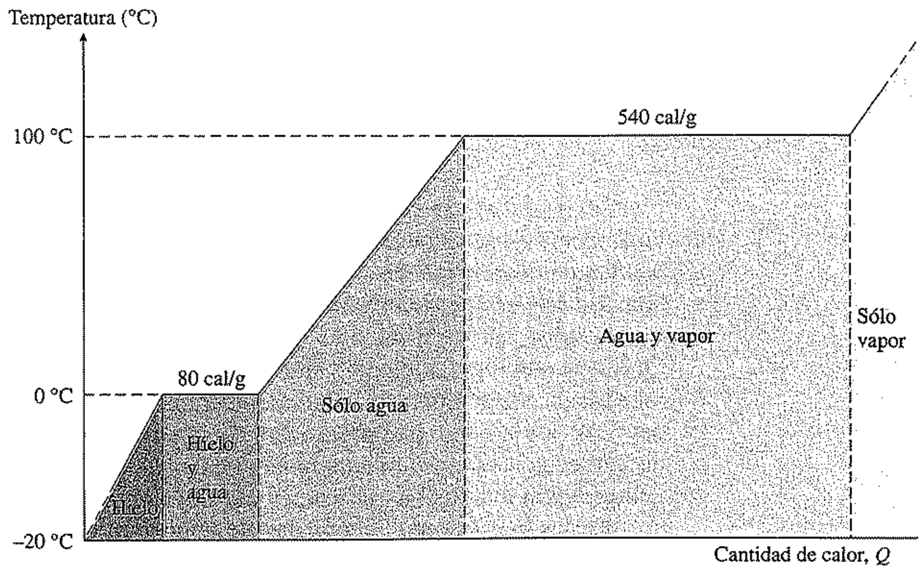


Figura 9.7 Variación de temperatura debida a un cambio de la energía térmica del agua.

Ejemplo 9.4 ¿Qué cantidad de calor se necesita para transformar 20 g de hielo a −25 °C en vapor a 120 °C? Use unidades del SI y tome las constantes de las tablas.

Plan: Necesita separar en cinco partes este problema: (1) el calor requerido para llevar el hielo de −25 °C a la temperatura de fusión (0 °C), (2) el calor requerido para fundir todo este hielo, (3) el calor para llevar el agua resultante de 0° C al punto de evaporación (100 °C), (4) el calor para evaporar toda el agua y (5) el calor para aumentar la temperatura del vapor resultante a 120° C. A lo largo de todo el proceso, la masa (20 g) no cambia. El calor total requerido será la suma de estas cantidades. Con excepción de la temperatura, en este ejemplo usaremos las unidades del SI para todas las cantidades.

Solución: La masa se convierte en kilogramos, $m = 0.020$ kg, y las constantes necesarias se toman de las tablas:

$$c_{\text{agua}} = 4\,186 \text{ J/kg} \cdot \text{C°},\ c_{\text{hielo}} = 2\,090 \text{ J/kg} \cdot \text{C°},\ c_{\text{vapor}} = 2\,000 \text{ J/kg} \cdot \text{C°},$$
$$L_f = 3.34 \times 10^5 \text{ J/kg};\ L_v = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

El calor necesario para elevar la temperatura del hielo de −25 °C a 0 °C es

$$Q_1 = mc_{\text{agua}}\,\Delta t = (0.020 \text{ kg})(2\,090 \text{ J/kg} \cdot \text{C°})(25 \text{ °C})$$
$$= 1\,045 \text{ J}$$

El calor requerido para fundir los 20 g de hielo es

$$Q_2 = mL_f = (0.020 \text{ kg})(3.34 \times 10^5 \text{ J/kg}) = 6\,680 \text{ J}$$

El calor para elevar la temperatura de 20 g de agua a 100° C es

$$Q_3 = mc_{\text{agua}}\,\Delta t = (0.020 \text{ kg})(4\,186 \text{ J/kg} \cdot \text{C°})(100 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) = 8\,372 \text{ J}$$

El calor para evaporar los 20 g de agua es

$$Q_4 = mL_v = (0.020 \text{ kg})(2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}) = 45\,200 \text{ J}$$

Finalmente, debemos aumentar la temperatura del vapor a 120 °C. Supondremos que el vapor está contenido de alguna manera ya que está en forma de vapor y debe ser posible sobrecalentarlo.

$$Q_5 = mc_s\,\Delta t = (0.020 \text{ kg})(2\,000 \text{ J/kg} \cdot \text{C°})(120 \text{ °C} - 100 \text{ °C})$$
$$= (0.020 \text{ kg})(2\,000 \text{ J/kg} \cdot \text{C°})(20 \text{ C°}) = 800 \text{ J}$$

El calor total requerido es la suma de estos cinco procesos:

$$Q_T = \sum Q = 1\,045 \text{ J} + 6\,680 \text{ J} + 8\,372 \text{ J} + 45\,200 \text{ J} + 800 \text{ J}$$
$$Q_T = 62\,097 \text{ J} \quad \text{o} \quad Q_T = 62{,}1 \text{ kJ}$$

Cuando se extrae calor de un gas, su temperatura cae hasta que alcanza la temperatura a la cual hirvió. Si se sigue extrayendo calor, el vapor retorna a la fase líquida. Este proceso se conoce como ***condensación***. Al condensarse, un vapor libera una cantidad de calor equivalente al calor requerido para evaporarlo. Por tanto, el *calor de condensación* es equivalente al calor de vaporización. La diferencia radica únicamente en la dirección del calor transferido.

En forma similar, cuando se extrae calor de un líquido, su temperatura disminuirá hasta que alcance la temperatura a la cual se funde. Si se sigue extrayendo calor, el líquido retorna a su fase sólida. Este proceso se conoce como ***congelación*** o ***solidificación***. El calor de solidificación es exactamente igual al calor de fusión. Por tanto, la única diferencia entre la congelación y la fusión consiste en que el calor se libera o se absorbe.

En las condiciones apropiadas de temperatura y presión, es posible que una sustancia cambie directamente de la fase sólida a la gaseosa sin pasar por la fase líquida. Este proceso se conoce como ***sublimación***. El dióxido de carbono sólido (hielo seco), el yodo y el alcanfor (bolas de naftalina) son ejemplos de sustancias que se sabe que se subliman a temperaturas normales. La cantidad de calor absorbido por unidad de masa al cambiar de sólido a vapor se llama ***calor de sublimación***.

Antes de abandonar el tema de fusión y vaporización, resulta instructivo ofrecer ejemplos de cómo se miden. En cualquier mezcla, la cantidad de calor absorbido debe ser igual a la cantidad de calor liberado. Este principio se sostiene incluso si ocurre un cambio de fase. El procedimiento se demuestra en los ejemplos 9.5 y 9.6 que se exponen a continuación.

Ejemplo 9.5

Después de agregar 12 g de hielo triturado a −10 °C en el vaso de un calorímetro de aluminio que contiene 100 g de agua a 50 °C, el sistema se sella y se deja que alcance el equilibrio térmico. ¿Cuál es la temperatura resultante?

Plan: El calor perdido por el calorímetro y el agua debe ser igual al calor ganado por el hielo, incluyendo cualquier cambio de fase que haya ocurrido. Hay tres posibilidades para el equilibrio de temperatura: (1) 0 °C con restos de agua y hielo, (2) arriba de 0 °C, caso en el cual todo el hielo se funde, y (3) debajo de 0 °C, si ninguno de los hielos se funde. Si se conocen la temperatura inicial y la cantidad de agua parece más probable que todo el hielo se funda y que la temperatura de equilibrio t_e esté por encima de 0 °C. Dé por cierta esta suposición y el resultado le indicará si está en lo correcto.

Solución: Calculamos la pérdida de calor total y la ganancia de calor total en forma separada con base en las suposiciones. Para simplificar los cálculos, algunas veces se omitirán las unidades.

$$\begin{aligned}
\textit{Calor perdido} &= \textit{calor perdido por el calorímetro} + \textit{calor perdido por el agua}\\
&= m_c c_c(50\text{ °C} - t_e) + m_w c_w(50\text{ °C} - t_e)\\
&= (50\text{ g})(0.22\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(50\text{ °C} - t_e) + (100\text{ g})(1\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(50\text{ °C} - t_e)\\
&= 550 - 11t_e + 5000 - 100t_e\\
&= 5550 - 111t_e
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\textit{Calor ganado} &= Q\textit{ por el hielo} + Q\textit{ por la fusión} + Q\textit{ para alcanzar } t_e\\
&= m_i c_i(10\text{ C°}) + m_i L_f + m_i c_w(t_e - 0\text{ °C})\\
&= (12\text{ g})(0.48\text{ cal/g}\cdot\text{C°})(10\text{ C°}) + (12\text{ g})(80\text{ cal/g}) +\\
&\quad (12\text{ g})(1\text{ cal/g}\cdot\text{C°})t_e - 0\\
&= 1018 - 12t_e
\end{aligned}$$

Ahora bien, establecemos la pérdida de calor total igual a la ganancia de calor total y resolvemos para hallar la temperatura final.

$$\begin{aligned}
5550 - 111t_e &= 1018 + 12t_e\\
123t_e &= 4532\\
t_e &= 36.8\text{ °C}
\end{aligned}$$

Ejemplo 9.6

Si 10 g de vapor a 100 °C se introducen en una mezcla de 200 g de agua y 120 g de hielo, determine la temperatura final del sistema y la composición de la mezcla.

Plan: El hecho de que la cantidad de vapor sea tan pequeña, en comparación con el hielo y el agua, lleva a preguntarse si será suficiente el calor que desprende el vapor para fundir todo el hielo. Para resolver esta duda, calcule el calor necesario para fundir *todo* el hielo. Compárelo con el calor máximo que podría desprender el vapor (tomando el agua condensada a menos de 0 °C). Después podrá aplicar las leyes de la conservación para calcular la temperatura final y la composición de la mezcla. Cualquier mezcla de agua y hielo en equilibrio debe tener una temperatura de 0 °C.

Solución: La cantidad de calor requerida para fundir todo el hielo es

$$Q_1 = m_i L_f = (120 \text{ g})(80 \text{ cal/g}) = 9600 \text{ cal}$$

El calor máximo que esperamos que desprenda el vapor es

$$\begin{aligned} Q_2 &= m_s L_v + m_s c_w (100 \text{ °C} - 0 \text{ °C}) \\ &= (10)(540) + (10)(1)(100) = 6400 \text{ cal} \end{aligned}$$

Puesto que se necesitaban 9600 cal para fundir todo el hielo y sólo 6400 cal pueden ser proporcionadas por el vapor, la mezcla final debe consistir en hielo y agua a 0 °C. Para determinar la composición final de la mezcla, observe que serían necesarias 3200 calorías adicionales para fundir el hielo restante. Por consiguiente,

$$m_i L_f = 3200 \text{ cal}$$

$$m_i = \frac{3200 \text{ cal}}{80 \text{ cal/g}} = 40 \text{ g}$$

Por tanto, debe haber 40 g de hielo en la mezcla final. La cantidad de agua restante es

$$\begin{aligned} \textit{Agua restante} &= \textit{agua inicial} + \textit{hielo fundido} + \textit{vapor condensado} \\ &= 200 \text{ g} + 80 \text{ g} + 10 \text{ g} = 290 \text{ g} \end{aligned}$$

La composición final consiste en una mezcla de 40 g de hielo en 290 g de agua a 0 °C.

Suponga en el ejemplo 9.6 que todo el hielo se hubiera fundido y trate de calcular t_e como en el ejemplo 9.5. En este caso, hubiéramos obtenido un valor para la temperatura de equilibrio por debajo del punto de congelación (0 °C). Resulta evidente que este tipo de respuesta sólo se puede obtener si se parte de una suposición falsa.

Otro procedimiento para resolver el ejemplo 9.6 sería calcular directamente el número de gramos de hielo que deben fundirse para equilibrar las 6400 cal de energía calorífica liberadas por el vapor. Queda como ejercicio para usted demostrar que en ambos casos se obtienen los mismos resultados.

Estrategia para resolver problemas

Cantidad de calor y calorimetría

1. Lea el problema cuidadosamente, luego trace un esquema, marque en él la información proporcionada y establezca qué es lo que va a calcular. Tenga cuidado de incluir las unidades para todas las cantidades físicas.
2. Si resulta una pérdida o ganancia de calor en un cambio de temperatura, necesitará decidir qué unidades son las apropiadas para el calor específico. La necesidad de usar unidades congruentes se demuestra aquí:

$$Q = mc\,\Delta t \qquad J = (\text{kg})\left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C°}}\right)(\text{C°})$$

Es conveniente escribir las unidades del calor específico al hacer sustituciones, de modo que la selección de las unidades correctas para otras cantidades resulte obvia.

3. Si hay un cambio de fase, puede necesitar el calor latente de fusión o de vaporización. Nuevamente en este caso debe ser cuidadoso y usar aquellas unidades que sean consistentes con *joules por kilogramo, calorías por gramo* o *Btu por libra*. La temperatura permanece constante durante un cambio de fase.
4. La conservación de la energía exige que la pérdida total de calor sea igual a la ganancia total de calor. Observe

Estrategia para resolver problemas

que una disminución de temperatura, la condensación o la congelación del líquido indican una *pérdida* de calor. Una elevación en la temperatura, fusión o vaporización ocurre cuando hay una *ganancia* de calor. Podemos sumar los valores absolutos de las pérdidas del lado izquierdo y establecer la igualdad con las ganancias totales del lado derecho. Como ejemplo, considere la masa m_{vapor} del vapor a 100 °C mezclado con una masa m_{hielo} del hielo a 0 °C. El resultado es agua a la temperatura de equilibrio t_e.

$$m_sL_v + m_sc_w(100 - t_e) = m_iL_f + m_ic_w(t_e - 0)$$

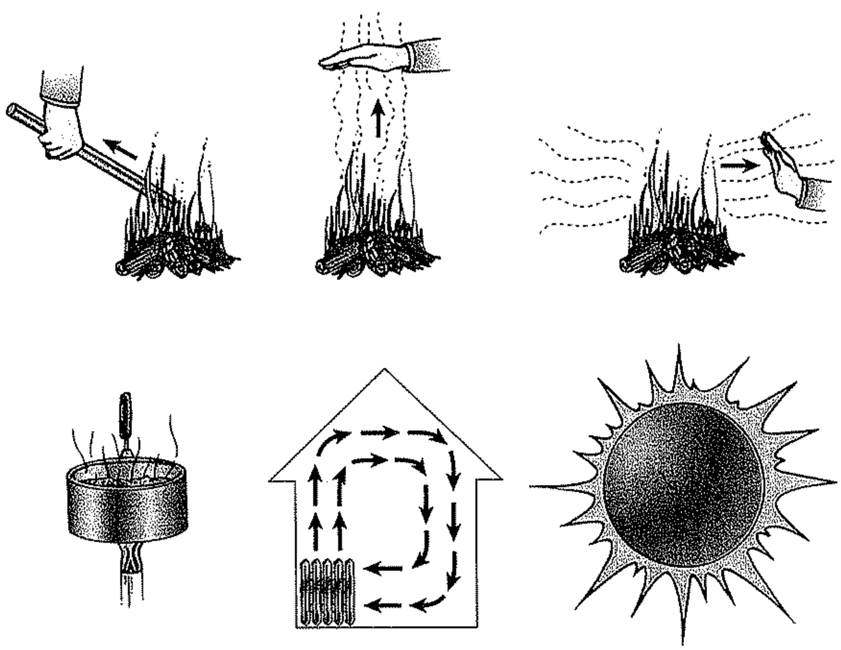
Observe que las diferencias de temperatura se indican como *alta menos baja* en cada caso para obtener los valores *absolutos* ganados o perdidos.

9.6 Calor de combustión

Siempre que una sustancia se quema, libera una cantidad definida de calor. La cantidad de calor por unidad de masa, o por unidad de volumen, cuando la sustancia se quema por completo se llama el ***calor de combustión***. La unidades de uso común son el Btu por libra masa, el Btu por pie cúbico, las calorías por gramo y las kilocalorías por metro cúbico. Por ejemplo, el calor de combustión del carbón es aproximadamente de 13 000 Btu/lb$_m$. Esto significa que cada libra de carbón, cuando se quema por completo, libera 13 000 Btu de energía calorífica.

9.7 Métodos de transferencia de calor

La mayor parte de nuestra explicación ha supuesto la transferencia de calor por ***conducción***, es decir, mediante colisiones moleculares entre moléculas vecinas. Por ejemplo, si sostenemos con una mano un extremo de una barra de hierro y metemos el otro en el fuego, al cabo de cierto tiempo el calor llegará hasta nuestra mano a causa de un proceso de conducción. El incremento de la actividad molecular en el extremo calentado va pasando de una molécula



(a) Conducción (b) Convección (c) Radiación

Figura 9.8 Los tres métodos de transferencia de calor: (a) conducción, (b) convección y (d) radiación.

FÍSICA HOY

Las aletas disipadoras de calor son barras de metal con forma ondulada que van incorporadas a determinados componentes, como las fuentes de energía que son propensas al sobrecalentamiento. La forma de estas aletas aumenta el área superficial por volumen del metal, lo cual incrementa la posibilidad de que el calor sea transferido del metal al aire circundante.

a otra hasta que llega a nuestra mano. El proceso continúa mientras haya una diferencia de temperatura a lo largo de la barra.

> La conducción es el proceso por el que se transfiere energía térmica mediante colisiones de moléculas adyacentes a lo largo de un medio material. El medio en sí no se mueve.

La aplicación más frecuente del principio de conducción probablemente es la de cocinar.

Por otra parte, si colocamos la mano por encima del fuego, como se muestra en la figura 9.8b, podemos sentir la transferencia de calor al elevarse el aire caliente. Este proceso, llamado ***convección***, difiere del de conducción porque el medio material sí se mueve. El calor se transfiere mediante el movimiento de masas, en vez de ir pasando a través de las moléculas vecinas.

> La convección es el proceso por el que se transfiere calor por medio del movimiento real de la masa de un fluido.

Las corrientes de convección constituyen la base de los sistemas para calentar y enfriar la mayoría de las casas.

Cuando colocamos nuestra mano en la proximidad del fuego, la principal fuente de calor es la radiación térmica. La radiación implica la emisión o absorción de ondas electromagnéticas que se originan en el nivel atómico. Estas ondas viajan a la velocidad de la luz (3×10^8 m/s) y no requieren la presencia de ningún medio material para propagarse.

> La radiación es el proceso por el que el calor se transfiere mediante ondas electromagnéticas.

La fuente más evidente de energía radiante es nuestro propio Sol. Ni la conducción ni la convección pueden intervenir en el proceso de transferencia que hace llegar su energía térmica, a través del espacio, hasta la Tierra. La enorme cantidad de energía térmica que recibe nuestro planeta se transfiere por radiación electromagnética. Sin embargo, cuando entra en juego un medio material, la transferencia de calor que se puede atribuir a la radiación generalmente es pequeña, en comparación con la cantidad que se transfiere por conducción y convección.

Por desgracia, hay gran número de factores que afectan la transferencia de energía térmica por los tres métodos. La tarea de calcular la cantidad de energía térmica transferida en cierto proceso es complicada. Las relaciones que se analizarán en los siguientes temas se basan en observaciones empíricas y se consideran condiciones ideales. El grado en que sea posible encontrar esas condiciones determina, en general, la exactitud de nuestras predicciones.

9.8 Conducción

Cuando dos partes de un material se mantienen a temperaturas diferentes, la energía se transfiere por colisiones moleculares de la más alta a la más baja temperatura. Este proceso de conducción es favorecido también por el movimiento de electrones libres en el interior de la sustancia, los cuales se han disociado de sus átomos de origen y tienen la libertad de moverse de uno a otro átomo cuando son estimulados ya sea térmica o eléctricamente. La mayoría de los metales son eficientes conductores del calor porque tienen cierto número de electrones libres que pueden distribuir calor, además del que se propaga por la agitación molecular. En general, un buen conductor de la electricidad también lo es del calor.

La ley fundamental de la conducción térmica es una generalización de resultados experimentales relacionados con el flujo de calor a través de un material en forma de placa. Consideremos la placa de espesor L y área A de la figura 9.9. Una cara se mantiene a una tem-

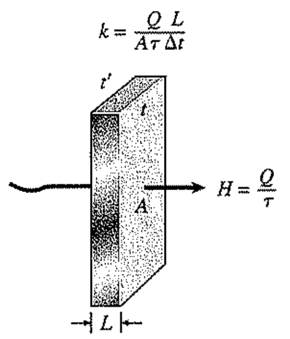


Figura 9.9 Medición de la conductividad térmica.

peratura t y la otra a una temperatura t'. Se mide la cantidad de calor Q que fluye en dirección perpendicular a la cara durante un tiempo τ. Si se repite el experimento para diversos materiales de diferentes espesores y áreas de la cara, estaremos en condiciones de hacer algunas observaciones generales relacionadas con la conducción de calor:

1. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo es directamente proporcional a la diferencia de temperatura ($\Delta t = t' - t$) entre las dos caras.
2. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo es directamente proporcional al área A de la placa.
3. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo es inversamente proporcional al espesor L de la placa.

Estos resultados se pueden expresar en forma de ecuación introduciendo la constante de proporcionalidad k. Así pues, escribimos

$$H = \frac{Q}{\tau} = kA\frac{\Delta t}{L} \tag{9.8}$$

FÍSICA HOY

Como el aire es mucho mejor aislador que el metal, algunas bombas caloríficas de alta tecnología conducen el calor a través de metal para extraerlo de la parte sobrecalentada hacia un área más fría.

donde H representa la razón con la que se transfiere el calor. Aun cuando la ecuación se estableció para un material en forma de placa, también se cumple para una barra de sección transversal A y longitud L.

La constante de proporcionalidad k es una propiedad de cada material que se conoce como ***conductividad térmica***. A partir de la ecuación anterior, se puede observar que las sustancias con alta conductividad térmica son buenas conductoras del calor, mientras que las sustancias con baja conductividad son conductoras pobres o *aislantes*.

La conductividad térmica de una sustancia es una medida de su capacidad para conducir el calor y se define por medio de la relación:

$$k = \frac{QL}{\tau A \Delta t} \tag{9.9}$$

El valor numérico de la conductividad térmica depende de las unidades elegidas para calor, espesor, área, tiempo y temperatura. Sustituyendo con las unidades del SI para cada una de estas cantidades obtenemos las unidades aceptadas siguientes:

$$\text{Unidades del SI: J/s} \cdot \text{m} \cdot \text{C}° \qquad \text{o bien} \qquad \text{W/m} \cdot \text{K}$$

Como recordará, el joule por segundo (J/s) es la potencia en watts (W), y los intervalos de temperatura kelvin y Celsius son iguales.

Por desgracia, hoy en día las unidades SI de la conductividad se usan poco en la industria; la elección de las unidades empleadas se basa más en el criterio de la comodidad de la medición. Por ejemplo, en el SUEU, el calor se mide en Btu, el espesor en pulgadas, el área en pies cuadrados, el tiempo en horas y el intervalo de temperatura en grados Fahrenheit. En consecuencia, las unidades de la conductividad térmica a partir de la ecuación (9.9) son

$$\text{SUEU: } k = \text{Btu} \cdot \text{in/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{F}°$$

En el sistema métrico, en el caso de la transferencia de calor se emplean con más frecuencia las calorías que el joule; por tanto, las unidades siguientes se usan a menudo:

$$\text{Unidades métricas: } k = \text{kcal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{C}°$$

Los factores de conversión siguientes le serán útiles:

$$1\ \text{kcal/s} \cdot \text{m} \cdot \text{C}° = 4\,186\ \text{W/m} \cdot \text{K}$$
$$1\ \text{Btu} \cdot \text{in/ft}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{F}° = 3.445 \times 10^{-5}\ \text{kcal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{C}°$$

Las conductividades térmicas de diversos materiales se muestran en la tabla 9.3.

Tabla 9.3

Conductividad térmica y valores R

Sustancia	Conductividades térmicas, k			Valores R
	W/m · K	kcal/m · s · C°	Btu · in/ft² · h · F°	ft² · h · F°/Btu
Acero	50.2	1.2×10^{-2}	320	0.0031
Agua	0.6	1.4×10^{-4}	4.2	0.24
Aire	0.024	5.7×10^{-6}	0.17	5.9
Aluminio	205	5.0×10^{-2}	1451	0.00069
Cartón de yeso	0.16	3.8×10^{-5}	1.1	0.9
Cobre	385	9.2×10^{-2}	2660	0.00038
Concreto	0.8	1.9×10^{-4}	5.6	0.18
Corcho	0.04	1.0×10^{-5}	0.3	3.3
Fibra de vidrio	0.04	1.0×10^{-5}	0.3	3.3
Forro de madera	0.55	1.3×10^{-5}	0.38	2.64
Ladrillo	0.7	1.7×10^{-4}	5.0	0.20
Latón	109	2.6×10^{-2}	750	0.0013
Plata	406	9.7×10^{-2}	2870	0.00035
Poliuretano	0.024	5.7×10^{-6}	0.17	5.9
Vidrio	0.8	1.9×10^{-4}	5.6	0.18

*Los valores R se basan en un espesor de 1 in.

Ejemplo 9.7

La pared exterior de un horno de ladrillos tiene un espesor de 6 cm. La superficie interior se encuentra a 150 °F y la exterior a 30 °F. ¿Cuánto calor se pierde a través de un área de 1 m² durante 1 h?

Plan: La razón de flujo de calor está dada por la ecuación (9.8). La elección de las unidades para esa cantidad queda determinada por la elección que se haga de la conductividad con base en la tabla 9.3. Use unidades del SI, de modo que para el ladrillo, $k = 0.7$ W/m + K. Luego, la longitud ha de estar en m, el área en m², el tiempo en s y la temperatura en K, así que el calor se expresará en joules (J).

$$\text{Dados: } A = 1\text{ m}^2, L = 0.060\text{ m}, \tau = 1\text{ h} = 3600\text{ s}, \Delta t = (150\text{ °C} - 30\text{ °C}) = 120\text{ C°} = 120\text{ K}$$

Solución: despejando Q de la ecuación (9.8) obtenemos

$$Q = ka\tau\frac{\Delta t}{L}$$

$$Q = \frac{(0.7\text{ W/mK})(1\text{ m}^2)(3600\text{ s})(120\text{ K})}{0.060\text{ m}} = 5.04 \times 10^6\text{ J}$$

Por tanto, 5.04 MJ de calor fluye cada hora del interior de la pared de ladrillos al exterior.

Siempre es conveniente indicar cuáles son las unidades que corresponden a cada cantidad durante toda la resolución de un problema. Esta práctica le evitará muchos errores innecesarios. Por ejemplo, a veces es fácil olvidar que, en las unidades del SUEU, el espesor debe expresarse en *pulgadas* y el área en *pies cuadrados*. Si durante la sustitución las unidades de la conductividad térmica se indican junto con su respectivo valor numérico, no se cometerá ese tipo de errores.

Cuando se conectan dos materiales de diferente conductividad, la razón a la que se conduce el calor a través de cada uno de ellos debe ser constante. Si no hay fuentes o sumideros de energía térmica dentro de los materiales y los extremos se mantienen a temperatura constante, se logrará finalmente un flujo estacionario, ya que el calor no puede "acumularse" ni "acelerarse" en un punto determinado. La conductividad de los materiales no cambia y el espesor es fijo, lo que significa que los intervalos de temperatura de cada material deben ajustarse para producir el flujo estacionario de calor a lo largo de la estructura compuesta.

Ejemplo 9.8

La pared compuesta de una planta congeladora está formada por una capa de corcho de 10 cm de espesor en el interior y una pared de concreto sólido de 14 cm de espesor en el exterior (figura 9.10). La temperatura de la superficie interior de corcho es de −20 °C, y la superficie exterior de concreto se encuentra a 24 °C. (a) Determine la temperatura de la interfaz o zona de contacto entre el corcho y el concreto. (b) Calcule la razón de flujo de calor perdido en watts por metro cuadrado.

Plan: En el caso de un flujo estacionario, la razón de flujo de calor a través de la cubierta de corcho es igual a la razón de flujo de calor a través del concreto. Como las áreas son las mismas, podemos igualar las razones de flujo de calor por unidad de área (*H/A*) para la pared de corcho y para la pared de concreto. Con base en esta ecuación podemos determinar la temperatura de la zona de contacto y luego usar el resultado para encontrar la razón de flujo de calor por *cualquiera* de las paredes, ya que las razones son iguales.

Solución (a): Se consulta en la tabla 9.3 la conductividad del corcho y la del concreto. Usaremos el subíndice 1 para denotar el corcho y el 2 para el concreto. Con t_i se representará la temperatura en la zona de contacto de ambos materiales. Como H/A es igual en los dos, podemos escribir

$$\frac{H_1}{A_1}(\text{corcho}) = \frac{H_2}{A_2}(\text{concreto})$$

$$\frac{k_1[t_i - (-20\,°\text{C})]}{0.10\text{ m}} = \frac{k_2(24\,°\text{C} - t_i)}{0.14\text{ m}}$$

$$\frac{(0.04\text{ W/m}\cdot\text{K})(t_i + 20\,°\text{C})}{0.10\text{ m}} = \frac{(0.8\text{ W/m}\cdot\text{K})(24\,°\text{C} - t_i)}{0.14\text{ m}}$$

Ahora, para simplificar multiplicamos cada término por 14 para obtener

$$5.6(t_i + 20\,°\text{C}) = 80(24\,°\text{C} - t_i)$$
$$t_i = 21.1\,°\text{C}$$

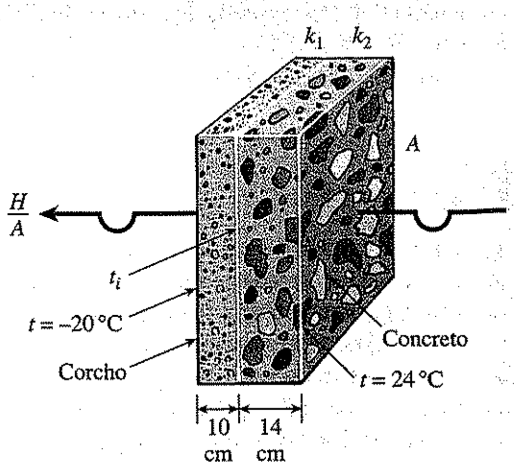


Figura 9.10 Conducción de calor por una pared compuesta.

Solución (b): El flujo de calor por unidad de área por unidad de tiempo puede encontrarse ahora partiendo de la ecuación (9.8), ya sea que se aplique al corcho o al concreto. Para el concreto tenemos

$$\frac{H_2}{A_2} = \frac{k_2(24\,°\text{C} - t_i)}{0.14\text{ m}}$$
$$= \frac{(0.8\text{ W/m}\cdot\text{K})(24\,°\text{C} - 21.1\,°\text{C})}{0.14\text{ m}}$$
$$= 16.57\text{ W/m}^2$$

Observe que el intervalo kelvin y el Celsius se cancelan mutuamente, ya que ambos son iguales. La misma razón se calcularía para el corcho. La diferencia de temperatura entre los puntos extremos del corcho es 41.1 C°, mientras que la del concreto es de sólo 2.9 C°. Los intervalos de temperatura diferentes resultan principalmente de la diferencia en la conductividad térmica de las paredes.

9.9 Aislamiento: el valor R

Las pérdidas de calor en los hogares e industrias con frecuencia se deben a las propiedades aislantes de sus diversos muros compuestos. A veces se desea saber, por ejemplo, cuáles serían los efectos de remplazar con material aislante de fibra de vidrio los espacios cerrados (sin ventilación) que se encuentran entre los muros. Para resolver esos casos en varias aplicaciones de ingeniería se ha introducido el concepto de ***resistencia térmica*** R. El valor R de un material de espesor L y de conductividad térmica k se define de este modo:

$$R = \frac{L}{k}$$

FÍSICA HOY

La convección forzada es un proceso de convección en el que el movimiento del fluido (o el aire) se mantiene por algo diferente del contenido calorífico del fluido.

Si reconocemos que el flujo de calor de estado estacionario por un muro compuesto es constante (véase el ejemplo 9.8) y aplicamos la ecuación de conductividad térmica a cierto número de espesores de diferentes materiales, se puede demostrar que

$$\frac{Q}{\tau} = \frac{A\,\Delta t}{\sum_i (L_i/k_i)} = \frac{A\,\Delta t}{\sum_i R_i} \tag{9.10}$$

La cantidad de calor que fluye por unidad de tiempo (Q/τ) a través de cierto número de espesores de diferentes materiales es igual al producto del área A y la diferencia de temperatura Δt dividido entre la suma de los valores R de esos materiales. Los valores R de los materiales de construcción de uso más frecuente se expresan casi siempre en unidades del SUEU, como se muestra en la tabla 9.3. Por ejemplo, el aislante de fibra de vidrio para techos, que tiene 6 in de espesor, tiene un valor R de 18.8 ft$^2\cdot$F°$\cdot$h/Btu. Un ladrillo de 4 in tiene un valor R de 4.00 ft$^2\cdot$F°$\cdot$h/Btu. Estos materiales, colocados uno al lado del otro, tendrían un valor R total de 22.8 ft$^2\cdot$F°$\cdot$h/Btu.

9.10 Convección

La *convección* se ha definido como el proceso por el cual el calor es transferido mediante el movimiento real de la masa de un medio material. Una corriente de líquido o de gas que absorbe energía de un lugar y lo lleva a otro, donde lo libera a una porción más fría del fluido, recibe el nombre de ***corriente de convección***. En la figura 9.11 se presenta una demostración de laboratorio acerca de una corriente de convección. Una sección rectangular de tubería de vidrio se llena de agua y se calienta en una de las esquinas inferiores. El agua que está cerca de la flama se calienta y se dilata, volviéndose menos densa que el agua más fría que está sobre ella. A medida que el agua caliente se eleva, es remplazada por agua más fría del tubo inferior. Este proceso continúa hasta que una corriente de convección contraria al movimiento de las agujas del reloj circula por la tubería. La existencia de dicha corriente se demuestra en forma ostensible dejando caer gotas de tinta por la parte superior abierta. La tinta es transportada por la corriente de convección hasta que finalmente regresa a la parte de arriba, proveniente de la sección derecha de la tubería.

Si el movimiento de un fluido es causado por una diferencia de densidad originada por un cambio de temperatura, la corriente producida se conoce como ***convección natural.*** El agua que fluye por la tubería de vidrio del ejemplo anterior representa una corriente de convección natural. Cuando un fluido es obligado a moverse por la acción de una bomba o unas aspas, la corriente producida se conoce como ***convección forzada.***

Corrientes de convección de ambos tipos, natural y forzada, se presentan en el proceso de calentar una casa con un calentador de gas convencional, como el que se muestra en la figura 9.12. Un intercambiador de calor lo transfiere de las flamas del gas al contenedor de metal. El calefactor obliga al aire a pasar por el contenedor caliente y luego por los conductos de la casa. El aire regresa por otro conjunto de tubos y vuelve a entrar en el horno a través de un filtro. Un termostato mide la temperatura de la casa y regula el calefactor y la fuente de combustible para suministrar la cantidad de calor deseada. Los primeros calefactores de gas desperdiciaban cerca de 40% de la energía que se les suministraba; hoy, los más modernos llegan a alcanzar eficiencias de 90% gracias a que utilizan mecanismos como vapor condensado o cámaras de combustión selladas.

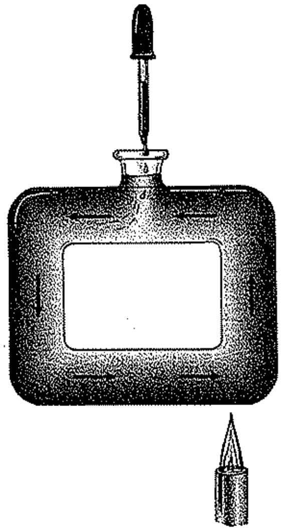


Figura 9.11 Ejemplo de convección natural.

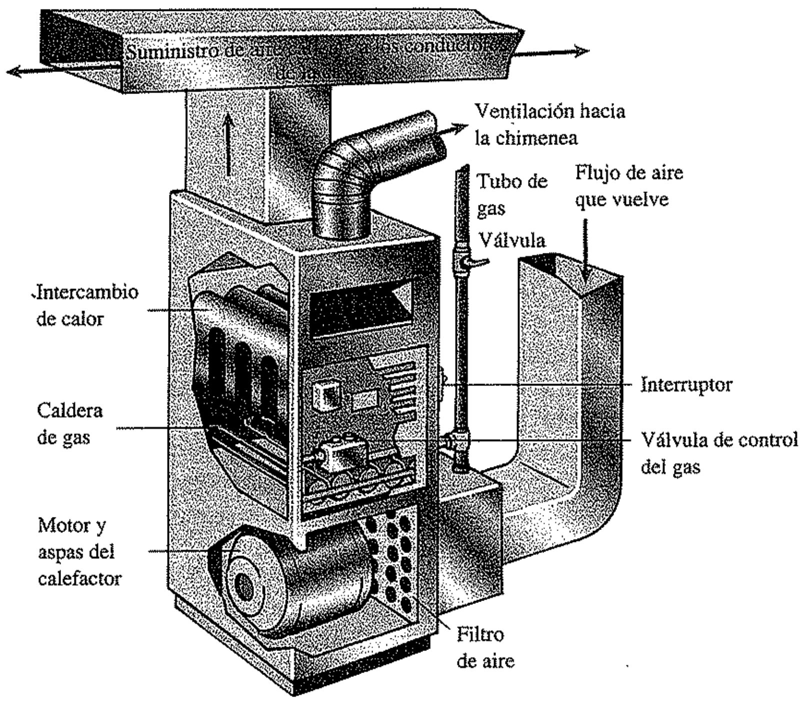


Figura 9.12 Corrientes de convección forzada originadas por un horno de calefacción central. El intercambiador de calor lo transfiere de la caldera por el conducto de ventilación. Los productos de la combustión se ventilan hacia el exterior y jamás se mezclan con el aire empleado para calentar la casa.

Figura 9.13 Cuando se coloca una placa caliente en un fluido frío, las corrientes de convección transfieren el calor lejos de la placa con una razón proporcional a la diferencia de temperaturas y al área de la misma placa.

Calcular el calor transferido por convección es una tarea sumamente difícil. Muchas de las propiedades físicas de un fluido dependen de la temperatura y de la presión; por eso en la mayor parte de los casos sólo se puede hacer un cálculo aproximado del proceso. Por ejemplo, considere una placa conductora de material cuya área es A y su temperatura t_s que se sumerge por completo en un fluido más frío, cuya temperatura es t_f, como se ilustra en la figura 9.13. El fluido que entra en contacto con la placa se eleva y desplaza al fluido más frío. La observación experimental muestra que la razón H con la que el calor se transfiere por convección es proporcional al área A y a la diferencia de temperatura Δt entre la placa y el fluido.

A diferencia de la conductividad térmica, la convección no es una propiedad del sólido o del fluido, sino que depende de muchos parámetros del sistema. Se sabe que varía según la geometría del sólido y el acabado de su superficie, la velocidad y la densidad del fluido y la conductividad térmica. Las diferencias de presión influyen también en la transferencia de calor por convección. Para entender cómo la convección es afectada por la geometría, sólo hay que considerar las diferencias evidentes que se presentan por un piso cuya cara está hacia arriba o por un cielorraso cuya cara está hacia abajo. Se han desarrollado varios modelos para realizar estimaciones matemáticas de la transferencia de calor por convección, pero ninguno es lo suficientemente confiable para incluirlo en esta exposición.

9.11 Radiación

El término *radiación* se refiere a la emisión continua de energía en forma de ondas electromagnéticas originadas en el nivel atómico. Ejemplos de ondas electromagnéticas son los rayos gama, los rayos X, las ondas de luz, los rayos infrarrojos, las ondas de radio y las de radar; la única diferencia que hay entre ellas es la longitud de onda. En esta sección estudiaremos la ***radiación térmica***.

> La radiación térmica se debe a ondas electromagnéticas emitidas o absorbidas por un sólido, un líquido o un gas debido a su temperatura.

Todos los objetos con una temperatura superior al cero absoluto emiten energía radiante. A bajas temperaturas, la razón de emisión es pequeña y la radiación es predominantemente de longitudes de onda grandes. A medida que la temperatura se eleva, esa razón aumenta rápidamente y la radiación predominante corresponde a longitudes de onda más cortas. Si se calienta sin parar una barra de hierro, finalmente emitirá radiación en la región visible; de ese hecho han surgido las expresiones *caliente al rojo vivo* y *caliente al blanco*.

Las mediciones experimentales han demostrado que la razón a la que es radiada la energía térmica desde una superficie *varía directamente a la cuarta potencia de la temperatura absoluta del cuerpo radiante*. Dicho de otro modo, si la temperatura de un objeto se duplica, la razón con la que emite energía térmica se incrementa dieciséis veces.

Un factor adicional que ha de considerarse al calcular la razón de transferencia de calor por radiación es la naturaleza de las superficies expuestas. Los objetos que son emisores eficientes de la radiación térmica son también eficientes para absorberla. Un objeto que absorbe toda la radiación que incide sobre su superficie se llama ***absorbedor ideal***. Un objeto de este tipo será también un ***radiador ideal***. No existe un absorbedor realmente ideal; pero, en general, cuanto más negra sea una superficie, tanto mejor absorberá la energía térmica. Por ejemplo, una camisa negra absorbe más energía radiante solar que una camisa más clara. Puesto que la camisa negra es también buena emisora, su temperatura externa será más alta que la temperatura de nuestro cuerpo, lo cual hace que nos sintamos incómodos.

A veces un absorbedor ideal o un radiador ideal se conoce como ***cuerpo negro*** por las razones mencionadas. La radiación emitida por un cuerpo negro se denomina *radiación de cuerpo negro*. Aunque tales cuerpos no existen en realidad, el concepto es útil como un patrón para comparar la ***emisividad*** de diversas superficies.

> La emisividad e es una medida de la capacidad de un cuerpo para absorber o emitir radiación térmica.

La emisividad es una cantidad adimensional que tiene un valor numérico entre 0 y 1, según la naturaleza de la superficie. En el caso de un cuerpo negro, es igual a la unidad. Para una superficie de plata perfectamente pulida el valor de la emisividad se aproxima a cero.

La ***razón de radiación*** R de un cuerpo se define formalmente como la energía radiante emitida por unidad de área por unidad de tiempo; dicho de otro modo, la potencia por unidad de área. En forma simbólica esto se expresa

$$R = \frac{E}{\tau A} = \frac{P}{A} \qquad \textbf{(9.11)}$$

FÍSICA HOY

Una masa de tierra cubierta de hielo
La Antártica es un continente cubierto de hielo. En invierno la extensión del hielo aumenta, ya que un área de océano de aproximadamente 15 millones de kilómetros cuadrados se vuelve hielo marítimo. El hielo del mar es un aislador muy eficaz. La pérdida de calor ocasionada por los bolsones de mar abierto puede superar hasta en dos órdenes de magnitud a la pérdida de calor del hielo. Cuando el agua de mar se congela, la sal contenida en el océano no se congela junto con el hielo. Así, el agua de mar que está debajo del hielo se vuelve más salada. Esta diferencia en salinidad o concentración de sal genera una importante corriente oceánica. El hielo que está cubierto de nieve refleja mucho más la luz que el océano abierto. Esto reduce en gran medida la cantidad de luz disponible para la fotosíntesis bajo el hielo. En lo que se refiere a la transferencia de calor, el efecto de aislamiento y la producción de corrientes oceánicas, el hielo marítimo que está alrededor de la Antártica es determinante para el clima de nuestro planeta.

Si la potencia radiante P se expresa en watts y la superficie A en metros cuadrados, la razón de radiación estará expresada en watts por metro cuadrado. Como ya lo hemos dicho, esta razón depende de dos factores: la temperatura absoluta T y la emisividad e del cuerpo radiante. El enunciado formal de esta dependencia, conocida como la ***ley Stefan-Boltzmann***, se puede escribir como

$$R = \frac{P}{A} = e\sigma T^4 \tag{9.12}$$

La constante de proporcionalidad σ es una constante universal completamente independiente de la naturaleza de la radiación. Si la potencia radiante se expresa en watts y la superficie en metros cuadrados, σ tiene el valor de 5.67×10^{-8} W/m$^2 \cdot$ K^4. La emisividad e tiene valores de 0 a 1, según la naturaleza de la superficie radiante. Un resumen de los símbolos y su definición aparece en la tabla 9.4.

Tabla 9.4

Definiciones de los símbolos de la ley Stefan-Boltzmann ($R = e\sigma T^4$)

Símbolo	Definición	Comentario
R	Energía radiada por unidad de tiempo por unidad de área	$\frac{E}{\tau A}$ o $\frac{P}{A}$
e	Emisividad de la superficie	0–1
σ	Constante de Stefan	5.67×10^{-8} W/m$^2 \cdot$ K^4
T^4	La temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia	K^4

Ejemplo 9.9

¿Qué potencia será radiada por una superficie esférica de plata de 10 cm de diámetro si su temperatura es de 527 °C? La emisividad de la superficie es 0.04.

Plan: Las unidades son muy importantes. Debe convertir 527 °C en kelvins y determinar el área de la superficie esférica en metros cuadrados (m^2). La potencia radiada de la superficie puede hallarse entonces resolviendo la ecuación (9.12) para P.

Solución: El radio es la mitad del diámetro, así que $R = 0.05$ m. Luego, el área es

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi(0.05 \text{ m})^2; \qquad A = 0.0314 \text{ m}^2$$

La temperatura absoluta es

$$T = 527 + 273 = 800 \text{ K}$$

Despejando P de la ecuación (9.12) se obtiene

$$\begin{aligned} P &= e\sigma AT^4 \\ &= (0.04)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(0.0314 \text{ m}^2)(800 \text{ K})^4 \\ &= 29.2 \text{ W} \end{aligned}$$

Hemos dicho que todos los objetos emiten radiación sin cesar, independientemente de su temperatura. Si esto es cierto, ¿cómo es que no se les agota su "combustible"? La respuesta es que se les *agotaría* si no se les proporcionara más. El filamento de un foco de luz eléctrica se enfría más rápidamente a la temperatura ambiente cuando se interrumpe el suministro de energía eléctrica. No se sigue enfriando, puesto que al llegar a este punto, el filamento está absorbiendo energía radiante a la misma razón que la está emitiendo. La ley que sirve de fundamento a este fenómeno se conoce como ***ley de Prevost del intercambio de calor***:

> Un cuerpo que se halla a la misma temperatura que sus alrededores irradia y absorbe calor con la misma razón.

En la figura 9.14 se muestra un objeto aislado en equilibrio térmico con las paredes del recipiente donde se encuentra.

La razón con la cual un cuerpo absorbe energía está dada también por la ley Stefan-Boltzmann, ecuación 9.12. Por tanto, podemos calcular la transferencia neta de energía radiante emitida por un objeto rodeado por paredes a diferentes temperaturas. Considere un delgado filamento de alambre de una lámpara que está cubierto con una envoltura, como aparece en la figura 9.15. Denotemos la temperatura del filamento con T_1 y la del recubrimiento con T_2. La emisividad del filamento es e y sólo consideraremos los procesos radiantes positivos. En este ejemplo se advierte que

Razón de radiación neta = razón de emisión de energía − razón de absorción de energía

$$R = e\sigma T_1^4 - e\sigma T_2^4$$

$$R = e\sigma(T_1^4 - T_2^4) \tag{9.13}$$

La ecuación (9.13) puede aplicarse a cualquier sistema para calcular la energía neta emitida por un radiador a temperatura T_1 y emisividad e en presencia de los alrededores a temperatura T_2.

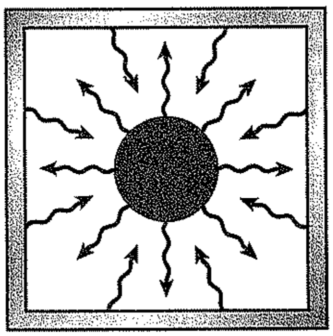


Figura 9.14 Cuando un objeto y lo que lo circunda tienen la misma temperatura, la energía radiante emitida es la misma que la absorbida.

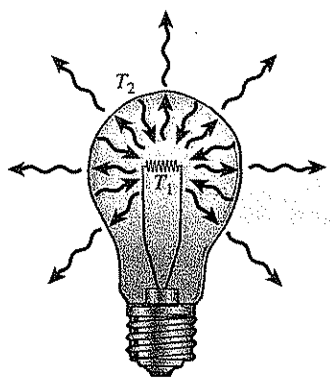


Figura 9.15 Energía neta emitida por un radiador en un entorno que tiene diferente temperatura.

Resumen y repaso

La presente unidad está dividida en dos partes. En la primera, se presenta el concepto de calor, sus unidades de medida y la manera para determinar el calor específico de una sustancia desconocida. En la segunda parte se presentan los diversos métodos para transferir el calor y sus aplicaciones. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad:

- La *unidad térmica británica* (Btu) es el calor necesario para cambiar la temperatura de una libra-masa de agua en un grado Fahrenheit.
- La *caloría* es el calor necesario para elevar la temperatura de un gramo de agua en un grado Celsius.
- Varios factores de conversión pueden ser útiles para resolver problemas relacionados con la energía térmica:

$$\boxed{1\ \text{Btu} = 252\ \text{cal} = 0.252\ \text{kcal} \qquad 1\ \text{cal} = 4.186\ \text{J}}$$

$$\boxed{1\ \text{Btu} = 778\ \text{ft}\cdot\text{lb} \qquad 1\ \text{kcal} = 4\,186\ \text{J}}$$

- La *capacidad calorífica específica* c se usa para determinar la cantidad de calor Q absorbida o liberada por unidad de masa m cuando la temperatura cambia en un intervalo Δt.

$$\boxed{c = \frac{Q}{m\,\Delta t} \qquad Q = mc\,\Delta t \qquad \textit{Calor específico}}$$

- Para la conservación de la energía térmica es necesario que, en cualquier intercambio de energía térmica, el calor perdido sea igual al calor ganado.

$$\boxed{\textit{Calor perdido} = \textit{calor ganado}}$$

$$\boxed{\sum (mc\,\Delta t)\ \text{perdido} = \sum (mc\,\Delta t)\ \text{ganado}}$$

Por ejemplo, suponga que el cuerpo 1 transfiere calor a los cuerpos 2 y 3 mientras el sistema alcanza una temperatura de equilibrio t_e:

$$m_1c_1(t_1 - t_e) = m_2c_2(t_e - t_2) + m_3c_3(t_e - t_3)$$

- El *calor latente de fusión* L_f y el *calor latente de vaporización* L_v son las pérdidas o ganancias de calor por unidad de masa m durante un cambio de fase. No hay cambio alguno de temperatura.

$$\boxed{L_f = \frac{Q}{m} \qquad Q = mL_f \qquad \textit{Calor latente de fusión}}$$

$$\boxed{L_v = \frac{Q}{m} \qquad Q = mL_v \qquad \textit{Calor latente de vaporización}}$$

Si se presenta un cambio de fase, las relaciones anteriores deben sumarse a la ecuación calorimétrica apropiada.

- En la transferencia de calor por conducción, la cantidad de calor Q transferida por unidad de tiempo τ a través de una pared o una varilla de longitud L está dada por

$$H = \frac{Q}{\tau} = kA\frac{\Delta t}{L} \qquad \textit{Conducción}$$

donde A es el área y Δt la diferencia de temperatura de su superficie. La unidad del SI para H es el *watt* (W). Otras unidades que se usan comúnmente son kcal/s y Btu/h. A partir de esta relación, la conductividad térmica es

$$k = \frac{QL}{\tau A\,\Delta t} \qquad \textit{Conductividad térmica}$$

Las unidades del SI para k son W/m · K. Pueden obtenerse conversiones útiles a partir de las definiciones siguientes:

$$1\ \text{kcal/m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ = 4186\ \text{W/m}\cdot\text{K}$$

$$1\ \text{W/m}\cdot\text{K} = 6.94\ \text{Btu}\cdot\text{in/ft}^2\cdot\text{h}\cdot\text{F}^\circ$$

$$1\ \text{Btu}\cdot\text{in/ft}^2\cdot\text{h}\cdot\text{F}^\circ = 3.445 \times 10^{-5}\ \text{kcal/m}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^\circ$$

- El valor R es un término de ingeniería cuyo propósito es medir la resistencia térmica que se opone a la conducción del calor. Se define como sigue:

$$R = \frac{L}{k} \qquad \textit{Valor R}$$

Al aplicar este concepto a diferentes materiales de distinto espesor se obtiene la ecuación siguiente:

$$\frac{Q}{\tau} = \frac{A\,\Delta t}{\sum_i (L_i/k_i)} = \frac{A\,\Delta t}{\sum_i R_i}$$

La cantidad de calor que fluye por unidad de tiempo (Q/τ) a través de diferentes materiales con distinto espesor es igual al producto del área A y la diferencia de temperatura Δt dividido entre la suma de los valores R de esos materiales. De acuerdo con la práctica actual de la ingeniería, las unidades del valor R son ft² · F° · h/Btu.

- En la transferencia de calor por radiación, definimos la razón de radiación como la energía emitida por unidad de área y por unidad de tiempo (o simplemente la potencia por unidad de área):

$$\boxed{R = \frac{E}{\tau A} = \frac{P}{A} \qquad \textit{Razón de radiación,}\ \text{W/m}^2}$$

Según la *ley de Stefan-Boltzmann*, esta razón está dada por

$$\boxed{R = \frac{P}{A} = e\sigma T^4} \qquad \sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4$$

- La ley de Prevost del intercambio de calor establece que *un cuerpo que está a la misma temperatura que su entorno irradia y absorbe calor a la misma razón.*

Conceptos clave

Problemas

Nota: Tome como referencia las tablas 9.1 y 9.2 para los valores aceptados del calor específico, el calor de vaporización y el calor de fusión de las sustancias mencionadas en los siguientes problemas.

Temas 9.2 La cantidad de calor y Tema 9.3 Capacidad de calor específico

1. ¿Qué cantidad de calor se requiere para cambiar la temperatura de 200 g de plomo, de 20 a 100 °C? Resp. 496 cal
2. Cierto proceso requiere 500 J de calor. Exprese esta energía en calorías y en Btu.
3. Un horno aplica 400 kJ de calor a 4 kg de una sustancia, causando que su temperatura se eleve en 80 C°. ¿Cuál es el calor específico? Resp. 1 250 J/kg C°
4. ¿Qué cantidad de calor se liberará cuando 40 lb de cobre se enfrían de 78 a 32 °F?
5. Un automóvil de 900 kg que viaja con una velocidad inicial de 20 m/s se detiene. El trabajo requerido para que se detenga el carro es igual a su cambio en la energía cinética. Si todo este trabajo se convirtiera en calor, ¿qué cantidad equivalente se perdería en kilocalorías? Resp. 43 kcal
6. Un aparato de aire acondicionado tiene un régimen nominal de 15 000 Btu/h. Exprese esta potencia en kilowatts y en calorías por segundo.
7. En una taza de cerámica de 0.5 kg se sirve café caliente con un calor específico de 4 186 J/kg C°. ¿Cuánto calor absorbe la taza si la temperatura se eleva de 20 a 80 °C? Resp. 125.6 kJ
8. Un motor eléctrico de 2 Kw tiene 80% de eficiencia. ¿Cuánto calor se pierde en 1 h?
9. Un casquillo de cobre de 8 kg tiene que calentarse de 25 a 140 °C con el fin de expandirlo para que se ajuste sobre un eje. ¿Cuánto calor se requirió? Resp. 358.8 kJ
10. ¿Cuántos gramos de hierro a 20 °C será necesario calentar a 100 °C para que liberen 1 800 cal de calor durante el proceso de volver a su temperatura original?
11. Un trozo de 4 kg de metal ($c = 320$ J/kg C°) se encuentra inicialmente a 300 °C. ¿Cuál será su temperatura final si pierde 50 kJ de energía calorífica? Resp. 261 °C
12. En un tratamiento a base de calor, una parte de cobre caliente se enfría con agua, por lo cual pasa de 400 a 30 °C. ¿Cuál era su masa si perdió 80 kcal de calor?

Tema 9.4 La medición del calor

13. Un tubo de cobre de 400 g que se encuentra inicialmente a 200 °C se sumerge en un recipiente que contiene 3 kg de agua a 20 °C. Pasando por alto otros intercambios de calor, ¿cuál será la temperatura de equilibrio de la mezcla? Resp. 22.2 °C
14. ¿Qué cantidad de aluminio ($c = 0.22$ cal/g C°) a 20 °C tendrá que añadirse a 400 g de agua caliente a 80 °C para que la temperatura de equilibrio sea de 30 °C?
15. Un trozo de metal de 450 g se calienta a 100 °C y luego se deja caer en la taza de un calorímetro de aluminio de 50 g que contiene 100 g de agua. La temperatura ini-

cial de la taza y del agua es de 10 °C y la temperatura de equilibrio es de 21.1 °C. Calcule el calor específico del metal. Resp. 0.0347 cal/g C°

16. ¿Qué masa de agua que inicialmente estaba a 20 °C se debió mezclar con 2 kg de hierro para hacer que la temperatura del hierro bajara de 250 °C a una temperatura de equilibrio de 25 °C?

17. Un trabajador saca un trozo de hierro de 2 kg de un horno y lo coloca en un recipiente de aluminio de 1 kg, que se ha llenado parcialmente con 2 kg de agua. Si la temperatura del agua sube de 21 a 50 °C, ¿cuál era la temperatura inicial del hierro? Resp. 336.67 °C

18. ¿Cuánto hierro a 212 °F se deberá mezclar con 10 lb de agua a 68 °F con el fin de tener una temperatura de equilibrio de 100 °F?

19. Un bloque de cobre de 1.3 kg se calienta a 200 °C y luego se introduce en un recipiente aislado que se ha llenado parcialmente con 2 kg de agua a 20 °C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio? Resp. 30.3 °C

20. Cincuenta gramos de perdigones de cobre se calientan a 200 °C y luego se introducen en una taza de aluminio de 50 g que contiene 160 g de agua. La temperatura inicial de la taza y el agua es de 20 °C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?

Tema 9.5 Cambio de fase

21. En una fundición hay un horno eléctrico con capacidad para fundir totalmente 540 kg de cobre. Si la temperatura inicial del cobre era de 20 °C, ¿cuánto calor en total se necesita para fundir el cobre? Resp. 2.96×10^8 J

22. ¿Cuánto calor se requiere para fundir totalmente 20 g de plata a su temperatura de fusión?

23. ¿Qué cantidad de calor se necesita para convertir 2 kg de hielo a −25 °C en vapor a 100 °C? Resp. 6.12×10^6 J

24. Si 7.57×10^6 J de calor se absorben en el proceso de fundir por completo un trozo de 1.60 kg de un metal desconocido, ¿cuál es el calor latente de fusión y de qué metal se trata?

25. ¿Cuántos gramos de vapor a 100 °C es necesario mezclar con 200 g de agua a 20 °C con el fin de que la temperatura de equilibrio sea de 50 °C? Resp. 10.17 g

26. ¿Cuánto calor se libera en total cuando 0.500 lb de vapor a 212 °F se convierten en hielo a 10 °F?

27. Cien gramos de hielo a 0 °C se mezclan con 600 g de agua a 25 °C. ¿Cuál será la temperatura de equilibrio para la mezcla? Resp. 10.0° C

28. Cierta calidad de gasolina tiene un calor de combustión de 4.6×10^7 J/kg. Suponiendo una eficiencia de 100%, ¿cuánta gasolina habrá que quemar para fundir totalmente 2 kg de cobre a su temperatura de fusión?

Problemas adicionales

29. Si se aplican 1600 J de calor a una esfera de bronce, su temperatura sube de 20 a 70 °C. ¿Cuál es la masa de esa esfera? Resp. 82.1 g

30. ¿Cuánto calor absorbe un congelador eléctrico cuando hace que la temperatura de 2 kg de agua descienda de 80 a 20 °C?

31. Un elemento calefactor proporciona una potencia de salida de 12 kW. ¿Cuánto tiempo se necesita para fundir por completo un bloque de plata de 2 kg? Suponga que no hay ningún desperdicio de potencia. Resp. 14.7 s

32. ¿Cuánto hielo a −10 °C se debe agregar a 200 g de agua a 50 °C para que se produzca la temperatura de equilibrio a 40 °C?

33. Suponga que 5 g de vapor a 100 °C se mezclan con 20 g de hielo a 0 °C. ¿Cuál será la temperatura de equilibrio? Resp. 64.0 °C

34. ¿Cuánto calor desarrollan los frenos de un camión de 4000 lb para frenar el vehículo a partir de una rapidez de 60 mi/h?

35. Doscientos gramos de cobre a 300 °C se introducen en una taza de calorímetro de cobre de 310 g parcialmente lleno con 300 g de agua. Si la temperatura inicial de la taza y el agua era de 15 °C, ¿cuál será la temperatura de equilibrio? Resp. 30.3 °C

36. ¿Cuántas libras de carbón será necesario quemar para derretir totalmente 50 lb de hielo en un calefactor cuya eficiencia es del 60%?

37. Si 80 g de plomo derretido a 327.3 °C se vierten en un molde de hierro de 260 g cuya temperatura inicial es de 20 °C, ¿cuál será la temperatura de equilibrio si las demás pérdidas son insignificantes? Resp. 58.9 °C

38. ¿Qué temperatura de equilibrio se alcanza cuando 2 lb de hielo a 0 °F se colocan en una taza de aluminio de 3 lb que contiene 7.5 lb de agua? La temperatura de la taza y la del agua son inicialmente de 200 °F.

39. Un colector solar tiene 5 m² de área y la potencia de la energía solar llega hasta él a razón de 550 W/m². Esta

potencia se usa para elevar la temperatura de 200 g de agua de 20 a 50 °C. ¿Cuánto tiempo requerirá este proceso? Resp. 9.13 s

40. Si 10 g de leche a 12 °C se agregan a 180 g de café a 95 °C, ¿cuál será la temperatura de equilibrio? Suponga que la leche y el café consisten esencialmente en agua.

41. ¿Cuántos gramos de vapor a 100 °C es necesario añadir a 30 g de hielo a 0 °C para obtener una temperatura de equilibrio de 40 °C? Resp. 6.00 g

42. Una bala de plomo de 5 g que se mueve a 200 m/s se incrusta en un trozo de madera. La mitad de su energía inicial es absorbida por la bala. ¿Cuál es el incremento registrado en la temperatura de la bala?

43. Si 4 g de vapor a 100 °C se mezclan con 20 g de hielo a −5 °C, calcule la temperatura final de la mezcla. Resp. 37.9 °C

44. Un recipiente aislado de gran tamaño contiene 120 g de café a 85 °C. ¿Cuánto hielo a 0 °C habrá que añadir para que el café se enfríe hasta 50 °C? Ahora bien, ¿cuánto café a 100 °C habrá que agregar para que el contenido vuelva a estar a 85 °C? ¿Cuántos gramos habrá al final en el recipiente? Resp. 32.3 g, 355 g, 508 g

45. Se han fabricado cuatro bloques de 200 g de cobre, aluminio, plata y plomo respectivamente, de modo que todos tengan la misma masa y la misma área en su base (aunque sus alturas sean diferentes). La temperatura de cada bloque se eleva de 20 a 100 °C aplicando calor a razón de 200 J/s. Calcule cuánto tiempo necesita cada bloque para llegar a 100 °C.

46. Cada uno de los bloques de la pregunta 45 se coloca sobre un gran trozo de hielo. Calcule cuánto hielo se derrite a causa de cada bloque, sabiendo que todos los bloques llegan al equilibrio a 0 °C. ¿Cuál de los bloques se hunde más profundamente y cuál se hunde menos? Resp. Pb = 7.78 g, Ag = 13.8 g, Cu = 23.4 g, Al = 55.1 g, Al, Pb

47. En un experimento para determinar el calor latente de vaporización en el caso del agua, un estudiante ha comprobado que la masa de la taza de un calorímetro de aluminio es de 50 g. Después de agregar cierta cantidad de agua, la masa combinada de la taza y el agua es de 120 g. La temperatura inicial de la taza y el agua es de 18 °C. Cierta cantidad de vapor a 100 °C se introduce en el calorímetro y se observa que el sistema alcanza el equilibrio a 47.4 °C. La masa total de la mezcla final es de 124 g. ¿Qué valor obtendrá el estudiante para el calor de vaporización?

48. Masas iguales de hielo a 0 °C, agua a 50 °C y vapor a 100 °C se mezclan y se deja que alcancen el equilibrio. ¿Se condensará el vapor? ¿Cuál será la temperatura de la mezcla final? ¿Qué porcentaje de la mezcla final será de agua y qué porcentaje será de vapor? Resp. no, 100 °C, 19.1% de vapor y 80.9% de agua

49. Si 100 g de agua a 20 °C se mezclan con 100 g de hielo a 0 °C y 4 g de vapor a 100 °C, halle la temperatura de equilibrio y la composición de la mezcla.

50. Diez gramos de hielo a −5 °C se mezclan con 6 g de vapor a 100 °C. Calcule la temperatura final y la composición de la mezcla. Resp. 100 °C, 13.4 g de agua, 2.62 g de vapor

Nota. Remítase las tablas 9.3 y 9.4 donde hallará las conductividades térmicas y otras constantes necesarias para la resolución de los problemas de este tema.

Tema 9.8 Conducción

51. Un bloque de cobre tiene una sección transversal de 20 cm^2 y una longitud de 50 cm. El extremo izquierdo se mantiene a 0 °C y el derecho a 100 °C. ¿Cuál es la razón de flujo de calor en watts? Resp. 154 W

52. En el problema 51, ¿cuál es el flujo de calor si el bloque de cobre se sustituye por un bloque de vidrio de las mismas dimensiones?

53. Una varilla de bronce de 50 cm de longitud tiene un diámetro de 3 mm. La temperatura de uno de sus extremos es 76 C° más alta que la del otro extremo. ¿Cuánto calor será conducido en 1 min? Resp. 7.03 J

54. Un panel de vidrio de una ventana mide 10 in de ancho, 16 in de largo y $\frac{1}{8}$ in de espesor. La superficie interior está a 60 °F y la exterior a 20 °F. ¿Cuántos Btu se transfieren al exterior en 2 h?

55. Un extremo de una varilla de hierro de 30 cm de largo y 4 cm^2 de sección transversal se coloca dentro de un baño de hielo y agua. El otro extremo se coloca en un baño de vapor. ¿Cuántos minutos tendrán que pasar para transferir 1.0 kcal de calor? ¿En qué dirección fluye éste? Resp. 10.4 min, hacia el hielo

56. Una placa de acero de 20 mm de espesor tiene una sección transversal de 600 cm^2. Una de sus caras está a 170 °C y la otra a 120 °C. ¿Cuál es la razón de la transferencia de calor?

57. ¿Cuánto calor se pierde en 12 h a través de una pared de ladrillo refractario de 3 in y un área de 10 ft^2 si uno de los lados está a 330 °F y el otro a 78 °F? Resp. 50 400 Btu

58. Una pared de 6 m de longitud y 3 m de altura está formada por 12 cm de concreto unidos a 10 cm de tabla de corcho. La temperatura interior es de 10 °C y la exterior de 40 °C. Halle la temperatura en la superficie de unión de los dos materiales.

59. ¿Cuál es la razón de flujo de calor en estado estacionario a través de la pared compuesta del problema 58? Resp. 4.82 kcal/s *o* 20 172 J/s

Tema 9.11 Radiación

60. ¿Cuál es la potencia radiada por un cuerpo negro esférico con un área superficial de 20 cm^2 si su temperatura es de 250 °C?

61. ¿Cuál es la razón de radiación de un cuerpo negro esférico a una temperatura de 327 °C? ¿Cambiará esta razón si el radio se duplica y se mantiene la temperatura? Resp. 7.35 kW/m^2, no.

62. La emisividad de una esfera metálica es 0.3, y a una temperatura de 500 K irradia una potencia de 800 W. ¿Cuál es el radio de la esfera?

63. Si cierto cuerpo absorbe 20% de la radiación térmica incidente, ¿cuál es su emisividad? ¿Qué energía emitirá este cuerpo en 1 min si su superficie es de 1 m^2 y su temperatura de 727 °C? Resp. 680.4 kJ

64. La temperatura de operación del filamento de una lámpara de 25 W es de 2727 °C. Si la emisividad es 0.3, ¿cuál es el área superficial del filamento?

65. Un panel de vidrio de una ventana mide 60 cm de ancho, 1.8 m de alto y 3 mm de espesor. La temperatura interior es de 20 °C y la exterior de −10 °C. ¿Cuánto calor escapa de la casa a través de esta ventana en 1 h? Resp. 31.1 MJ

66. Un aislamiento de fibra de vidrio con 20 cm de espesor cubre el piso de un desván de 20 × 15 m. ¿Cuántas calorías de calor se pierden hacia el desván si las temperaturas en uno y otro lado del aislamiento son de −10 °C y 24 °C?

67. El fondo de una olla de aluminio tiene 3 mm de espesor, y un área superficial de 120 cm^2. ¿Cuántas calorías por minuto son conducidas a través del fondo de la olla si la temperatura de la superficie exterior es de 114 °C y la temperatura de la superficie interior es de 117 °C? Resp. 0.600 cal

68. Un muro de concreto macizo mide 80 ft de alto, 100 ft de ancho y 6 in de espesor. Las temperaturas superficiales en uno y otro lado de la pared son 30 y 100 °F. ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que sean transferidas 400 000 Btu de calor?

69. El fondo de una olla de metal caliente tiene 86 cm^2 de área y 98 °C de temperatura. La olla se coloca encima de una base de corcho de 5 mm de espesor. La cubierta de Fórmica que está debajo de la capa de corcho se mantiene a una temperatura constante de 20 °C. ¿Cuánto calor es conducido a través del corcho en 2 min? Resp. 644 J

70. ¿Qué espesor de cobre se requiere para llegar a tener el mismo valor de aislamiento que una tabla de corcho de 2 in?

71. ¿Qué espesor de concreto se requiere para alcanzar el mismo valor de aislamiento que 6 cm de fibra de vidrio? Resp. 1.20 m

72. La hoja de vidrio de una ventana de un edificio de oficinas mide 2 × 6 m y tiene 1.2 cm de espesor. Su superficie externa está a 23 °C y la interna a 25 °C. ¿Cuántos joules de calor pasan a través del vidrio en una hora?

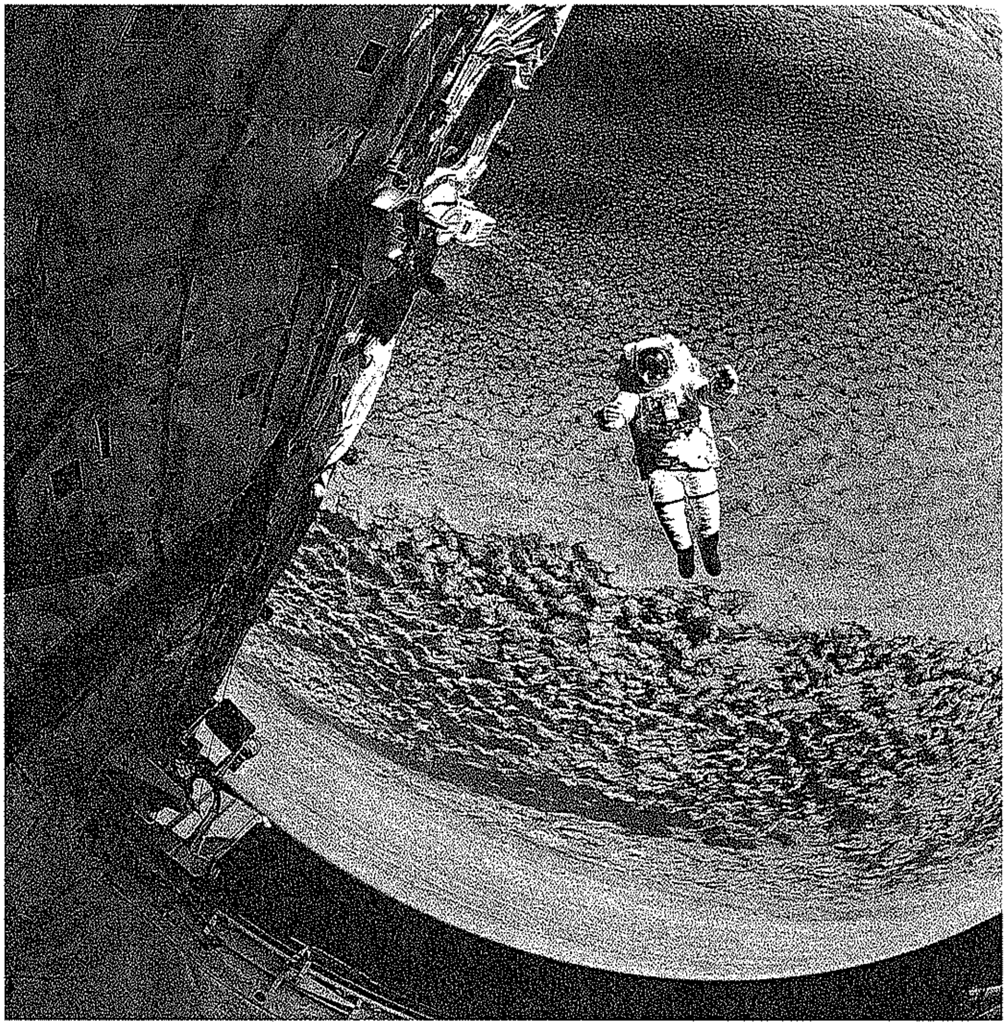
73. ¿Cuál debe ser la temperatura de un cuerpo negro si su razón de radiación es de 860 W/m^2? Resp. 351 K

74. Una bola de acero gris tiene una emisividad de 0.75 y, cuando la temperatura es de 570 °C, la potencia radiada es de 800 W. ¿Cuál es el área total superficial de la bola?

75. Una lámpara de 25 W tiene un filamento cuya área es de 0.212 cm^2. Si la emisividad es 0.35, ¿cuál es la temperatura de operación del filamento? Resp. 2776 K

UNIDAD

10 Propiedades térmicas de la materia



El astronauta Mark Lee realiza pruebas durante una caminata espacial. El estado térmico dentro de su traje y en el espacio se describe según las condiciones de presión, temperatura y volumen. Los cambios de cualquiera de estos parámetros dentro del traje pueden ser desastrosos. (*Foto de la NASA*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Aplicar las leyes de los gases ideales para formular la ley combinada de los gases en la solución de problemas.
- Solucionar problemas en los que aplique la ley de los gases ideales y la ley combinada de los gases.
- Comprender y aplicar los conceptos de presión de vapor, punto de rocío y humedad relativa.

10.1 Gases ideales, ley de Boyle y ley de Charles

En un gas las moléculas individuales están tan distantes entre sí, que las fuerzas de cohesión que existen entre ellas por lo general son pequeñas. Si bien es cierto que la estructura molecular de diferentes gases puede variar en forma considerable, su comportamiento casi no se ve afectado por el tamaño de las moléculas individuales. Se puede decir con bastante seguridad que cuando una cantidad grande de gas está confinada en un volumen reducido, el volumen ocupado por las moléculas todavía resulta ser una fracción minúscula del volumen total.

Una de las generalizaciones más útiles respecto de los gases es el concepto del ***gas ideal***, cuyo comportamiento no se ve afectado en lo absoluto por fuerzas de cohesión o volúmenes moleculares. Por supuesto, ningún gas real es *ideal*, pero en condiciones normales de temperatura y presión, el comportamiento de cualquier gas es muy parecido al comportamiento de un gas ideal. Por consiguiente, las observaciones experimentales de gran número de gases reales puede conducir a la deducción de leyes físicas generales que rigen su comportamiento térmico. El grado en el que cualquier gas real obedece estas relaciones está determinado por el grado en que se aproxima al gas ideal.

Las primeras mediciones experimentales del comportamiento térmico de los gases fueron realizadas por Robert Boyle (1627-1691), quien llevó a cabo un estudio exhaustivo de los cambios en el volumen de los gases como resultado de cambios en la presión. Todas las demás variables, como la masa y la temperatura, se mantuvieron constantes. En 1660, Boyle demostró que el volumen de un gas es inversamente proporcional a su presión. En otras palabras, cuando se duplica el volumen, la presión disminuye a la mitad de su valor original. En la actualidad, este hallazgo recibe el nombre de ***ley de Boyle***.

Ley de Boyle: Siempre que la masa y la temperatura de una muestra de gas se mantengan constantes, el volumen de dicho gas es inversamente proporcional a su presión absoluta.

Otra forma de enunciar la ley de Boyle consiste en decir que el producto de la presión P de un gas por su volumen V será constante, en tanto no cambie la temperatura. Consideremos, por ejemplo, el caso de un cilindro cerrado provisto de un émbolo móvil, como se muestra en la figura 10.1. En la figura 10.1a, el estado inicial del gas se describe por medio de su presión P_1 y de su volumen V_1. Si el émbolo se presiona hacia abajo hasta que llegue a la nueva posición que aparece en la figura 10.1b, su presión se incrementará a P_2 mientras su volumen disminuye a V_2. Este proceso se muestra gráficamente en la figura 10.2. Si el proceso ocurre sin que cambie la temperatura, la ley de Boyle revela que

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad m \text{ y } T \text{ constantes} \qquad \textbf{(10.1)}$$

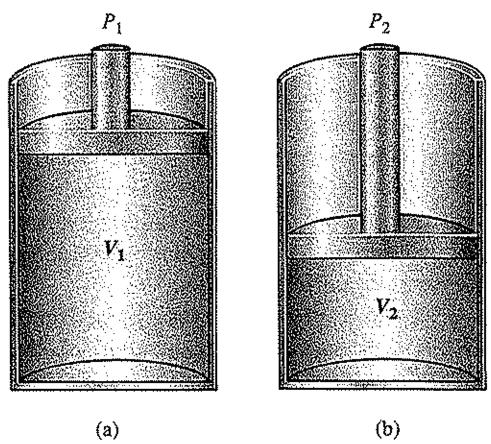


Figura 10.1 Cuando se comprime un gas a temperatura constante, el producto de su presión por su volumen siempre es constante; o sea, $P_1V_1 = P_2V_2$.

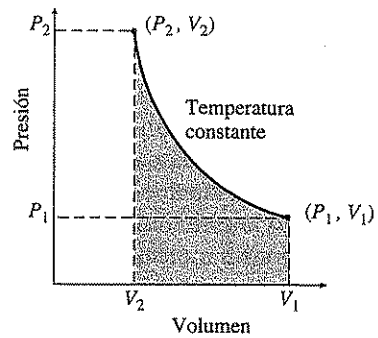


Figura 10.2 Un diagrama P-V muestra que la presión de un gas ideal varía inversamente respecto a su volumen.

Dicho de otro modo, el producto de la presión por el volumen en el estado inicial es igual al producto de la presión por el volumen en el estado final. La ecuación (10.1) es un enunciado matemático de la ley de Boyle. La presión P debe ser la presión *absoluta* y no la presión *manométrica*.

Ejemplo 10.1 ¿Qué volumen de gas hidrógeno a presión atmosférica se requiere para llenar un tanque de 5000 cm^3 bajo una presión manométrica de 530 kPa?

Plan: Una atmósfera de presión es de 101.3 kPa. La presión absoluta final es 530 kPa (presión manométrica) más 101.3 kPa. Aplique la ley de Boyle para calcular el volumen del hidrógeno a 1 atm que se requiere para producir una presión *interna* de 631 kPa. No es necesario convertir el volumen a unidades del SI si se aceptan las mismas unidades de volumen para la respuesta.

Solución: Las presiones inicial y final son

$$P_1 = 101.3 \text{ kPa} \qquad p_2 = 530 \text{ kPa} + 101.3 \text{ kPa} = 631 \text{ kPa}$$

El volumen final V_2 es 5000 cm^3. Al aplicar la ecuación (10.1), tenemos

$$P_1V_1 = P_2V_2$$
$$(101.3 \text{ kPa})V_1 = (631 \text{ kPa})(5\,000 \text{ cm}^3)$$
$$V_1 = 31\,145 \text{ cm}^3$$

Observe que no fue necesario que las unidades de presión fueran congruentes con las de volumen. Puesto que P y V aparecen en ambos lados de la ecuación, únicamente es necesario elegir las mismas unidades para la presión. Las unidades para el volumen serán entonces las unidades sustituidas para V_2.

En la unidad 8 aprovechamos el hecho de que el volumen de gas se incrementaba directamente con su temperatura para poder definir el cero absoluto. Encontramos el resultado (−273 °C) extrapolando la línea en la gráfica de la figura 10.3. Por supuesto, cualquier gas real se volverá líquido antes de que su volumen llegue a cero. Pero la relación directa es una aproximación válida para la mayoría de los gases que no están sujetos a condiciones extremas de temperatura y de presión.

El primero que comprobó experimentalmente esta proporcionalidad directa entre el volumen y la temperatura fue Jacques Charles en 1787. La ***ley de Charles*** se enuncia de la siguiente manera:

Ley de Charles: Mientras la masa y la presión de un gas se mantengan constantes, el volumen de dicho gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

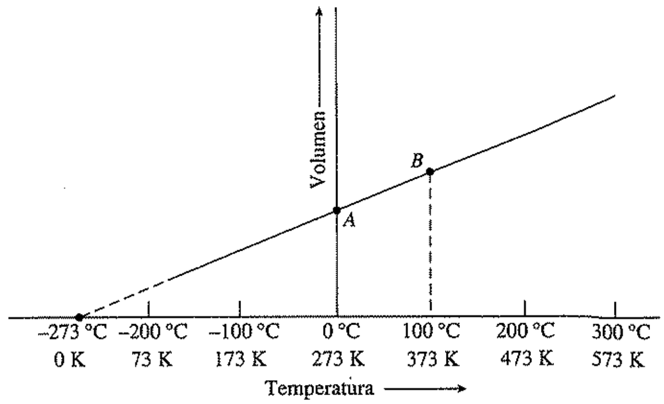


Figura 10.3 Variación del volumen como función de la temperatura. Cuando el volumen se extrapola a cero, la temperatura de un gas es la del cero absoluto (0 K).

Si se usa el subíndice 1 para referirnos al estado inicial de un gas y el subíndice 2 para referirnos a su estado final, se obtiene el enunciado matemático de la ley de Charles.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad m \text{ y } P \text{ constantes} \qquad \textbf{(10.2)}$$

En esta ecuación, V_1 se refiere al volumen de un gas a la temperatura *absoluta* T_1, y V_2 es el volumen final de la misma muestra de gas cuando su temperatura absoluta es T_2.

La unidad del SI para el volumen es el metro cúbico (m^3) y, desde luego, es la unidad preferida. Sin embargo es muy común encontrar el litro (L) usado como unidad de volumen, en especial cuando se trabaja con gas. El litro es el volumen contenido en un cubo que mide 10 cm por lado.

$$1\text{ L} = 1\,000\text{ cm}^3 = 1 \times 10^{-6}\text{ m}^3$$

Usaremos el litro en algunos ejemplos porque es una unidad de uso muy común. Como siempre, tenga cuidado cuando use cualquier unidad distinta a las unidades del SI en las fórmulas.

Ejemplo 10.2

Un cilindro sin fricción se llena con 2 L de un gas ideal a 23 °C. Un extremo del cilindro está fijo a un pistón movible y el gas puede expandirse a una presión constante hasta que su volumen llega a 2.5 L. ¿Cuál es la nueva temperatura del gas?

Plan: La masa y la presión del gas permanecen constantes, así que el cambio en la temperatura debe ser proporcional al cambio en el volumen, y la ley de Charles se puede aplicar para determinar la nueva temperatura. Recuerde usar las *temperaturas absolutas*.

Solución: La información conocida se organiza como sigue:

Dados: $T_1 = 23° + 273° = 296\text{ K}$, $V_1 = 2\text{ L}$, $V_2 = 2.5\text{ L}$; Encuentre: $T_2 = ?$

Ahora, resolvemos la ley de Charles para T_2:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1}$$

$$T_2 = \frac{(2.5\text{ L})(296\text{ K})}{2\text{ L}} = 370\text{ K}$$

La temperatura final del gas es 370 K o 97 °C.

10.2 Ley de Gay-Lussac

Las tres cantidades que determinan el estado de una masa dada de gas son su presión, volumen y temperatura. La ley de Boyle se ocupa de los cambios de presión y de volumen a temperatura constante, y la ley de Charles se refiere al volumen y la temperatura bajo presión constante. La variación de presión como función de la temperatura se describe en una ley atribuida a Gay-Lussac.

Ley de Gay-Lussac: Si el volumen de una muestra de gas permanece constante, la presión absoluta de dicho gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

Esto significa que si se duplica la presión aplicada al gas, su temperatura absoluta se duplicará también. La ***ley de Gay-Lussac*** en forma de ecuación puede escribirse como:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad m \text{ y } V \text{ constantes} \qquad \textbf{(10.3)}$$

Ejemplo 10.3

El neumático de un automóvil se infla a una presión manométrica de 207 kPa (30 lb/in^2) en un momento en que la presión de los alrededores es de 1 atm (101.3 kPa) y la temperatura es de 25 °C. Después de manejarlo, la temperatura del aire del neumático aumenta a 40 °C. Suponga que el volumen de gas cambia sólo ligeramente. ¿Cuál es la nueva presión manométrica en el neumático?

Plan: Como el volumen y la masa son constantes, la presión debe aumentar en la misma proporción que la temperatura; aplique la ley de Gay-Lussac para determinar la presión absoluta final. La presión manométrica, por tanto, se obtiene al restar la presión del ambiente (101.3 kPa).

Solución: Primero determinaremos las temperaturas absolutas y la presión absoluta.

$$P_1 = 207 \text{ kPa} + 101.3 \text{ kPa} = 308 \text{ kPa}$$
$$T_1 = 25 + 273 = 298 \text{ K}; \qquad T_2 = 40 + 273 = 313 \text{ K}$$

La nueva presión se calcula a partir de la ley de Gay-Lussac

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad \text{o} \qquad P_2 = \frac{P_1 T_1}{T_2}$$

$$P_2 = \frac{(308 \text{ kPa})(313 \text{ K})}{298 \text{ K}}; \qquad P_2 = 323.5 \text{ kPa}$$

La presión manométrica se calcula al restar la presión del aire que hay en el ambiente (101.3 kPa).

$$\text{Presión manométrica} = 324 \text{ kPa} - 101 \text{ kPa} = 222.5 \text{ kPa}$$

Un manómetro leería esta presión como 222.5 kPa o aproximadamente 32.27 lb/in^2.

10.3 Leyes generales de los gases

Hasta ahora hemos estudiado tres leyes que pueden usarse para describir el comportamiento térmico de los gases. La ley de Boyle, como se enuncia en la ecuación (10.1), se aplica a una muestra de gas cuya temperatura no cambia. La ley de Charles, (ecuación 10.2), se aplica a una muestra de gas a presión constante. La ley de Gay-Lussac, en la ecuación (10.3), corresponde a una muestra de gas a volumen constante. Por desgracia, generalmente ninguna de estas condiciones se satisface. Lo más común es que un sistema sufra cambios de volumen, de temperatura y de presión como resultado de un proceso térmico. Una relación más general que combina las tres leyes es la siguiente:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \qquad m \text{ constante} \qquad \textbf{(10.4)}$$

donde (P_1, V_1, T_1) pueden considerarse como las coordenadas del estado inicial y (P_2, V_2, T_2) las coordenadas del estado final. En otras palabras, para una masa dada, la razón PV/T es constante para cualquier gas ideal.

Ejemplo 10.4 Un tanque para oxígeno con un volumen interior de 20 litros se llena con ese gas bajo una presión absoluta de 6 MPa a 20 °C. El oxígeno se va a usar en un avión para grandes alturas, donde la presión absoluta es sólo 70 kPa y la temperatura es −20 °C. ¿Qué volumen de oxígeno será capaz de suministrar el tanque en esas condiciones?

Plan: Las presiones conocidas son presiones absolutas, así que convierta a temperaturas absolutas y aplique la ecuación (10.4).

Solución: Después de sumar 27.3 °C a las dos temperaturas Celsius, resolvemos para V_2.

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad \text{o} \quad V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{P_2T_1}$$

$$V_2 = \frac{(6 \times 10^6 \text{ Pa})(20 \text{ L})(253 \text{ K})}{(70 \times 10^3 \text{ Pa})(293 \text{ K})} = 1\,480 \text{ L}$$

Ahora vamos a considerar el efecto de un cambio de masa en el comportamiento de los gases. Si la temperatura y el volumen de un gas confinado se mantienen constantes, al añadir más gas habrá un incremento proporcional en la presión. En forma similar, si la presión y la temperatura se mantienen fijos, al aumentar la masa habrá un aumento proporcional en el volumen del recipiente. Podemos combinar estas observaciones experimentales con la ecuación (10.4) para obtener la relación general:

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2} \qquad \textbf{(10.5)}$$

donde m_1 es la masa inicial y m_2 la masa final. Un estudio de esta relación revelará que la ley de Boyle, la ley de Charles, la ley de Gay-Lussac junto con la ecuación (10.4) representan casos especiales de la ecuación más general (10.5).

Ejemplo 10.5 La lectura de la presión manométrica en un tanque para el almacenamiento de helio indica 2 000 lb/in² cuando la temperatura es de 27 °C. Durante la noche hay una fuga en el recipiente y a la mañana siguiente se tienen 1 500 lb/in² a una temperatura de 17 °C. ¿Qué porcentaje de la masa original de helio permanece dentro del recipiente?

Plan: El volumen puede quedar fuera de nuestra consideración ya que no cambia ($V_1 = V_2$), así que podemos simplificar la ecuación (10.5) y resolver para la razón m_2/m_1 del gas restante al gas contenido inicialmente en el recipiente. Por tanto, esta razón se expresa como un porcentaje. Dado que las presiones inicial y final están dadas en las mismas unidades, no hay necesidad de convertir las presiones a unidades del SI. No obstante, *necesitamos* sumar 1 atm de presión (14.7 lb/in^2) a cada uno de los valores de la presión manométrica, y las temperaturas deben expresarse en kelvin.

Solución: Puesto que $V_1 = V_2$, simplificamos la ecuación (10.5) para obtener

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2} \quad \text{o} \quad \frac{P_1}{m_1T_1} = \frac{P_2}{m_2T_2}$$

La razón m_2/m_1 representa la fracción de la masa de helio que permanece ahí, así que

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{P_2T_1}{P_1T_2}$$

Las presiones y las temperaturas se ajustan a sus valores absolutos en la siguiente forma:

$$P_1 = 2\,000 \text{ lb/in}^2 + 14.7 \text{ lb/in}^2 = 20\,147 \text{ lb/in}^2$$
$$P_1 = 1\,500 \text{ lb/in}^2 + 14.7 \text{ lb/in}^2 = 1\,514.7 \text{ lb/in}^2$$
$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$
$$T_2 = 17 + 273 = 290 \text{ K}$$

Al sustituir estos valores se obtiene

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(1\,514.7 \text{ lb/in}^2)(300 \text{ K})}{(2\,014.7 \text{ lb/in}^2)(290 \text{ K})} = 0.778$$

Por tanto, el 77.8 por ciento del helio aún permanece dentro del recipiente.

La ecuación (10.5) es de carácter general, pues en ella se toman en cuenta las variaciones en la presión, el volumen, la temperatura y la masa de un gas. Sin embargo, lo que en realidad influye en la presión y el volumen no es la masa de un gas, sino el número de moléculas del mismo. De acuerdo con la teoría cinética de los gases, la presión se debe a las colisiones moleculares que se producen contra las paredes del recipiente. Al aumentar el número de moléculas aumentará el número de partículas que chocan por segundo, y, por lo tanto, la presión del gas será mayor. Si estamos considerando un proceso térmico que implique cantidades del mismo gas, podemos aplicar con la mayor seguridad la ecuación (10.5), puesto que la masa es proporcional al número de moléculas.

Cuando se trabaja con diferentes tipos de gas, como el hidrógeno comparado con el oxígeno, es necesario considerar la igualdad en el número de moléculas, en vez de masas iguales. Cuando se colocan en recipientes similares, 6 g de hidrógeno pueden originar una presión mucho mayor que 6 g de oxígeno. Hay muchas más moléculas de hidrógeno en 6 g de H_2 que moléculas de oxígeno en 6 g de O_2. Para lograr una expresión más general, debemos revisar la ecuación (10.5) con el fin de tomar en cuenta las diferencias en el número de moléculas de gas en lugar de la diferencia en masa. Primero, debemos desarrollar métodos para relacionar la cantidad de gas con el número de moléculas presentes.

10.4 Masa molecular y mol

Aun cuando es difícil determinar la masa de los átomos individuales debido a su tamaño, por medio de métodos experimentales se ha logrado medir la ***masa atómica***. Por ejemplo, ahora sabemos que un átomo de helio tiene una masa de 6.65×10^{-24} g. Cuando se trabaja con cantidades macroscópicas como el volumen, la presión y la temperatura, es mucho más adecuado comparar las *masas relativas* de los átomos individuales.

Las masas atómicas relativas se basan en la masa de un átomo de referencia que se conoce como *carbono 12*. Al asignar arbitrariamente un valor exacto de 12 *unidades de masa atómica* (u) a este átomo, se cuenta con un patrón con el cual se pueden comparar otras masas atómicas.

La masa atómica de un elemento es la masa de un átomo de dicho elemento comparada con la masa de un átomo de carbono tomado como 12 unidades de masa atómica.

Sobre esta base, la masa atómica del hidrógeno es de aproximadamente 1 u, y la masa atómica del oxígeno es aproximadamente de 16 u.

Una molécula consiste en una combinación química de dos o más átomos. La definición de ***masa molecular*** surge de la definición de masa atómica.

La masa molecular M es la suma de las masas atómicas de todos los átomos que componen la molécula.

Por ejemplo, una molécula de oxígeno (O_2) contiene dos átomos de oxígeno. Su masa molecular es de 16 u $\times$ 2 = 32 u. Una molécula de dióxido de carbono (CO_2) contiene un átomo de carbono y dos átomos de oxígeno. Por lo tanto, la masa molecular del CO_2 es de 44 u:

$$\begin{array}{r} 1\,\mathrm{C} = 1 \times 12 = 12\,\mathrm{u} \\ \underline{2\,\mathrm{O} = 2 \times 16 = 32\,\mathrm{u}} \\ \mathrm{CO_2} = 44\,\mathrm{u} \end{array}$$

Al trabajar con gases, notamos que tiene más sentido considerar la cantidad de sustancia en términos del número de moléculas presentes. Esto lleva implícita la creación de una nueva unidad de medida llamada ***mol***.

Una mol es la cantidad de una sustancia que contiene el mismo número de partículas que el número de átomos que hay en 12 g de carbono 12.

Tomando como base esta definición, 1 mol de carbono debe ser igual a 12 g. Puesto que la masa molecular de cualquier sustancia se basa en el carbono 12 como patrón, entonces:

Una mol es la masa en gramos numéricamente igual a la masa molecular de una sustancia.

Por ejemplo, 1 mol de hidrógeno (H_2) es 2 g, 1 mol de oxígeno (O_2) es 32 g, y 1 mol de dióxido de carbono (CO_2) es 44 g. Dicho en otras palabras, 2 g de H_2, 32 g de O_2, y 44 g de CO_2, tienen el mismo número de moléculas. A este número N_A se le conoce como ***número de Avogadro***.

La razón del número de moléculas N al número de moles n debe ser igual al número de Avogadro N_A. Simbólicamente,

$$N_A = \frac{N}{n} \qquad \textit{Moléculas por mol} \qquad \textbf{(10.6)}$$

Hay varios métodos experimentales para determinar el número de Avogadro. El valor aceptado para N_A es

$$N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ moléculas por mol} \qquad \textit{Número de Avogadro} \qquad \textbf{(10.7)}$$

La forma más sencilla de determinar el número de moles n contenidas en un gas es dividiendo su masa m en gramos entre su masa molecular M por mol. Por tanto,

$$n = \frac{m}{M} \qquad \textit{Número de moles} \qquad \textbf{(10.8)}$$

Ejemplo 10.6 (a) ¿Cuántas moles de gas hay en 200 g de CO_2? (b) ¿Cuántas moléculas hay?

Plan: Primero debe determinar la masa molecular del CO_2, que ya se calculó como 44 g/mol. Al dividir la masa del gas entre su masa molecular se obtiene el número de moles presentes. Por tanto, el número de moléculas se calcula a partir del número de Avogadro.

Solución (a): Para 200 g de un gas que contiene 44 g/mol, determinamos a partir de la ecuación (10.8) que

$$n = \frac{m}{M} = \frac{200 \text{ g}}{44 \text{ g/mol}}; \qquad n = 4.55 \text{ mol}$$

Solución (b): Como el número de Avogadro N_A es el número de moléculas por mol, calculamos que el número de moléculas de gas en 4.55 moles de gas es

$$n = \frac{N}{N_A} \qquad \text{o} \qquad N = nN_A$$

$$N = (4.55 \text{ mol})(6.023 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}); \quad N = 2.74 \times 10^{24} \text{ moléculas}$$

10.5 La ley del gas ideal

Sigamos adelante con la búsqueda de una ley más general de los gases. Si se sustituye el número de moles n para la masa m en la ecuación (10.5), podemos escribir

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \tag{10.9}$$

Esta ecuación representa la forma más útil de una ley general de los gases cuando se conocen todos los parámetros de los estados inicial y final, excepto una sola cantidad.

Una expresión alternativa de la ecuación (10.9) es

$$\frac{PV}{nT} = R \tag{10.10}$$

donde R se conoce como ***constante universal de los gases***. Si es posible evaluar R bajo ciertos valores conocidos de P, V, n y T, la ecuación (10.10) se puede usar directamente sin contar con ninguna información acerca de los estados inicial y final. El valor numérico para R, por supuesto, depende de las unidades elegidas para P, V, n y T. En unidades del SI, el valor es

$$R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

La elección de otras unidades conduce a los siguientes valores equivalentes:

$$R = 0.0821 \text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}$$
$$= 1.99 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$$

Si la presión se mide en pascales y el volumen en metros cúbicos, se puede usar para la constante $R = 8.314$ J/mol · K. Sin embargo, con frecuencia la presión se expresa en atmósferas y el volumen en litros. En lugar de efectuar las conversiones apropiadas, probablemente sea más sencillo usar la expresión $R = 0.0821$ L · atm/mol · K.

La ecuación (10.10) se conoce como ***ley del gas ideal***, y generalmente se escribe en la siguiente forma

$$PV = nRT \tag{10.11}$$

Otra forma útil de la ley de los gases ideales se basa en el hecho de que $n = m/M$, por lo que

$$PV = \frac{m}{M}RT \tag{10.12}$$

Siempre que la densidad de un gas real es razonablemente baja, la ley del gas ideal es válida para cualquier gas o incluso una mezcla de varios gases en tanto que sus moléculas estén separadas lo suficiente, se puede aplicar la ecuación (10.11), siendo n el número de moles.

Ejemplo 10.7 Determine el volumen de 1 mol de cualquier gas ideal en condiciones estándares de temperatura (273 K) y de presión (101.3 kPa).

Plan: Recuerde que 1 mol de cualquier gas contiene el mismo número de moléculas, así que mientras se trata el gas como un gas *ideal*, se puede usar la ecuación (10.11) para calcular su volumen. Como 1 mol está a una presión de 1 atm, usaremos 0.0821 L · atm/mol · K para R.

Solución: Al resolver para V en la ecuación (10.11), obtenemos

$$PV = nRT \qquad \text{o} \qquad V = \frac{nRT}{P}$$

$$V = \frac{(1\ \text{mol})(0.0821\ \text{L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K})(273\ \text{K})}{101.3 \times 10^3\ \text{Pa}}$$

$$= 22.4\ \text{L o } 0.0224\ \text{m}^3$$

Por consiguiente, 1 mol de cualquier gas ideal a temperatura y presión estándares tiene un volumen de 22.4 L.

Ejemplo 10.8 ¿Cuántos gramos de oxígeno ocuparán un volumen de 1.6 m³ a una presión de 200 kPa y a una temperatura de 27 °C?

Plan: Necesita determinar la masa molecular del oxígeno que es diatómico; es decir, cada molécula contiene dos átomos de oxígeno. Por tanto, hay 32 g/mol (M = 16 u + 16 u = 32 u). Usando la ley del gas ideal, determine la masa directamente a partir de la ecuación (10.12).

Solución: La temperatura absoluta es (27 + 273) o 300 K. Al sustituir se obtiene

$$PV = \frac{m}{M}RT \qquad \text{o} \qquad m = \frac{MPV}{RT}$$

$$m = \frac{(32\ \text{g/mol})(200 \times 10^3\ \text{Pa})(1.6\ \text{m}^3)}{(8.314\ \text{J/mol} \cdot \text{K})(300\ \text{K})} = 4\,110\ \text{g}$$

$$m = 4\,105.5\ \text{g}$$

10.6 Licuefacción de un gas

Hemos definido un gas ideal como aquel cuyo comportamiento térmico no se ve afectado en lo absoluto por fuerzas de cohesión o por el volumen molecular. Si ese gas se comprime a temperatura constante, permanecerá como gas sin importar la presión a la cual se le someta. En otras palabras, obedecerá la ley de Boyle a cualquier temperatura. Las fuerzas de enlace necesarias para la licuefacción nunca están presentes.

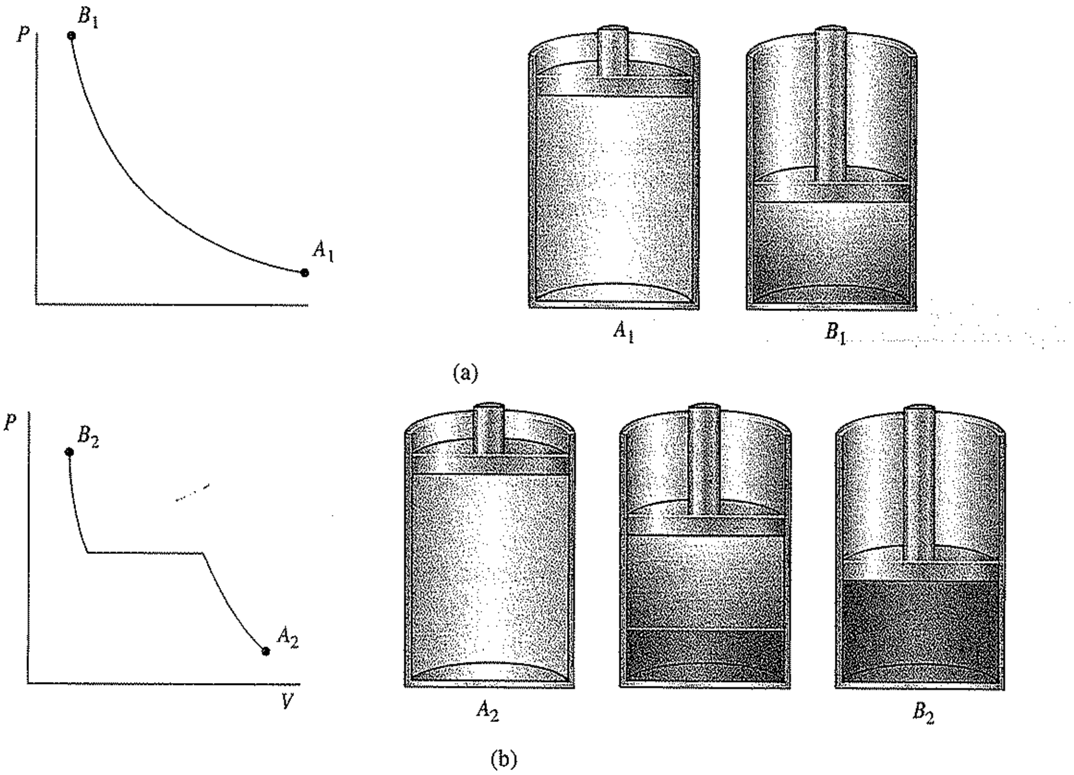


Figura 10.4 (a) Compresión de un gas ideal a cualquier temperatura o de un gas real a alta temperatura. (b) Licuefacción de un gas real cuando se comprime a bajas temperaturas.

Todos los gases reales están sometidos a fuerzas intermoleculares. Sin embargo, a bajas presiones y altas temperaturas, los gases reales se comportan en forma muy similar a un gas ideal. Se les aplica entonces la ley de Boyle porque las fuerzas intermoleculares en estas condiciones son prácticamente despreciables. Un gas real a altas temperaturas se puede comprimir dentro de un cilindro, como lo muestra la figura 10.4, aplicando presiones relativamente altas, sin que se produzca la licuefacción. Si se traza una gráfica del incremento de presión expresado como una función del volumen, se obtiene la curva A_1B_1. Observe la similitud entre esta curva y la que corresponde a un gas ideal, como se muestra en la figura 10.2.

Si el mismo gas se comprime a una temperatura mucho más baja, empezará a condensarse a una presión y un volumen determinados. Si se le comprime aún más, continuará la licuefacción del gas a una presión esencialmente constante, hasta el momento en que todo el gas se haya condensado. Al llegar a ese punto, una brusca elevación de la presión da como resultado una disminución ligera del volumen. El proceso completo se muestra como la curva A_2B_2 que aparece en la figura 10.4.

Empecemos ahora a realizar la compresión a alta temperatura y diseñemos el experimento para temperaturas cada vez más bajas. Al final se alcanzará una temperatura en la cual el gas se empezará a licuar bajo compresión. A la temperatura más alta a la que se puede producir la licuefacción se le ha dado el nombre de ***temperatura crítica***.

La temperatura crítica de un gas es la temperatura por arriba de la cual el gas no se licuará, independientemente de la presión que se le aplique.

Si se desea licuar un gas cualquiera, primero debe enfriarse por debajo de su temperatura crítica. Antes de que se llegara a comprender este concepto, los científicos intentaban licuar oxígeno sometiéndolo a presiones extremas. Sus intentos fallaban debido a que la temperatura crítica del oxígeno es −119 °C. Después de enfriar el gas por debajo de esta temperatura, se puede licuar fácilmente por medio de compresión.

10.7 Vaporización

En la unidad 9 se estudió en detalle el proceso de vaporización en el cual se requiere una cantidad definida de calor para pasar de la fase líquida a la fase de vapor. Este cambio puede ocurrir de tres formas: (1) evaporación, (2) ebullición y (3) sublimación. Durante la evaporación, se presenta la vaporización en la superficie de un líquido mientras las moléculas con más energía abandonan la superficie. En el proceso de ebullición, el proceso de vaporización se presenta en el seno del líquido. La sublimación tiene lugar cuando un sólido se evapora sin pasar por la fase líquida. En cada uno de esos casos, el líquido o el sólido deben perder una cantidad de energía igual al calor latente de evaporación o ***sublimación***.

La teoría molecular de la materia supone que un líquido está formado por moléculas agrupadas muy cerca unas de otras. Estas moléculas tienen una energía cinética media que está relacionada con la temperatura del líquido. Sin embargo, debido a las colisiones que se producen al azar o al movimiento vibratorio, no todas las moléculas se mueven con la misma rapidez; algunas se mueven más rápidamente que otras.

Por el hecho de que las moléculas están muy cercanas entre sí, las fuerzas entre ellas son relativamente grandes. A medida que una molécula se aproxima a la superficie del líquido, como se muestra en la figura 10.5, experimenta una fuerza resultante que la empuja hacia abajo. La fuerza neta surge del hecho de que no existen moléculas del líquido encima de la superficie, que equilibren la atracción hacia abajo de las moléculas que se encuentran debajo de la superficie. Únicamente las partículas que se *mueven con mayor rapidez* pueden llegar a la superficie con la energía suficiente para sobrepasar las fuerzas de oposición. Se dice que estas moléculas se *evaporan* debido a que, al abandonar el líquido, se convierten en partículas de gas típicas. No han cambiado químicamente; la única diferencia entre un líquido y su propio vapor es la distancia que separa las moléculas.

FÍSICA HOY

Por qué las máquinas Zamboni dejan un rastro de vapor

Las máquinas Zamboni, que quitan el desecho de hielo en las pistas de patinaje, dejan la superficie de hielo limpia y fresca. ¿Alguna vez se ha preguntado por qué el agua que extienden deja un rastro de vapor fresco? Esa agua tiene una temperatura de 180 °F (82 °C). Se preguntará por qué las máquinas extienden agua que está casi en su punto de ebullición. ¿Por qué no vierten agua muy fría? La respuesta es que la evaporación enfría la capa de agua caliente al punto de congelación muy rápido. Intente este experimento con bandejas de hielo: llene una con agua hirviendo y otra con agua fría de la llave. Coloque ambas en su congelador. Revíselas cada 15 minutos. ¿Cuál se congela más rápido? ¡El agua caliente! Ésta es la razón por la cual las máquinas Zamboni dejan rastros de vapor.

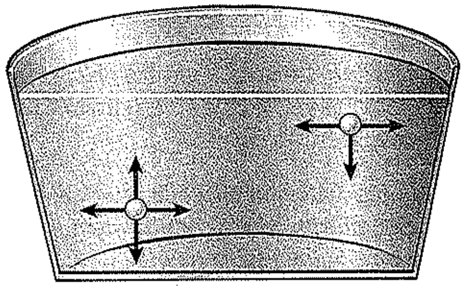


Figura 10.5 Una molécula cercana a la superficie de un líquido experimenta una fuerza neta hacia abajo. Únicamente las moléculas con más energía son capaces de superar esta fuerza y abandonar el líquido.

En vista de que sólo las moléculas con mayor energía pueden separarse de la superficie, la energía cinética media de las partículas que permanecen en el líquido se reduce. Por lo tanto, la *evaporación es un proceso de enfriamiento* (si deja usted caer unas gotas de alcohol en el dorso de su mano, sentirá una sensación de enfriamiento). La rapidez de evaporación es afectada por la temperatura del líquido, el número de moléculas por encima del líquido (la presión), el área de la superficie expuesta y el grado de ventilación presente.

10.8 Presión de vapor

Se llena parcialmente un recipiente de agua, como se aprecia en la figura 10.6. La presión que ejercen las moléculas por arriba de la superficie del agua se mide por medio de un manómetro de mercurio de tubo abierto. En la figura 10.6a hay tantas moléculas de aire en el interior del recipiente como las que existen en un volumen de aire igual fuera del recipiente. Es decir, la presión dentro del recipiente es igual a 1 atm, como lo indican los niveles iguales de mercurio en el manómetro.

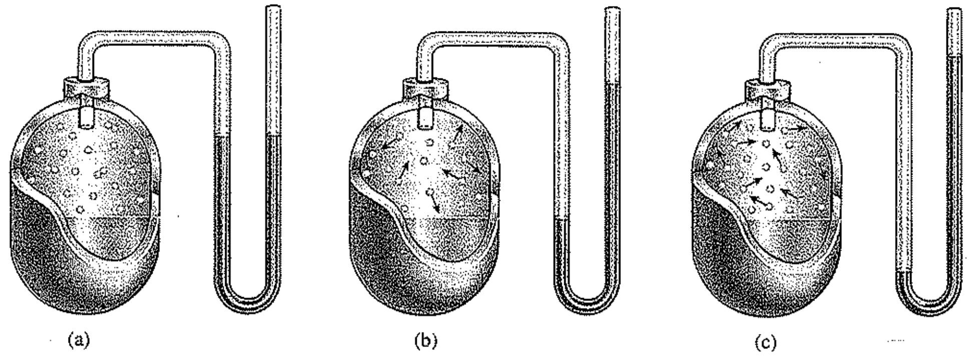


Figura 10.6 Medición de la presión de vapor de un líquido: (a) sólo la presión del aire, (b) presión de vapor parcial y (c) presión de vapor saturado.

Cuando una molécula del líquido con alta energía se desprende de la superficie, se transforma en una molécula de vapor y se mezcla con las moléculas de aire que se encuentran encima del líquido. Estas moléculas de vapor chocan con las de aire, con otras moléculas de vapor y contra las paredes del recipiente. Las moléculas adicionales de vapor son la causa de que se eleve la presión dentro del recipiente, como se ilustra en la figura 10.6b. Las moléculas de vapor también pueden rebotar contra el líquido, y allí son retenidas con moléculas en estado líquido. Este proceso recibe el nombre de ***condensación***. Al cabo de cierto tiempo, la rapidez de evaporación llega a ser igual a la rapidez de condensación y se produce una condición de equilibrio, como se aprecia en la figura 10.6c. En estas condiciones, se dice que el espacio situado arriba del líquido está *saturado*. A la presión ejercida por el vapor saturado contra las paredes del recipiente, además de la que ejercen las moléculas de aire, se le conoce como ***presión de vapor saturado***. Esta presión es característica de cada sustancia y depende de la temperatura, pero es independiente del volumen del vapor.

La presión de vapor saturado de una sustancia es la presión adicional ejercida por las moléculas de vapor sobre la sustancia y sus alrededores en condiciones de saturación.

Una vez obtenida la condición de saturación para una sustancia y su vapor a una temperatura determinada, la presión de vapor permanece esencialmente constante. Si la temperatura se incrementa, las moléculas del líquido adquieren más energía y la evaporación se produce con mayor rapidez. La condición de equilibrio persiste hasta que la rapidez de condensación se equilibra de nuevo con la rapidez de evaporación. Por lo tanto, la presión de vapor saturado de una sustancia aumenta al elevarse la temperatura.

La curva de la presión de vapor saturado correspondiente al agua aparece en la gráfica de la figura 10.7. Observe que la presión de vapor aumenta rápidamente con la temperatura.

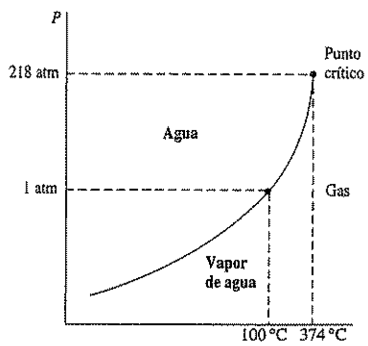


Figura 10.7 Curva de vaporización del agua. Cualquier punto de la curva representa condiciones de presión y de temperatura en las que el agua puede hervir. La curva termina abruptamente en la temperatura crítica, debido a que el agua sólo puede existir en forma de gas más allá de ese punto.

A la temperatura ambiente (20 °C), es de casi 17.5 mm de mercurio; a 50 °C, aumenta a 92.5 mm; y a 100 °C es igual a 760 mm, o 1 atm. Este último punto es importante para establecer la diferencia entre ***evaporación*** y ***ebullición***.

Cuando un líquido hierve, se puede ver cómo se elevan las burbujas de su vapor desde el interior del líquido hacia la superficie. El hecho de que dichas burbujas sean estables y no se desintegren indica que la presión del interior de la burbuja es igual a la presión que existe fuera de ella. La presión del interior de la burbuja es presión de vapor a esa temperatura; la presión de afuera es la que existe a esa profundidad del líquido. En esta condición de equilibrio, la vaporización se realiza libremente en todo el líquido, dando lugar a una agitación del líquido.

La ebullición se define como la vaporización dentro de un líquido cuando su presión de vapor es igual a la presión en el líquido.

Si la presión en la superficie del líquido es de 1 atm, como lo sería en un recipiente abierto, la temperatura a la cual ocurre la ebullición se conoce como *punto de ebullición normal* para ese líquido. El punto de ebullición normal del agua es 100 °C por el hecho de que ésa es la temperatura a la cual la presión de vapor del agua es 1 atm (760 mm de mercurio). Si la presión sobre la superficie de cualquier líquido es menor que 1 atm, se alcanzará la ebullición a una temperatura inferior al punto de ebullición normal. Si la presión externa es mayor que 1 atm, la ebullición se iniciará a una temperatura más alta.

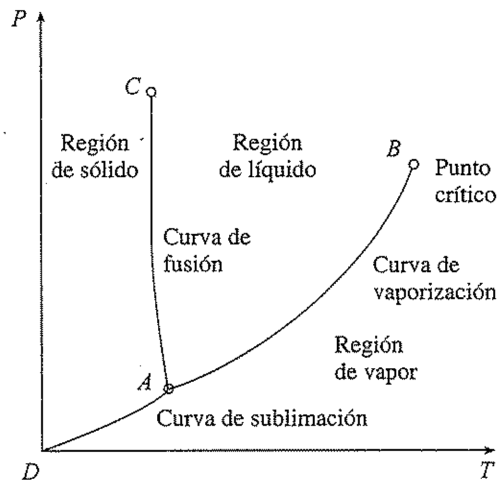


Figura 10.8 Diagrama de fases del punto triple para el agua o cualquier otra sustancia que se dilate al congelarse.

10.9 Punto triple

Hemos estudiado con detalle el proceso de vaporización y en la figura 10.7 se trazó una curva de vaporización para el agua. Esta curva se representa por la línea AB en el diagrama general de fase de la figura 10.8. Cualquier punto de esta curva representa una temperatura y una presión a las cuales el agua y su vapor pueden coexistir en equilibrio.

Se puede trazar una curva similar para las temperaturas y presiones a las cuales una sustancia en la fase sólida puede coexistir con su propia fase líquida. Esta curva se llama ***curva de fusión***; la del agua está representada por la línea AC en el diagrama de fase. En cualquier punto de esta curva, la rapidez con la cual se funde el hielo es igual a la rapidez con la cual se congela el agua. Observe que a medida que la presión aumenta, la temperatura de fusión (o temperatura de congelación) se reduce.

Se puede trazar una tercera gráfica, llamada ***curva de sublimación***, para mostrar las temperaturas y presiones a las cuales un sólido puede coexistir con su propio vapor. La curva de sublimación del agua está representada por la curva *AD* en la figura 10.8.

Estudiemos ahora el diagrama de fase para el agua con más detalle con el fin de ilustrar la utilidad de este tipo de gráfico para cualquier sustancia. Las coordenadas de cualquier punto de la gráfica representan una presión particular *P* y una temperatura particular *T*. El volumen debe considerarse constante para cualquier cambio térmico indicado en la gráfica. Para cualquier punto que queda dentro de la horquilla, entre las curvas de vaporización y fusión, el agua existirá en su fase líquida. Las regiones correspondientes a sólido y vapor se indican también en el diagrama. El punto *A*, en el cual las tres curvas se intersecan, se llama ***punto triple*** para el agua. Este punto es la temperatura y la presión a la cual el hielo, el agua líquida y el vapor de agua coexisten en equilibrio. Se ha demostrado mediante cuidadosas mediciones que el punto triple para el agua es 0.01 °C y 4.62 mm de mercurio (Hg).

10.10 Humedad

El aire de nuestra atmósfera está compuesto en su mayor parte de nitrógeno y oxígeno, con pequeñas cantidades de vapor de agua y otros gases. A menudo es útil describir el contenido de vapor de agua de la atmósfera en términos de ***humedad absoluta***.

La humedad absoluta se define como la masa de agua por unidad de volumen de aire.

Por ejemplo, si cada metro cúbico de aire contiene 7 g de vapor de agua, la humedad absoluta es 7 g/m^3. Otras unidades que se usan para la humedad absoluta son libras por pie cúbico y gramos por pie cúbico (7 000 gramos = 1 lb).

Un método más útil para expresar el contenido de vapor de agua en el aire consiste en comparar la presión de vapor real a una determinada temperatura, con la presión de vapor saturado a esa misma temperatura. La atmósfera está saturada cuando contiene toda el agua que le es posible contener a una cierta temperatura. La adición de más moléculas de vapor tan sólo da por resultado una cantidad igual de condensación.

Tabla 10.1

Presión de vapor saturado para el agua

Temperatura		Presión	Temperatura		Presión
°C	°F	mm Hg	°C	°F	mm Hg
0	32	4.62	50	122	92.5
5	41	6.5	60	140	149.4
10	50	9.2	70	158	233.7
15	59	12.8	80	176	355.1
17	62.6	14.5	85	185	433.6
19	66.2	16.5	90	194	525.8
20	68	17.5	95	203	633.9
22	71.6	19.8	98	208.4	707.3
24	75.2	22.4	100	212	760.0
26	78.8	25.2	103	217.4	845.1
28	82.4	28.3	105	221	906.1
30	86	31.8	110	230	1074.6
35	95	42.2	120	248	1489.1
40	104	55.3	150	302	3570.5

La humedad relativa se define como la razón de la presión real de vapor del aire a la presión de vapor saturado a esa temperatura.

$$\textit{Humedad relativa} = \frac{\textit{Presión real de vapor}}{\textit{Presión de vapor saturado}} \tag{10.13}$$

La ***humedad relativa*** se expresa generalmente como un porcentaje.

Si el aire de una habitación aún no está saturado, puede estarlo ya sea añadiendo más vapor de agua al aire o reduciendo la temperatura de la habitación hasta que sea suficiente con el vapor ya presente. La temperatura a la cual el aire debe enfriarse a presión constante para producir la saturación se llama ***punto de rocío***. Así, si se coloca hielo en un vaso de agua, las paredes exteriores del vaso se humedecerán cuando su temperatura llegue al punto de rocío. Para una temperatura y un punto de rocío determinados, la humedad relativa puede calcularse a partir de tablas de presión de vapor saturado. La tabla 10.1 ofrece una lista de presiones de vapor saturado para el agua a diversas temperaturas.

Ejemplo 10.9

En un día claro, la temperatura del aire es 86 °F, y el punto de rocío es 50 °F. ¿Cuál es la humedad relativa?

Plan: Primero, calcule la presión *real* de vapor (a 86 °F) y luego encuentre el valor de la tabla para la presión de vapor *saturado* para el punto de rocío (50 °F). La humedad relativa es la razón de la presión de saturación para 50 °F respecto a la presión de saturación para 86 °F.

Solución: Según la tabla 10.1, la presión del vapor saturado a 50 °F es 9.2 mm y la presión del vapor saturado a 86 °F es 31.8 mm. Por tanto, la humedad relativa es

$$\frac{9.2\text{ mm}}{31.8\text{ mm}} = 0.29$$

La humedad relativa es 29 por ciento.

Resumen y repaso

En esta unidad se estudiarán las leyes de los gases ideales, las relaciones entre las variables de estado de un gas ideal y algunos conceptos como la presión de vapor, punto de rocío y la humedad relativa. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad.

- Una forma útil de la ley general de los gases que no incluye el uso de moles, se ha escrito sobre la base de que PV/mT es constante. Cuando un gas en el estado 1 cambia a otro estado 2, podemos escribir

$$\boxed{\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2}}$$

P = presión $\qquad V$ = volumen

m = masa $\qquad T$ = temperatura absoluta

Cuando uno o varios de los parámetros m, P, T o V es constante, ese factor desaparece de ambos lados de la ecuación anterior. La *ley de Boyle*, la *ley de Charles* y la *ley de Gay-Lussac* representan los casos especiales siguientes:

$$\boxed{P_1V_1 = P_2V_2; \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}}$$

- Al aplicar la ley general de los gases en cualquiera de sus formas, es preciso recordar que la presión se refiere a *presión absoluta* y la temperatura se refiere a *temperatura absoluta*.

$$\textit{Presión absoluta} = \textit{presión manométrica} + \textit{presión atmosférica}$$

$$T_K = t_C + 273 \qquad T_R = t_F + 460$$

Por ejemplo, la presión medida en un neumático de automóvil es de 30 lb/in^2 a 37 °C. Estos valores deben ser ajustados antes de sustituirlos en las leyes de los gases:

$$P = 30 \text{ lb/in}^2 + 14.7 \text{ lb/in}^2 \qquad \text{(absoluta)}$$
$$T = 37 + 273 = 310 \text{ K}$$

- Una forma más general de la ley de los gases se obtiene si usamos los conceptos de la masa molecular M y el número de moles n para un gas. El número de moléculas en 1 mol es el número de Avogadro N_A.

$$\boxed{N_A = \frac{N}{n}}$$

$$\boxed{N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol} \qquad \textit{Número de Avogadro}}$$

El número de moles se encuentra al dividir la masa de un gas (en gramos) entre su masa molecular M:

$$\boxed{n = \frac{m}{M} \qquad \textit{Número de moles}}$$

Con frecuencia se desea determinar la masa, la presión, el volumen o la temperatura de un gas en un solo estado. La ley de los gases ideales usa el concepto molar para establecer una ecuación más específica:

$$\boxed{PV = nRT} \qquad R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

Es conveniente señalar que el uso de la constante antes mencionada restringe las unidades de P, V, T y n, aquellas que se incluyen en la constante.

- La *humedad relativa* se puede calcular con la ayuda de tablas de presión de vapor saturado, según la siguiente definición:

$$\textit{Humedad relativa} = \frac{\textit{Presión real de vapor}}{\textit{Presión de vapor saturado}}$$

Recuerde que la presión *real* de vapor a una temperatura en particular es igual que la presión de vapor *saturado* para la temperatura del punto de condensación. Tome como referencia el ejemplo 10.9.

Conceptos clave

condensación 346
constante universal de los gases 342
curva de fusión 347
curva de sublimación 348
ebullición 347
evaporación 347
gas ideal 335
humedad absoluta 348
humedad relativa 349
ley de Boyle 335
ley de Charles 336
ley de Gay-Lussac 338
ley del gas ideal 342
masa atómica 340
masa molecular 341
mol 341
número de Avogadro 341
presión de vapor saturado 346
punto de rocío 349
punto triple 348
sublimación 345
temperatura crítica 344

Problemas

Tema 10.3 Leyes generales de los gases

1. Un gas ideal ocupa un volumen de 4.00 m^3 a una presión absoluta de 200 kPa. ¿Cuál será la nueva presión si el gas es comprimido lentamente hasta 2.00 m^3 a temperatura constante? Resp. 400 kPa

2. La presión absoluta de una muestra de un gas ideal es de 300 kPa a un volumen de 2.6 m^3. Si la presión disminuyera a 101 kPa a temperatura constante, ¿cuál sería el nuevo volumen?

3. Doscientos centímetros cúbicos de un gas ideal a 20 °C se expanden hasta un volumen de 212 cm^3 a presión constante. ¿Cuál es la temperatura final? Resp. 37.6 °C

4. La temperatura de una muestra de gas disminuye de 55 a 25 °C bajo presión constante. Si el volumen inicial era de 400 mL, ¿cuál es el volumen final?

5. Un cilindro de acero contiene un gas ideal a 27 °C. La presión *manométrica* es de 140 kPa. Si la temperatura del recipiente se eleva hasta 79 °C, ¿cuál será la nueva presión *manométrica*? Resp. 182 kPa

6. La presión absoluta de una muestra de gas que estaba inicialmente a 300 K se duplica mientras el volumen permanece constante. ¿Cuál es la nueva temperatura?

7. Un cilindro de acero contiene 2.00 kg de un gas ideal. De un día para otro, la temperatura y el volumen se mantienen constantes, pero la presión absoluta disminuye de 500 a 450 kPa. ¿Cuántos gramos del gas se fugaron en ese lapso? Resp. 200 g

8. Cinco litros de un gas a 25 °C tienen una presión absoluta de 200 kPa. Si la presión absoluta se reduce a 120 kPa y la temperatura sube a 60 °C, ¿cuál es el volumen final?

9. Un compresor de aire recibe 2 m^3 de aire a 20 °C y a la presión de una atmósfera (101.3 kPa). Si el compresor descarga en un depósito de 0.3 m^3 a una presión absoluta de 1 500 kPa, ¿cuál es la temperatura del aire descargado? Resp. 652.72 K

10. Un depósito de 6 L contiene una muestra de gas bajo una presión absoluta de 600 kPa y a la temperatura de 57 °C. ¿Cuál será la nueva presión si la misma muestra de gas se coloca en un recipiente de 3 L a 7 °C?

11. Si 0.8 L de un gas a 10 °C se calientan a 90 °C bajo presión constante, ¿cuál será el nuevo volumen? Resp. 1.03 L

12. La parte interior de un neumático de automóvil está bajo una presión manométrica de 30 lb/in^2 a 4 °C. Después de varias horas, la temperatura del aire interior sube a 50 °C. Suponiendo un volumen constante, ¿cuál es la nueva presión manométrica?

13. Una muestra de 2 L de gas tiene una presión absoluta de 300 kPa a 300 K. Si tanto la presión como el volumen se duplican, ¿cuál es la temperatura final? Resp. 1 200 K

Tema 10.4 Masa molecular y mol

14. ¿Cuántas moles hay en 600 g de aire? (M = 29 g/mol)

15. ¿Cuántas moles de gas hay en 400 g de nitrógeno gaseoso? (M = 28 g/mol) ¿Cuántas moléculas hay en esta muestra? Resp. 14.3 mol, 8.60×10^{24} moléculas

16. ¿Cuál es la masa de una muestra de 4 mol de aire? (M = 29 g/mol)

17. ¿Cuántos gramos de hidrógeno gaseoso (M = g/mol) hay en 3.0 moles de hidrógeno? ¿Cuántos gramos de aire (M = g/mol) hay en 3.0 moles de aire? Resp. 6 g, 87 g

18. ¿Cuántas moléculas de hidrógeno gaseoso (M = g/mol) se necesitan para formar la misma masa que 4 g de oxígeno (M = 32 g/mol)? ¿Cuántas moles hay en cada muestra?

19. ¿Cuál es la masa de una molécula de oxígeno? (M = 32 g/mol). Resp. 5.31×10^{-26} kg

20. La masa molecular del CO_2 es 44 g/mol. ¿Cuál es la masa de una sola molécula de CO_2?

Tema 10.5 La ley del gas ideal

21. Tres moles de un gas ideal tienen un volumen de 0.026 m^3 y una presión de 300 kPa. ¿Cuál es la temperatura del gas en grados Celsius? Resp. 39.7 °C

22. Un depósito de 16 L contiene 200 g de aire (M = 29 g/mol) a 27 °C. ¿Cuál es la presión absoluta de esta muestra?

23. ¿Cuántos kilogramos de nitrógeno gaseoso (M = 28 g/mol) llenarán un volumen de 2000 L a una presión absoluta de 202 kPa y una temperatura de 80 °C? Resp. 3.85 kg

24. ¿Cuál es el volumen ocupado por 8 g de gas nitrógeno (M = 28 g/mol) a temperatura y presión estándar (PTS)?

25. Un frasco de 2 L contiene 2×10^{23} moléculas de aire (M = 29 g/mol) a 300 K. ¿Cuál es la presión absoluta del gas? Resp. 414 kPa

26. Un depósito de 2 m^3 contiene gas nitrógeno (M = 28 g/mol) bajo una presión manométrica de 500 kPa. Si la temperatura es de 27 °C, ¿cuál es la masa del gas contenido en el depósito?

27. ¿Cuántas moles de gas hay en un volumen de 2000 cm^3 en condiciones de temperatura y presión normales (PTS)? Resp. 0.0893 mol

28. Un cilindro de 0.30 cm^3 contiene 0.27 g de vapor de agua (M = 18 g/mol) a 340 °C. ¿Cuál es su presión absoluta, suponiendo que el vapor de agua es un gas ideal?

Tema 10.10 Humedad

29. Si la temperatura del aire es de 20 °C y el punto de rocío es 12 °C, ¿cuál es la humedad relativa? Resp. 60.8%

30. El punto de rocío es 20 °C. ¿Cuál es la humedad relativa cuando la temperatura del aire es de 24 °C?

31. La humedad relativa es 77% cuando la temperatura del aire es 28 °C. ¿Cuál es el punto de rocío? Resp. 23.5 °C

32. ¿Cuál es la presión del vapor de agua en el aire durante un día en el cual la temperatura es de 86 °F y la humedad relativa es de 80%?

33. La temperatura del aire en una habitación durante el invierno es de 28 °C. ¿Cuál es la humedad relativa si la humedad se empieza a formar sobre una ventana cuando la temperatura de su superficie es de 20 °C? Resp. 61.8%

Problemas adicionales

34. Una muestra de gas ocupa 12 L a 7 °C y bajo una presión absoluta de 102 kPa. Calcule su temperatura cuando el volumen se reduce a 10 L y la presión aumenta a 230 kPa.

35. Un neumático de tractor contiene 2.8 ft^3 de aire a una presión manométrica de 70 lb/in^2. ¿Qué volumen de aire a 1 atm de presión se requiere para llenar ese neumático si no cambian ni la temperatura ni el volumen? Resp. 16.1 ft^3

36. Un recipiente de 3 L se llena con 0.230 mol de un gas ideal a 300 K. ¿Cuál es la presión del gas? ¿Cuántas moléculas hay en esta muestra de gas?

37. ¿Cuántas moles de gas helio (M = 4 g/mol) hay en un depósito de 6 L cuando la presión es 2×10^5 Pa y la temperatura es de 27 °C? ¿Cuál es la masa del helio? Resp. 0.481 mol, 1.92 g

38. ¿Cuántos gramos de aire (M = 29 g/mol) es necesario bombear en un neumático de automóvil para que tenga una presión manométrica de 31 lb/in^2? Suponga que el volumen del neumático es de 5 000 cm^3 y su temperatura es de 27 °C.

39. La temperatura del aire dentro de un automóvil es de 26 °C. El punto de rocío es 24 °C. ¿Cuál es la humedad relativa dentro del vehículo? Resp. 88.9%

40. La lente de una cámara conserva su transparencia cuando la temperatura ambiente es de 71.6 °F y la humedad relativa es de 88%. ¿Cuál es la temperatura más baja de la lente a la cual ésta no se empaña todavía a causa de la humedad?

41. ¿Cuál es la densidad del gas oxígeno (M = 32 g/mol) a una temperatura de 23 °C y a la presión atmosférica? Resp. 1.317 kg/m^3

42. Un depósito de 5 000 cm^3 está lleno de dióxido de carbono (M = 44 g/mol) a 300 K y 1 atm de presión. ¿Cuántos gramos de CO_2 se pueden agregar al depósito si la presión absoluta máxima es de 60 atm y no hay cambio alguno de temperatura?

43. La densidad de un gas desconocido a temperatura y presión estándar (PTS) es de 1.25 kg/m^3. ¿Cuál es la densidad de este gas a 18 atm y 60 °C? Resp. 18.4 kg/m^3

44. Un depósito con 14 L de capacidad contiene gas helio a 24 °C bajo una presión manométrica de 2700 kPa. (a) ¿Cuál será el volumen de un globo lleno de este gas si el helio se expande a una presión absoluta interna de 1 atm y la temperatura cae a −35 °C? (b) Suponga ahora que el sistema regresa a su temperatura original (24 °C). ¿Cuál es el volumen final del globo? Resp. (a) 310 L, (b) 387 L

45. Un tanque de acero está lleno de oxígeno. Al atardecer, cuando la temperatura es de 27 °C, el manómetro en la parte superior del depósito indica una presión de 400 kPa. Durante la noche se produce una fuga en el depósito. A la mañana siguiente se observa que la presión manométrica es de sólo 300 kPa y que la temperatura es de 15 °C. ¿Qué porcentaje del gas original permanece dentro del depósito?

46. Un frasco de 2 L está lleno de nitrógeno (M = 28 g/mol) a 27 °C y 1 atm de presión absoluta. Se abre una llave de paso en la parte superior del frasco para que entre en contacto con el aire y el sistema se calienta hasta una temperatura de 127 °C. Entonces se cierra la llave de paso y se deja que el sistema vuelva a la temperatura inicial de 27 °C. ¿Qué masa de nitrógeno hay en el frasco? ¿Cuál es la presión final? Resp. 1.71 g, 0.750 atm

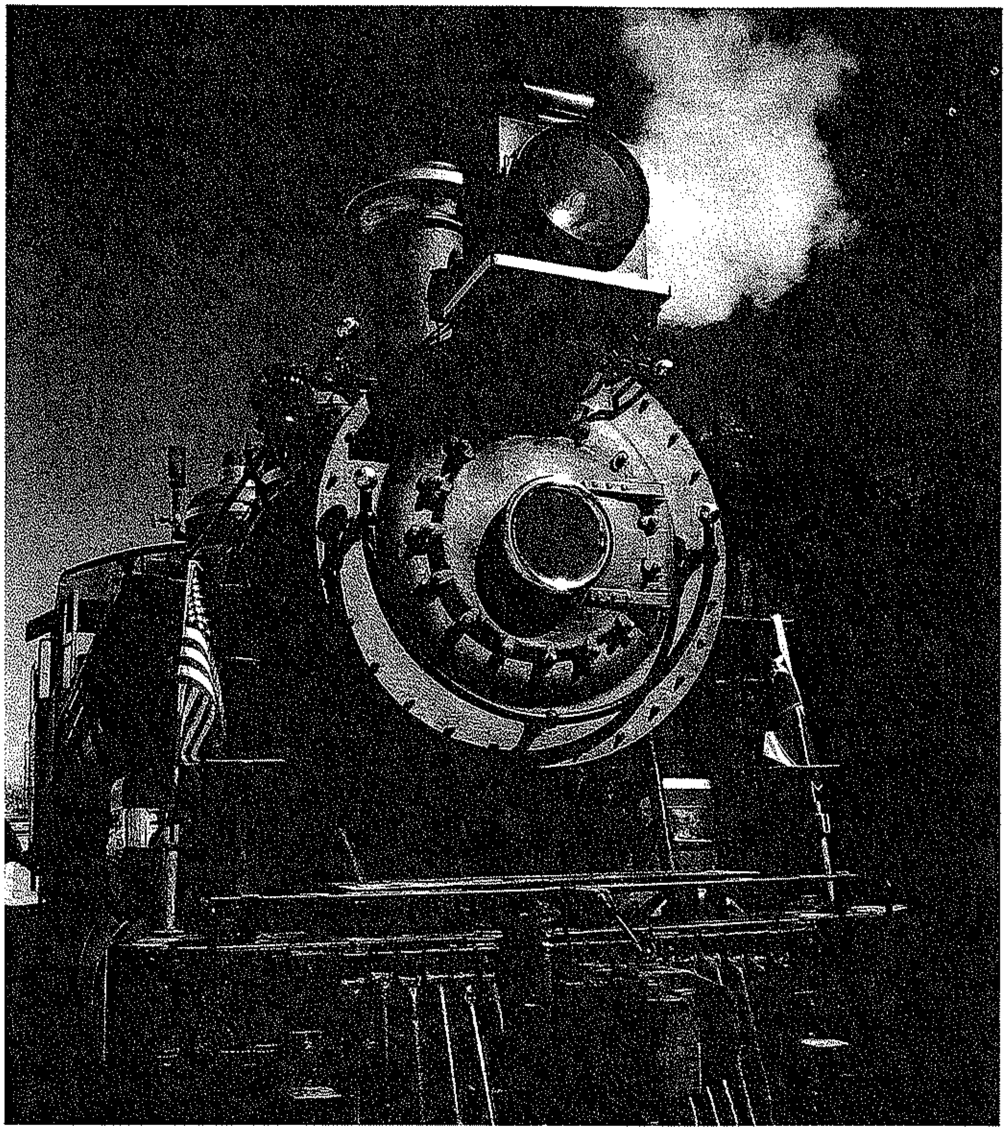
47. ¿Cuál es el volumen de 8 g de dióxido de azufre (M = 64 g/mol) si están bajo una presión absoluta de 10 atm y una temperatura de 300 K? Si 10^{20} moléculas escapan de este volumen cada segundo, ¿cuánto tiempo tardará la presión en reducirse a la mitad?

48. Un frasco contiene 2 g de helio (M = 4 g/mol) a 57 °C y 12 atm de presión absoluta. Entonces la temperatura baja a 17 °C y la presión cae a 7 atm. ¿Cuántos gramos de helio han escapado del recipiente? Resp. 1.13 L, 0.672 g

49. ¿Cuál debe ser la temperatura del aire dentro de un globo de aire caliente para que su masa sea 0.97 veces la de un volumen igual de aire a la temperatura de 27 °C?

UNIDAD

11 Leyes de la termodinámica



Las máquinas térmicas, como la que impulsa a esta locomotora, funcionan en un ciclo que produce trabajo resultante a partir del calor suministrado. Los procesos termodinámicos implícitos en tal conversión son la materia del presente capítulo. (*Fotografía © vol. 247/Corbis*).

Objetivos

Al finalizar la unidad estará en capacidad de:

- Comprender la primera y la segunda ley de la termodinámica.
- Solucionar situaciones en las cuales se presenten procesos adiabáticos, isocóricos, isobáricos e isométricos.
- Calcular la eficiencia de algunas máquinas térmicas.

11.1 Calor y trabajo

La equivalencia de calor y trabajo como dos formas de energía ha quedado establecida con toda claridad. Rumford destruyó la teoría del calórico al demostrar que es posible extraer calor de un sistema por tiempo indefinido, siempre que se le suministre trabajo externo al sistema. Joule dijo la última palabra cuando demostró la equivalencia mecánica del calor.

El trabajo, lo mismo que el calor, supone la transferencia de energía, pero existe una diferencia importante entre estos dos términos. En mecánica definimos el ***trabajo*** como una cantidad escalar, igual en magnitud al producto de una fuerza por un desplazamiento. La temperatura no interviene en esta definición. El ***calor***, por otra parte, es energía que fluye de un cuerpo a otro a causa de la diferencia de temperatura. Una condición indispensable para que se transfiera calor es que exista una diferencia de temperatura. El *desplazamiento* es la condición necesaria para que se realice un trabajo.

Lo relevante en este análisis es reconocer que tanto el calor como el trabajo representan cambios que ocurren en un proceso. Generalmente estos cambios van acompañados de una variación en la energía interna. Considere las dos situaciones que se ilustran en la figura 11.1. En la figura 11.1a la energía interna del agua aumenta debido a que se efectúa trabajo mecánico. En la figura 11.1b la energía interna del agua aumenta debido a un flujo de calor.

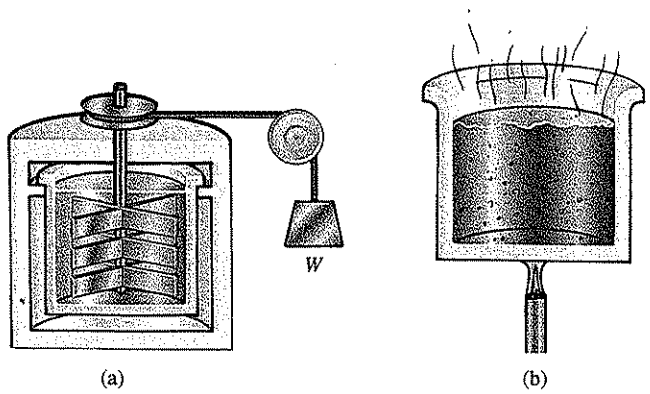


Figura 11.1 Aumento de la energía interna de un sistema (a) realizando trabajo y (b) suministrando calor al sistema.

11.2 Función de la energía interna

Al estudiar las transformaciones de calor en trabajo o, viceversa, de trabajo en calor es útil exponer el concepto de *sistema* termodinámico y sus *alrededores*. Entendemos por *sistema* un conjunto de moléculas u objetos en los que se centra nuestra atención. Es común describirlo por su masa, presión, volumen y temperatura; en cierto modo, está contenido por sus *alrededores*. Por ejemplo, en un motor de gasolina, el sistema consta de la gasolina combustible; los alrededores son los pistones, las paredes del cilindro, el sistema de escape y otros elementos.

Se dice que un sistema se halla en ***equilibrio termodinámico*** si no hay una fuerza resultante que actúe sobre el sistema y si la temperatura del sistema es la misma que la de sus alrededores. Esta condición requiere que no se realice trabajo alguno ni sobre el sistema ni por el sistema, y que no haya ningún intercambio de calor entre el sistema y sus alrededores. En estas condiciones, el sistema posee una energía interna definida U. Su *estado termodinámico* puede describirse mediante tres coordenadas: (1) su presión, (2) su volumen V y (3) su temperatura T. Cada vez que dicho sistema absorba o libere energía, ya sea en forma de calor o de trabajo, alcanzará un nuevo estado de equilibrio, de modo que su energía siempre se conserve.

En la figura 11.2 vamos a considerar un proceso termodinámico en el que un sistema es obligado a cambiar de un estado de equilibrio 1 a un estado de equilibrio 2. En la figura 11.2a el sistema se encuentra en equilibrio termodinámico con una energía interna inicial U_1

y coordenadas termodinámicas (P_1, V_1, T_1). En la figura 11.2b el sistema reacciona con sus alrededores. El calor Q puede ser absorbido por el sistema o liberado a su ambiente. La transferencia de calor se considera positiva para el calor de entrada y negativo para el de salida. El calor neto *absorbido* por el sistema se representa por ΔQ. El trabajo W puede ser realizado *por* el sistema, *sobre* el sistema o ambas cosas. El trabajo de salida se considera positivo y el de entrada negativo. Por tanto, ΔW representa el trabajo neto realizado *por* el sistema (trabajo de salida). En la figura 11.2c el sistema ha alcanzado su estado final 2 y de nuevo está en equilibrio, con una energía interna final U_2. Sus nuevas coordenadas termodinámicas son (P_2, V_2, T_2).

Puesto que la energía tiene que conservarse, el cambio en la energía interna

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

debe representar la diferencia entre el calor neto ΔQ absorbido por el sistema y el trabajo neto ΔW que realiza el sistema sobre sus alrededores.

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \tag{11.1}$$

En consecuencia, el cambio en energía interna se define exclusivamente en términos de las cantidades mensurables calor y trabajo. La ecuación (11.1) establece la existencia de una ***función de energía interna*** *U que se determina mediante las coordenadas termodinámicas de un sistema.* Su valor en el estado final menos su valor en el estado inicial representa el cambio en energía del sistema. Puesto que la temperatura está relacionada con la energía interna, generalmente es cierto que un aumento o una disminución de la energía interna también origina un incremento o una reducción de la temperatura.

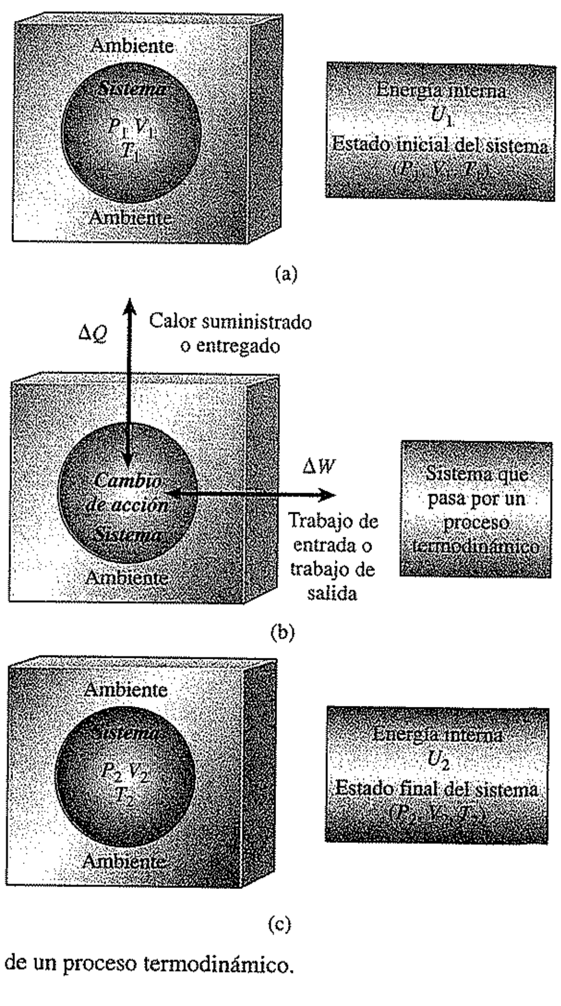


Figura 11.2 Esquema de un proceso termodinámico.

11.3 Primera ley de la termodinámica

La *primera ley de la termodinámica* es simplemente una nueva exposición del principio de la conservación de la energía:

La energía no puede crearse o destruirse, sólo transformarse de una forma a otra.

Al aplicar esta ley a un proceso termodinámico se observa, a partir de la ecuación (11.1), que

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W \tag{11.2}$$

Esta ecuación representa un postulado matemático de la ***primera ley de la termodinámica***, la cual puede enunciarse como sigue:

Primera ley de la termodinámica: en cualquier proceso termodinámico, el calor neto absorbido por un sistema es igual a la suma del trabajo neto que éste realiza y el cambio de su energía interna.

Cuando se aplica la primera ley de la termodinámica es preciso reconocer que el calor Q suministrado en un sistema es positivo y el que expulsa o pierde el sistema, negativo. El trabajo que realiza un sistema es positivo; el que se hace sobre el sistema, negativo. Un aumento de la energía interna es positivo; una disminución, negativa. En la figura 11.3 se resumen tales convenciones.

Por ejemplo, si un gas absorbe 800 J de calor y realiza un trabajo neto de 200 J mientras expulsa 300 J de calor en el proceso, se observa que el calor neto de entrada es

$$\Delta Q = 800\text{ J} - 300\text{ J} = 500\text{ J}$$

Como $\Delta W = 200$ J, el cambio de la energía interna se determina a partir de la ecuación (11.2)

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = 500\text{ J} - 200\text{ J} \quad \text{o} \quad \Delta U = +300\text{ J}$$

El valor positivo indica un *incremento* de la energía interna del sistema.

Convenciones de signos de la primera ley

$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$

- El calor Q de entrada es positivo
- El trabajo hecho *por* un gas es positivo
- El calor Q de salida es negativo
- El trabajo hecho *sobre* un gas es negativo

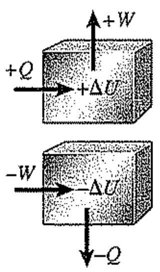


Figura 11.3 Convención de signos de la primera ley de la termodinámica.

Ejemplo 11.1

Una máquina térmica realiza 240 J de trabajo durante el cual su energía interna *disminuye* en 400 J. ¿Cuál será el intercambio de calor neto de este proceso?

Plan: La energía interna disminuye, así que ΔU es negativo; el trabajo lo efectúa un motor, así que ΔW es positivo. La magnitud y el signo del intercambio de energía térmica ΔQ se halla con base en la primera ley de la termodinámica.

Solución: Al sustituir $\Delta U = -400$ J y $\Delta W = +240$ J se obtiene

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W = (-400\text{ J}) + (240\text{ J})$$
$$= -400\text{ J} + 240\text{ J} = -160\text{ J}$$

El signo negativo del intercambio de calor indica que el calor neto es *expulsado* por el sistema. Si no hay cambio de fase, la temperatura del sistema disminuirá.

11.4 Procesos isobáricos y el diagrama *P-V*

Resulta aleccionador estudiar los cambios de energía inherentes a los procesos termodinámicos analizando un gas encerrado en un cilindro equipado con un émbolo móvil y sin fricción. Consideremos el trabajo realizado por el gas que se dilata de la figura 11.4a. El émbolo tiene un área de sección transversal A y descansa sobre una columna de gas con una presión P. El calor puede fluir hacia dentro o fuera del gas a través de las paredes del cilindro. Es posible realizar trabajo sobre el gas o que éste lo realice empujando el émbolo hacia abajo; también es posible que el gas efectúe trabajo a medida que se dilata hacia arriba.

Consideremos primero el trabajo efectuado por el gas cuando se dilata a una presión constante ($P = F/A$). La fuerza F ejercida por el gas sobre el émbolo será igual al producto de la presión P por el área A del émbolo

$$F = PA$$

Recuerde que el *trabajo* equivale al producto de la fuerza por el desplazamiento paralelo. Si el émbolo se mueve hacia arriba a lo largo de una distancia Δx, el trabajo realizado será

$$\Delta W = F\,\Delta x = (PA)\Delta x$$

Pero el aumento del volumen ΔV del gas es simplemente $A\,\Delta x$, así que podemos reordenar los factores de arriba para determinar que el trabajo hecho por un gas que se dilata a presión constante está dado por

$$\Delta W = P\Delta V \tag{11.3}$$

En otras palabras, el trabajo neto es igual al producto de la presión constante por el cambio de volumen. Éste es un ejemplo de lo que se denomina un ***proceso isobárico***. Cabe señalar que el cambio de volumen ΔV es el *valor final* menos el *inicial*, de modo que una disminución del volumen resulta en trabajo negativo, en tanto que un aumento en trabajo positivo.

Un proceso isobárico es un proceso termodinámico que sucede a presión constante.

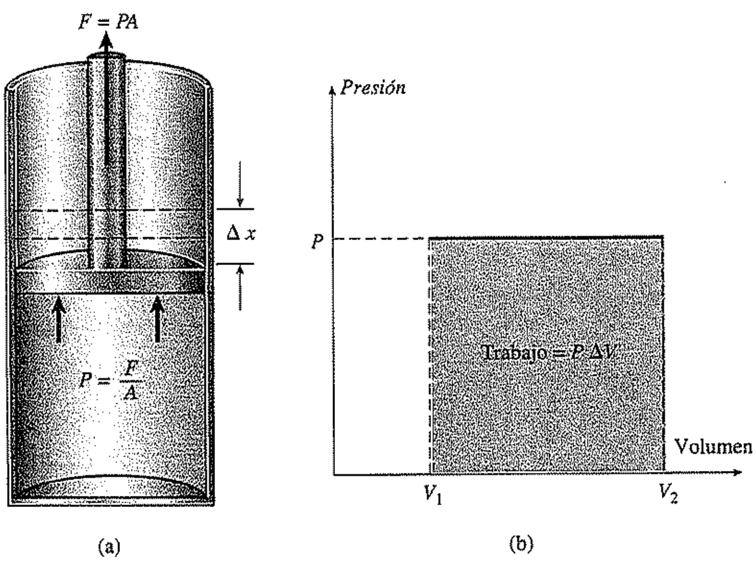


Figura 11.4 (a) Cálculo del trabajo realizado por un gas que se dilata a presión constante. (b) El trabajo es igual al área debajo de la curva en un diagrama *P-V*.

El proceso se muestra gráficamente en la figura 11.4b, donde se traza el incremento de volumen en función de la presión. Esta representación, llamada ***diagrama P-V***, es de gran utilidad en la termodinámica. En el ejemplo anterior, la presión era constante, por lo que la gráfica es una línea recta. Observe que el *área* bajo la curva (o recta en este caso) equivale a

$$\acute{A}rea = P(V_2 - V_1) = P\,\Delta V$$

que también es igual al trabajo hecho por el gas que se dilata. Esto nos lleva a un principio importante:

> Cuando un proceso termodinámico implica cambios en el volumen, en la presión o en ambos factores, el trabajo realizado por el sistema es igual al área bajo la curva en un diagrama *P-V*.

Ejemplo 11.2

Suponga que el gas dentro del cilindro de la figura 11.4 se dilata a una presión constante de 200 kPa, en tanto que su volumen aumenta de 2×10^{-3} m^3 a 5×10^{-3} m^3. ¿Qué trabajo realiza el gas?

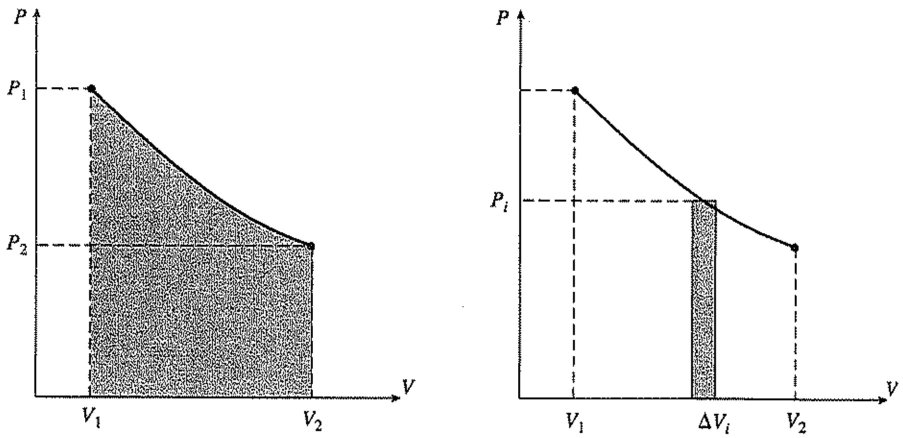
Solución: El trabajo hecho es igual a la presión constante por el cambio de volumen

$$\text{Trabajo} = (200 \times 10^3\ \text{Pa})(5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 - 2 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)$$
$$\text{Trabajo} = 600\ \text{J}$$

En general, la presión no será constante durante el desplazamiento de un émbolo. Por ejemplo, en la carrera del pistón de un motor de gasolina, el fluido se enciende a alta presión, y la presión disminuye cuando el pistón se desplaza hacia abajo. El diagrama *P-V* en este caso es una curva en declive, como aparece en la figura 11.5a. El volumen aumenta de V_1 a V_2, mientras la presión disminuye de P_1 a P_2. Para calcular el trabajo realizado en un proceso de ese tipo debemos recurrir al cálculo o a un análisis gráfico. Si el área bajo la curva puede estimarse de forma gráfica, entonces el trabajo también puede determinarse.

En la figura 11.5 puede demostrarse que el área bajo la curva es igual al trabajo hecho, cuando la presión no es constante. El área del estrecho rectángulo sombreado representa el trabajo efectuado por el gas que se expande en un incremento DV_i bajo la presión constante P_i.

Si el área bajo toda la curva se divide en varios de estos rectángulos, podemos sumar todos los productos $P_i \Delta V_i$ con el fin de obtener el trabajo total. Por tanto, el trabajo total es simplemente el área bajo el diagrama *P-V* entre los puntos V_1 y V_2 sobre el eje correspondiente al volumen.



(a) (b)

Figura 11.5 Cálculo del trabajo realizado por un gas que se expande a varias presiones.

11.5 Caso general para la primera ley

La primera ley de la termodinámica establece que la energía debe conservarse en cualquier proceso termodinámico. En la formulación matemática

$$\Delta Q = \Delta W + \Delta U$$

hay tres cantidades que pueden sufrir cambios. El proceso más general es aquel en el que participan las tres cantidades. Por ejemplo, el fluido de la figura 11.5 se dilata mientras está en contacto con una flama. Considerando el gas como un sistema, hay una transferencia neta de calor ΔQ impartida al gas. Esta energía se usa de dos formas: (1) la energía interna ΔU del gas aumenta debido a una parte de la energía térmica de entrada, y (2) el gas realiza una cantidad de trabajo ΔW sobre el émbolo, que equivale al resto de la energía disponible.

Surgen casos especiales de la primera ley cuando una o más de las tres cantidades –ΔQ, ΔW o ΔU– no sufren cambios. En estos casos, la primera ley se simplifica de modo considerable. En los temas 11.6 a 11.8 consideraremos algunos de estos procesos especiales.

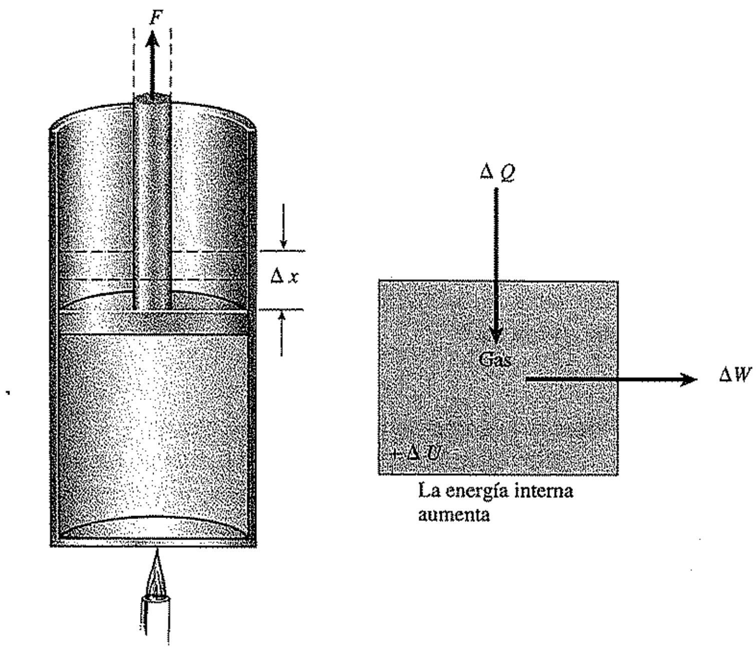


Figura 11.6 Parte de la energía ΔQ suministrada al gas por la flama resulta en trabajo externo ΔW. El resto incrementa la energía interna ΔU del gas.

11.6 Procesos adiabáticos

Suponga que hay un sistema completamente aislado de sus alrededores, de modo que no puede haber un intercambio de energía térmica Q. Cualquier proceso que ocurra totalmente dentro, como en una cámara aislada, se denomina ***proceso adiabático*** y se dice que el sistema está rodeado por paredes *adiabáticas*.

> Un proceso adiabático es aquel en el que no hay intercambio de energía térmica ΔQ entre un sistema y sus alrededores.

Al aplicar la primera ley a un proceso en el que $\Delta Q = 0$ se obtiene

$$\Delta W = -\Delta U \qquad \textit{Adiabático} \qquad \textbf{(11.4)}$$

La ecuación (11.4) nos muestra que en todo proceso adiabático, el trabajo se realiza a *costa* de la energía interna. Generalmente, la disminución de energía térmica va acompañada de un descenso en la temperatura.

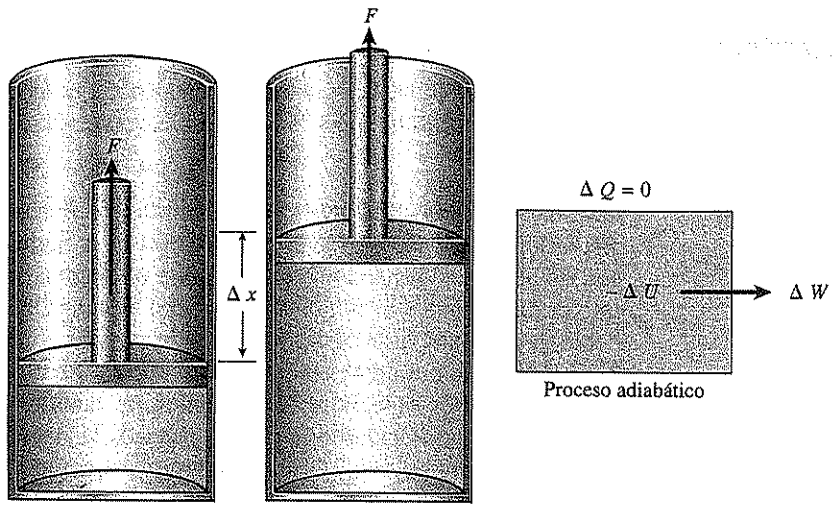


Figura 11.7 En un proceso adiabático no hay transferencia de calor y el trabajo se lleva a cabo a *costa* de la energía interna.

Como ejemplo de un proceso adiabático, considere la figura 11.7, donde un émbolo se eleva por la acción de un gas que se expande. Si las paredes del cilindro se aíslan y la dilatación ocurre con rapidez, el proceso será aproximadamente adiabático. A medida que el gas se expande, efectúa trabajo sobre el émbolo, pero pierde energía interna y experimenta una caída en la temperatura. Si el proceso se invierte forzando al émbolo a descender, entonces el trabajo se realizará *sobre* el gas ($-\Delta W$) y habrá un incremento en la energía interna (ΔU), de modo que

$$-\Delta W = +\Delta U$$

En este ejemplo la temperatura se elevará.

Otro ejemplo de un proceso adiabático que es útil en el ramo de la refrigeración industrial es el que se conoce como ***proceso de estrangulación***.

Un proceso de estrangulación es aquel en el cual el fluido a alta presión se filtra adiabáticamente, ya sea a través de una pared porosa o de una abertura estrecha, hacia una región de baja presión.

Considere un gas que circula, impulsado por una bomba, a través del aparato ilustrado en la figura 11.8. El gas que proviene del lado de la bomba donde la presión es alta es forzado a cruzar una constricción estrecha, llamada *válvula de estrangulación*, para pasar al lado de presión baja. La válvula está perfectamente aislada, de modo que el proceso es adiabático y

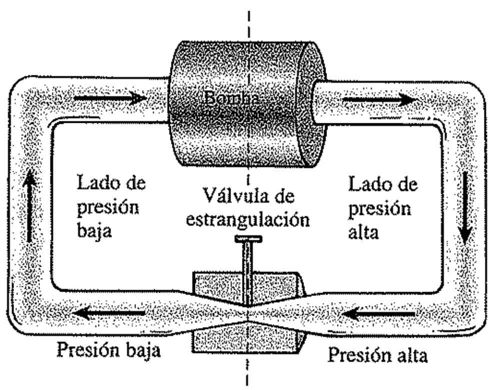


Figura 11.8 El proceso de estrangulación.

$\Delta Q = 0$. De acuerdo con la primera ley, $\Delta W = -\Delta U$, y el trabajo neto realizado por el gas al pasar a través de la válvula se efectúa a expensas de la energía interna. En refrigeración, un líquido refrigerante sufre una caída de temperatura y una vaporización parcial como resultado del proceso de estrangulación.

11.7 Procesos isocóricos

Otro caso especial de la primera ley se presenta cuando no se realiza trabajo, ni *por* el sistema ni *sobre* el sistema. Este tipo de proceso se conoce como ***proceso isocórico***. También recibe el nombre de ***proceso isovolumétrico*** porque no puede haber cambio de volumen sin la realización de trabajo.

Un proceso isocórico es aquel en el cual el volumen del sistema permanece constante.

Al aplicar la primera ley a un proceso en el que $\Delta W = 0$ se obtiene

$$\Delta Q = \Delta U \qquad \textit{Isocórico} \qquad \mathbf{(11.5)}$$

Por tanto, en un proceso isocórico toda la energía térmica absorbida por un sistema incrementa su energía interna. En este caso, generalmente hay un incremento en la temperatura del sistema.

Un proceso isocórico se presenta cuando se calienta agua en un recipiente a volumen fijo, como se muestra en la figura 11.8. A medida que se suministra calor, el aumento de la energía interna resulta en una elevación de la temperatura del agua hasta que empieza a hervir. Si se continúa incrementando la energía interna, se pone en marcha el proceso de vaporización. Sin embargo, el volumen del sistema, formado por el agua y su vapor, permanece constante y no se realiza trabajo externo.

Cuando se retira la flama, el proceso se invierte a medida que el calor deja el sistema a través del fondo del cilindro. El vapor de agua se condensará y la temperatura del agua resultante descenderá hasta igualar la temperatura ambiente. Este proceso representa una pérdida de calor y el correspondiente descenso de la energía interna, pero, nuevamente, no se realiza trabajo.

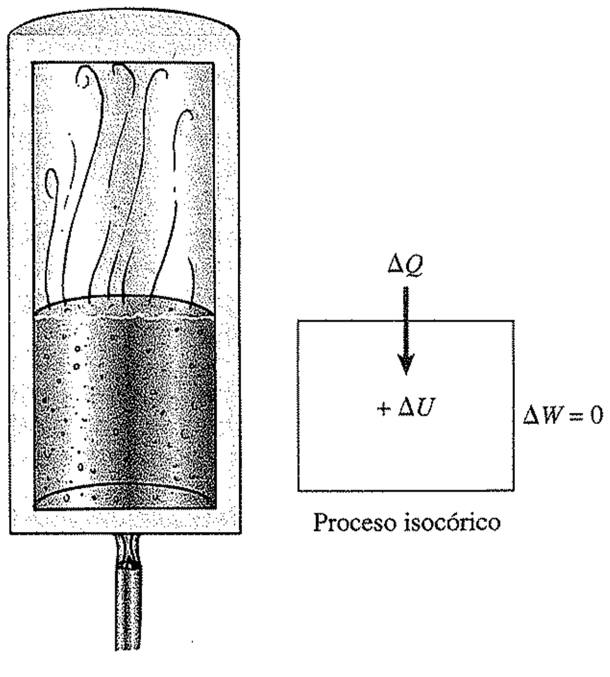


Figura 11.9 En un proceso isocórico, el volumen del sistema (agua y vapor) permanece constante.

11.8 Proceso isotérmico

Es posible que la presión y el volumen de un gas varíen sin que cambie la temperatura. En la unidad 10 estudiamos la ley de Boyle para describir cambios de volumen y presión durante dichos procesos. Un gas puede comprimirse en un cilindro de forma tan lenta que prácticamente permanece en equilibrio térmico con sus alrededores. La presión aumenta a medida que el volumen disminuye, pero la temperatura es prácticamente constante.

Un proceso isotérmico es aquel en el cual la temperatura del sistema permanece constante.

Si no hay cambio de fase, una temperatura constante indica que no hay cambio en la energía interna del sistema. Al aplicar la primera ley a un proceso en el que $\Delta U = 0$ se obtiene

$$\Delta Q = \Delta W \qquad \textit{Isotérmico} \quad \textbf{(11.6)}$$

Por tanto, en un ***proceso isotérmico*** toda la energía absorbida por un sistema se convierte en trabajo de salida.

11.9 Segunda ley de la termodinámica

Cuando nos frotamos las manos vigorosamente, el trabajo hecho contra la fricción incrementa la energía interna y ocasiona una elevación de temperatura. El aire de los alrededores constituye un gran depósito a una temperatura más baja, y la energía térmica se transfiere al aire sin que éste cambie su temperatura de manera considerable. Cuando dejamos de frotarnos, nuestras manos vuelven a su estado original. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, la energía mecánica se ha transformado en calor con una eficiencia de cien por ciento.

$$\Delta W = \Delta Q$$

Este tipo de transformación puede continuar indefinidamente en tanto se suministre trabajo.

Consideremos ahora el proceso inverso. ¿Es posible convertir la energía térmica en trabajo con una eficiencia de cien por ciento? En el ejemplo anterior, ¿es posible capturar todo el calor transferido al aire y hacerlo volver a nuestras manos, provocando que ellas se froten indefinidamente en forma espontánea? En un día de frío invernal, este proceso favorecería a los cazadores de manos frías. Por desgracia, tal proceso no puede ocurrir, aun cuando no infrinja la primera ley. Tampoco es posible recuperar todo el calor perdido al frenar un automóvil con el propósito de que las ruedas empiecen a girar de nuevo.

Veremos que la conversión de energía térmica en trabajo mecánico es un proceso de pérdidas. La primera ley de la termodinámica señala que no podemos tener ganancias en un experimento de ese tipo. Dicho de otro modo, es imposible conseguir más trabajo por parte de un sistema que el calor que se le suministra. Sin embargo, esto no excluye la posibilidad de seguir frenando. Es obvio que necesitamos otra regla que establezca que no es posible convertir el cien por ciento de la energía térmica en trabajo útil. Esta regla constituye el fundamento de la ***segunda ley de la termodinámica***.

Segunda ley de la termodinámica: es imposible construir una máquina que, funcionando de manera continua, no produzca otro efecto que la extracción de calor de una fuente y la realización de una cantidad *equivalente* de trabajo.

Para profundizar más y hacer más aplicable este principio, suponga que estudiamos el funcionamiento y la eficiencia de máquinas térmicas. Un sistema concreto puede ser un motor de gasolina, un motor de propulsión, una máquina de vapor o incluso el cuerpo humano. El funcionamiento de una máquina térmica se describe mejor por medio de un diagrama similar al que se muestra en la figura 11.9. Durante la operación de una máquina general de este tipo ocurren tres procesos:

FÍSICA HOY

¿Una máquina de movimiento permanente?
Según la segunda ley de la termodinámica, es imposible que exista una máquina de movimiento permanente. No obstante, Maxwell propuso la idea de un "diablillo" que abriría una pequeñísima puerta para permitir el paso de partículas de movimiento rápido y luego la cerraría para mantener fuera a las partículas de movimiento lento. Si el "diablillo" de Maxwell pudiera realizar esta tarea sin usar energía, la segunda ley de la termodinámica no se cumpliría. Además de divertir a algunos profesores de física, esta idea ha tenido poco uso en el mundo real.

Sin embargo, ahora los científicos lograron construir un sistema de engranaje y trinquete formado por siete anillos de benceno (compuestos químicos). Ellos esperaban que el trinquete forzara al engranaje a girar en un solo sentido. Si tal cosa ocurría, eso significaría que se había creado energía a partir de los movimientos al azar de los compuestos. Pero eso no ocurrió. El engranaje giró con la misma frecuencia en un sentido que en otro. A pesar de todo, tal vez esto sólo sea el principio.

¿Qué pasaría si el trinquete se engranara por medio de unas tenacillas en miniatura? En ese caso se cumpliría la segunda ley de la termodinámica, puesto que las tenacillas ejercerían la energía necesaria para colocar el trinquete en su lugar.

Si desea ver una simulación de este "demonio de Maxwell", de carácter teórico, visite **monet.physik.unibas.ch**

1. Una cantidad de calor Q_{ent} se suministra a la máquina desde un recipiente a alta temperatura T_{ent}.
2. La máquina realiza un trabajo mecánico W_{sal} mediante la utilización de una parte del calor de entrada.
3. Una cantidad de calor Q_{sal} se libera al recipiente de baja temperatura T_{sal}.

La sustancia de trabajo empieza en un estado termodinámico específico descrito por su temperatura, presión, volumen y número de moles. Pasa por una serie de procesos y vuelve a su estado original. En este proceso cíclico, las energías internas inicial y final son iguales y $\Delta U = 0$. Por consiguiente, la primera ley de la termodinámica indica que el trabajo neto realizado en un ciclo completo está dado por

$$\textit{Trabajo neto} = \textit{calor de entrada} - \textit{calor de salida}$$

$$\Delta W = Q_{ent} - Q_{sal} \tag{11.7}$$

Si construimos un diagrama *P-V* para un motor que funcione en un ciclo completo, se formará un bucle cerrado y el área dentro de él será igual al trabajo neto realizado por el motor. Todas las máquinas térmicas y los refrigeradores funcionan de tal modo cíclico.

La *eficiencia* de una ***máquina térmica*** se define como la razón del trabajo útil realizado por una máquina respecto al calor suministrado a ésta, y generalmente se expresa como porcentaje.

$$\textit{Eficiencia} = \frac{\textit{Trabajo de salida}}{\textit{Trabajo de entrada}}$$

$$e = \frac{Q_{ent} - Q_{sal}}{Q_{ent}} \tag{11.8}$$

Por ejemplo, una máquina con una eficiencia de 25% ($e = 0.25$) podría absorber 800 J, realizar un trabajo de 200 J y desechar 600 J como calor perdido. Una máquina eficiente al cien por ciento es aquella en la que todo el calor de entrada se convierte en trabajo útil. En este caso, no se entregaría calor al medio ambiente ($Q_{sal} = 0$). Aunque en un proceso de ese tipo se conservaría la energía, se viola la segunda ley de la termodinámica. La máquina más eficiente es la que cede al medio la *menor* cantidad posible de calor.

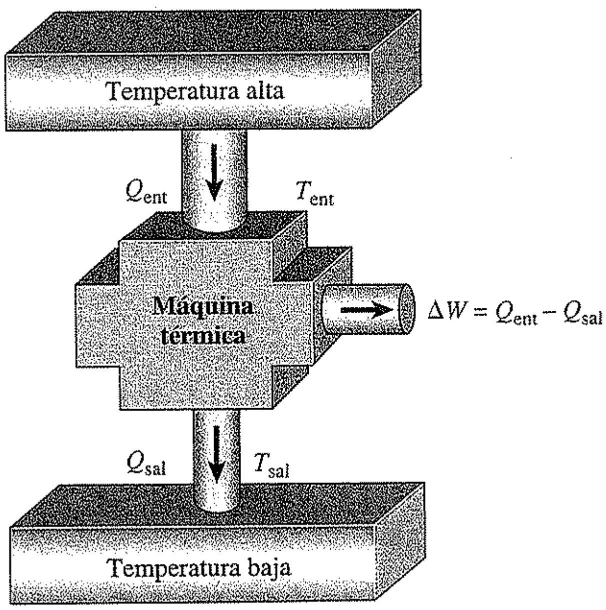


Figura 11.10 Diagrama de una máquina térmica.

11.10 Ciclo de Carnot

Todas las máquinas térmicas están sujetas a gran número de dificultades prácticas. La fricción y la pérdida de calor por la conducción y la radiación impiden que las máquinas reales funcionen a su eficiencia máxima. Una máquina ideal, libre de ese tipo de problemas, fue sugerida por Sadi Carnot en 1824. La ***máquina de Carnot*** tiene la eficiencia máxima posible tratándose de una máquina que absorbe calor de una fuente a alta temperatura, realiza trabajo externo y deposita calor en un recipiente a baja temperatura. La eficiencia de una cierta máquina puede determinarse comparándola con la máquina de Carnot al funcionar entre las mismas temperaturas.

El ***ciclo de Carnot*** se ilustra en la figura 11.10. Un gas confinado en un cilindro provisto de un émbolo móvil se pone en contacto con una fuente a alta temperatura T_{ent}. Una cantidad de calor Q_{ent} es absorbida por el gas, el cual se dilata isotérmicamente a medida que la presión disminuye. La primera etapa del ciclo de Carnot se muestra gráficamente por medio de la curva AB en el diagrama P-V (véase la figura 11.11). Luego, el cilindro se coloca en una base aislante, donde continúa la expansión adiabática en tanto que la presión disminuye hasta su nivel más bajo. Esta etapa se representa gráficamente por la curva BC. En la tercera etapa el cilindro es extraído de la base aislante y colocado sobre una fuente a baja temperatura T_{sal}. Una cantidad de calor Q_{sal} es extraída del gas a medida que éste se comprime isotérmicamente desde el punto C hasta el D en el diagrama P-V. Por último, el cilindro se coloca de nuevo en la base aislante, donde se comprime adiabáticamente hasta su etapa original a lo largo de la trayectoria DA. La máquina realiza trabajo externo durante el proceso de expansión y regresa a su estado inicial durante los procesos de compresión.

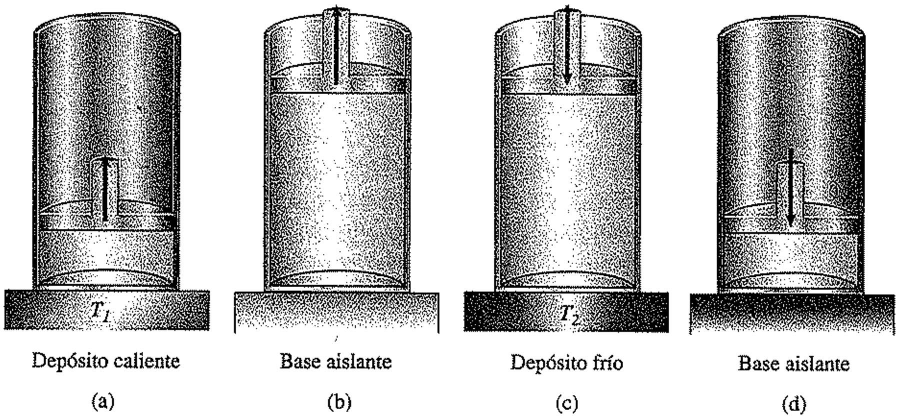


Figura 11.11 El ciclo de Carnot: (a) expansión isotérmica, (b) expansión adiabática, (c) compresión isotérmica y (d) compresión adiabática.

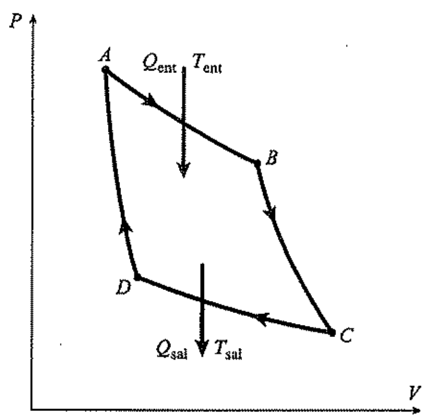


Figura 11.12 El ciclo de Carnot: un diagrama P-V para una máquina ideal. El trabajo neto es igual al calor neto $Q_{ent} - Q_{sal}$.

11.11 Eficiencia de una máquina ideal

Es difícil predecir la eficiencia de una máquina real a partir de la ecuación (11.8) porque calcular las cantidades Q_{ent} y Q_{sal} es complicado. Las pérdidas por calor y fricción a través de las paredes del cilindro y alrededor del émbolo, la combustión incompleta del combustible e incluso las propiedades físicas de diferentes combustibles son factores que dificultan nuestros esfuerzos por medir la eficiencia de tales máquinas. Sin embargo, podemos imaginar una ***máquina ideal*** que no se vea afectada por las dificultades prácticas. La eficiencia de dicha máquina sólo depende de las cantidades de calor absorbidas y liberadas entre dos fuentes de calor bien definidas, y no depende de las propiedades térmicas del combustible que se use. Es decir, independientemente de los cambios internos de presión, volumen, longitud y otros factores, todas las máquinas ideales tienen la misma eficiencia cuando están funcionando entre las mismas dos temperaturas (T_{ent} y T_{sal}).

Una máquina ideal es aquella que tiene la más alta eficiencia posible para los límites de temperatura dentro de los que funciona.

Si podemos definir la eficiencia de una máquina en términos de temperaturas de entrada y salida en vez de hacerlo en términos del calor de entrada o de salida, tendremos una fórmula más útil. Para una máquina ideal se puede probar que la razón de Q_{ent}/Q_{sal} es la misma que la razón de T_{ent}/T_{sal}, pero demostrar esta aseveración rebasa los propósitos de esta obra. Por tanto, la eficiencia de una máquina ideal puede expresarse como una función de las temperaturas absolutas de las fuentes de entrada y de salida. La ecuación (11.8), para una máquina ideal, se transforma en

$$e = \frac{T_{ent} - T_{sal}}{T_{ent}} \tag{11.9}$$

Se puede demostrar que ninguna máquina que opere entre las mismas dos temperaturas puede ser más eficiente que lo que indica la ecuación (11.9). Esta eficiencia ideal representa entonces el límite superior de la eficiencia de cualquier máquina práctica. Cuanto mayor es la diferencia de temperatura entre dos fuentes, mayor es la eficiencia de cualquier máquina.

Ejemplo 11.3

Una máquina ideal que funciona entre dos depósitos a 500 K y 400 K, respectivamente, absorbe 900 J de calor del depósito a alta temperatura durante cada ciclo. ¿Cuál es su eficiencia y cuánto calor libera al medio?

Plan: La eficiencia ideal se determina con la ecuación (11.9) con base en temperaturas absolutas. Es posible emplear la eficiencia para establecer la salida de trabajo y luego restar esta cantidad de la energía total de entrada con el fin de hallar cuánta se pierde.

Solución: La eficiencia ideal es

$$e = \frac{T_{ent} - T_{sal}}{T_{ent}} = \frac{500\text{ K} - 400\text{ K}}{500\text{ K}} = 0.200$$

Por consiguiente, la eficiencia ideal es de 20%. Ahora, por definición, la eficiencia es la razón W_{sal}/Q_{ent}, de modo que se determina que

$$e = \frac{W_{sal}}{Q_{ent}} = 0.200 \qquad \text{o} \qquad W_{sal} = (0.200)(900\text{ J}) = 180\text{ J}$$

Con base en la primera ley de la termodinámica, el trabajo neto ha de ser igual al intercambio neto de calor

$$W_{sal} = Q_{ent} - Q_{sal} \qquad \text{o} \qquad Q_{sal} = Q_{ent} - W_{sal}$$

$$Q_{sal} = 900\text{ J} - 180\text{ J} \qquad \text{y} \qquad Q_{sal} = 720\text{ J}$$

Se observa que una máquina ideal con una eficiencia de 20% toma 900 J de energía, realiza 180 J de trabajo y libera 720 J al medio.

11.12 Máquinas de combustión interna

Un motor de combustión interna genera el calor de entrada dentro de la máquina misma. La máquina más común de este tipo es el motor de gasolina de cuatro tiempos, en el cual la mezcla de gasolina y aire se inflama por medio de una bujía en cada cilindro. La energía térmica liberada se convierte en trabajo útil debido a la presión que ejercen los gases que se dilatan sobre el pistón. El proceso de cuatro tiempos se muestra en la figura 11.13. Durante la *carrera de admisión* (figura 11.13a) una mezcla de aire y vapor de gasolina entra en el cilindro a través de la válvula de admisión. Ambas válvulas se cierran durante la *carrera de compresión* (figura 11.13b) y el pistón se mueve hacia arriba causando una elevación en la presión. Justo antes de que el pistón llegue al extremo superior, se lleva a cabo el encendido de la mezcla, lo que origina un cambio abrupto tanto en la temperatura como en la presión. En la *carrera de trabajo* (figura 11.13c) la fuerza de los gases que se expanden impulsa el pistón hacia abajo, con lo que se realiza trabajo externo. Durante la *carrera de expulsión* (figura 11.13d) se expulsan los gases quemados fuera del cilindro a través de la válvula de escape. Nuevamente se repite todo el ciclo mientras se siga suministrando combustible al cilindro.

El ciclo ideal que usa un ingeniero para perfeccionar un motor de gasolina se muestra en la figura 11.14. Se conoce como *ciclo de Otto* en honor a su inventor. La fase de compresión se representa con la curva *ab*. La presión aumenta adiabáticamente a medida que el volumen se reduce. En el punto *b* se enciende la mezcla, con lo que se suministra una cantidad de calor Q_{ent} al sistema. Esto ocasiona una brusca elevación en la presión, como lo indica la línea *bc*. En la carrera de trabajo (*cd*) los gases se expanden adiabáticamente efectuando trabajo externo. Luego el sistema se enfría a volumen constante hasta el punto *a*, cediendo una cantidad de calor Q_{sal}. Los gases de la combustión son expulsados en la siguiente carrera del pistón hacia arriba, suministrándose más combustible en la siguiente carrera cuando el pistón se mueve hacia abajo. Después el ciclo vuelve a empezar. La razón de volúmenes V_1/V_2, como se indica en el diagrama *P-V*, se llama *razón de compresión* y es igual a 8 para la mayoría de los motores de automóvil.

La eficiencia del ciclo de Otto ideal se muestra en la ecuación (11.10):

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}} \tag{11.10}$$

donde γ es la constante adiabática para la sustancia de trabajo. La constante adiabática se define por

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

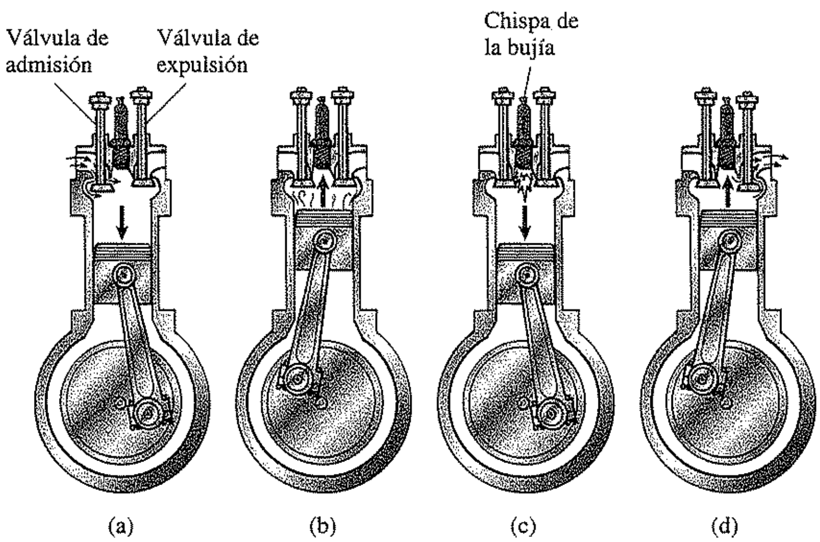


Figura 11.13 El motor de gasolina de cuatro tiempos: (a) carrera de admisión, (b) carrera de compresión, (c) carrera de trabajo y (d) carrera de expulsión.

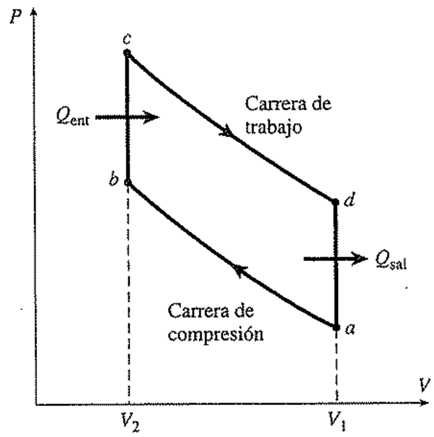


Figura 11.14 El ciclo de Otto de un motor de gasolina de cuatro tiempos.

donde c_p es el calor específico del gas a presión constante y c_v es el calor específico a volumen constante. Para gases monoatómicos $\gamma = 1.67$, y para gases diatómicos $\gamma = 1.4$. En el motor de gasolina la sustancia de trabajo es en su mayoría aire, para el cual $\gamma = 1.4$. En el caso ideal, la ecuación (11.10) muestra que las razones de compresión más altas producen rendimientos superiores puesto que γ es siempre mayor que 1.

Ejemplo 11.4

Calcule la eficiencia de un motor de gasolina para el cual la razón de compresión es 8 y $\gamma = 1.4$.

Solución: A partir de la información proporcionada, observamos que

$$\frac{V_1}{V_2} = 8 \quad \text{y} \quad \gamma - 1 = 1.4 - 1 = 0.4$$

Entonces, a partir de la ecuación (11.10),

$$e = 1 - \frac{1}{8^{0.4}} = 1 - \frac{1}{2.3} = 57\%$$

En este ejemplo, 57% representa la eficiencia máxima posible de un motor de gasolina con los parámetros proporcionados. En realidad, la eficiencia de una máquina así casi siempre es de aproximadamente 30% debido a las pérdidas de calor no controladas.

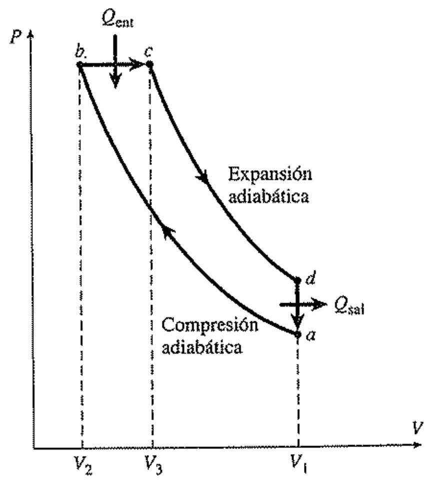


Figura 11.15 El ciclo diesel ideal.

Un segundo tipo de máquina de combustión interna es la diesel. En ella el aire se comprime a alta temperatura y presión hasta cerca del extremo superior del cilindro. El combustible diesel que se inyecta en el cilindro en este punto, se enciende y empuja el pistón hacia abajo. El ciclo diesel ideal se muestra en el diagrama *P-V* en la figura 11.15. Empezando en *a* se comprime el aire adiabáticamente hasta el punto *b*, donde se inyecta el combustible diesel. Este combustible se enciende por el aire caliente, liberando una cantidad de calor Q_{ent} a una presión casi constante (línea *bc*). El resto de la fase de trabajo consiste en una dilatación adiabática hasta el punto *d*, realizando trabajo externo. Durante las fases de admisión y expulsión, el gas se enfría a volumen constante hasta el punto *a*, perdiendo una cantidad de calor Q_{sal}. La eficiencia de una máquina diesel está en función de la razón de compresión (V_1/V_2) y de la *razón de expansión* (V_1/V_3).

11.13 Refrigeración

Se puede pensar que un ***refrigerador*** es una máquina térmica que opera en sentido inverso. Un esquema de un refrigerador aparece en la figura 11.16. Durante cada ciclo, un compresor o un dispositivo similar proporciona trabajo mecánico W al sistema, extrayendo una cantidad de calor $Q_{frío}$ de un depósito frío y cediendo una cantidad de calor Q_{cal} a un depósito caliente. De acuerdo con la primera ley, el trabajo de entrada está dado por

$$W = Q_{calor} - Q_{frío}$$

La eficiencia de cualquier refrigerador se determina por la cantidad de calor $Q_{frío}$ extraída con el mínimo gasto de trabajo mecánico W. De este modo, la razón $Q_{frío}/W$ es una medida de la eficiencia de enfriamiento del refrigerador y se le llama su ***coeficiente de rendimiento*** K. Simbólicamente,

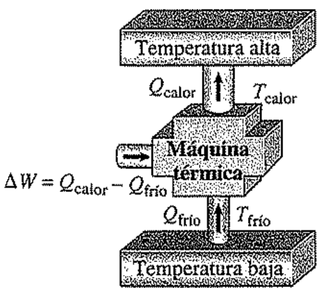


Figura 11.16 Diagrama de un refrigerador.

$$K = \frac{Q_{frío}}{W} = \frac{Q_{frío}}{Q_{calor} - Q_{frío}} \tag{11.11}$$

La eficiencia máxima puede expresarse en términos de temperaturas absolutas:

$$K = \frac{T_{frío}}{T_{calor} - T_{frío}} \tag{11.12}$$

Con el fin de comprender mejor el proceso de refrigeración, considere el esquema general presentado en la figura 11.6, el cual es aplicable a diversos dispositivos de refrigeración, desde una planta comercial hasta un refrigerador o una nevera doméstica. La sustancia de trabajo, llamada ***refrigerante***, es un fluido que se licua fácilmente por medio de un incremento en la presión o una caída de temperatura. En la fase líquida puede evaporarse rápidamente al hacerlo pasar por un proceso de estrangulación (véase el tema 11.6) a una temperatura cercana a la temperatura ambiente. Entre los refrigerantes comunes tenemos el amoniaco, el freón 12, el cloruro de metilo y el dióxido de azufre. El más común de los refrigerantes industriales es el amoniaco, que hierve a −28 °F bajo una presión de 1 atm. Entre los refrigerantes domésticos el más común es el freón 12, que hierve a −22 °F a la presión atmosférica. El cambio de presión afecta drásticamente las temperaturas de condensación y vaporización de todos los refrigerantes.

FÍSICA HOY

Se conecta un refrigerador a la corriente eléctrica y funciona en una habitación cerrada muy pequeña. Tras algunas horas, la temperatura de la habitación se establece a 30 °C. Si entonces se abre la puerta del refrigerador y se deja así durante varias horas, la temperatura de la habitación aumentará.

Como se muestra en el esquema, un sistema usual de refrigeración consta de un ***compresor***, un ***condensador***, un ***depósito de almacenamiento del líquido***, una ***válvula de estrangulación*** y un ***evaporador***. El compresor suministra el trabajo de entrada necesario para que el refrigerante se mueva a lo largo del sistema. Cuando se mueve el émbolo a la derecha, succiona el refrigerante a través de la válvula de admisión a una presión un poco más alta que la atmosférica y próxima a la temperatura ambiente. Durante la carrera de trabajo, la válvula de admisión se cierra y la de descarga se abre. El refrigerante que emerge, a altas temperatura y presión, circula hacia el condensador, donde es enfriado hasta que

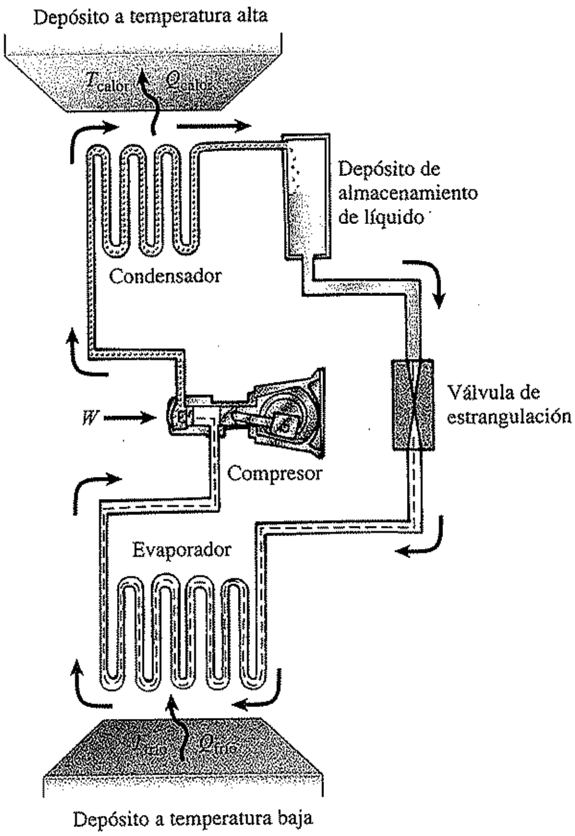


Figura 11.17 Componentes básicos de un sistema de refrigeración.

se licúa. El condensador se puede enfriar mediante una corriente de agua o con un ventilador eléctrico. Durante esta fase se libera una cantidad de calor Q_{calor} del sistema. El refrigerante líquido condensado, aún en condiciones de alta presión y temperatura, se almacena en un depósito de líquido. Luego, el refrigerante líquido pasa desde el tanque de almacenamiento por una válvula de estrangulación, causando un descenso brusco en la temperatura y la presión. A medida que fluye el refrigerante líquido a través del serpentín evaporador, absorbe una cantidad de calor $Q_{frío}$ del espacio y de los productos que están siendo enfriados. Este calor hace hervir el refrigerante líquido y es transportado hacia fuera por el refrigerante gaseoso como calor latente de vaporización. Esta fase es el "pago" por la operación completa, y todos los componentes sólo contribuyen a la transferencia real de calor al evaporador. Por último, el vapor refrigerante deja el evaporador y es succionado hacia el compresor para empezar otro ciclo.

Ejemplo 11.5

Un refrigerador ideal funciona entre los 500 y los 400 K. En cada ciclo extrae 800 J de un depósito frío. ¿Cuánto trabajo se lleva a cabo en cada ciclo y cuánto calor se libera al medio?

Plan: Primero calcule el coeficiente de rendimiento K a partir de la temperatura proporcionada. Como K es la razón de calor extraído $Q_{frío}$ (800 J) a calor de entrada, después determine el trabajo hecho en cada ciclo. El calor de salida puede entonces hallarse porque el trabajo es igual a la diferencia ($Q_{frío} - Q_{calor}$).

Solución: Al sustituir las temperaturas absolutas en la ecuación 11.12 se obtiene

$$K = \frac{T_{frío}}{T_{calor} - T_{frío}} = \frac{400\text{ K}}{500\text{ K} - 400\text{ K}}; \qquad K = 4.00$$

Entonces el trabajo en un ciclo se determina como sigue:

$$K = \frac{Q_{\text{frío}}}{W_{\text{ent}}} \quad \text{o} \quad W_{\text{ent}} = \frac{Q_{\text{frío}}}{K}$$

$$W_{\text{ent}} = \frac{800\ \text{J}}{4} = 200\ \text{J}$$

Ahora, puesto que $W_{\text{ent}} = Q_{\text{calor}} - Q_{\text{frío}}$, es posible hallar Q_{calor} del modo siguiente:

$$Q_{\text{calor}} = W_{\text{ent}} + Q_{\text{frío}} = 200\ \text{J} + 800\ \text{J}$$
$$Q_{\text{calor}} = 1\,000\ \text{J}$$

Cabe advertir que en este ejemplo hemos usado el coeficiente de rendimiento máximo posible. En un refrigerador real, un valor de K más pequeño resulta en la necesidad de más de 200 J de trabajo por ciclo.

Resumen y repaso

En esta unidad se estudiarán los diversos procesos termodinámicos y las relaciones que existen entre las variables termodinámicas. Además, se conocerán algunas aplicaciones de las leyes de la termodinámica. Los siguientes puntos resumen los conceptos más importantes que se estudian en esta unidad.

- La *primera ley de la termodinámica* es un replanteamiento del principio de la conservación de la energía. Indica que el calor neto ΔQ impartido a un sistema es igual al trabajo neto ΔW realizado por el sistema más el cambio neto de la energía interna ΔU del sistema. Simbólicamente,

$$\boxed{\Delta Q = \Delta W + \Delta U \qquad \textit{Primera ley de la termodinámica}}$$

- En termodinámica, el trabajo ΔW suele realizarse sobre un gas. En esos casos el trabajo se representa en términos de la presión y el volumen. Un diagrama P-V es útil también para medir ΔW. Si la presión es constante,

$$\boxed{\Delta W = P\,\Delta V}$$

$$\Delta W = \text{área bajo la curva } P\text{-}V$$

- Se presentan casos especiales de la primera ley cuando una de las cantidades no se somete a un cambio.
  a. *Proceso adiabático*
  $\Delta Q = 0 \qquad \Delta W = -\Delta U$
  b. *Proceso isocórico*
  $\Delta V = 0 \qquad \Delta W = 0 \qquad \Delta Q = \Delta U$
  c. *Proceso isotérmico*
  $\Delta T = 0 \qquad \Delta U = 0 \qquad \Delta Q = \Delta W$
  d. *Proceso isobárico*
  $\Delta P = 0 \qquad \Delta W = P\,\Delta V$

- La *segunda ley de la termodinámica* impone restricciones a la posibilidad de satisfacer la *primera*. En suma, indica que en todo proceso tiene lugar cierta pérdida de energía a causa de las fuerzas de fricción u otras fuerzas de disipación. Un motor cien por ciento eficiente, o sea, que convierte todo el calor de entrada en un trabajo útil de salida, no es posible.

- En general, una máquina térmica se representa tal como se muestra en la figura 11.10. El significado de los símbolos empleados en las ecuaciones siguientes puede tomarse de ella. El trabajo que realiza la máquina es la diferencia entre el calor de entrada y el de salida.

$$\boxed{W = Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}} \qquad \textit{Trabajo} \text{ (kcal } o \text{ J)}}$$

- La *eficiencia e* de un motor es la razón entre la salida de trabajo y la entrada de calor. Se puede calcular para un motor ideal con cualquiera de las relaciones siguientes:

$$\boxed{e = \frac{Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}}{Q_{\text{ent}}}}$$

$$\boxed{e = \frac{T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}}{T_{\text{ent}}} \qquad \textit{Eficiencia}}$$

- El *refrigerador* es una máquina térmica que funciona al revés. Una medida del rendimiento de esos aparatos es el grado de enfriamiento que se obtiene a cambio del trabajo que es necesario introducir en el sistema. El enfriamiento se produce a causa de la extracción del calor $Q_{\text{frío}}$ del depósito de enfriamiento. El coeficiente de rendimiento K se obtiene ya sea con

$$\boxed{\text{K} = \frac{Q_{\text{frío}}}{Q_{\text{calor}} - Q_{\text{frío}}}} \quad \text{o} \quad \boxed{\text{K} = \frac{T_{\text{frío}}}{T_{\text{calor}} - T_{\text{frío}}}}$$

Conceptos clave

Problemas

Tema 11.3 Primera ley de la termodinámica

1. En un proceso químico industrial, se proporcionan a un sistema 600 J de calor y produce 200 J de trabajo. ¿Cuál es el incremento registrado en la energía interna de este sistema? Resp. 400 J

2. Suponga que la energía interna de un sistema disminuye en 300 J, al tiempo que un gas realiza 200 J de trabajo. ¿Cuál es el valor de Q? ¿El sistema ha ganado o ha perdido calor?

3. En un proceso termodinámico, la energía interna del sistema se incrementa en 500 J. ¿Cuánto trabajo fue realizado por el gas si en el proceso fueron absorbidos 800 J de calor? Resp. 300 J

4. Un pistón realiza 300 J de trabajo sobre un gas, que luego se expande y efectúa 220 J de trabajo sobre sus alrededores. ¿Cuál es el cambio en la energía interna del sistema si el intercambio neto de calor es cero?

5. En un laboratorio químico, un técnico aplica 340 J de energía a un gas, al tiempo que el sistema que rodea a dicho gas realiza 140 J de trabajo *sobre* el gas. ¿Cuál es el cambio en la energía interna? Resp. 480 J

6. ¿Cuál es el cambio de la energía interna en el problema 5 si los 140 J de trabajo son realizados *por* el gas, en lugar de realizarse *sobre* el gas?

7. Un sistema absorbe 200 J de calor cuando la energía interna aumenta en 150 J. ¿Qué trabajo realiza el gas en ese caso? Resp. 50 J

8. El calor específico del agua es 4 186 J/kg · C°. ¿Cuál es el cambio en la energía interna de 200 g de agua cuando ésta se calienta de 20 a 30 °C? Suponga que el volumen es constante.

9. A una presión constante de 101.3 kPa, 1 g de agua (1 cm^3) se evapora por completo y alcanza un volumen final de 1 671 cm^3 en su forma de vapor. ¿Qué trabajo ha realizado el sistema contra sus alrededores? ¿Cuál es el incremento de la energía interna? Resp. 169 J, 2 087 J

Tema 11.4 Procesos isobáricos y el diagrama *P-V*

10. El volumen de un gas disminuye de 5 a 3 L bajo una presión constante de 2 atm. ¿Cuánto trabajo se realiza? ¿Y se realiza *sobre* el gas o lo realiza éste? Si hay un incremento de 300 J en la energía interna, ¿cuál es el intercambio neto de calor? Trace un bosquejo del proceso.

11. Durante una expansión isobárica, una presión constante de 250 kPa hace que el volumen de un gas pase de 1 a 3 L. ¿Qué trabajo realiza el gas? Resp. 500 J

12. Un gas encerrado en el cilindro de un motor tiene un volumen inicial de 2×10^{-4} m^3. Luego el gas se expande isobáricamente a 220 kPa. Si durante el proceso se absorben 350 J y la energía interna aumenta 150 J, ¿cuál es el volumen final del gas?

Tema 11.5 Caso general para la primera ley, Tema 11.6 Procesos adiabáticos, Tema 11.7 Procesos isocóricos y Tema 11.8 Proceso isotérmico

13. Un gas ideal se expande isotérmicamente al tiempo que absorbe 4.80 J de calor. El pistón tiene una masa de 3 kg. ¿A qué altura se elevará el pistón respecto a su posición inicial? Resp. 16.3 cm

14. El trabajo realizado sobre un gas durante una compresión adiabática es de 140 J. Calcule el incremento de la energía interna del sistema, en calorías.

15. Se encierran en un contenedor 2 kg de agua, originalmente a 20 °C, de modo que todo cambio es isocórico. Luego, el agua absorbe 9 000 J de calor, al tiempo que 1 500 se gotean al medio debido a un mal aislamiento. Determine el incremento en la temperatura del agua. Resp. 0.896 °C

16. Un gas está encerrado en una lata de cobre. ¿Cuánto calor es necesario suministrar para incrementar la energía interna en 59 J? ¿Qué tipo de proceso termodinámico está implícito en este caso?

17. Un gas encerrado por un pistón se expande casi isobáricamente a 100 kPa. Cuando el sistema absorbe 20 000 J de calor, su volumen aumenta de 0.100 m^3 a 0.250 m^3. ¿Qué trabajo se ha realizado y cuál es el cambio en la energía interna? Resp. 15.0 kJ, 5 kJ

18. El calor específico del bronce es de 390 J/kg · C°. Un trozo de bronce de 4 kg se calienta isocóricamente, con lo que la temperatura se eleva en 10 C°. ¿Cuál es el incremento de la energía interna?

19. Dos litros de un gas ideal tienen una temperatura de 300 K y una presión de 2 atm. El gas soporta una dilatación isobárica mientras su temperatura se eleva hasta 500 K. ¿Qué trabajo ha realizado el gas? Resp. 269.46 kJ

20. El diámetro de un pistón es de 6.00 cm y la longitud de su carrera es de 12 cm. Suponga que una fuerza constante de 340 N lo mueve durante una carrera completa. Calcule primero el trabajo a partir de la fuerza y la distancia. Compruebe después su respuesta considerando la presión y el volumen.

21. En el caso de procesos adiabáticos, se puede demostrar que la presión y el volumen están relacionados entre sí por la expresión siguiente:

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

donde γ es la constante adiabática, cuyo valor es 1.40 para gases diatómicos y también para la mezcla de vapor de gasolina/aire en los motores de combustión. Use la ley de los gases ideales para demostrar la relación acompañante:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

22. La razón de compresión de cierto motor diesel es 15. La mezcla aire-combustible ($\gamma = 1.4$) entra a 300 K y 1 atm de presión. Halle la presión y la temperatura del gas después de la compresión adiabática. (Use el problema 21 como referencia).

Tema 11.9 Segunda ley de la termodinámica

23. ¿Cuál es la eficiencia de un motor que realiza 300 J de trabajo en cada ciclo, al tiempo que desecha 600 J hacia el medio? Resp. 33.3%

24. Durante un ciclo completo, un sistema absorbe 600 cal de calor y lanza 200 cal al medio. ¿Cuánto trabajo se realiza? ¿Cuál es la eficiencia?

25. Un motor con 37% de eficiencia pierde 400 J de calor en cada ciclo. ¿Qué trabajo se realiza y cuánto calor se absorbe en cada ciclo? Resp. 235 J, 635 J

26. ¿Cuál es la eficiencia de una máquina ideal que opera entre las temperaturas de 525 K y 300 K?

27. Una máquina de vapor recibe vapor sobrecalentado de una caldera que trabaja a 200 °C y que lo arroja directamente al aire a 100 °C. ¿Cuál es la eficiencia ideal? Resp. 21.1%

28. En un ciclo de Carnot, la expansión isotérmica de un gas tiene lugar a 400 K y dicho gas absorbe 500 cal de calor. ¿Cuánto calor se pierde si el sistema experimenta una compresión isotérmica a 300 K? ¿Cuál es la pérdida de calor y qué trabajo se realiza?

29. Una máquina de Carnot absorbe 1 200 cal durante cada ciclo cuando funciona entre 500 y 300 K. ¿Cuál es la eficiencia? ¿Cuánto calor es expulsado y cuánto trabajo se realiza, en joules, durante cada ciclo? Resp. 40%, 720 cal, 2010 J

30. La eficiencia real de un motor es 60% de su eficiencia ideal. El motor opera entre las temperaturas de 460 y 290 K. ¿Cuánto trabajo se realiza en cada ciclo si 1 600 J de calor son absorbidos?

31. Un refrigerador extrae 400 J de calor de una caja en cada ciclo y expulsa 600 J hacia un recipiente a alta temperatura. ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento? Resp. 2.00

32. El coeficiente de rendimiento de un refrigerador es 5.0. ¿Cuánto calor se desecha si el compresor realiza 200 J de trabajo durante cada ciclo?

33. ¿Cuánto calor se extrae del recipiente frío si el compresor de un refrigerador realiza 180 J de trabajo en cada ciclo? El coeficiente de rendimiento es 4.0. ¿Cuánto calor se expulsa hacia el recipiente caliente? Resp. 760 J, 940 J

34. Un refrigerador ideal extrae 400 J de calor de un recipiente a 200 K y expulsa calor hacia un recipiente a 500 K. ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento ideal y cuánto trabajo se realiza en cada ciclo?

35. Un refrigerador de Carnot tiene un coeficiente de rendimiento de 2.33. Si el compresor realiza 600 J de trabajo en cada ciclo, ¿cuántos joules de calor son extraídos del recipiente frío y cuántos son arrojados al medio? Resp. 140 J, 200 J

Problemas adicionales

36. En un proceso termodinámico se suministran 200 Btu para producir una expansión isobárica bajo una presión de 100 lb/in². La energía interna del sistema no cambia. ¿Cuál es el aumento de volumen del gas?

37. Una muestra de gas de 100 cm³ a la presión de 100 kPa se calienta isocóricamente desde el punto *A* hasta el punto *B* hasta que su presión es de 300 kPa. Después se expande isobáricamente hasta el punto *C*, donde su volumen es de 400 cm³. La presión vuelve entonces a 100 kPa en el punto *D*, sin cambio de volumen. Por último, regresa a su estado original en el punto *A*. Trace el diagrama *P-V* para este ciclo. ¿Cuál es el trabajo neto realizado en todo el ciclo? Resp. 60 J

38. Calcule el trabajo neto realizado por un gas al pasar por todo el ciclo que aparece en la figura 11.18.

39. ¿Cuál es el trabajo neto realizado por el proceso *ABCA* descrito en la figura 11.19? Resp. 304 J

40. Un motor real funciona entre 327 y 0 °C y tiene una potencia de salida de 8 kW. ¿Cuál es la eficiencia ideal de este motor? ¿Cuánta potencia se desperdicia si la eficiencia real es de sólo 25%?

41. La eficiencia de Otto de un motor de gasolina es de 50% y la constante adiabática de 1.4. Calcule la razón de compresión. Resp. 5.66

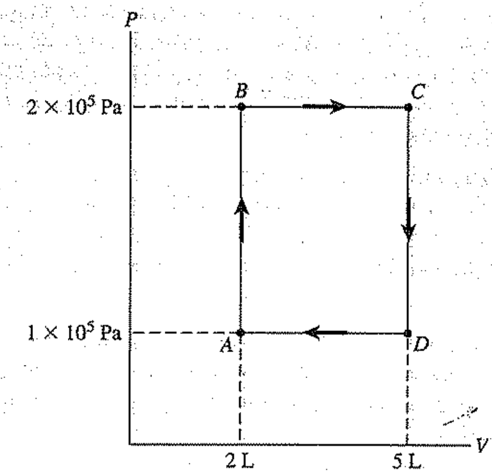


Figura 11.18

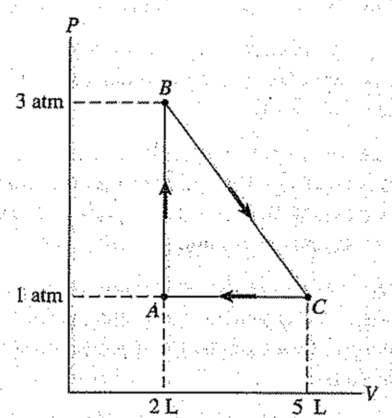


Figura 11.19

42. Una bomba de calor obtiene calor de un depósito de agua a 41 °F y lo entrega a un sistema de tubería en una casa a 78 °F. La energía necesaria para operar la bomba de calor es aproximadamente el doble de la que se requiere para accionar una bomba de Carnot. ¿Cuánto trabajo mecánico hay que proporcionar a la bomba para que entregue 1×10^6 Btu de energía calorífica a la vivienda?

43. Una máquina de Carnot tiene una eficiencia de 48%. Si la sustancia de trabajo entra al sistema a 400 °C, ¿cuál es la temperatura del escape? Resp. 350 K

44. Durante la fase de compresión de un motor de automóvil, el volumen de la mezcla de combustible disminuye de 18 a 2 in^3. Si la constante adiabática es de 1.4, ¿cuál es la eficiencia máxima posible del motor?

45. Cuántos joules de trabajo debe realizar el compresor de un refrigerador para hacer que 1 kg de agua a 20 °C se convierta en hielo a −10 °C? El coeficiente de rendimiento es de 3.5. Resp. 126 kJ

46. En un refrigerador mecánico, los serpentines de baja temperatura del evaporador están a −30 °C y el condensador tiene una temperatura de 60 °C. ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento máximo posible?

47. Un motor tiene una eficiencia térmica de 27% y una temperatura de escape de 230 °C. ¿Cuál es la temperatura de entrada más baja posible? Resp. 416 °C

48. El coeficiente de rendimiento de un refrigerador es de 5.0. Si la temperatura ambiente es de 28 °C, ¿cuál es la temperatura más baja posible que puede alcanzarse dentro del refrigerador?

49. Un gas se expande en oposición a un pistón móvil y lo levanta una distancia de 2 in a velocidad constante. ¿Cuánto trabajo realiza el gas si el pistón pesa 200 lb y tiene un área transversal de 12 in^2? Si la expansión es adiabática, ¿cuál es el cambio de la energía interna, en Btu? ¿El cambio ΔU representa un incremento o un decremento de la energía interna? Resp. 33.3 ft · lb, 0.0428 Btu, un decremento

50. Considere el diagrama *P-V* que se muestra en la figura 11.20, donde se indican la presión y el volumen para cada uno de los puntos *A*, *B*, *C* y *D*. A partir del punto *A*, una muestra de 100 cm^3 de gas absorbe 200 J de calor, haciendo que la presión aumente de 100 a 200 kPa, al tiempo que el volumen aumenta a 200 cm^3. A continuación, el gas se expande de *B* a *C*, absorbiendo 400 J adicionales de calor mientras su volumen se incrementa hasta 400 cm^3. (a) Halle el trabajo neto realizado y el cambio de la energía interna en cada uno de los procesos *AB* y *BC*. (b) ¿Cuáles son el trabajo neto y el cambio total de la energía interna en el proceso *ABC*? (c) ¿Qué tipo de proceso se ilustra en el caso *BC*?

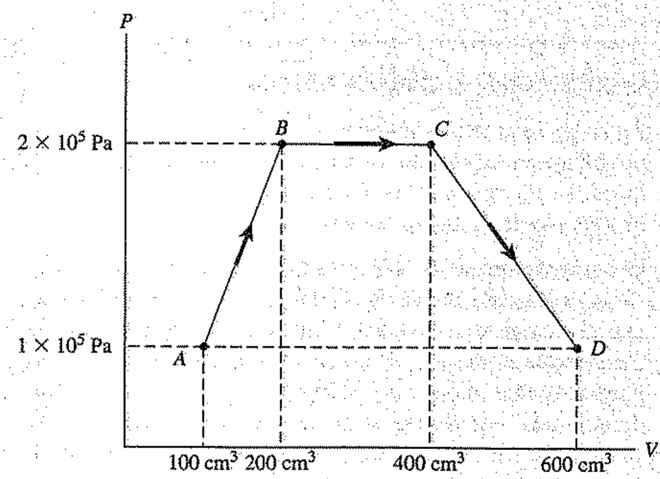


Figura 11.20

51. El ciclo iniciado en el problema anterior continúa ahora de C a D, al tiempo que son absorbidos 200 J adicionales de calor. (a) Halle el trabajo neto y el cambio neto de la energía interna en el proceso CD. (b) Suponga que el sistema regresa a su estado original en el punto A. ¿Cuál es el trabajo neto en todo el ciclo $ABCDA$ y cuál es la eficiencia del ciclo?

52. Considere una masa específica de gas que se hace pasar por un proceso de estrangulación adiabático. Antes de entrar en la válvula, tiene una energía interna U_1, una presión P_1 y un volumen V_1. Después de pasar por la válvula, tiene una energía interna U_2, una presión P_2 y un volumen V_2. El trabajo neto realizado es el trabajo efectuado por el gas menos el trabajo efectuado sobre el gas. Demuestre que

$$U_1 + P_1V_1 = U_2 + P_2V_2$$

La cantidad $U + PV$, conocida como *entalpía*, se conserva durante un proceso de estrangulación.

53. Un motor de gasolina recibe 2 000 J de calor y entrega 400 J de trabajo por ciclo. El calor se obtiene de la combustión de gasolina, la cual tiene un calor de combustión de 50 kJ/g. ¿Cuál es la eficiencia térmica? ¿Cuánto calor se pierde por ciclo? ¿Cuánta gasolina se quema en cada ciclo? Si el motor funciona a 90 ciclos por segundo, ¿cuál es la potencia de salida? Resp. 20%, 1 600 J, 0.040 g, 36 kW

54. Considere una máquina de Carnot con eficiencia e y un refrigerador de Carnot cuyo coeficiente de rendimiento es K. Si estos aparatos funcionan entre las mismas temperaturas, obtenga la relación siguiente

$$K = \frac{1 - e}{e}$$

Índice

La *f* en itálica indica las figuras y la *t* en itálica indica las tablas.

Factores de conversión

Longitud	1 metro (m) = 39.37 in = 3.281 ft = 6.214×10^{-4} mi = 10^{10} Å = 10^{15} fermis 1 in = 0.02540000 m 1 ft = 0.3048 m 1 mi = 1609 m 1 milla náutica = 1852 m = 1.1508 mi = 6076.10 ft 1 angstrom (Å) = 10^{-10} m 1 mil = 10^{-3} in 1 rod = 16.5 ft; 1 braza = 6 ft
Área	1 m^2 = 10.76 ft^2 = 1550 in^2 1 hectárea = 10^4 m^2 = 2.471 acres 1 ft^2 = 929 cm^2 1 in^2 = 6.452 cm^2 = 1.273×10^6 circular mils 1 acre = 43.560 ft^2
Volumen	1 m^3 = 35.31 ft^3 = 6.102×10^4 in^3 1 ft^3 = 0.02832 m^3 1 galón (US) = 231 in^3 = 3.79 litros 1 litro = 1.000028×10^{-3} m^3 = 61.02 in^3 = 0.26 galón (US)
Tiempo	1 año = 365.2422 días = 8.766×10^3 h $\times$ 5.259×10^5 min = 3.156×10^7 s 1 día sideral (periodo de revolución de la Tierra) = 86,164 s
Frecuencia	1 hertz (Hz) = 1 ciclo/s
Velocidad	1 m/s = 3.281 ft/s = 3.6 km/h = 2.237 mi/h = 1.944 nudos 1 km/h = 0.2778 m/s = 0.9113 ft/s = 0.6214 mi/h 1 mi/h = 1.467 ft/s = 1.609 km/h = 0.8689 nudo
Masa	1 kg = 2.205 lb_m = 0.06852 slug 1 lb_m = 0.4536 kg = 0.03108 slug 1 slug = 32.17 lb_m = 14.59 kg
Densidad	1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3 = 62.43 lb_m/ft^3 = 1.940 slug/ft^3 1 lb_m/ft^3 = 0.03108 slug/ft^3 = 16.02 kg/m^3 = 0.01602 g/cm^3
Fuerza	1 newton (N) = 10^5 dinas = 0.1020 kg n = 0.2248 lb 1 lb (fuerza) = 4.448 N = 0.4536 kg n = 32.17 poundals
Presión	1 N/m^2 = 9.869×10^{-6} atm = 1.450×10^{-4} lb/in^2 = 0.02089 lb/ft^2 = 7.501×10^{-4} cmHg = 4.015×10^{-3} in de agua = 10^{-5} bar 1 lb/in^2 = 144 lb/ft^2 = 6895 N/m^2 = 5.171 cmHg = 27.68 in de agua 1 atm = 406.8 in de agua = 76 cmHg = 1.013×10^5 N/m^2 = 10,330 kg wt/m^2 = 2116 lb/ft^2 = 14.70 lb/in^2 = 760 torr
Trabajo **Energía y calor**	1 joule (J) = 0.2389 cal = 9.481×10^{-4} Btu = 0.7376 ft · lb = 10^7 ergs = 6.242×10^{18} eV 1 kcal = 4186 joules = 3.968 Btu = 3087 ft · lb 1 eV = 1.602×10^{-19} joule; 1 uma = 931.48 MeV 1 kW · h = 3.6×10^6 joules = 3413 Btu = 860.1 kcal = 1.341 hp · h
Potencia	1 hp = 2545 Btu/h = 550 ft · lb/s = 745.7 watts = 0.1782 kcal/s 1 watt (W) = 2.389×10^{-4} kcal/s = 1.341×10^{-3} hp = 0.7376 ft · lb/s
Carga eléctrica	1 faraday = 96.487 coulombs 1 carga de electrón = 1.602×10^{-19} coulomb
Flujo magnético	1 weber (Wb) = 10^8 maxwells
Intensidad magnética	1 tesla (T) = 1 newton/amp · m = 1 weber/m^2 = 10,000 gauss

Física, conceptos y aplicaciones es una obra original de Paul E. Tippens editada por McGraw-Hill desde 1973, que se ha constituido en un clásico de la enseñanza de la Física a niveles superiores, y que ha sido reconocida con el Premio McGuffey presentado por la Text and Academic Authors Association Inc. (TAA) de Estados Unidos, por su excelencia y larga duración.

El libro que usted tiene en sus manos –*Física I. Conceptos y aplicaciones*– es la adaptación de las ediciones anteriores de la obra de Tippens, convertida en guía de texto para los estudiantes de décimo grado. En ella se encara la necesidad de tener un texto que presente de manera comprensible los conceptos fundamentales de la Física, y que a la vez ofrezca una preparación sólida y rigurosa a sus lectores.

El énfasis en las aplicaciones y la amplia gama de temas cubiertos lo hace adecuado para estudiantes de educación media interesados tanto en la ciencia y la tecnología, como en la biología y en las disciplinas de la salud y las ciencias del ambiente.

El libro consta de 11 unidades que abarcan los temas relacionados con la mecánica de partículas (cinemática y dinámica), los cuerpos sólidos y los fluidos, para terminar con la física térmica. Esta sucesión de temas está adecuada a las necesidades de un plan de estudios acorde con las políticas educativas del país en materia de enseñanza de la Física.

Las características que presenta esta edición son:

- Objetivos de la unidad
- Estrategias de solución de problemas
- Redacción informativa
- Uso de color
- Ejemplos textuales
- Material al final de cada unidad, que incluye:
  - Resúmenes
  - Palabras clave
  - Problemas y problemas adicionales

El libro está acompañado por un *Manual de laboratorio*, en el que se incluyen experimentos ilustrativos de los conceptos presentados en las unidades.

Mc Graw Hill Educación

The McGraw-Hill Companies

ISBN 978-958-41-0391-8

9 789584 103918